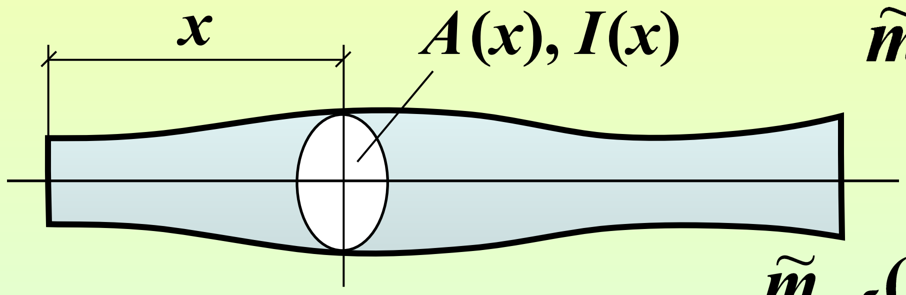
ДИНАМИКА СООРУЖЕНИЙ

ДИНАМИКА СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ С РАСПРЕДЕЛЁННЫМИ МАССАМИ

Основные предпосылки и гипотезы

1. Рассматриваются линейно деформируемые системы.
2. Исходное состояние – равновесие при статических (квазистатических) воздействиях.
3. Определяются динамические составляющие характеристик напряжённо- деформированного состояния системы.
4. Сопротивление движению учитывается по модели вязкого трения.

Плоский динамический изгиб прямолинейного стержня с распределённой массой



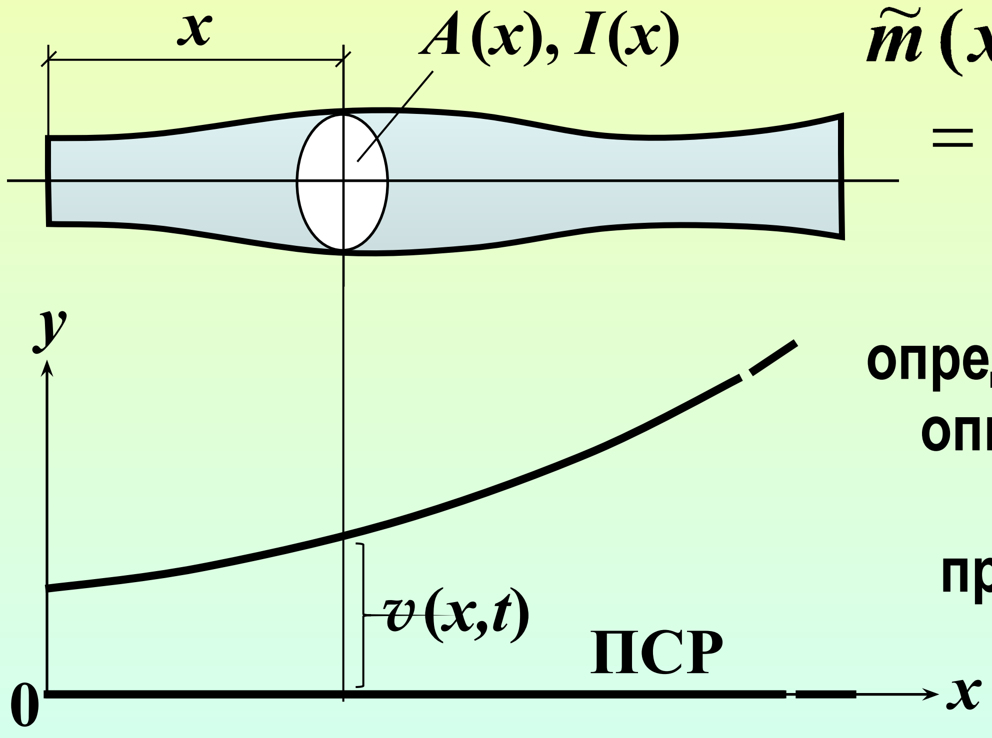
$$\tilde{m}(x) = \tilde{m}_{\text{соб}}(x) + \tilde{m}_{\text{пр}}(x)$$
$$= \rho(x) \cdot A(x) + \tilde{m}_{\text{пр}}(x)$$

$\tilde{m}_{\text{соб}}(x)$ – собственная масса стержня
$\tilde{m}_{\text{пр}}(x)$ – присоединённая масса

Рабочие гипотезы

- Динамический изгиб стержня считается независимым от влияния других видов деформаций (кручения, растяжения-сжатия, сдвига).
- Инерция поворота масс при изгибе не учитывается.

Свободное изгибное движение прямолинейного стержня с распределённой массой

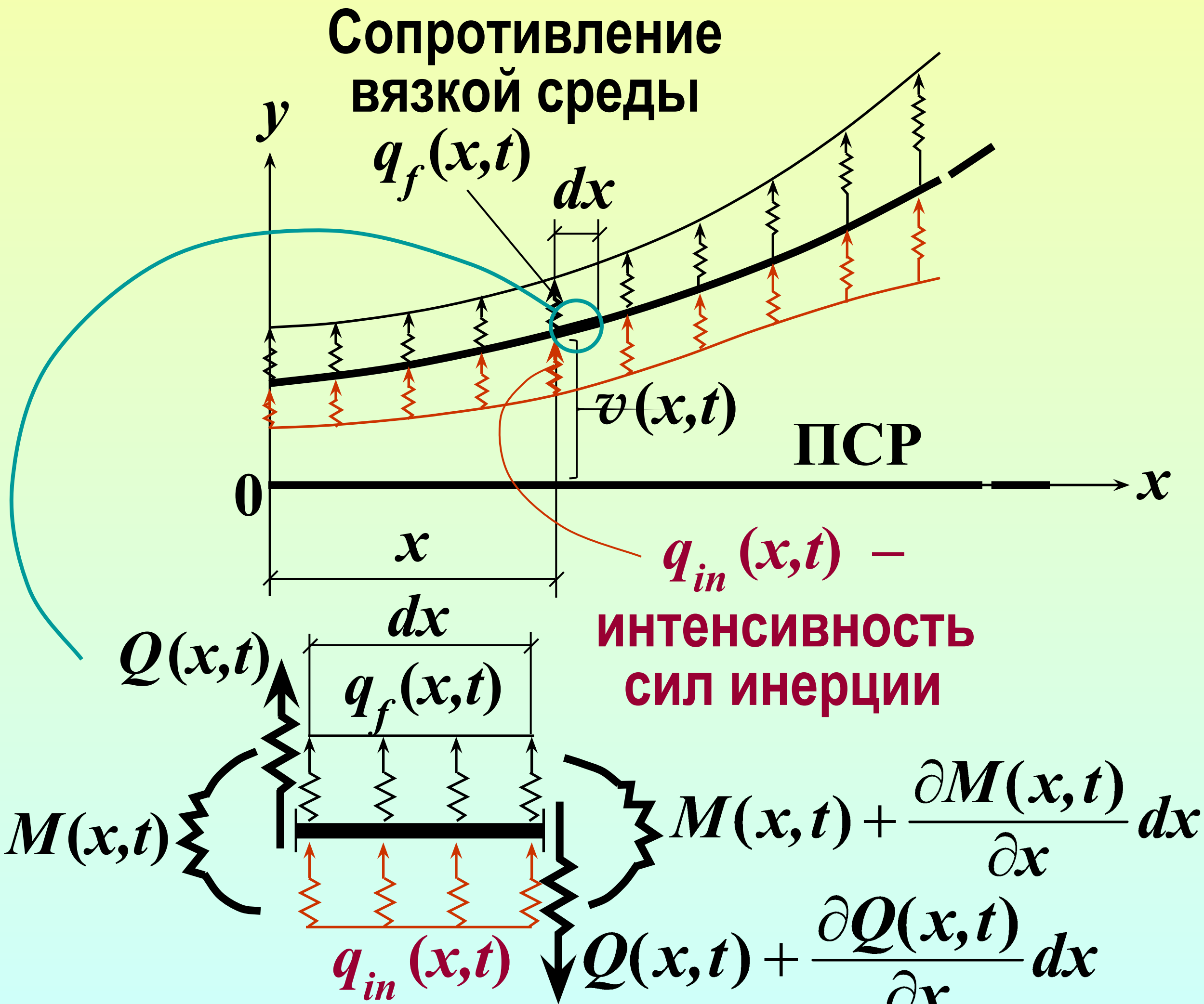


$$\tilde{m}(x) = \tilde{m}_{\text{соб}}(x) + \tilde{m}_{\text{пр}}(x) = \rho(x) \cdot A(x) + \tilde{m}_{\text{пр}}(x)$$

