ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА Лекция 2

- **Законы Кирхгофа.**
- Первый закон Киргофа.
- Алгебраическая сумма токов в узловой точке равна нулю. $\Sigma I_i = 0$

Узловой точкой (узлом) называется точка соединения более 2-х ветвей. Алгебраическая сумма подразумевает суммирование токов с учетом знака. Токи, притекающие к узловой точке, считаются положительными. Токи, уходящие от узловой точки, считаются отрицательными.

Второй закон Кирхгофа.

Во всяком замкнутом контуре алгебраическая сумма э.д.с. равна сумме падений напряжений на элементах этого контура. $\Sigma E_i = \Sigma I{\cdot}R_i$

При записи второго закона Кирхгофа необходимо задать направление обхода контура.

При обходе замкнутого контура по часовой стрелке (или против часовой стрелки) э.д.с. и токи, направление которых совпадают с принятым направлением обхода, следует считать положительными, а э.д.с. и токи, направленные встречно – отрицательными. Иногда удобно пользоваться другой формой записи закона $\Sigma E_i = \Sigma U_i + \Sigma I{\cdot}R_i$.

Электрические цепи постоянного тока

- **Расчёт цепей с несколькими источниками питания.**

Расчёт цепей с несколькими источниками питания основан на применении первого и второго законов Кирхгофа.

Последовательность расчёта:

1) по возможности упрощают схему, заменяя несколько сопротивлений эквивалентным;

2) наносят на схеме известные направления э.д.с.;

3) задаются положительными направлениями токов;

4) составляют уравнения по первому закону Кирхгофа для всех узловых точек, кроме одной;

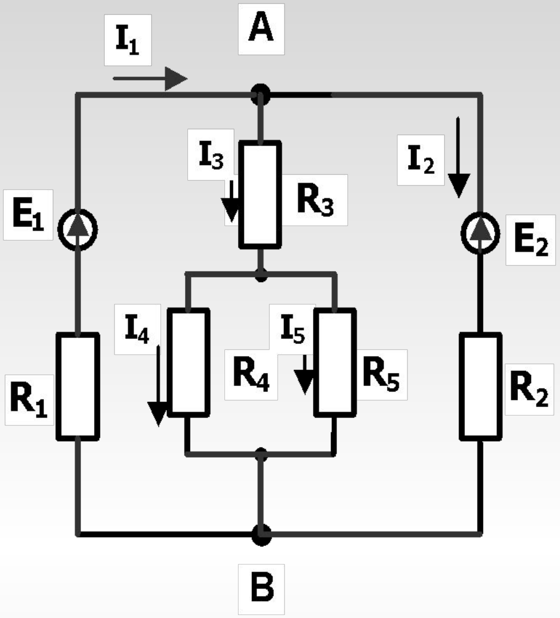
5) составляют недостающие уравнения по второму закону Кирхгофа;

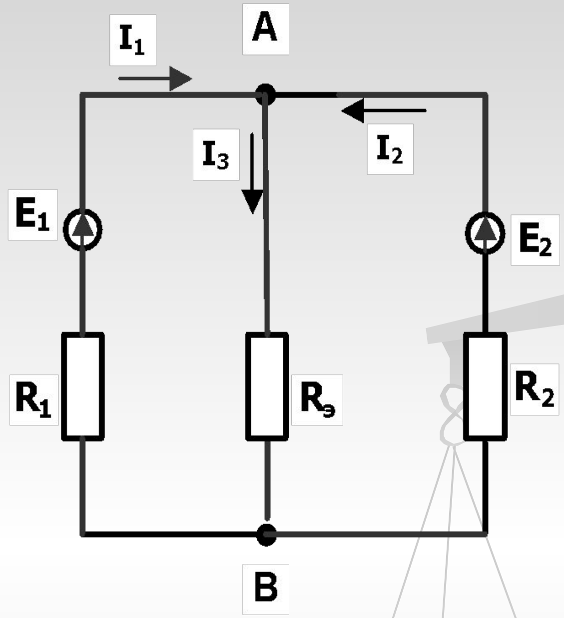
6) решают систему уравнений и определяют неизвестные токи.

Если некоторые значения токов получаются со знаком «минус», то это означает, что они имеют направления, обратные тем, которые были условно приняты для этих токов в начале расчёта.

Этот метод удобен при небольшом количестве неизвестных токов. При большом числе неизвестных система получается слишком громоздкой.

- **Пример расчёта цепи с 2-мя источниками питания.**





Рассмотрим цепь, состоящую из двух источников э.д.с. E_1 и E_2 и 5-ти сопротивлений R_1-R_5

В соответствии с изложенным алгоритмом упрощаем схему, заменяя сопротивления R_3, R_4, R_5 эквивалентным $R_э$.

$$R_{\text{ý}} = R_3 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5}$$

Записываем уравнение по 1-му закону Кирхгофа

$I_1 + I_2 = I_3$. Составляем недостающие 2 уравнения по 2-му закону Кирхгофа

$E_1 - E_2 = I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2$

$E_1 = I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_э$

Решая систему 3-х уравнений с 3-мя неизвестными, находим токи I_1, I_2, I_3.

Затем находим напряжение U_{AB} и далее токи I_4 и I_5.

