Курсовой проект

Задача размещения модулей на плате

Формулировка задачи

Размещению на плате подлежат n модулей при известной принципиальной схеме.

Определяется матрица связей $A = \| a_{ij} \|$, где a_{ij} – число связей между i и j модулями.

Все $m > n$ модулей должны быть размещены на плате разбитой на позиций.

Задана матрица $B = \| b_{sr} \|$ стоимостей "прокладки" одной линии связи между любыми модулями, размещенными на позициях s и r.

Составить модель размещения модулей на плате, минимизирующую суммарную стоимость связей.

Постановка задачи

$$x_{ir} = \begin{cases} 1, & i \text{ модуль находится на } r \text{ месте;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

$$L(x) = \frac{1}{2}\sum_{s=1}^{m}\sum_{r=1}^{m} b_{sr}\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_{is} a_{ij} x_{jr}\right) \to \min$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ir} \le 1, \quad i = 1,\ldots n$$

$$\sum_{r=1}^{m} x_{ir} = 1, \quad r = 1,\ldots m$$

$$x_{ir} \in \{0,1\}, \quad i = 1,\ldots,n; \quad r = 1,\ldots,m$$

	1	$\ldots$	i	$\ldots$	j	$\ldots$	n	Σ
1	x_{11}	$\ldots$	x_{i1}	$\ldots$	x_{j1}	$\ldots$	x_{n1}	≤ 1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
s	x_{1s}	$\ldots$	x_{is}	$\ldots$	x_{js}	$\ldots$	x_{ns}	≤ 1
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
r	x_{1r}	$\ldots$	x_{ir}	$\ldots$	x_{jr}	$\ldots$	x_{nr}	≤ 1
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
m	x_{1m}	$\ldots$	x_{im}	$\ldots$	x_{jm}	$\ldots$	x_{nm}	≤ 1
Σ	1	$\ldots$	1	$\ldots$	1	$\ldots$	1	

Условия Куна-Таккера

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) \to \max(\min)$$

$$g(x_1, x_2, ..., x_n) \le b_i, \quad i = 1, ..., m$$

$$x_i \ge 0, \quad i = 1, ..., n$$

$$L(X, Y) = f(X) + \sum_{i=1}^{n} y_i g_i(X)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_j} \le 0 \qquad \frac{\partial L}{\partial y_i} \ge 0$$

$$x_j^0 \cdot \frac{\partial L}{\partial x_j} = 0 \qquad y_i^0 \cdot \frac{\partial L}{\partial y_i} = 0$$

$$x_j^0 \ge 0 \qquad y_i^0 \ge 0$$

$$i = 1, ..., m, \quad j = 1, ..., n$$

(X^0, Y^0) - седловая точка

Реализация задачи

$$A=\begin{pmatrix}0&2\\2&0\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}0&1&4\\1&0&3\\4&3&0\end{pmatrix}$$

$$L(x)=8x_{11}x_{23}+8x_{21}x_{13}+2x_{11}x_{22}+2x_{21}x_{12}+6x_{22}x_{13}+6x_{12}x_{23}$$

$$x_{11}+x_{21}\le 1$$
$$x_{12}+x_{22}\le 1$$
$$x_{13}+x_{23}\le 1$$
$$x_{11}+x_{12}+x_{13}=1$$
$$x_{21}+x_{22}+x_{23}=1$$
$$x_{ij}\in\{0,1\},\quad i=1,2;\ j=1,2,3$$

$$W(x)=t_1+t_2=1-(x_{11}+x_{21}+x_{12}+x_{22}+x_{13}+x_{23})\to\min$$
$$t_1=1-(x_{11}+x_{12}+x_{13})$$
$$t_2=1-(x_{21}+x_{22}+x_{23})$$
$$u_1=0-(-8x_{23}-2x_{22}-\lambda_1-\lambda_4),\qquad w_1=1-(x_{11}+x_{21})$$
$$u_2=0-(-8x_{13}-2x_{12}-\lambda_1-\lambda_5),\qquad w_2=1-(x_{12}+x_{22})$$
$$u_3=0-(-2x_{21}-6x_{23}-\lambda_2-\lambda_4),\qquad w_3=1-(x_{13}+x_{23})$$
$$u_4=0-(-2x_{11}-6x_{13}-\lambda_2-\lambda_5)$$
$$u_5=0-(-8x_{21}-6x_{22}-\lambda_3-\lambda_4)$$
$$u_6=0-(-8x_{11}-6x_{12}-\lambda_3-\lambda_5)$$

?

$$x=(0,1,1,0,0,0),\quad L(x)=2$$
$$u=(0,2,2,0,0,0)$$