Задача:

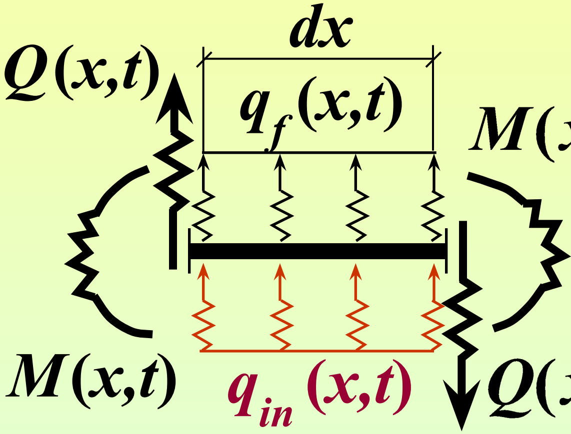
определить функцию $v(x,t)$, описывающую движение центра тяжести произвольного сечения с абсциссой x.

Решение кинетостатическим методом



Уравнения состояния элемента *dx*

1. Уравнения равновесия (статика)



$$M(x,t)+\frac{\partial M(x,t)}{\partial x}dx$$

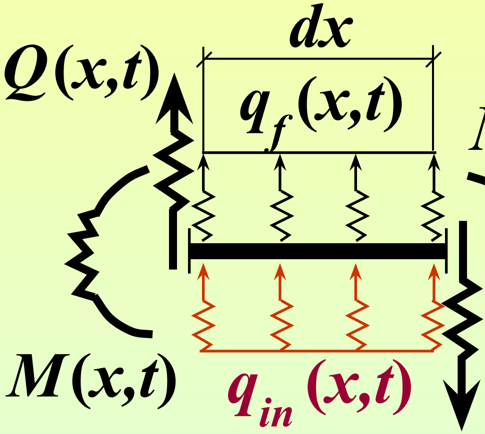
$$Q(x,t)+\frac{\partial Q(x,t)}{\partial x}dx$$

$$\begin{cases} \Sigma m = 0, \\ \Sigma y = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial M(x,t)}{\partial x} = Q(x,t), \\ \dfrac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = q_{in}(x,t) + q_f(x,t) \end{cases}$$

Уравнения состояния элемента *dx*

1. Уравнения равновесия (статика)



$$M(x,t)+\frac{\partial M(x,t)}{\partial x}dx$$

$$Q(x,t)+\frac{\partial Q(x,t)}{\partial x}dx$$

Разрешающее уравнение равновесия:

$$\frac{\partial^2 M(x,t)}{\partial x^2}=q_{in}(x,t)+q_f(x,t)$$

2. Уравнение совместности перемещений и деформаций (геометрия)

$$\frac{1}{r(x,t)}=\frac{\partial^2 \mathbf{v}(x,t)}{\partial x^2}$$

3. Физические зависимости

Закон инерции $$q_{in}(x,t)=-\tilde{m}(x)\frac{\partial^2 \mathbf{v}(x,t)}{\partial t^2}$$

Модель Фойгта $$q_f(x,t)=-k_f(x)\frac{\partial \mathbf{v}(x,t)}{\partial t}$$

Закон Гука при изгибе $$\frac{1}{r(x,t)}=\frac{M(x,t)}{EI(x)}$$

Дифференциальное уравнение свободного изгибного движения прямолинейного стержня переменной жёсткости с неравномерно распределённой массой (сопротивление вязкой среды – по модели Фойгта)

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[EI(x)\frac{\partial^2 \mathbf{v}(x,t)}{\partial x^2}\right]+\tilde{m}(x)\frac{\partial^2 \mathbf{v}(x,t)}{\partial t^2}+k_f(x)\frac{\partial \mathbf{v}(x,t)}{\partial t}=0$$

– уравнение в частных производных по x и t
с переменными коэффициентами

Частные случаи дифференциального уравнения свободного изгибного движения прямолинейного стержня

1. Стержень постоянной жёсткости $EI(x) = \text{const} = EI$

$$\frac{\partial^4 \mathbf{v}(x,t)}{\partial x^4} + \frac{\tilde{m}(x)}{EI} * \frac{\partial^2 \mathbf{v}(x,t)}{\partial t^2} + \frac{k_f(x)}{EI} * \frac{\partial \mathbf{v}(x,t)}{\partial t} = 0$$

2. Стержень постоянной жёсткости EI
с равномерно распределённой массой $\tilde{m}(x) = \text{const} = \tilde{m}$
без учета демпфирования (внешнего и внутреннего трения)

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial^4 \mathbf{v}(x,t)}{\partial x^4} + \dfrac{\tilde{m}}{EI} * \dfrac{\partial^2 \mathbf{v}(x,t)}{\partial t^2} = 0 \\ \\ \text{или} \quad \mathbf{v}^{\mathrm{IV}}(x,t) + \dfrac{\tilde{m}}{EI}\ddot{\mathbf{v}}(x,t) = 0 \end{array}\right\} \text{(A)}$$

Общее решение уравнения (А) по методу Фурье:

$$\mathsf{v}(x,t)=\sum_{j=1}^{\infty}\mathsf{v}_j(x)\sin(\omega_j t+\varphi_{0j})$$

Частный случай – собственные изгибные колебания:

$$\mathsf{v}(x,t)=\mathsf{v}(x)\sin(\omega t+\varphi_0)$$

Дифференциальное уравнение амплитуд прогибов при собственных изгибных колебаниях прямолинейного стержня постоянной жёсткости с равномерно распределённой массой, без учета демпфирования:

$$\mathsf{v}^{\mathrm{IV}}(x)-k^4\,\mathsf{v}(x)=0$$ **(В)**, где $k=\sqrt[4]{\dfrac{\tilde{m}\omega^2}{EI}}$

Характеристическое уравнение дифференциального уравнения (B):

$$r^4 - k^4 = 0$$

$$r_1 = k\,,\ \ r_2 = -k\,,\ r_3 = ki\,,\ \ r_4 = -ki$$

Решение дифференциального уравнения (B):

$$v(x) = C_1 e^{kx} + C_2 e^{-kx} + C_3 \cos kx + C_4 \sin kx$$

Линейное преобразование постоянных интегрирования:

$$\overline{C}_1 = C_1 + C_2\,; \quad \overline{C}_2 = C_1 - C_2$$

$$\mathbf{v}\,(x) = \overline{C}_1 \operatorname{ch} kx + \overline{C}_2 \operatorname{sh} kx + C_3 \cos kx + C_4 \sin kx$$

$$\mathbf{v}\,(x) = \widetilde{C}_1\, A_{kx} + \widetilde{C}_2\, B_{kx} + \widetilde{C}_3\, C_{kx} + \widetilde{C}_4\, D_{kx}$$

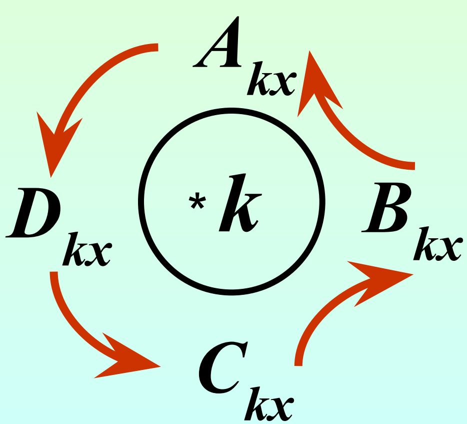
Балочные функции А.Н. Крылова:

$$A_{kx} = (\operatorname{ch} kx + \cos kx)/2$$
$$B_{kx} = (\operatorname{sh} kx + \sin kx)/2$$
$$C_{kx} = (\operatorname{ch} kx - \cos kx)/2$$
$$D_{kx} = (\operatorname{sh} kx - \sin kx)/2$$