Электрические цепи постоянного тока

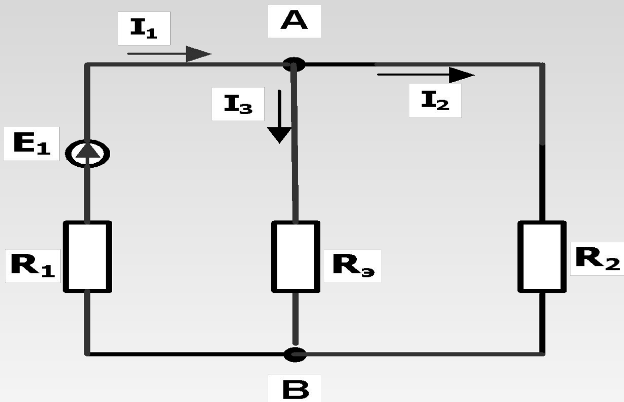
- **Метод наложения (суперпозиции).**
- Расчёт цепей с несколькими источниками питания с использованием законов Кирхгофа усложняется при числе источников больше 2-х. В этом случае система уравнений становится слишком громоздкой.

Метод наложения основан на принципе независимости действия электродвижущих сил. Токи, протекающие в цепи при наличии нескольких э.д.с. можно представить как алгебраическую сумму токов, вызываемых каждой из э.д.с. в отдельности.

Расчёт производят, полагая все э.д.с., кроме одной, равными нулю. При этом сохраняют все сопротивления неизменными. Расчёт проводят столько раз, сколько э.д.с. в цепи. Действительный ток в каждой ветви находится как сумма найденных частичных токов.

Рассмотрим метод наложения на примере той же схемы с 2-мя источниками э.д.с., что и в ранее рассмотренном методе. Для этого вначале исключаем из схемы 2-й источник и рассчитываем результирующее сопротивление цепи. После этого, используя закон Ома, находим ток в цепи оставшегося источника и токи в ветвях. Аналогично – со 2-м источником.

- **Метод наложения (суперпозиции).**



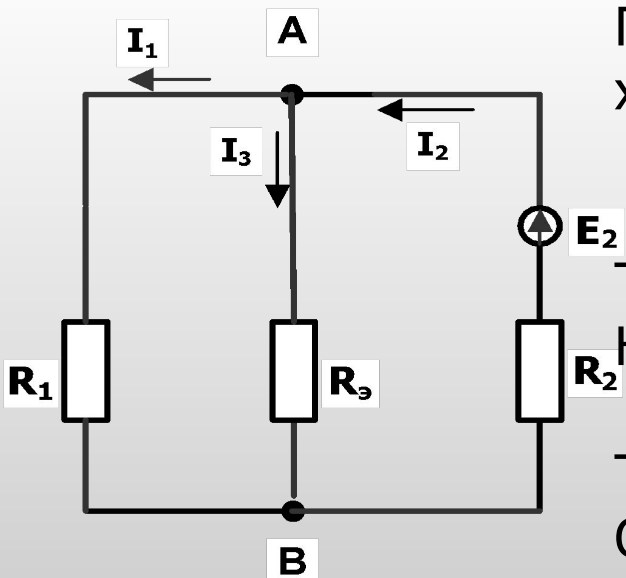
Полагая, что в цепи действует только э.д.с. E_1, на-ходим результирующее сопротивление цепи:

$$R'_{рез} = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_э}{R_2 + R_э}$$

Ток в неразветвлённой части схемы $I_1' = E_1/R'_{рез}$

Напряжение между точками разветвления: $U'_{AB} = I'_1 \cdot \frac{R_2 \cdot R_э}{R_2 + R_э}$

Токи в ветвях: $I_2' = U_{AB}'/R_2$; $I_3' = U_{AB}'/R_э$.



Полагая, что в цепи действует только э.д.с. E_2, на-ходим результирующее сопротивление цепи:

$$R''_{рез} = R_2 + \frac{R_1 \cdot R_э}{R_1 + R_э}$$

Ток в неразветвлённой части $I_2'' = E_2/R_{рез}''$.

Напряжение между точками А и В: $U''_{AB} = I''_2 \cdot \frac{R_1 \cdot R_э}{R_1 + R_э}$

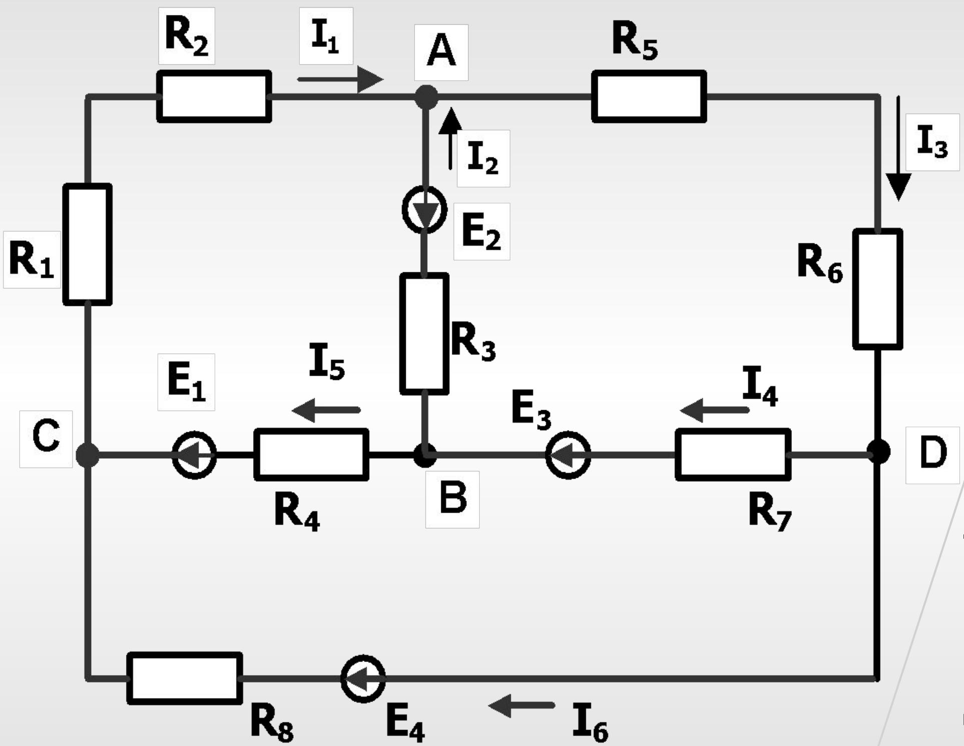
Токи в ветвях: $I_1'' = U_{AB}''/R_1$; $I_3'' = U_{AB}''/R_э$.

