

## Пространственная фильтрация изображений

Изображения, сформированные различными информационными системами, искажаются действием помех. **Ослабление действия помех достигается фильтрацией.**

*При фильтрации яркость (сигнал) каждой точки исходного изображения, искаженного помехой, заменяется некоторым другим значением яркости, которое признается в наименьшей степени искаженным помехой.*

Задача заключается в том, чтобы найти эффективную вычислительную процедуру, которая позволяла бы достигать **наилучших результатов.** Существует ряд методов и алгоритмов фильтрации, что связано с большим разнообразием сюжетов, которые приходится описывать различными математическими моделями. Кроме того, применяются различные критерии оптимальности, что также ведет к разнообразию методов фильтрации. Наконец, даже при совпадении моделей и критериев очень часто из-за математических трудностей не удается найти оптимальную процедуру. Сложность нахождения точных решений порождает различные варианты приближенных методов и процедур.

В практике цифровой обработки изображений широко используется масочная фильтрация. В качестве маски используется множество весовых коэффициентов, заданных во всех точках окрестности, обычно симметрично окружающих рабочую точку кадра. Распространенным видом окрестности, часто применяемым на практике, является квадрат  $3 \times 3$  с рабочим элементом в центре (рис. 2). На рис. 3 представлены элементы области и изображения под маской. При цифровой обработке изображений используется декартова система координат с началом в левом верхнем углу кадра и с положительными направлениями из этой точки вниз и вправо.

$W_{(-1,-1)}$	$W_{(-1,0)}$	$W_{(-1,1)}$
$W_{(0,-1)}$	$W_{(0,0)}$	$W_{(0,1)}$
$W_{(1,-1)}$	$W_{(1,0)}$	$W_{(1,1)}$

Рис. 2. Коэффициенты маски с относительными значениями координат

$f_{(i-1,j-1)}$	$f_{(i-1,j)}$	$f_{(i-1,j+1)}$
$f_{(i,j-1)}$	$f_{(i,j)}$	$f_{(i,j+1)}$
$f_{(i+1,j-1)}$	$f_{(i+1,j)}$	$f_{(i+1,j+1)}$

Рис. 3. Элементы области изображения под маской

Сущность процедуры фильтрации заключается в смещении маски фильтра по изображению с шагом один пиксель слева направо, сверху вниз. При этом отклик задается суммой произведений коэффициентов фильтра на соответствующие значения пикселей в области, покрытой маской фильтра. Для маски размером  $3 \times 3$  отклик  $r$  определяется:

$$r = w_{(-1,-1)}f_{(i-1,j-1)} + w_{(-1,0)}f_{(i-1,j)} + w_{(-1,1)}f_{(i-1,j+1)} + \\ + w_{(0,-1)}f_{(i,j-1)} + w_{(0,0)}f_{(i,j)} + w_{(0,1)}f_{(i,j+1)} + w_{(1,-1)}f_{(i+1,j-1)} + \\ + w_{(1,0)}f_{(i+1,j)} + w_{(1,1)}f_{(i+1,j+1)}.$$

В общем случае фильтрация изображения  $f_{ij}$  размером  $M \times N$  с использованием маски размером  $m \times n$  описывается выражением:

$$g_{ij} = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w_{st} f_{i+s, j+t},$$

где  $a = (m - 1) / 2$ ,  $b = (n - 1) / 2$ .

Таким образом, можно использовать маски размерности не только  $3 \times 3$ , но и большей размерности, например,  $5 \times 5$ ,  $7 \times 7$  и т.п.

Процедура линейной фильтрации в частотной области аналогична операции свертки, поэтому линейную пространственную фильтрацию называют сверткой маски с изображением.

Если центр маски находится на границе изображения, то ее края выходят за пределы изображения. Для обработки краев изображений используются следующие приемы:

*– Дополнение средним значением.*

Все недостающие отсчеты считаются равными среднему значению отсчетов последовательности: статистическому среднему или среднему по заданной последовательности. Наиболее часто встречающаяся разновидность этого способа – дополнение нулями. Недостатком его является то, что при экстраполяции средним значением почти всегда имеются большие разрывы в величине отсчетов сигнала на краях последовательности.

*– Доопределение повторением крайних отсчетов последовательности.*

Это экстраполяция нулевого порядка. Она не дает скачков на краях, но повторение крайних отсчетов при экстраполяции на большое число дополнительных отсчетов сильно искажает структуру сигнала и результат фильтрации на краях.

*– Экстраполяция более высокого порядка.*

Недостающие отсчеты определяются как взвешенная сумма крайних заданных отсчетов последовательности. Веса могут выбираться из статистических соображений по критерию минимума среднеквадратической ошибки экстраполяции, если известна статистическая корреляционная функция сигнала, или классическими методами, сохраняющими значения первых, вторых и более высоких разностей сигнала. Метод неудобен сложностью вычислений.

## Низкочастотная пространственная фильтрация

В спектре шума, как правило, содержатся более высокие пространственные частоты, чем в спектре обычного изображения. Следовательно, простая усредняющая или сглаживающая пространственная фильтрация может служить эффективным средством подавления высокочастотных шумов.

