
987 DZR 95

Типы неопределенностей

- Неопределенности природы
- Неопределенности целей
- Неопределенности противника

Неопределенности природы

- Принятие решений в условиях неопределенности природы
- Классические критерии принятия решения
- Планирование эксперимента в условиях неопределенности

Принятие решений в условиях неопределенности природы

Результат принятого решения зависит от некоторых случайных факторов

$$A=\{\alpha_j\},\ j=1,\ldots,n,$$

в общем случае неподвластных ЛПР.

$$f(x) \to \max_x \Rightarrow f(x,\alpha).$$

Принятие решений в условиях неопределенности природы

Неопределенность состоит в том, что каждой альтернативе ***x*** ставится в соответствие не одно значение критерия, а ***целый набор***, определяемый количеством рассматриваемых внешних условий,

$$\boldsymbol{x \rightarrow f(x,\alpha)}$$

Как выбрать лучшую альтернативу?

Принятие решений в условиях неопределенности природы

- В практических приложениях функция $f(x,\alpha)$ имеет дискретный характер, т.е. любому допустимому решению x_i соответствуют различные внешние условия α_j и результаты решений

$$f(x_i, \alpha_j)=f_{ij}.$$

Матрица решений

α_j / X_i	α_1	α_2	…	α_n
X_1	f_{11}	f_{12}	…	f_{1n}
X_2	f_{21}	f_{22}	…	f_{2n}
…	…		…	
X_m	f_{m1}	f_{m2}	…	f_{mn}

Вектор результатов

α_j / Xi	α_1	α_2	…	α_n	f_{ir}
X_1	f_{11}	f_{12}	…	f_{1n}	?
X_2	f_{21}	f_{22}	…	f_{2n}	?
…	…		…		?
X_m	f_{m1}	f_{m2}	…	f_{mn}	?

Вектор результатов

Его ***роль*** –
поставить в соответствие
каждой альтернативе
одно число

$$x \to f_{ir}(x)$$

Пример

Планирование производственных мощностей

ММ – малые мощности; СМ – средние мощности; КМ – крупные мощности

α / x	**Низкий спрос**	**Средний спрос**	**Высокий спрос**
ММ	100	100	100
СМ	70	120	120
КМ	-40	20	160

- Принимать решения, как правило, сравнительно легко. Все сводится к выбору направления действий.
- Трудно принять ***хорошее*** решение.
- Однако **ПР** - это психологический процесс. А человеческое поведение не всегда логично: иногда нами движет логика, иногда - чувства.
- Поэтому способы, используемые ЛПР для ПР, варьируются от спонтанных до логичных.
- При этом ЛПР находится под воздействием таких психологических факторов, как **социальные установки, накопленный опыт и личностные ценности**.

Позиции ЛПР

- Оптимистическая
- Пессимистическая
- Позиция компромисса
- Позиция нейтралитета

Пессимистическая позиция ЛПР

α / x	Низкий спрос	Средний спрос	Высокий спрос	f_{ir}
ММ	100	100	100	**100**
СМ	70	120	120	70
КМ	-40	20	160	-40

Вектор результатов f_{ir}

$f_{ir} = \max_j f_{ij}$ - оптимистическая

$f_{ir} = \min_j f_{ij}$ - пессимистическая

$f_{ir} = \max_j f_{ij} + \min_j f_{ij}$ - компромисса

$f_{ir} = \sum_j f_{ij}$ - нейтралитета

Классические критерии принятия решений

Классические критерии ПР

- Минимаксный критерий, **или критерий Вальда**

Оценочная функция *ММ*-критерия:

$$Z_{MM} = \max_{i} \left(\min_{j} f_{ij} \right)$$

Позиция крайнего пессимизма

Оценочная функция -

это результат, соответствующий лучшей альтернативе

Правило выбора (*MM*)

- **Матрица решений** дополняется еще одним столбцом из ***наименьших*** результатов f_{ir} каждой строки.
- Выбрать следует **те** варианты, в строках которых стоят ***наибольшие значения*** f_{ir} этого столбца

Замечание

- Выбранные таким образом варианты полностью исключают риск:

  нельзя столкнуться с результатом, хуже, чем ***max fir***, какие бы условия α_j ни встретились