Осуществляем суперпозицию токов:

$I_3 = I_3' + I_3''$; $I_1 = I_1' - I_1''$; $I_2 = I_2' - I_2''$.

Электрические цепи постоянного тока

- **Метод контурных токов.**
- Метод позволяет освободиться от составления уравнений по первому закону Кирхгофа и тем самым сократить число решаемых уравнений.



Рассмотрим метод контурных токов на примере представленной схемы, содержащей 4 узловые точки A,D,B,C

Выделим в схеме 3 замкнутых контура и обозначим токи в этих контурах I_I, I_{II}, I_{III}. Составим для каждого контура уравнения по второму закону Кирхгофа, выбрав направление обхода по часовой стрелке.

В первом контуре действует 2 источника э.д.с., направление которых совпадает с направлением обхода контура. Падение напряжения на резисторах R_1, R_2, R_3, R_4 создаётся контурным током I_I. Кроме того, на резисторе R_3 создаёт падение напряжения контурный ток I_{II}, направленный встречно.

Электрические цепи постоянного тока

- На резисторе R_4 создаёт падение напряжения контурный ток I_{III}, также направленный встречно направлению обхода. Таким образом, уравнение по второму закону Кирхгофа для 1-го контура:

$$E_1 + E_2 = I_I\left(R_1 + R_2 + R_3 + R_4\right) - I_{II}R_3 - I_{III}R_4$$

Во 2-м контуре действуют 2 источника э.д.с., причём источник E_2 направлен встречно направлению обхода. Падение напряжения создаётся током I_{II} на резисторах R_3, R_5, R_6, R_7, а также током I_I на резисторе R_3 и током I_{III} на резисторе R_7. Уравнение Кирхгофа:

$$E_3 - E_2 = I_{II}(R_3 + R_5 + R_6 + R_7) - I_I R_3 - I_{III}R_7$$

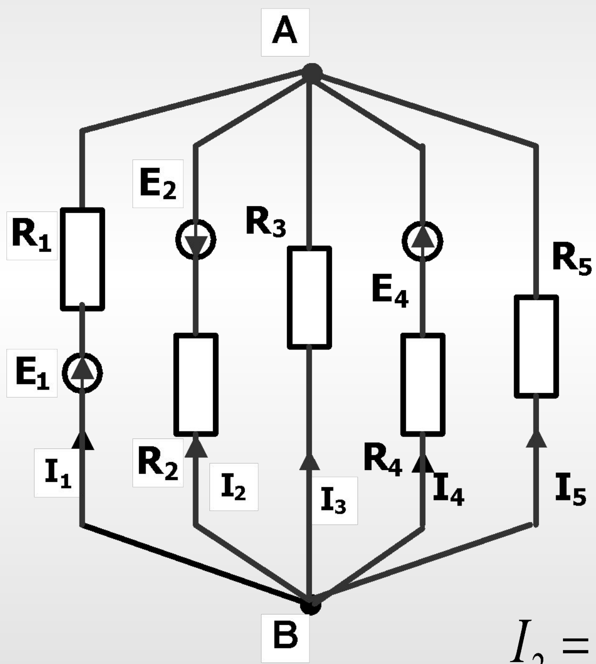
В 3-м контуре действуют источники э.д.с. E_1, E_3, E_4. Падение напряжения создаётся током I_{III} на резисторах R_4, R_7, R_8, а также токами I_I на резисторе R_4, I_{II} на резисторе R_7. Уравнение Кирхгофа:

$$E_4 - E_1 - E_3 = I_{III}(R_4 + R_7 + R_8) - I_I R_4 - I_{II}R_7$$

После нахождения контурных токов из решения системы уравнений, определяются токи в ветвях: $I_1 = I_I$; $I_2 = I_{II} - I_I$; $I_3 = I_{II}$; $I_4 = I_{II} - I_{III}$; $I_5 = I_I - I_{III}$; $I_6 = I_{III}$.

Метод узловых напряжений

Метод узловых напряжений применяют для расчёта схем, имеющих несколько параллельных ветвей, сходящихся в двух узловых точках. Рассмотрим этот метод на примере схемы из 5-ти параллельных ветвей с 3-мя источниками э.д.с.