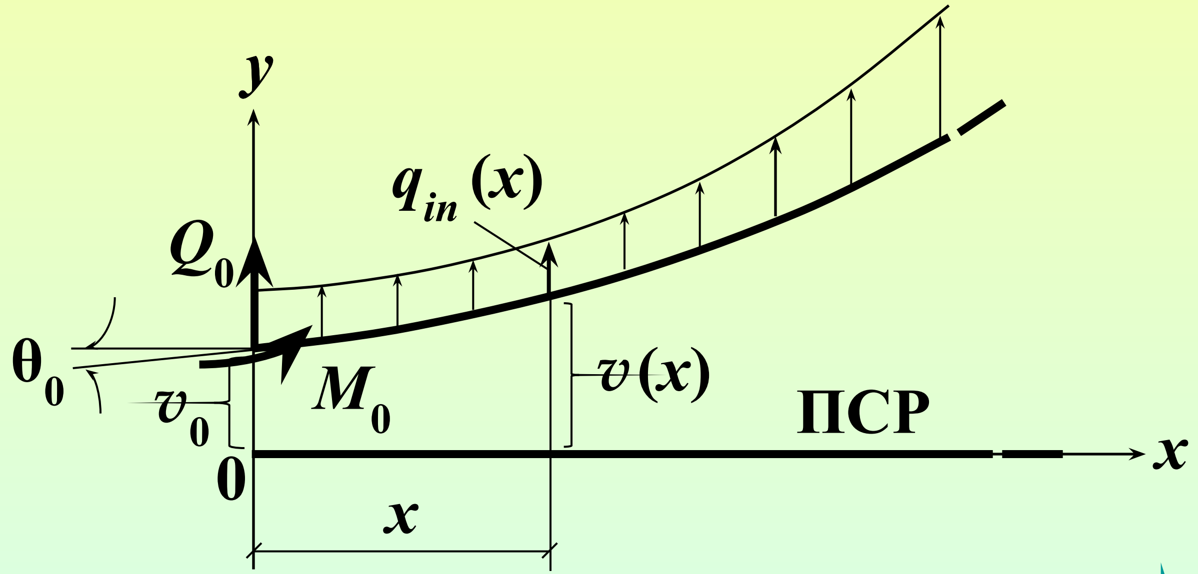
Свойства функций Крылова:

1. При $x = 0$: $A_0 = 1$, $B_0 = C_0 = D_0 = 0$

2. Правило дифференцирования функций:

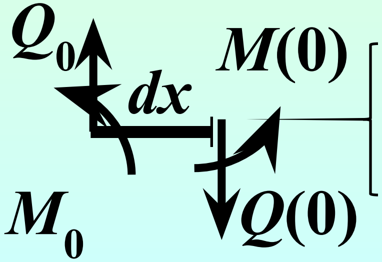


Функция амплитуд прогибов при собственных колебаниях – в форме **методa начальных параметров**



Граничные условия при $x = 0$:

1) статические



$\Sigma m = 0 \;\blacktriangleright\; M(0) = M_0$

$\Sigma y = 0 \;\blacktriangleright\; Q(0) = Q_0$

2) кинематические

$v(0) = v_0$

$\theta(0) = \theta_0$

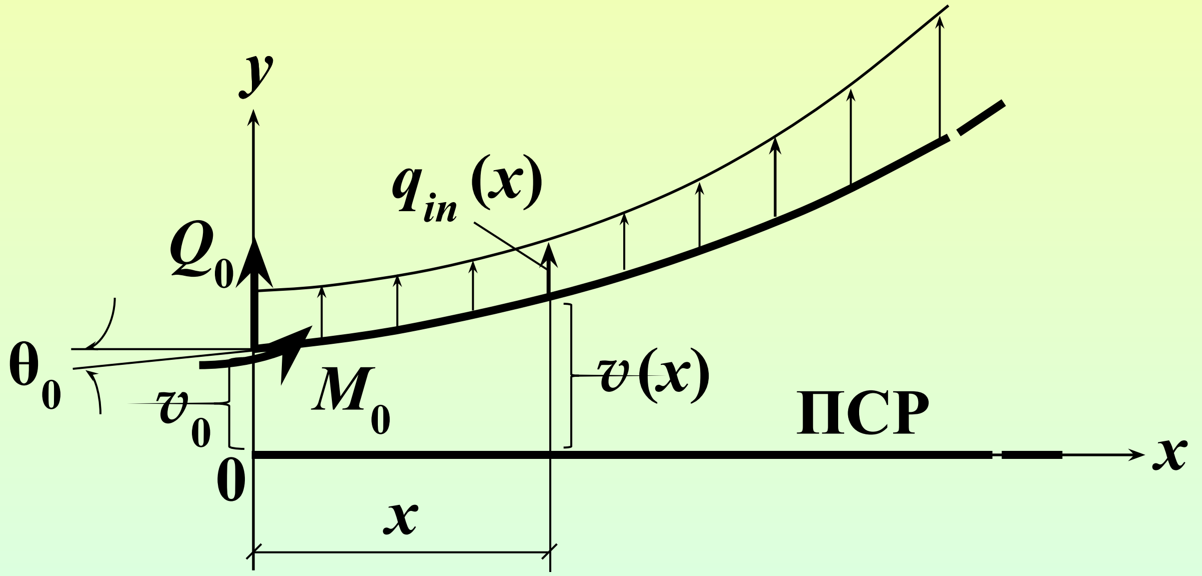
$$\tilde{C}_1 = v_0$$

$$\tilde{C}_2 = \frac{\theta_0}{k}$$

$$\tilde{C}_3 = \frac{M_0}{k^2 EI}$$

$$\tilde{C}_4 = \frac{Q_0}{k^3 EI}$$

Функция амплитуд прогибов при собственных колебаниях – в форме **метода начальных параметров**



$$\mathbf{v}(x) = \mathbf{v}_0 A_{kx} + \theta_0 \frac{B_{kx}}{k} + \frac{M_0}{EI} \cdot \frac{C_{kx}}{k^2} + \frac{Q_0}{EI} \cdot \frac{D_{kx}}{k^3}$$

Функции амплитуд характеристик НДС при собственных колебаниях – в форме **метода начальных параметров**

$$\mathbf{v}(x) = \mathbf{v}_0 A_{kx} + \theta_0 \frac{B_{kx}}{k} + \frac{M_0}{EI} \cdot \frac{C_{kx}}{k^2} + \frac{Q_0}{EI} \cdot \frac{D_{kx}}{k^3};$$

$$\theta(x) = \frac{d\mathbf{v}(x)}{dx} = \mathbf{v}_0 k D_{kx} + \theta_0 A_{kx} + \frac{M_0}{EI} \cdot \frac{B_{kx}}{k} + \frac{Q_0}{EI} \cdot \frac{C_{kx}}{k^2};$$

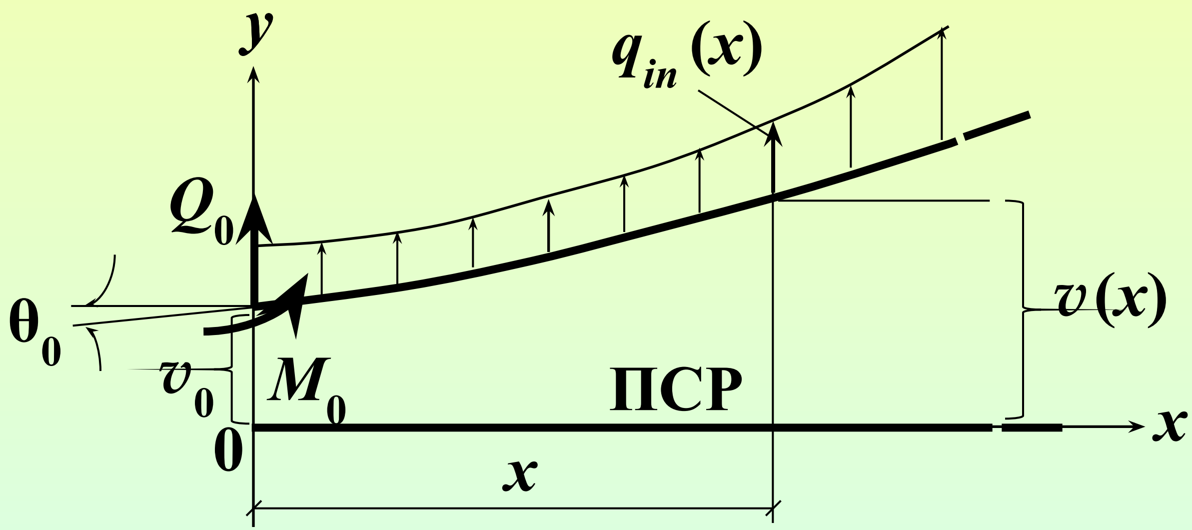
$$M(x) = EI \frac{d^2\mathbf{v}(x)}{dx^2} = EI \frac{d\theta(x)}{dx} =$$

$$= EI\mathbf{v}_0 k^2 C_{kx} + EI\theta_0 k D_{kx} + M_0 A_{kx} + Q_0 \cdot \frac{B_{kx}}{k};$$