Пример

α / x	α_1	α_2	α_3	$f_{мм}$
x_1	1	100	1	1
x_2	1,1	1,1	1,1	**1,1**

Применение *ММ*-критерия

- о возможности появления внешних состояний α_j ничего не известно;
- приходится считаться с появлением различных внешних состояний α_j;
- решение реализуется **один раз**;
- необходимо **исключить** какой бы то ни было **риск**

Критерий Сэвиджа (*S*)

Savage

α / ***x***	Низкий спрос	Средний спрос	Высокий спрос
ММ	<u>100</u>	100	100
СМ	70	<u>120</u>	120
КМ	-40	20	<u>160</u>

$$\|\Delta_{ij}\| = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 20 & 60 \\ 30 & 0 & 40 \\ 140 & 100 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Критерий Сэвиджа

Риск, или остаток

$$\|\Delta_{ij}\| = \max_{i} f_{ij} - f_{ij}$$

Критерий Сэвиджа

$\|\Delta ij\| =$

ММ	0	20	60	60
СМ	30	0	40	**40**
КМ	140	100	0	140

Критерий Сэвиджа

$$Zs = \min_{i} \max_{j} \left(\max_{i} f_{ij} - f_{ij} \right)$$

Позиция относительного пессимизма

Правило выбора

- *Любой элемент* матрицы решений вычитается из ***наибольшего результата*** соответствующего ***столбца.***
- ***Разности Δij образуют матрицу остатков*** .
- Эта матрица дополняется столбцом *наибольших разностей*. Выбирается вариант, где стоит **наименьшее** для этого столбца **значение**

Критерий Гурвица (*HW*)

$$Z_{HW} = \max_i \left[c \cdot \min_j f_{ij} + (1-c) \cdot \max_j f_{ij} \right]$$

$0 \le c \le 1$

C=1 – позиция крайнего пессимизма

C=0 – позиция азартного игрока

Позиция взвешенного компромисса

Правило выбора

- Матрица решений дополняется столбцом, содержащим

средневзвешенную сумму ***наименьшего и наибольшего результатов*** для любой строки

- Выбираются те варианты, где стоят **наибольшие значения** f_{ir} этого столбца

Критерий Гурвица (*HW*)

	α_1	α_2	α_3	…	α_n	f_{HW}
***X*1**	0000	1	1	…	1	**10001**
***X*2**	9999	9999	9999	…	0,99	9999,99

	α_1	α_2	α_3	…	α_n	f_S
***X*1**	0	9998	9998	…	0	9998
***X*2**	1	0	0	…	0,01	**1**

Применение HW

- о вероятностях появления событий α_j ничего не известно;
- реализуется малое количество решений;
- допускается некоторый риск

Пример

$$\begin{array}{l} X1 \\ X2 \\ X3 \\ X4 \\ X5 \end{array} \begin{pmatrix} 4 & 6 & 0 & 3 \\ 3 & 5 & 0 & 3 \\ 7 & -1 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 7 & 3 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Неопределенности природы

- В условиях полной неопределенности решение определяется позицией ЛПР и принимается по одному из критериев:

  MM, S, HW

- ЛПР должен найти устойчивое решение или ***обосновать*** свою позицию
- Если решение неустойчиво, то необходима ***дополнительная информация***

Классические критерии ПР

- Критерий Байеса-Лапласа (***BL***)

$\alpha_j \rightarrow p_j$ - *дополнительная информация,* p_j=**Вер**$\{\alpha_j\}$

$$f_{ir} = \sum_{j=1}^{n} f_{ij} p_j , \qquad Z_{BL} = \max_i \left(\sum_{j=1}^{n} f_{ij} p_j \right)$$

$$\sum_{j=1}^{n} p_j = 1$$

Матрица решений

α_j / X_i	α_1	α_2	…	α_n
X_1	f_{11}	f_{12}	…	f_{1n}
X_2	f_{21}	f_{22}	…	f_{2n}
…	…		…	
X_m	f_{m1}	f_{m2}	…	f_{mn}
p_j	p_1	p_2	…	p_n

Правило выбора

- Матрица решений дополняется еще одним столбцом, содержащим ***математические ожидания результатов*** каждой строки
- Выбираются те варианты x_i, в строках которых стоит ***наибольшее значение*** f_{ir} этого столбца