Примем направление токов во всех ветвях одинаковыми – от узла B к узлу A. Напряжение U_{AB} между точками A и B назовём *узловым напряжением.* Применим к ветви с э.д.с. E_1 второй закон Кирхгофа: $E_1 = U_{AB} + I_1R_1$, откуда

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{AB}}{R_1} = (E_1 - U_{AB}) \cdot g_1$$

Аналогичным путём получим:

$$I_2 = \frac{-E_2 - U_{AB}}{R_2} = (-E_2 - U_{AB}) \cdot g_2 \qquad I_3 = \frac{0 - U_{AB}}{R_3} = -U_{AB} \cdot g_3$$

$$I_4 = \frac{E_4 - U_{AB}}{R_4} = (E_4 - U_{AB}) \cdot g_4 \qquad I_5 = \frac{0 - U_{AB}}{R_5} = -U_{AB} \cdot g_5$$

Расчёт цепей постоянного тока

- **Метод узловых напряжений**

По первому закону Кирхгофа $I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 = 0$. Или:
$(E_1 - U_{AB})g_1 + (-E_2 - U_{AB})g_2 - U_{AB}g_3 + (E_4 - U_{AB})g_4 - U_{AB}g_5 = 0$. Отсюда получаем формулу для определения узлового напряжения:

$$U_{AB} = \frac{E_1 g_1 - E_2 g_2 + E_4 g_4}{g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5} = \frac{\sum_1^n E_k g_k}{\sum_1^n g_k}$$

Произведение $E_k g_k$ для k-ой ветви следует брать со знаком минус, если направление э.д.с. E_k противоположно принятому направлению тока. Определив узловое напряжение, находят значения токов в отдельных ветвях. Если значение тока получилось со знаком минус, это означает, что направление тока в ветви противоположно тому, которое было принято первоначально.

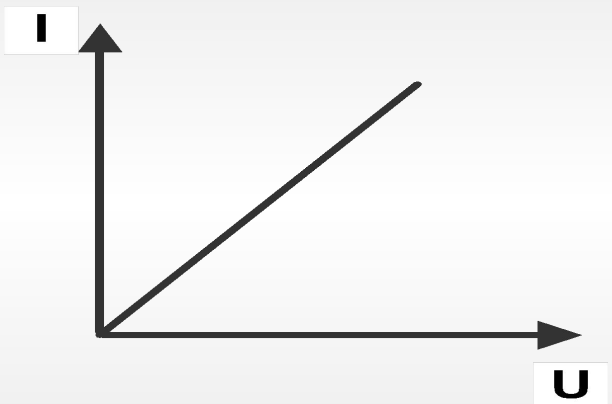
Расчёт цепей постоянного тока

- **Нелинейные электрические цепи постоянного тока.**

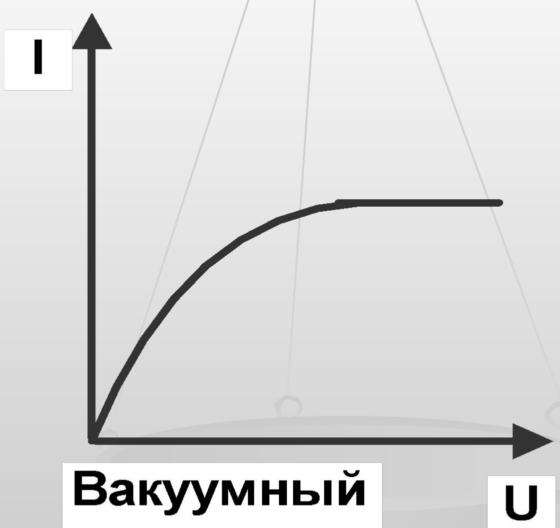
Линейной называется электрическая цепь для которой справедлив закон Ома. Другими словами – это цепь с постоянным сопротивлением.

Вольтамперная характеристика линейной цепи.

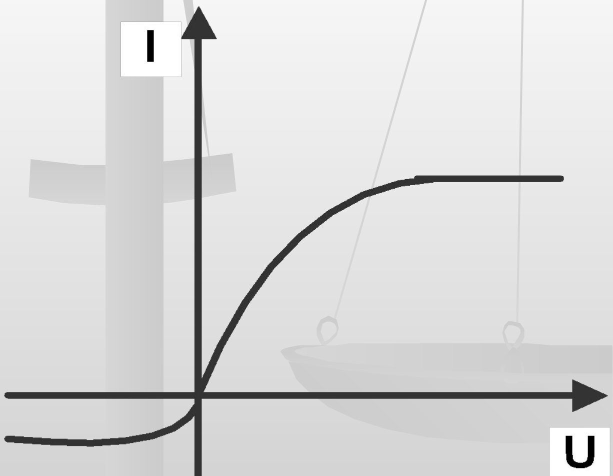
Нелинейная цепь – цепь, для которой не выполняется закон Ома. Это происходит в тех случаях, когда сопротивление цепи не постоянно, а зависит от протекающего тока. Примерами нелинейных цепей являются бареттер, вакуумный и полупроводниковый диоды.