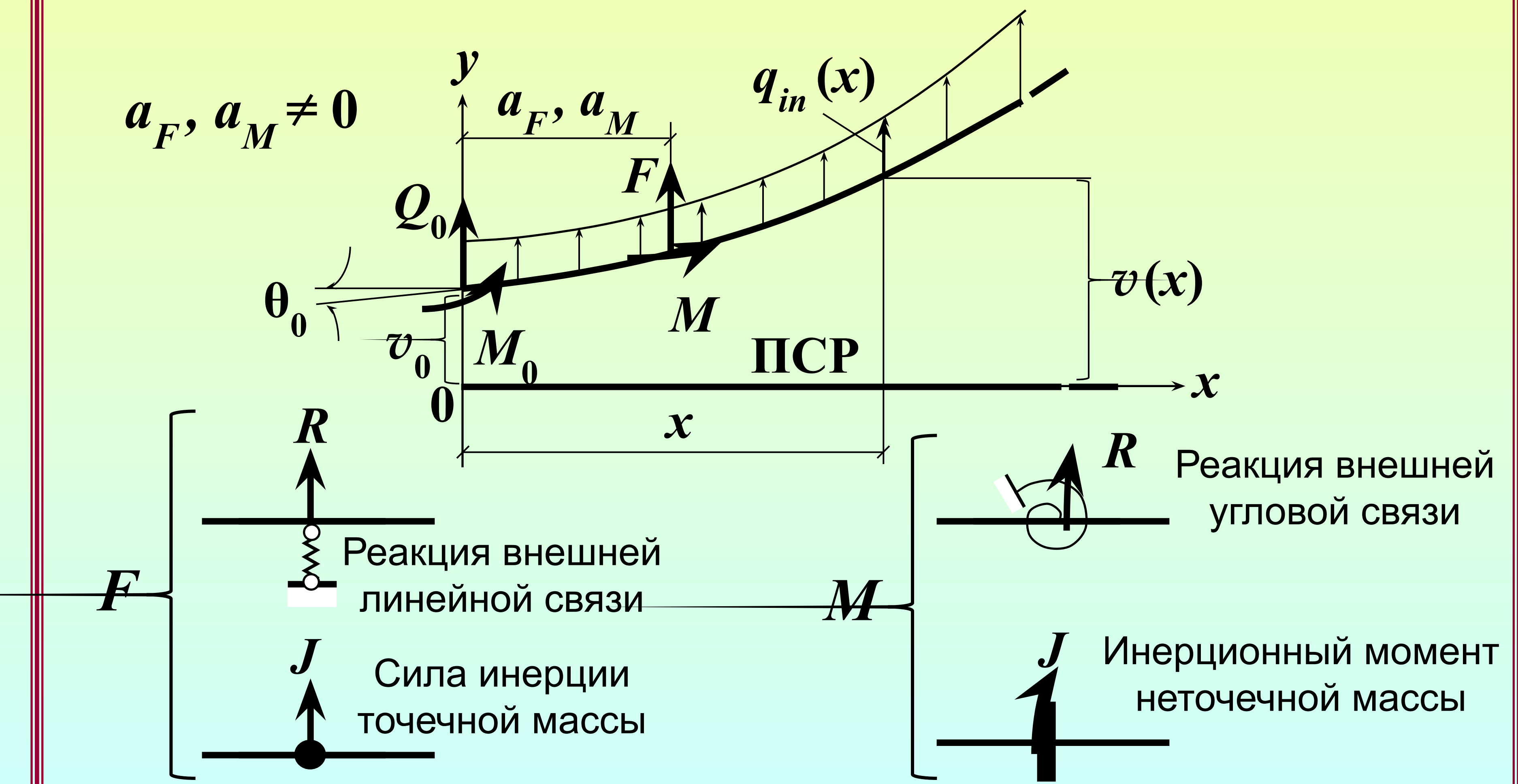
$$Q(x) = \frac{dM(x)}{dx} = EI \frac{d^3\mathbf{v}(x)}{dx^3} =$$

$$= EI\mathbf{v}_0 k^3 B_{kx} + EI\theta_0 k^2 C_{kx} + M_0 k D_{kx} + Q_0 A_{kx}$$

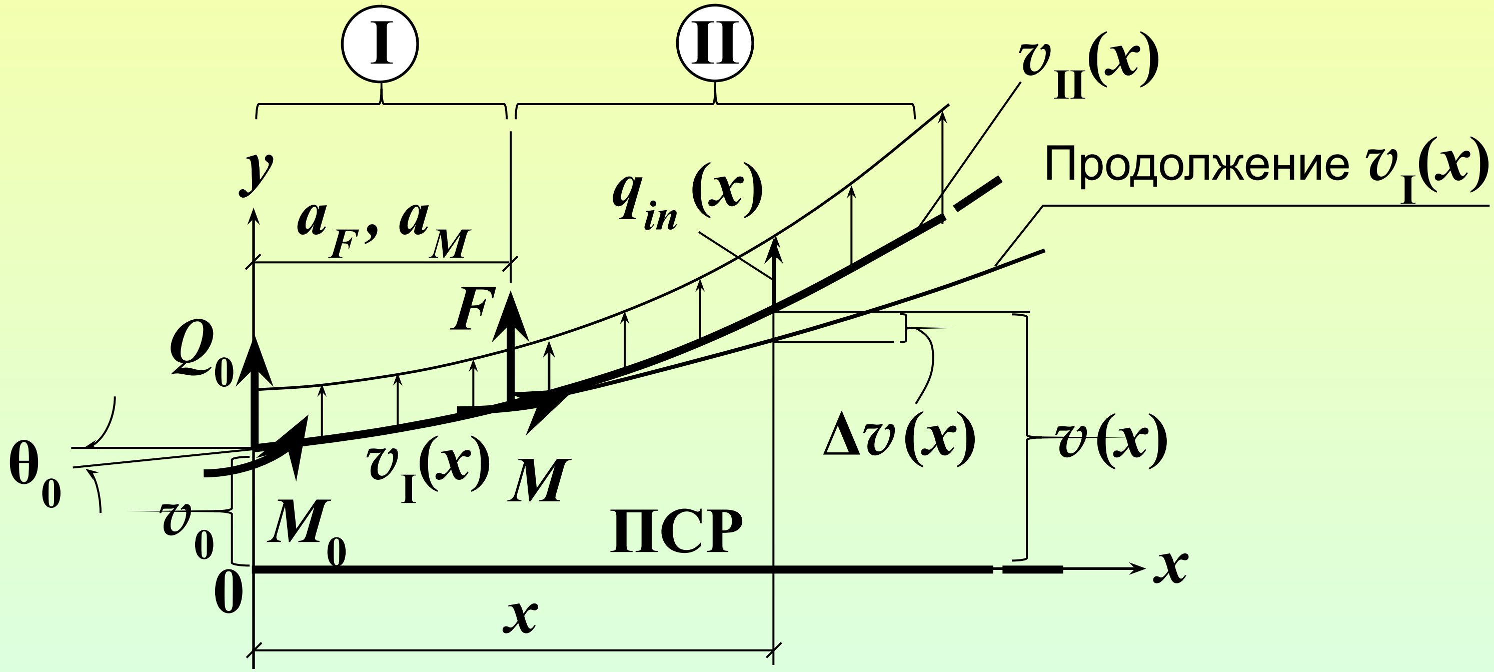
Учет сосредоточенных сил и моментов в выражениях характеристик НДС по МНП