Применение *BL*

- вероятности появления состояний α_j известны и не зависят от времени
- решение реализуется бесконечно (теоретически) много раз
- для малого числа реализаций решения допускается некоторый риск

Позиция ЛПР (***BL***)

- Исходная позиция ЛПР, применяющего критерий ***BL***, ***оптимистичнее***, чем при минимаксном критерии, однако предполагает ***более высокий уровень информированности*** и достаточно много реализаций

Классические критерии ПР (пример)

Планирование производственных мощностей

ММ – малые мощности; СМ – средние мощности; КМ – крупные мощности

	Низкий спрос	Сред. спрос	Выс. спрос	f_{BL}
ММ	100	100	100	**100**
СМ	70	120	120	95
КМ	-40	20	160	13,33
p_j	**1/2**	**1/3**	**1/6**	

Пример

	Низкий спрос	Сред. спрос	Выс. спрос	f_{BL}
ММ	100	100	100	100
СМ	70	120	120	**111,66**
КМ	-40	20	160	80
p_j	**1/6**	**1/3**	**1/2**	

Критерий Гермейера (*G*)

- $$f_{ir} = \min_j f_{ij} p_j$$

$$Z_G = \max_i f_{ir}$$

Критерий Гермейера (*G*)

Правило выбора: Матрица решений дополняется еще одним столбцом, содержащим в каждой строке наименьшее произведение имеющегося в ней результата ***fij*** на вероятность соответствующего состояния ***αj***

- Выбираются те варианты, где стоит максимальное значение этого столбца

Планирование эксперимента в условиях неопределенности

- Предстоит принять решение в недостаточно выясненных ***условиях***.
- *Имеет ли смысл* для уточнения условий в данной неопределенной ситуации предпринять некоторый эксперимент?

Условия полной неопределенности

x \ α	Низкий спрос	Средний спрос	Высокий спрос	f_{ir}
ММ	100	100	100	**100**
СМ	70	120	120	70
КМ	-40	20	160	-40

Дополнительная информация

	Низкий спрос	Сред. спрос	Выс. спрос	**f_{BL}**
ММ	100	100	100	100
СМ	70	120	120	**111,66**
КМ	-40	20	160	80
p_j	**1/6**	**1/3**	**1/2**	

Эксперимент

- Рассмотрим сначала случай ***“идеального” эксперимента ε,*** приводящего к совершенно ***точному знанию*** того состояния α_j, которое имеет место в данной ситуации

Эксперимент?

- $||f_{ij}||$, вероятности $P(\alpha_j)=p_j$
- Обозначим затраты на проведение эксперимента *cost*
- Сравним *средний* выигрыш ***без*** проведения эксперимента **ε** и *средний* выигрыш **с** проведением этого эксперимента

Средний выигрыш *без* ε

- ***Без проведения*** эксперимента **ε** мы имеем средний выигрыш

для каждого ***i***

$$\sum_{j=1}^{n} f_{ij} \cdot p_j$$

Матрица решений

$X_i \backslash \alpha_j$	α_1	α_2	…	α_n	
X_1	f_{11}	f_{12}	…	f_{1n}	
X_2	f_{21}	f_{22}	…	f_{2n}	
…	…		…		
X_m	f_{m1}	f_{m2}	…	f_{mn}	
p_j	p_1	p_2	…	p_n	

Эксперимент

- При α_j выигрыш будет равен максимальному результату в j-ом столбце

$$\beta_j = \max_i f_{ij}$$

Эксперимент

Но нужно заранее решить, следует проводить эксперимент или нет. Поэтому ***средний выигрыш*** =

$$\sum_{j=1}^{n} \max_{i} f_{ij} \cdot p_j = \sum_{j=1}^{n} \beta_j \cdot p_j$$

Эксперимент

- Средний выигрыш с учетом стоимости идеального эксперимента ε равен

$$\sum_{j=1}^{n} \beta_j \cdot \boldsymbol{p}_j - \mathrm{cost}$$

Эксперимент

$$\sum_{j=1}^{n} \beta_j \cdot p_j - \mathrm{cost} > \sum_{j=1}^{n} f_{ij} \cdot p_j$$