Бареттер



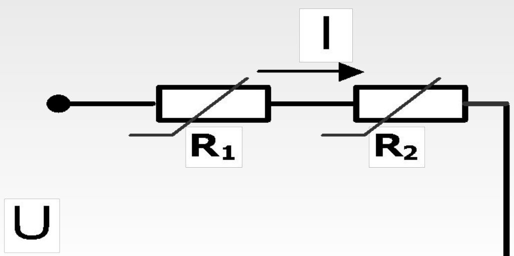
Вакуумный диод

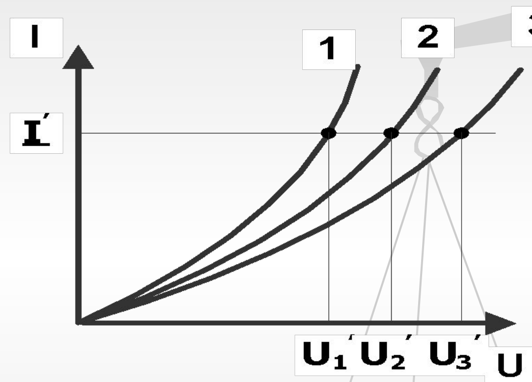


Полупроводниковый диод

- Для расчёта нелинейных цепей используются графоаналитические методы, основанные на применении законов Кирхгофа и вольтамперных характеристик нелинейных элементов.

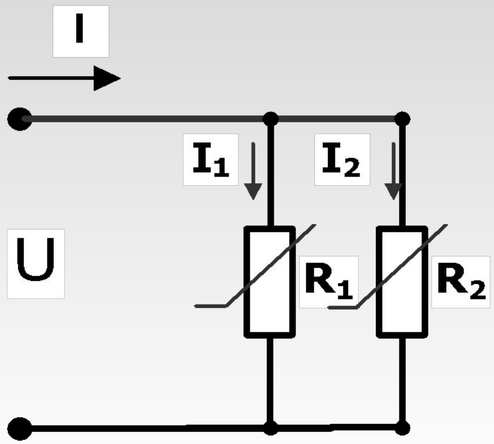
Последовательное соединение элементов.

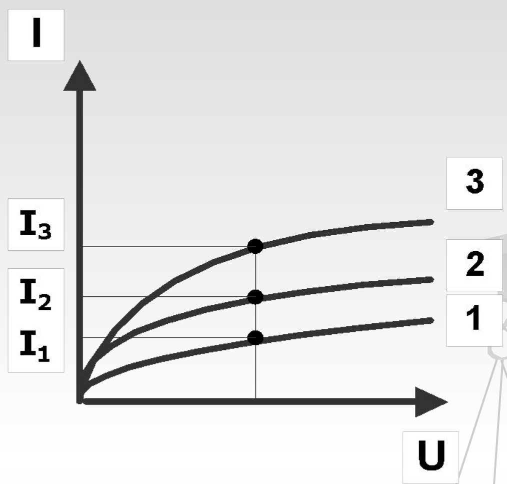




На рисунке кривые 1 и 2 – вольтамперные характеристики нелинейных элементов R_1 и R_2. Проводим горизонтальные линии постоянного тока. Пересечения этих линий с характеристиками 1, 2 дают падение напряжения на соответствующих участках последовательной цепи. Сумма падений напряжения U_1 и U_2 представляет собой результирующее напряжение U на всей последовательной цепи. Проводя графическое суммирование падений напряжений при различных значениях тока в цепи, строим характеристику 3 всей последовательной нелинейной цепи. По этой характеристике определяют падение напряжения при заданном токе или по заданному напряжению определяют величину тока в цепи.

- <u>Параллельное соединение элементов.</u>





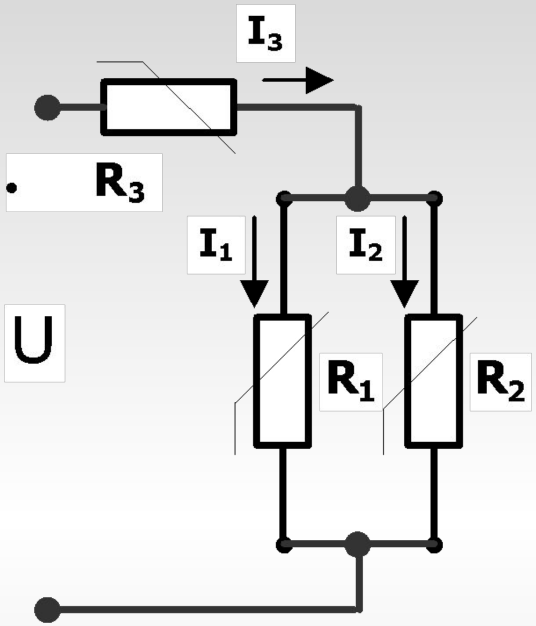
На участке параллельного соединения одинаково напряжение

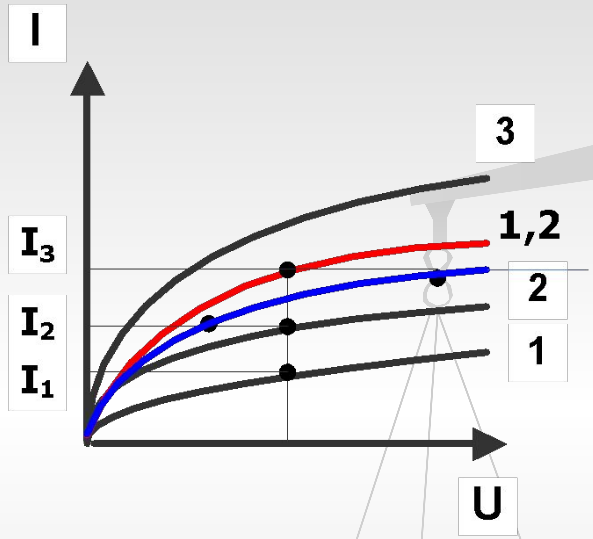
Поэтому на вольтамперных характеристиках нелинейных элементов (1,2) проводят вертикальные линии постоянного напряжения. Пересечения этих линий с характеристиками 1, 2 дают значения токов через нелинейные элементы. Графическое сложение этих токов даёт вольтамперную характеристику 3 всей нелинейной цепи. Таким образом, для расчёта цепи параллельно соединённых элементов используют эту характеристику.