Учет сосредоточенных сил и моментов в выражениях характеристик НДС по МНП



Учет сосредоточенных сил и моментов в выражениях характеристик НДС по МНП



$$\Delta v(x) = v_{II}(x) - v_I(x) =$$

$$= \Delta \mathbf{v}_0 A_{k(x-a)} + \Delta\theta_0 \frac{B_{k(x-a)}}{k} + \frac{\Delta M_0}{EI} \cdot \frac{C_{k(x-a)}}{k^2} + \frac{\Delta Q_0}{EI} \cdot \frac{D_{k(x-a)}}{k^3}$$

Из условий на границе $x = a$ ($a = a_F, a_M$) $\Delta v_0 = 0, \; \Delta\theta_0 = 0, \; \Delta M_0 = M, \; \Delta Q_0 = F$

Учет сосредоточенных сил и моментов в выражениях характеристик НДС по МНП

$$\Delta v(x) = \frac{M}{EI} \cdot \frac{C_{k(x-a_M)}}{k^2} + \frac{F}{EI} \cdot \frac{D_{k(x-a_F)}}{k^3}$$

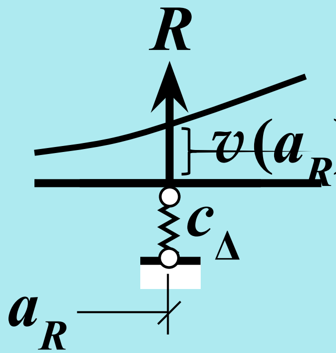
$$v(x) = v_0 A_{kx} + \theta_0 \frac{B_{kx}}{k} + \frac{M_0}{EI} \cdot \frac{C_{kx}}{k^2} + \frac{Q_0}{EI} \cdot \frac{D_{kx}}{k^3} +$$

$$+ \sum \frac{M}{EI} \cdot \frac{C_{k(x-a_M)}}{k^2} + \sum \frac{F}{EI} \cdot \frac{D_{k(x-a_F)}}{k^3}$$

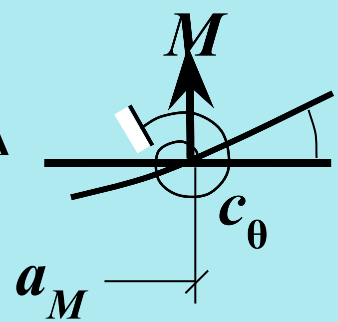
Основные уравнения и уравнение частот собственных колебаний по МНП

Граничные условия (ГУ)

Кинематические ГУ

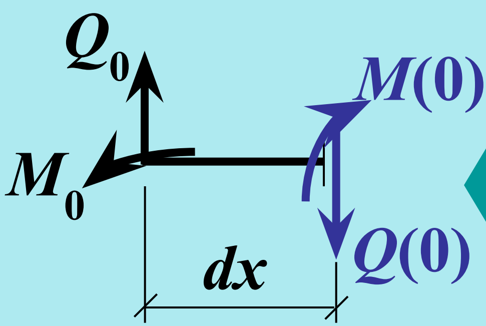


$$v(a_R) = -R/c_\Delta$$

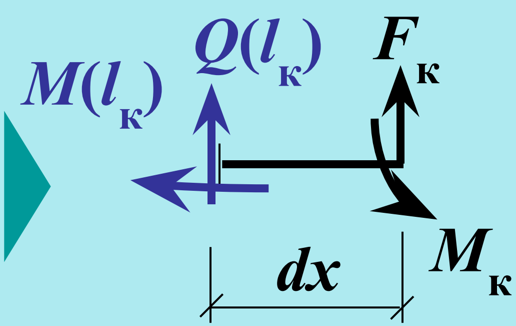


$$\theta(a_M) = M/c_\theta$$

Статические ГУ



$$\sum m = 0$$
$$\sum y = 0$$



Основные уравнения МНП:

$$f_* W = 0$$

Правила:
1. Кинематические ГУ записываются для точек, где имеются **внешние связи**.
2. Статические ГУ – уравнения равновесия **двух элементов *dx*** по концам стержня.

Основные уравнения и уравнение частот собственных колебаний по МНП

$$f * W = 0$$

$$W = \left[\left[\begin{array}{c} v_0 \\ \theta_0 \\ M_0 \\ Q_0 \\ [R] \end{array}\right]\right] n \qquad \underset{(n*n)}{f} = \left[\begin{array}{cccc} f_{11}\ f_{12} & \dots f_{1k} & \dots f_{1n} \\ f_{21}\ f_{22} & \dots f_{2k} & \dots f_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ f_{i1}\ f_{i2} & \dots f_{ik} & \dots f_{in} \\ \dots & \dots & \dots \\ f_{n1}\ f_{n2} & \dots f_{nk} & \dots f_{nn} \end{array}\right] \qquad f = f(k)$$

Решение основных уравнений МНП

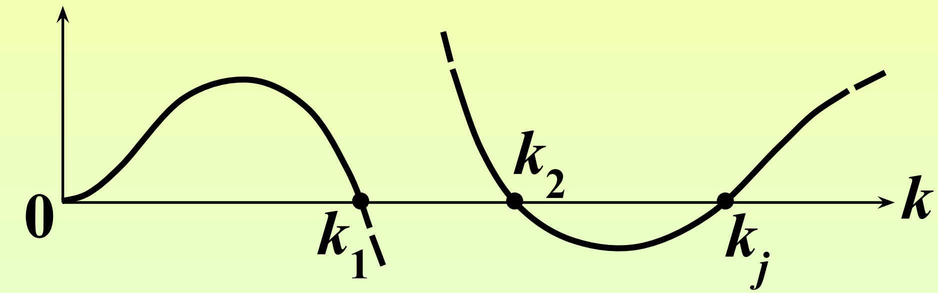
1. **Тривиальное решение:** $W = 0 \ - \otimes$
2. **Нетривиальное решение:** $W \neq 0$

(условие существования собственных колебаний)

Уравнение частот собственных колебаний по МНП**:** $Det(f) = 0$

Спектр частот собственных колебаний и главные формы колебаний

Поиск корней частотного уравнения



Определение частот собственных колебаний

$$k_j \Rightarrow \omega_j = \sqrt{\frac{k_j^4 EI}{\tilde{m}}}\,, \quad j = \overline{1, \infty}$$