Эксперимент

- $\textit{cost} < \sum_{j=1}^{n} \beta_j \cdot p_j - \sum_{j=1}^{n} f_{ij} \cdot p_j = \sum_{j=1}^{n} \left(\beta_j - f_{ij}\right) \cdot p_j = \sum_{j=1}^{n} \Delta_{ij} \cdot p_j$

  для ***любого i***,

  или $\textit{cost} < \min_i \sum_{j=1}^{n} \Delta_{ij} \cdot p_j$

Идеальный эксперимент ε

нужно проводить, если

затраты на его проведение

меньше

минимального среднего риска

Пример

	Низкий спрос	Сред. спрос	Выс. спрос	f_{BL}
ММ	100	100	100	**100**
СМ	70	120	120	95
КМ	-40	20	160	13,33
p_j	**1/2**	**1/3**	**1/6**	

100*1/2 +120*1/3+160*1/6 – 100 = 16,66

***Cost*<16,66**

Матрица остатков $||\Delta_{ij}||$

	Низкий спрос	Сред. спрос	Выс. спрос	**средний риск**
ММ	0	20	60	**16,66**
СМ	30	0	40	**21,66**
КМ	140	100	0	**103,33**
pj	**1/2**	**1/3**	**1/6**	

$0*1/2+20*1/3+60*1/6=\mathbf{16,66}$ $\quad$ ***cost*<16,66**

Эксперимент

В случае, когда ***эксперимент нецелесообразен***,
следует выбрать **альтернативу,**
оптимальную по *BL*-критерию

Пример

Некоторый объект надо подвергнуть ***проверке*** с приостановкой его эксплуатации. Из-за этого приостанавливается выпуск продукции. Если же своевременно не обнаружить неисправность, то это приведет не только к приостановке работы, но и к поломке

Пример

- **Варианты решения**:

$X1$ - полная проверка;

$X2$ - минимальная проверка;

$X3$ - отказ от проверки.

Пример

- **Состояния α_j:**

α_1 - неисправностей нет;

α_2 - имеется незначительная неисправность;

α_3 - имеется серьезная неисправность

Пример

Результаты ***fij***:

- ***затраты*** на проверки и устранение неисправностей;
- ***затраты,*** связанные с потерями в выпуске продукции и с поломкой.

Пример

	α_1	α_2	α_3	f_{BL}
$X1$	-20	-22	-25	-67/3
$X2$	-14	-23	-31	-68/3
$X3$	0	-24	-40	**-64/3**
p_j	*1/3*	*1/3*	*1/3*	

$$cost < -47/3 + 64/3 = 17/3$$

Пример

Является ли целесообразным “идеальный” эксперимент, стоимость которого *cost*=2?

	α_1	α_2	α_3	α_4	
X_1	1	4	5	9	**5,2**
X_2	3	8	4	3	4,5
X_3	4	6	6	2	5,0
p_j	*0,1*	*0,2*	*0,5*	*0,2*	

	α_1	α_2	α_3	α_4	$\sum_{j=1}^{n} \Delta_{ij} \cdot p_j$
X_1	3	4	1	0	**1,6**
X_2	1	0	2	6	*2,3*
X_3	0	2	0	7	*1,8*
p_j	*0,1*	*0,2*	*0.5*	*0,2*	

Неидеальный эксперимент

- Рассмотрим ***неидеальный эксперимент*** **ε**,

который ***не выясняет точно*** состояния α*j*, а дает

какие-то *косвенные свидетельства* в пользу тех или иных состояний.

- **Предположим, что эксперимент ε приводит к появлению одного из *Bk* несовместных событий *B*1, *B*2,…, *Bk*:**

$$\sum_{l=1}^{k} \mathrm{P}_{1}\left(B_{i}\right)=1$$

- причем вероятности событий зависят от условий, в которых они проводятся.