<u>Смешанная цепь.</u>

Цепь, состоящую из участка параллельно соединённых элементов и участка последовательного соединения, рассчитывают по тем же принципам, что и линейную смешанную цепь. Т.е. вначале рассчитывают параллельный участок, а затем последовательный.

- **Смешанная цепь**





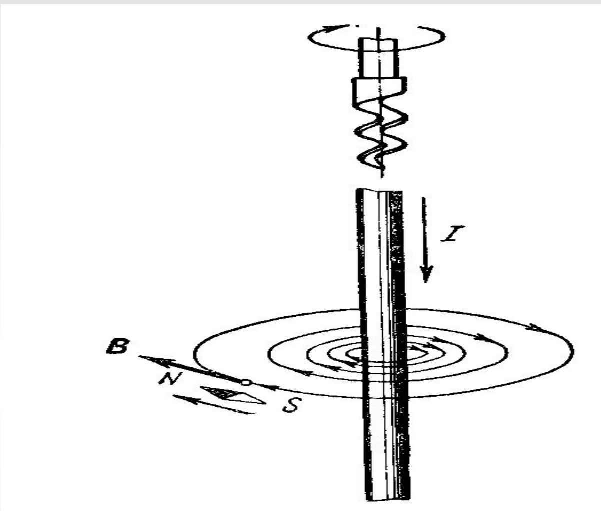
На графике кривые 1 и 2 – вольтамперные характеристики нелинейных элементов R_1 и R_2. Складывая токи при постоянных значениях напряжения на участке параллельной цепи, получаем вольтамперную характеристику параллельного участка $R_{1,2}$ (красная кривая).

Эквивалентное сопротивление $R_{1,2}$ и нелинейное сопротивление R_3 образуют последовательную цепь. Складывая при постоянных значениях токов напряжения на кривых 1,2 и 3, получаем результирующую характеристику всей нелинейной цепи (синяя кривая). По этой характеристике можно определить общий ток в цепи (I_3) при заданном напряжении U на входе.

Точно так же по заданному току в цепи можно определить падение напряжения на нелинейном участке.

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

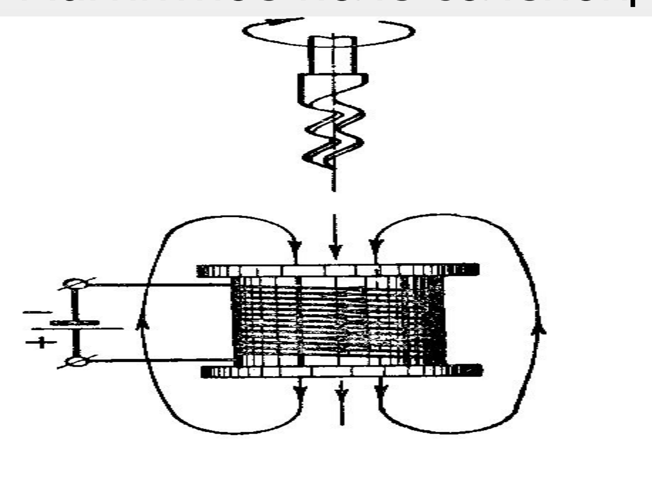
- **Магнитное поле.**
- Вокруг любого проводника с током возникает магнитное поле. Магнитное поле вокруг прямолинейного проводника с током показано на рисунке.



Направление магнитных линий и направление создающего их тока связаны между собой правилом правого винта (буравчика).

Основной величиной, характеризующей интенсивность и направление магнитного поля, является вектор магнитной индукции **B**. Этот вектор направлен по касательной к магнитной линии или от северного полюса к южному.

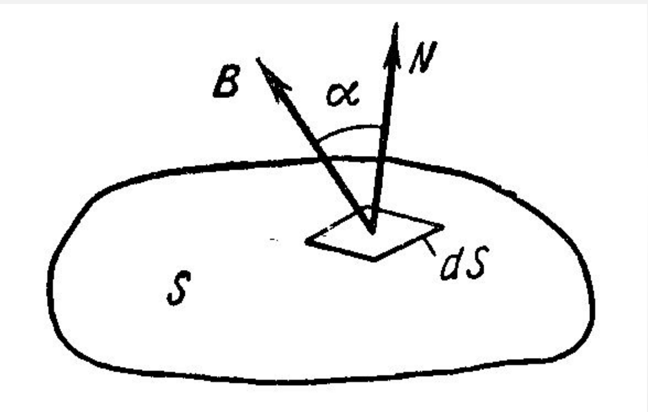
Магнитное поле соленоида.



Катушка из равномерно намотанного проводника называется соленоидом. Если по катушке пропустить постоянный ток, магнитные поля вокруг витков складываясь, образуют однородное магнитное поле внутри соленоида. Соленоид, показанный на рисунке, является электромагнитом с северным полюсом в верхней части и южным – в нижней части.