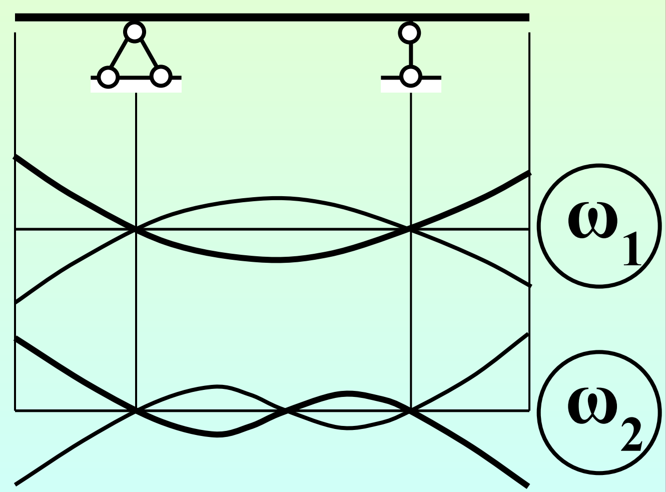
Выявление главных форм колебаний

$k_j \Rightarrow f$ **– числовая матрица;**

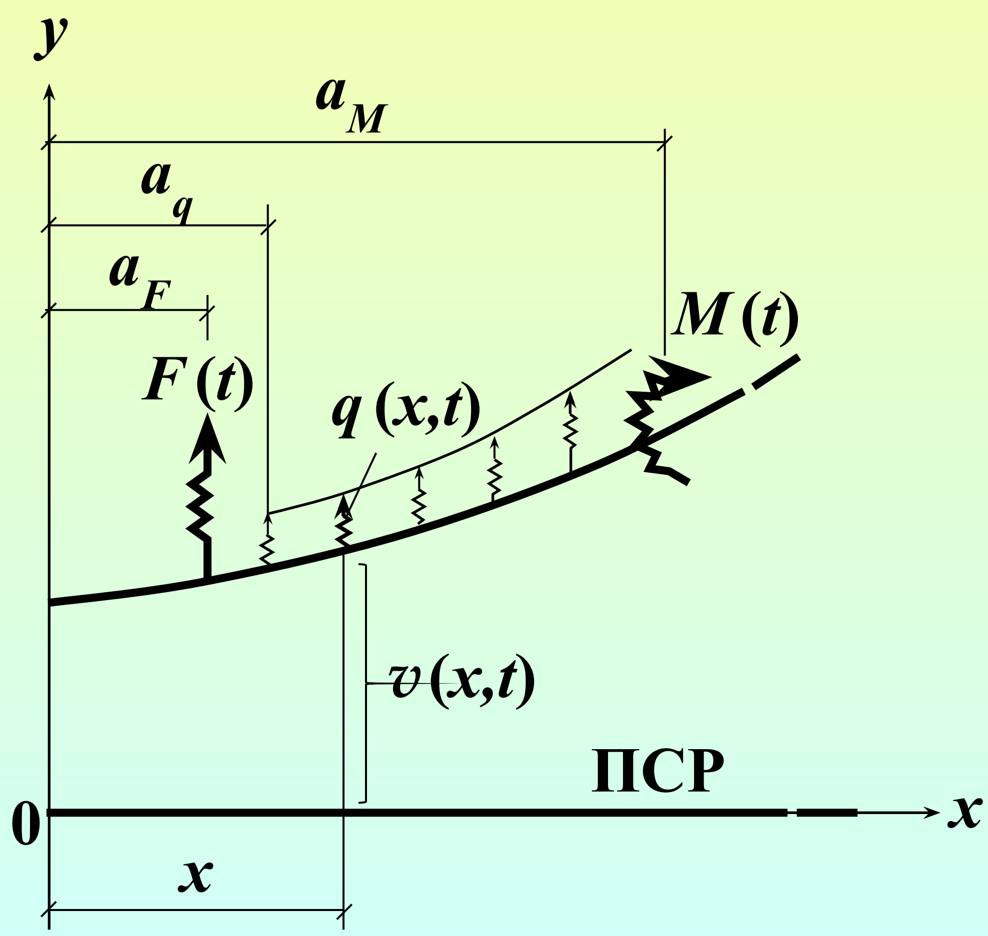
$$\frac{1}{W_k} \cdot f \cdot W = \boxed{f \cdot \beta_W = 0} \quad (W_k \neq 0)$$

$$\beta_W = \begin{bmatrix} \beta_{W1} \\ \beta_{W2} \\ \vdots \\ \beta_{Wi} \\ \vdots \\ \beta_{Wn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_0/W_k \\ \theta_0/W_k \\ \vdots \\ W_i/W_k \\ \vdots \\ W_n/W_k \end{bmatrix}; \quad \beta_{Wi} = W_i/W_k;$$

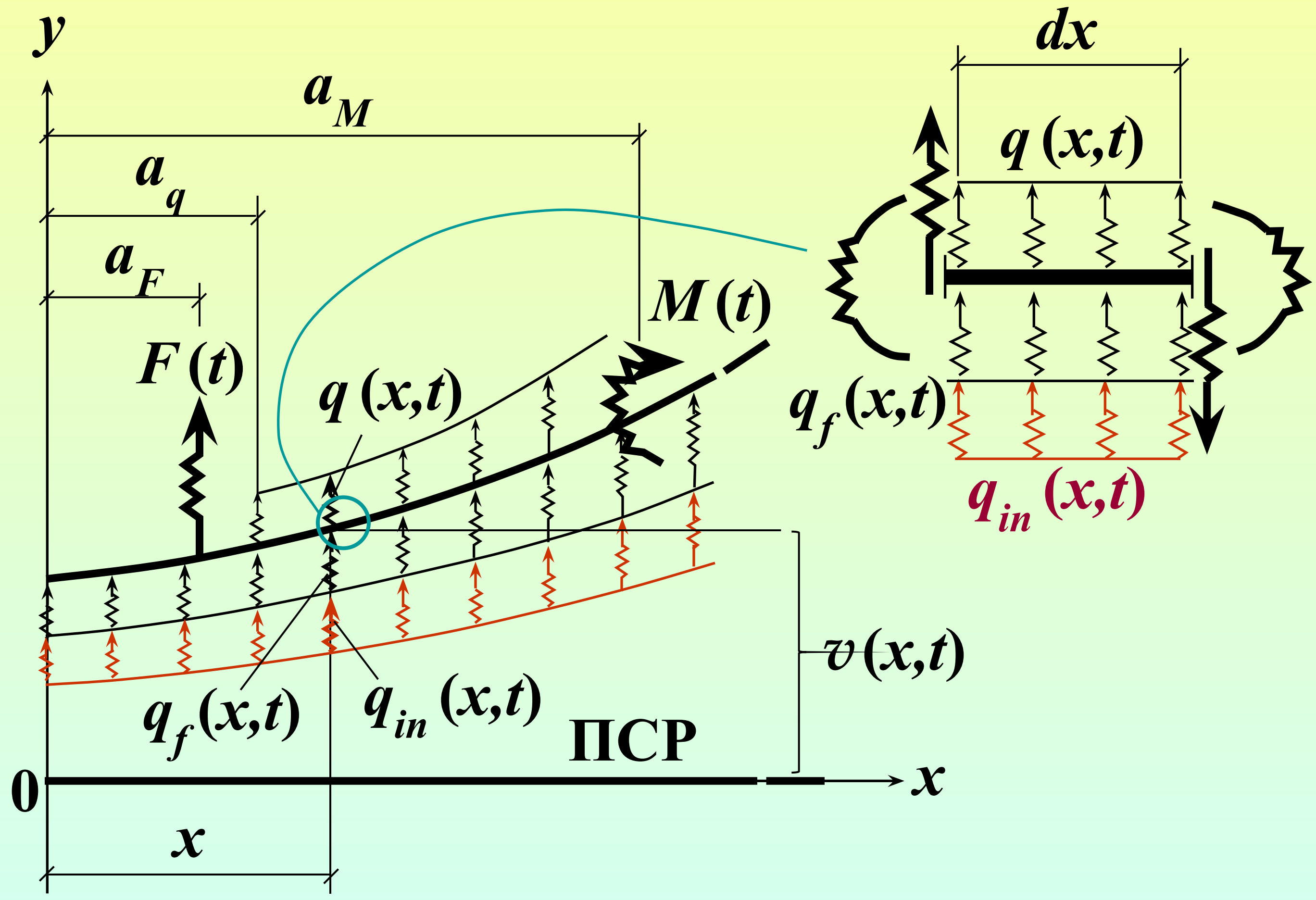
$$\beta_{Wk} = 1$$



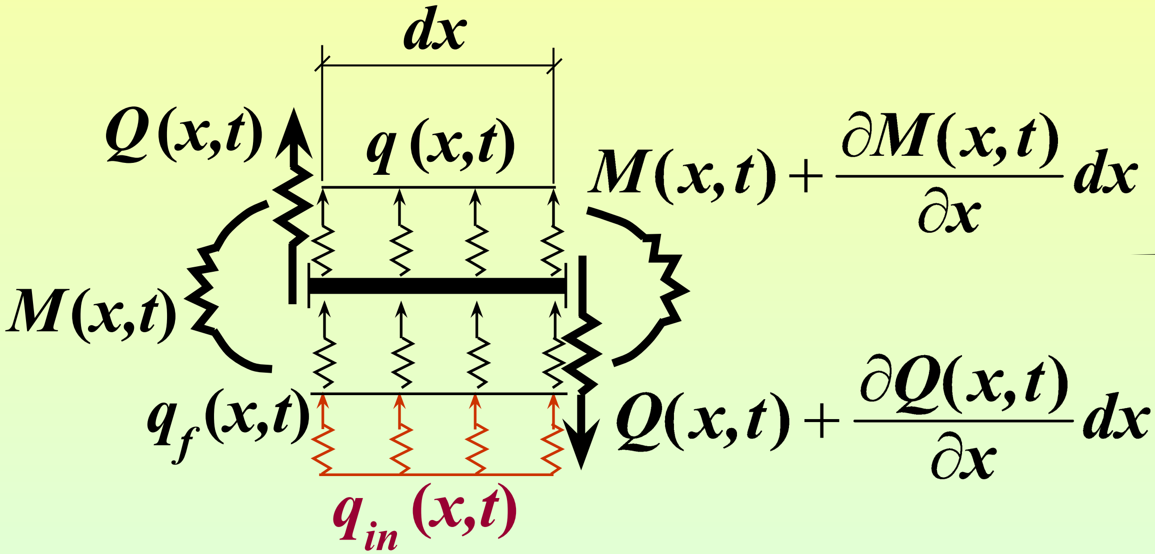
Вынужденное изгибное движение прямолинейного стержня с распределённой массой



