Потоки произвольного вида

Потоки Пальма

Потоки Эрланга

Потоки Пальма

- Поток событий называется потоком Пальма (потоком с ограниченным последействием), если промежутки времени между последовательными событиями T_1, T_2, …, T_i,… представляют собой независимые одинаково распределенные случайные величины

Пример

- Некоторый элемент прибора работает непрерывно до выхода из строя (отказа), после чего он мгновенно заменяется новым.
- Срок работы элемента случаен.
- Если отдельные элементы прибора отказывают независимо друг от друга, то поток отказов (или поток восстановлений, т.к. отказ и восстановление происходят в один и тот же момент) представляет собой поток Пальма

- Важными образцами потоков Пальма являются потоки Эрланга, которые образуются путем просеивания простейших потоков

Потоки Эрланга

- Потоком Эрланга k-го порядка **Э$_k$** называется поток, получающийся из простейшего, если в нем сохранить каждую k-ю точку, а остальные выбросить.
- **Простейший поток** представляет собой частный случай потока Эрланга (***первого порядка* – Э1**).
- Интервал времени между соседними событиями в исходном простейшем потоке распределен по показательному закону

$$f_1(t)=\lambda exp(-\lambda t)$$

- Закон распределения интервала ***T*** между соседними событиями в потоке Э*k* называется

законом Эрланга *k*-го порядка

с плотностью $\boldsymbol{f_k(t)}$

Вероятность того, что $T=\sum_{i=1}^{k} T_i$ окажется в пределах (*t, t+dt*):

- на участок длиной ***t*** должно попасть ровно (***k*-1**) точек простейшего потока, вероятность этого

$$P_t(k-1)=\frac{a^{k-1}}{(k-1)!}e^{-a}=\frac{(\lambda t)^{k-1}}{(k-1)!}e^{-\lambda t}$$

2) ***k***-ая точка должна попасть на (*t, t+dt*), вероятность этого равна **λ*dt***,

следовательно,

$$f_k(t)dt = \frac{(\lambda t)^{k-1}}{(k-1)!} e^{-\lambda t} \lambda dt$$

$$f_k(t) = \frac{\lambda(\lambda t)^{k-1}}{(k-1)!} e^{-\lambda t}$$

Характеристики закона Эрланга *k*-го порядка

- $T = \sum_{i=1}^{k} T_i$, где каждая из ***T*** распределена по показательному закону с мат. ожиданием **1/λ** и дисперсией $\frac{1}{\lambda^2}$, отсюда

$$m_t(k) = \frac{k}{\lambda} \qquad D_t(k) = \frac{k}{\lambda^2}$$

- Обозначим интенсивность потока Эрланга

k-го порядка (среднее число событий в единицу времени) $\boldsymbol{\Lambda_k}$,

тогда $\boldsymbol{\Lambda_k = \lambda / k}$, **а** $\boldsymbol{\lambda = k * \Lambda_k}$

$$m_t(k) = \frac{1}{\Lambda_k} \qquad D_t(k) = \frac{1}{k\Lambda_k^2} \qquad \sigma_t(k) = \frac{1}{\sqrt{k}\Lambda_k}$$