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

- **Магнитное поле.**
- Второй важной величиной, характеризующей магнитное поле является <u>магнитный поток</u> Ф. Магнитный поток связан с индукцией магнитного поля соотношением $Ф = B \cdot S \cdot \cos\alpha$, где α – угол между направлением вектора индукции и нормалью к плоскости, через которую проходит магнитный поток.



В системе СИ единица измерения магнитной индукции – Тесла (Тл), а магнитного потока – Вебер (Вб).

Ещё одной характеристикой магнитного поля является <u>напряженность магнитного поля</u> **H**. Единица измерения напряженности А/м. Вектор магнитной индукции и вектор напряженности связаны соотношением $\mathbf{B} = \mu_a \cdot \mathbf{H}$, где μ_a - абсолютная магнитная проницаемость среды: $\mu_a = \mu \cdot \mu_0$. Здесь $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – абсолютная магнитная проницаемость вакуума; μ – относительная магнитная проницаемость среды. У ферромагнитных материалов величина $\mu >> 1$ и может достигать нескольких тысяч или даже десятков тысяч. Поэтому при одной и той же напряженности поля магнитный поток в ферромагнитном материале много больше магнитного потока в немагнитных материалах.

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

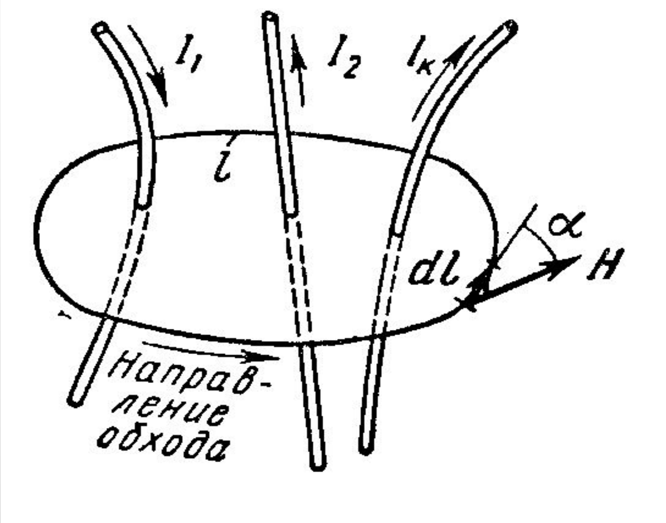
- **Магнитные цепи.**
- Магнитной цепью называют совокупность нескольких участков – ферромагнитных и неферромагнитных, по которым замыкаются линии магнитного потока.

Закон полного тока.

Математическим выражением этого закона служит следующая формула:

$$\oint \vec{H}\, dl = \oint H \cdot \cos\alpha \cdot dl = \sum I_i$$

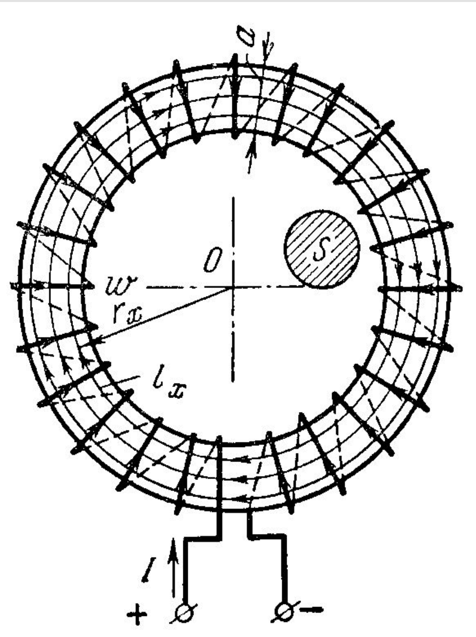
Здесь **H** – вектор напряженности магнитного поля в данной точке пространства; dl – элемент длины замкнутого контура l; α – угол между направлением векторов **H** и **dl**; ΣI_i – алгебраическая сумма токов, пронизывающих контур



Ток считается положительным, если принятое направление обхода контура и направление тока связаны между собой правилом буравчика. Для приведенного примера ток I_1- отрицателен, а токи I_2, I_k- положительны.

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

- **Закон Ома для магнитной цепи.**
- Рассмотрим простейшую магнитную цепь, выполненную в виде кольца из однородного материала. Намагничивающая обмотка расположена равномерно по кольцу, имеет w витков и обтекается током I. Магнитные линии внутри кольца представляют собой концентрические окружности.



Запишем закон полного тока, учитывая, что: 1) направления векторов **H** и **dl** совпадают, следовательно, угол α равен нулю; 2) величина H_x во всех точках контура в силу симметрии одинакова; 3) сумма токов, пронизывающих контур равна Iw. Тогда $H_x l_x$ = Iw. Отсюда

$$H_x = \frac{Iw}{l_x} = \frac{Iw}{2\pi r_x},$$

где l_x – длина контура; r_x – радиус окружности. Магнитный поток в кольце

$$\hat{O} = \hat{A} \cdot S = \mu_a \cdot H \cdot S = \mu_a \cdot S \cdot \frac{Iw}{l} = \frac{Iw}{\dfrac{l}{\mu_a \cdot S}} = \frac{F}{R_m}$$