Решение кинетостатическим методом



Решение кинетостатическим методом



Уравнения равновесия (статика)

$$\begin{cases} \Sigma m = 0, \\ \Sigma y = 0. \end{cases}$$

Разрешающее уравнение равновесия:

$$\frac{\partial^2 M(x,t)}{\partial x^2} = q(x,t) + q_{in}(x,t) + q_f(x,t)$$

Дифференциальное уравнение вынужденного изгибного движения прямолинейного стержня переменной жёсткости с неравномерно распределённой массой (сопротивление вязкой среды – по модели Фойгта)

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[EI(x)\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2}\right]+\tilde{m}(x)\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2}+k_f(x)\frac{\partial v(x,t)}{\partial t}=q(x,t)$$

– неоднородное уравнение
в частных производных по x и t
с переменными коэффициентами

Частный случай – дифференциальное уравнение вынужденного изгибного движения прямолинейного стержня переменной жёсткости с неравномерно распределённой массой без учета сопротивления вязкой среды

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[EI(x)\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2}\right]+\tilde{m}(x)\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2}=q(x,t)$$

– неоднородное уравнение
в частных производных по x и t
с переменными коэффициентами

Решение дифференциального уравнения

$$v(x,t) = \bar{v}(x,t) + v^*(x,t)$$

$\bar{v}(x,t)$ – общее решение однородного диф. уравнения

$v^*(x,t)$ – частное решение неоднородного диф. уравнения

Для стержня постоянной жёсткости EI с равномерно распределённой массой $\widetilde{m}$ без учета демпфирования (внешнего и внутреннего трения):

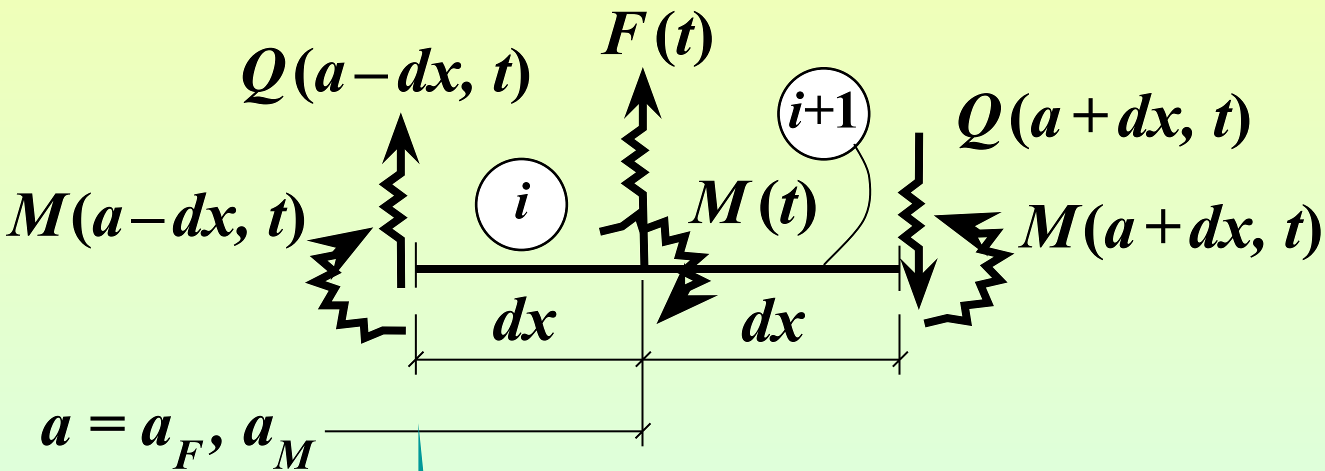
$$\frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} + \frac{\widetilde{m}}{EI} * \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} = q(x,t)$$

$$\bar{v}(x,t) = \sum_{j=1}^{\infty} v_j(x) \sin(\omega_j t + \varphi_{0j})$$

При отсутствии распределённой нагрузки ($q(x,t) = 0$): $v(x,t) = \bar{v}(x,t)$

Учёт сосредоточенных нагрузок

Статические условия на границе участков в точке приложения $F(t)$, $M(t)$



$$\begin{cases} \Sigma m = 0, \\ \Sigma y = 0. \end{cases}$$

$$Q(a+dx,\, t) - Q(a-dx,\, t) = F(t)$$

$$M(a+dx,\, t) - M(a-dx,\, t) = M(t)$$

$$\left.\frac{d^3 \mathrm{v}_{i+1}(x,t)}{dx^3}\right|_{x=a_F} - \left.\frac{d^3 \mathrm{v}_{i}(x,t)}{dx^3}\right|_{x=a_F} = \frac{F(t)}{EI}; \quad \left.\frac{d^2 \mathrm{v}_{i+1}(x,t)}{dx^2}\right|_{x=a_M} - \left.\frac{d^2 \mathrm{v}_{i}(x,t)}{dx^2}\right|_{x=a_M} = \frac{M(t)}{EI}$$

Установившиеся вынужденные изгибные колебания прямолинейного стержня постоянной жёсткости с равномерно распределённой массой, без учёта демпфирования

(случай гармонической нагрузки)

$$\left.\begin{aligned} F(t) &= F \\ q(x,t) &= q(x) \\ M(t) &= M \end{aligned}\right] * \sin\omega_F t \;\rightarrow\; \boldsymbol{v}(x,t) = \boldsymbol{v}(x)\sin\omega_F t = \left[\bar{\boldsymbol{v}}(x) + \boldsymbol{v}^*(x)\right]\sin\omega_F t$$

функция прогибов, удовлетворяющая дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial^4 \boldsymbol{v}(x,t)}{\partial x^4} + \frac{\tilde{m}}{EI} * \frac{\partial^2 \boldsymbol{v}(x,t)}{\partial t^2} = q(x,t)$$

$$\frac{d^4 \boldsymbol{v}(x)}{dx^4} - \frac{\tilde{m}\omega_F^2}{EI} * \boldsymbol{v}(x) = \frac{q(x)}{EI}$$

уравнение в амплитудах прогибов

$$\boldsymbol{v}(x) = \bar{\boldsymbol{v}}(x) + \boldsymbol{v}^*(x)$$

Полное решение в форме метода начальных параметров:

Общее решение однородного уравнения:

$$\bar{\boldsymbol{v}}(x) = \boldsymbol{v}_0 A_{kx} + \theta_0 \frac{B_{kx}}{k} + \frac{M_0}{EI}\cdot\frac{C_{kx}}{k^2} + \frac{Q_0}{EI}\cdot\frac{D_{kx}}{k^3} + \sum\frac{M}{EI}\cdot\frac{C_{k(x-a_M)}}{k^2} + \sum\frac{F}{EI}\cdot\frac{D_{k(x-a_F)}}{k^3} + \sum\frac{q}{EI}\cdot\frac{D_{k(x-a_q)}}{k^4}$$