- Обозначим условную вероятность события B_l в условиях α_j $P(B_l/\alpha_j)$ и будем считать, что она нам известна.
- После осуществления эксперимента **ε**, давшего исход B_l, состояния природы α_j будут характеризоваться не *априорными*, а новыми, ***апостериорными*** вероятностями:
- - это условные вероятности событий α_j, они подсчитываются по известной формуле Байеса

$$\tilde{P}_{jl} = P(\alpha_j / B_l)$$

- это условные вероятности событий αj,

подсчитываются по формуле **Байеса**

$$\tilde{P}_{jl} = P_j \cdot \frac{P(B_l / \alpha_j)}{\sum_{j=1}^{n} P_j \cdot P(B_l / \alpha_j)}$$

при условии, что эксперимент дал результат ***Bl***.

- **Рассмотрим *предыдущий пример* с неидеальным экспериментом, который имеет три возможных исхода: *B1*, *B2*, *B3*.**

	α_1	α_2	α_3	α_4
B_1	0.2	0.9	0.4	0.3
B_2	0.1	0.1	0.5	0.3
B_3	0.7	0	0.1	0.4

В эксперименте имеет место исход ***B*1**. Вычислить апостериорные вероятности и найти оптимальное решение.

Решение

Вычислим апостериорные вероятности по формуле **Байеса**:

- $P_{11} = P_1 * P(B_1/\alpha_1) \,/\, \sum p_j \times p(B_1/\alpha_j) = 0.043$
- P21=0,392
- P31=0,435
- P41=0,130

Решение

	α_1	α_2	α_3	α_4	
X_1	1	4	5	9	4,956
X_2	3	8	4	3	**5,395**
X_3	4	6	6	2	5,394
p'_j	***0.043***	***0.392***	***0.435***	***0.130***	

Функции управления

Для управленцев различного концептуального статуса существуют свои

функции,

задачи,

традиции,

представления о входной и выходной информации

Концептуальный уровень иерархии управления

- «Исполнитель»

Исполнение точно поставленных *задач*, детальных *указаний*;

минимум свободы принятия решений (только в части нюансов технологии исполнения задания)

- «Администратор»

Руководство группой исполнителей или небольшими отделами организации, *принятие решений о тактике действий*, *выбор* способа распределения небольших объемов активных *ресурсов*

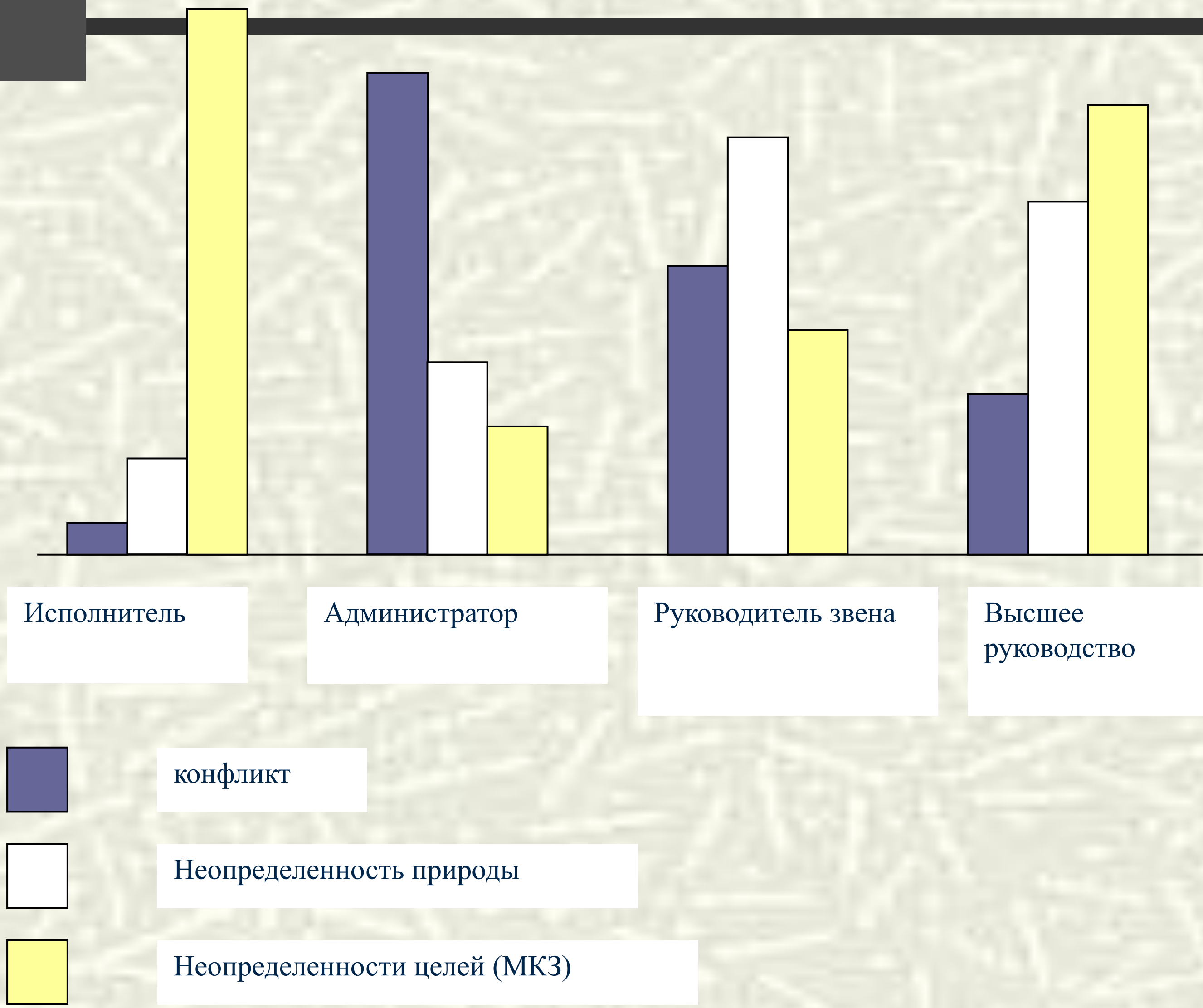
- «Руководитель звена отрасли»