Пусть $\Lambda_k = \Lambda = const$

изменим порядок ***k*** закона Эрланга

- $m_t = 1/\Lambda$

$$D_t(k) = \frac{1}{k\Lambda^2} \qquad \sigma_t(k) = \frac{1}{\sqrt{k}\Lambda}$$

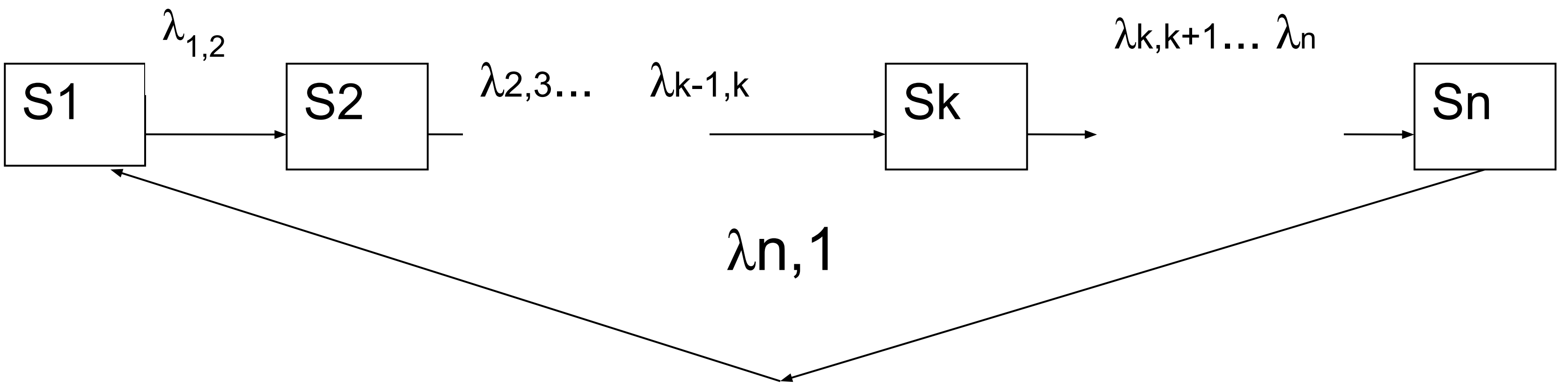
При $k \to \infty$ дисперсия стремится к 0:
Поток Эрланга заданной интенсивности Λ неограниченно приближается к регулярному потоку с постоянным интервалом между событиями ***T*=1/Λ**

Это свойство потоков Эрланга позволяет, задаваясь различными ***k***, получать потоки, обладающие различным последействием – от полного отсутствия последействия (**k=1**) до жесткой функциональной связи

- При помощи потоков Эрланга можно сводить немарковские потоки к марковским

Марковский циклический процесс

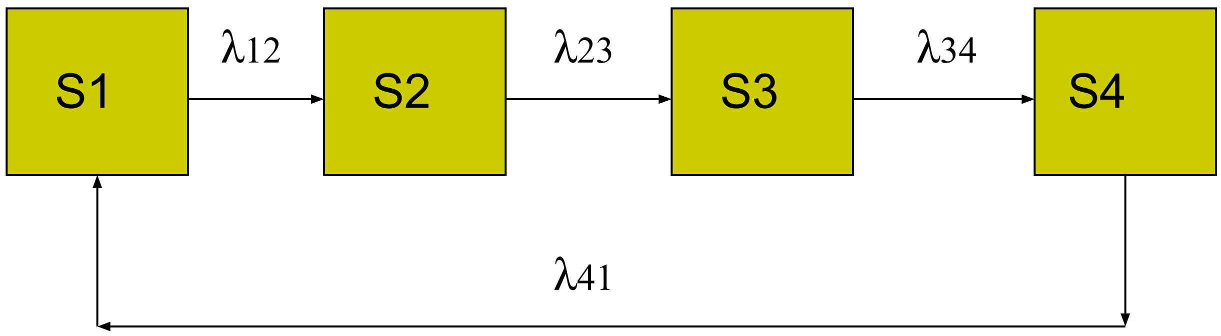
- М. сл. процесс называется циклическим, если состояния связаны между собой в кольцо (цикл) с односторонними переходами



Пример

ЭВМ может находиться в одном из следующих состояний

- S_1 – исправна, работает
- S_2 – остановлена, ведется поиск неисправности
- S_3 – ведется ремонт
- S_4 – ремонт закончен, подготовка к пуску
- Ср. время безотказной работы 0,5 суток
- Поиск неисправности в среднем 0,5 ч
- Ремонт в среднем 6 ч
- Подготовка к пуску в среднем 1 ч


S1
λ12
S2
λ23
S3
λ34
S4
λ41

Ветвящийся циклический процесс

- S1 – исправна, работает
- S2 – остановлена, ведется поиск неисправности
- S3 – неисправность незначительная, ремонт местными средствами
- S4 – неисправность значительная, ремонт бригадой специалистов,
- S5 - подготовка к пуску

Исходные данные

- Ср. время исправной работы `t1
- Ср. время поиска неисправностей `t2
- Ср. время местного ремонта `t3
- Ср. время ремонта специалистами `t4
- Ср. время подготовки к пуску `t5
- Вероятность ремонта местными средствами ***P***