где $k = \sqrt[4]{\dfrac{\tilde{m}\omega_F^2}{EI}}$

Частное решение неоднородного уравнения при $q(x) = \text{const}$:

$$\boldsymbol{v}^*(x) = \begin{cases} 0 - \text{при } 0 \le x \le a_q \\ \dfrac{q}{k^4 EI} - \text{при } x \ge a_q \end{cases}$$

Добавка к прогибам за счёт нагрузки q при $x > a_q$:

$$\Delta\boldsymbol{v}_q(x_1) = \Delta\boldsymbol{v}_0 A_{kx_1} + \Delta\theta_0 \frac{B_{kx_1}}{k} + \Delta M_0 \frac{C_{kx_1}}{k^2} + \Delta Q_0 \frac{D_{kx_1}}{k^3} + \frac{q}{k^4 EI}$$

$$(x_1 = x - a_q)$$

Условия в начале участка (при $x = a_q$, $x_1 = 0$):

$$\Delta\boldsymbol{v}_q(0) = 0;\quad \Delta\theta_q(0) = \frac{d}{dx}\Delta\boldsymbol{v}_q(x_1)\Big|_{x_1=0} = 0;\quad \Delta M_q(0) = EI\frac{d^2}{dx^2}\Delta\boldsymbol{v}_q(x_1)\Big|_{x_1=0} = 0;\quad \Delta Q_q(0) = EI\frac{d^3}{dx^3}\Delta\boldsymbol{v}_q(x_1)\Big|_{x_1=0} = 0$$

$$\Delta\boldsymbol{v}_0 + \frac{q}{k^4 EI} = 0 \qquad \Delta\theta_0 = 0 \qquad \Delta M_0 = 0 \qquad \Delta Q_0 = 0$$

Установившиеся вынужденные изгибные колебания прямолинейного стержня постоянной жёсткости с равномерно распределённой массой, без учёта демпфирования

(случай гармонической нагрузки)

$$\left.\begin{array}{c} F(t)=F \\ q(x,t)=q(x) \\ M(t)=M \end{array}\right] * \sin\omega_F t \qquad v(x,t)=v(x)\sin\omega_F t=\left[\bar{v}(x)+v^*(x)\right]\sin\omega_F t$$

функция прогибов, удовлетворяющая дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4}+\frac{\tilde{m}}{EI}*\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2}=q(x,t)$$

$$\frac{d^4 v(x)}{dx^4}-\frac{\tilde{m}\omega_F^2}{EI}*v(x)=\frac{q(x)}{EI}$$

уравнение в амплитудах прогибов $v(x)=\bar{v}(x)+v^*(x)$

Полное решение в форме метода начальных параметров:

$$v(x)=v_0 A_{kx}+\theta_0\frac{B_{kx}}{k}+\frac{M_0}{EI}\cdot\frac{C_{kx}}{k^2}+\frac{Q_0}{EI}\cdot\frac{D_{kx}}{k^3}+\sum\frac{M}{EI}\cdot\frac{C_{k(x-a_M)}}{k^2}+\sum\frac{F}{EI}\cdot\frac{D_{k(x-a_F)}}{k^3}+\sum\frac{q}{EI}\cdot\frac{A_{k(x-a_q)}-1}{k^4}$$

где $k=\sqrt[4]{\dfrac{\tilde{m}\omega_F^2}{EI}}$

Основные уравнения МНП: $\boxed{f*W+B_F=0}$
(из КГУ и СГУ)

$$W=\left[\begin{array}{c} v_0 \\ \theta_0 \\ M_0 \\ Q_0 \\ [\,R\,] \end{array}\right] n \qquad \underset{(n*n)}{f}=\left[\begin{array}{cccccc} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1k} & \dots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & \dots & f_{2k} & \dots & f_{2n} \\ \dots & & & & & \dots \\ f_{i1} & f_{i2} & \dots & f_{ik} & \dots & f_{in} \\ \dots & & & & & \dots \\ f_{n1} & f_{n2} & \dots & f_{nk} & \dots & f_{nn} \end{array}\right]$$

$$f=f(k) \qquad B_F=\left[\begin{array}{c} B_{1F} \\ B_{2F} \\ B_{3F} \\ B_{4F} \\ [B_{RF}] \end{array}\right] n$$

$$\boxed{W=-f^{-1}*B_F}$$

$$Det(f)\neq 0$$

К о н т р о л ь н ы е   в о п р о с ы

(в скобках даны номера слайдов, на которых можно найти ответы на вопросы;
для перехода к слайду с ответом можно сделать щелчок мышью по номеру в скобках);*
для возврата к контрольным вопросам сделать щелчок правой кнопкой мыши
и выбрать «Перейти к слайду 32»)

1. **Каковы основные предпосылки и гипотезы теории динамических расчётов линейно деформируемых систем с распределёнными массами?** (2)
2. **Какие рабочие гипотезы дополнительно вводятся в теории динамического изгиба прямолинейных стержней с распределённой массой (РМ)?** (3)
3. **Расчётная схема в случае решения кинетостатическим методом задачи о свободных изгибных колебаниях прямолинейного стержня с РМ.** (5)
4. **Какие силовые факторы учитываются в статических уравнениях?** (6)
5. **Как записываются геометрические соотношения?** (7)
6. **Какие физические зависимости используются в решении задачи?** (7)
7. **Вывод разрешающего дифференциального уравнения прогибов прямолинейного стержня с РМ в общем случае свободного изгибного движения.** (6 – 8) **Частные случаи.** (9)
8. **Как получается дифференциальное уравнение амплитуд прогибов стержня постоянного сечения с равномерно распределённой массой в случае собственных изгибных колебаний?** (10) **Какой вид имеет его решение?** (11)
9. **Представление решения в балочных функциях Крылова.** (11) **Каковы свойства функций Крылова?** (12)
10. **Выражения амплитуд динамических прогибов, углов поворота сечений, изгибающих моментов и поперечных сил при собственных колебаниях в форме метода начальных параметров (МНП).** (15) , (19)
11. **Как учитывается в выражениях амплитуд характеристик напряжённо-деформированного состояния (НДС) стержня влияние сосредоточенных сил и моментов в произвольных точках стержня?** (19) **Какими могут быть по физическому смыслу эти сосредоточенные воздействия при собственных колебаниях?** (17)

*) **Только в режиме «Показ слайдов»**

К о н т р о л ь н ы е   в о п р о с ы

(в скобках даны номера слайдов, на которых можно найти ответы на вопросы;
для перехода к слайду с ответом можно сделать щелчок мышью по номеру в скобках);*
для возврата к контрольным вопросам сделать щелчок правой кнопкой мыши
и выбрать «Перейти к слайду 33»)

12. **Из каких условий получаются основные уравнения метода начальных параметров в задаче о собственных изгибных колебаниях прямолинейного стержня с РМ?** (20)
13. **Какие граничные условия стержня учитываются и по какому правилу они записываются?** (20)
14. **Каковы варианты решения системы основных уравнений МНП и какой из них используется для получения уравнения частот собственных колебаний?** (21)
15. **Сколько корней имеет уравнение частот и почему?** (22)
16. **Сколько главных форм и соответствующих частот собственных колебаний имеет стержень с распределённой массой?** (22)
17. **Как определяется главная форма, соответствующая некоторой частоте собственных изгибных колебаний?** (23)
18. **Чем отличается расчётная схема прямолинейного стержня с РМ в случае вынужденного изгибного движения от схемы в задаче о собственных колебаниях?** (23 – 24)
19. **Как получается разрешающее дифференциальное уравнение прогибов прямолинейного стержня с РМ в общем случае вынужденного изгибного движения?** (24 – 26)
    Его частные случаи. (27)
20. **Какой вид имеет общее решение дифференциального уравнения вынужденных колебаний?** (28)
21. **Уравнение в форме метода начальных параметров для амплитуд динамических прогибов при установившихся изгибных колебаниях прямолинейного стержня постоянного сечения с равномерно распределённой массой от вибрационных воздействий.** (30)
22. **Основные уравнения метода начальных параметров в случае установившихся вынужденных изгибных колебаний стержня от вибрационных воздействий – получение уравнений и их использование для определения амплитуд характеристик НДС.** (31)

*) **Только в режиме «Показ слайдов»**