Руководство крупной организацией, определение подробной *тактики действий* и элементов *стратегии поведения*,
участие в *разработке решений по стратегическим вопросам*

- «Высшее руководство»

Определение политики и выбор стратегии

Основные типы задач принятия решений условиях неопределенности



Составляюшие и источники риска в управлении

Риск

- Индивидуальный
- Ситуационный

Источники индивидуального риска

- Инициатива (авантюризм, честолюбие, эгоизм, стремление к лидерству)
- Статус (исполнение функций управления, исполнение задач взаимодействия, исполнение обязанностей по должности)

Источники ситуационного риска

- Время (дефицит времени на принятие решения, временная отдаленность будущих последствий)
- Ресурсы (недостаток ресурсов, ограниченность резерва)
- Информация (об исходах операции, о ее результатах)
- Интересы и действия других лиц (один субъект, неорганизованная группа, организованная группа)

ЛПР должно **руководить**

- Обеспечение *наименьшего уровня риска* требует ***непрерывного руководства*.**
- Оставаясь длительное время без руководства, любое дело, как и автомобиль, может двигаться только в одном направлении – под откос!

- **Понятие рационального выбора.**
- **Основные типы неопределенностей, встречающихся при принятии решений.**
- **Характеристика неопределенностей природы.**
- **В чем состоит идея преодоления природных неопределенностей?**
- **Роль вектора результатов.**
- **В чем проявляется субъективизм при принятии решения?**
- **Сколько целевых функций может быть в задачах неопределенности природы?**
- **Как направлены целевые функции в задачах неопределенности природы?**
- **Как сравнивать альтернативы в задачах неопределенности природы?**
- **Какая позиция ЛПР не допускает риск?**
- **Что является формой представления задачи неопределенности природы?**
- **Какой смысл имеют числа в матрице решений?**
- **Позиция ЛПР и классические критерии.**
- **Какие критерии выражают пессимистическую позицию ЛПР?**
- **Смысл и роль оценочной функции.**
- **Понятие риска.**
- **Какой знак имеют элементы матрицы остатков?**
- **Какие критерии применяются в условиях полной неопределенности?**
- **Какой критерий применяется в условиях риска, когда известны вероятности внешних условий?**
- **Когда имеет смысл для уточнения условий в данной неопределенной ситуации предпринять некоторый эксперимент?**
- **Как вычислить допустимую стоимость эксперимента?**
- **Как оценить целесообразность эксперимента?**
- **Идеальный эксперимент и неидеальный эксперимент**


1897
PONT ALEXANDRE III
1900