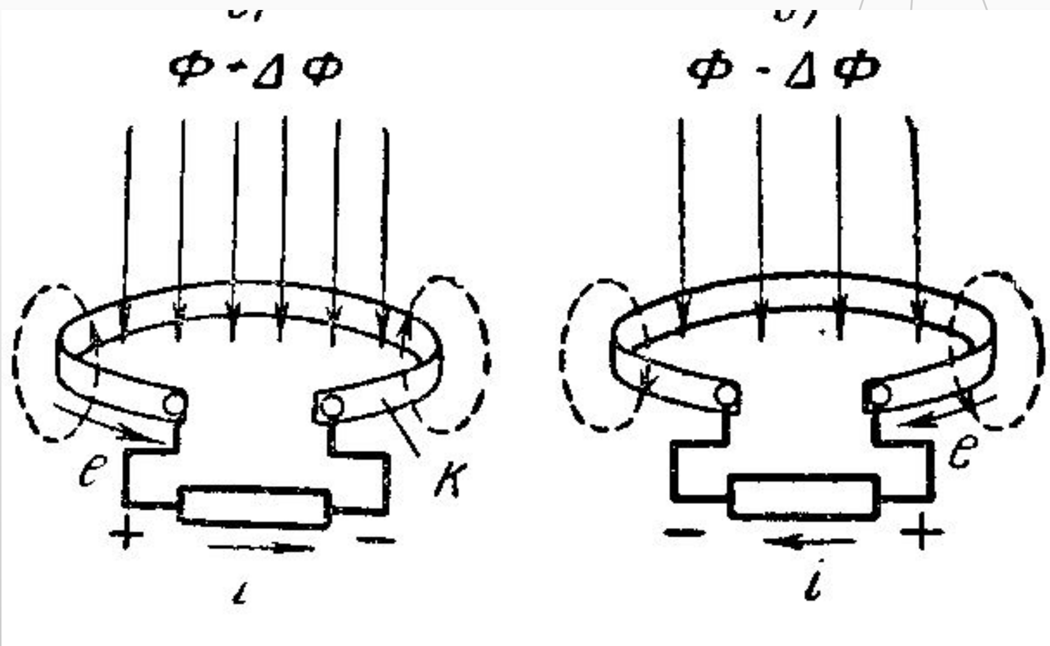
Произведение Iw = F получило название <u>намагничивающей силы.</u> Величину $l/\mu_a S = R_m$ называют магнитным сопротивлением. В связи с этим полученную формулу принято называть законом Ома для магнитной цепи.

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

- **Электромагнитная индукция.**
- Явление электромагнитной индукции, открытое Фарадеем, заключается в том, что при изменении магнитного потока Ф, пронизывающего контур, в этом контуре индуцируется э.д.с. $E = -\frac{d\hat{O}}{dt}$

Под действием э.д.с. в контуре возникает ток, направление которого совпадает с направлением э.д.с.

Знак «минус» введен в соответствии с принципом электромагнитной инерции, установленным Ленцем. Согласно этому принципу, всякий электрический контур стремится сохранить пронизывающий его магнитный поток.



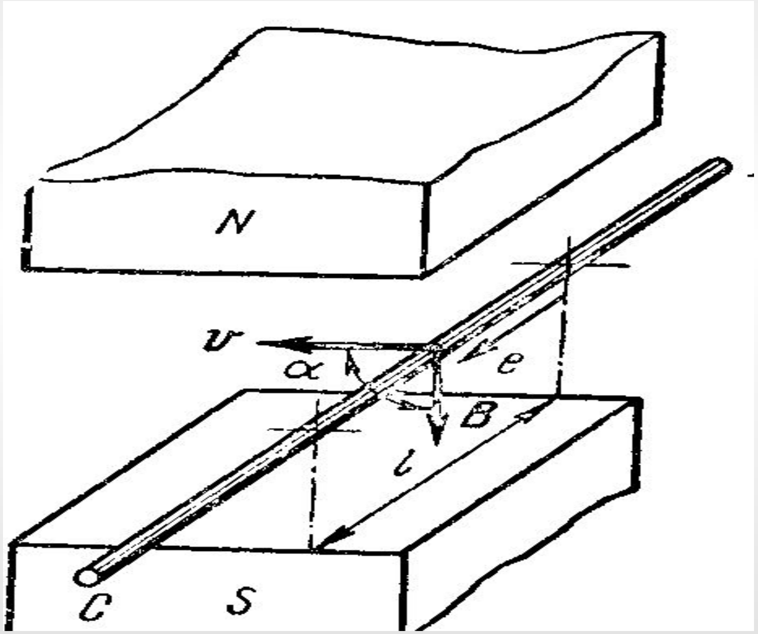
Рисунки иллюстрируют противодействие меняющемуся магнитному потоку при его увеличении и поддержание уменьшающегося потока. Если контур состоит из w витков, э.д.с. индукции:

$E = -w \cdot d\Phi/dt$

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

- **Электромагнитная индукция.**
- При движении проводника, расположенного перпендикулярно к линиям магнитного поля, индуцируемая э.д.с. определяется по формуле:

$E = B \cdot l \cdot v \cdot \sin \alpha$, где l – длина проводника в магнитном поле; v – скорость его движения; α – угол между вектором скорости и вектором индукции.



Направление э.д.с. определяется правилом правой руки: правую руку располагают так, чтобы вектор индукции входил в ладонь, а большой палец указывал направление вектора скорости. Тогда четыре вытянутых пальца покажут направление э. д.с., а следовательно и направление тока.