Пусть отсчеты полезного изображения мало меняются в пределах маски. На изображение накладывается аддитивный шум, отсчеты которого случайны и независимы (или слабо зависимы) со статистической точки зрения. **В этом случае механизм подавления шума с использованием фильтрации состоит в том, что при суммировании шумы компенсируют друг друга.** Эта компенсация будет происходить тем успешнее, чем большее число членов в сумме, то есть чем больше размер (апертура) маски.

При импульсной помехе механизм подавления состоит в том, что импульс «расплывается» и становится менее заметным на общем фоне. На рис. 4 приведены сглаживающие массивы трех разновидностей, часто называемые шумоподавляющими масками:

$$H1 = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad H2 = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad H3 = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Рис. 4. Сглаживающие маски

Эти массивы **нормированы для получения единичного коэффициента передачи**, чтобы процедура подавления шума не вызывала смещения средней яркости обработанного изображения. На рис. 5 показан пример работы маски H1.

9	8	9	→	9	8	9
7	<b>16</b>	8		7	<b>9</b>	8
8	9	8		8	9	8

Рис. 5. Пример работы маски H1

Для фрагментов, представленных на рис. 5, центральный элемент определяется следующим образом:

$$r = \frac{1}{9} (1 \cdot 9 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 9 + 1 \cdot 7 + 1 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 9 + 1 \cdot 8) = 9.$$



Однако часто в пределах апертуры значения полезного изображения все же изменяются заметным образом. Это бывает, в частности, когда в пределы маски попадают контуры. Как уже было сказано, с физической точки зрения маски  $H1-H3$  являются фильтрами нижних частот, подавляющими высокочастотные гармоники и шума, и полезного изображения. Это приводит не только к ослаблению шума, но и к размыванию контуров на изображении.

Для устранения эффекта размывания контуров при подавлении шума следует переходить к нелинейной обработке. Примером нелинейного фильтра для подавления шума служит медианный фильтр.

Медианная фильтрация представляет собой эвристический метод обработки, ее алгоритм не является математическим решением строго сформулированной задачи. Поэтому уделяется большое внимание анализу эффективности обработки изображений на ее основе и сопоставлению с другими методами.

При медианной фильтрации используется двумерное окно (апертура фильтра), обычно имеющее центральную симметрию, при этом его центр располагается в текущей точке фильтрации. На рис. 6 показаны два примера наиболее часто применяемых вариантов окон в виде креста и в виде квадрата. Размеры апертуры принадлежат к числу параметров, оптимизируемых в процессе анализа эффективности алгоритма.



Рис. 6. Примеры окон при медианной фильтрации изображений

Обозначим рабочую выборку в виде одномерного массива  $W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ ; число его элементов равняется размеру окна, а их расположение произвольно. Обычно применяют окна с нечетным числом точек  $n$  (это автоматически обеспечивается при центральной симметрии апертуры и при вхождении самой центральной точки в ее состав). Если упорядочить последовательность  $\{w_k, k = \overline{1, n}\}$  по возрастанию, то ее медианой будет тот элемент выборки, который занимает центральное положение в этой упорядоченной последовательности. Полученное таким образом число и является продуктом фильтрации для текущей точки кадра. Формальное обозначение описанной процедуры представляется в виде:

$$g^* = med(w_1, w_2, \dots, w_n).$$



Рассмотрим пример. Предположим, что выборка имеет вид:  $W = \{9, 8, 9, 7, 16, 8, 8, 9, 8\}$ , а элемент 16, расположенный в ее центре, соответствует текущей точке фильтрации. Большое значение яркости в этой точке кадра может быть результатом воздействия импульсной (точечной) помехи. Упорядоченная по возрастанию выборка имеет при этом вид  $\{7, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 16\}$ , следовательно  $g^* = 8$ . Влияние соседних пикселей на результат фильтрации в текущей точке привело к игнорированию импульсного выброса яркости, что принято рассматривать как эффект фильтрации.

**Если импульсная помеха не является точечной, а покрывает некоторую локальную область, то она также может быть подавлена с помощью медианной фильтрации, если размер этой локальной области будет меньше, чем половина размера апертуры фильтра.**

Поэтому для подавления импульсных помех, поражающих локальные участки изображения, следует увеличивать размеры апертуры медианного фильтра. При подавлении независимого гауссовского шума эффективность медианной фильтрации ниже эффективности линейной фильтрации.

*Медианная фильтрация в меньшей степени сглаживает границы изображения, чем любая линейная фильтрация.*

Предположим, что апертура фильтра находится вблизи границы, разделяющей светлый и темный участки изображения, при этом ее центр располагается в области темного участка. Тогда, вероятнее всего, рабочая выборка будет содержать большее количество элементов с малыми значениями яркости, и, следовательно, медиана будет находиться среди тех элементов рабочей выборки, которые соответствуют этой области изображения. Ситуация меняется на противоположную, если центр апертуры смещен в область более высокой яркости. Но это и означает наличие чувствительности у медианного фильтра к перепадам яркости.

### **Подчеркивание границ**

Известно, что фотографическое или телевизионное изображение с подчеркнутыми границами оказывается субъективно более приятным, чем фотометрически совершенная репродукция. Повышение резкости изображений может быть достигнуто путем численного дифференцирования. С принципиальной точки зрения, величина отклика оператора производной в точке изображения пропорциональна степени разрыва изображения в данной точке. Таким образом, дифференцирование изображения позволяет усилить перепады яркости и другие разрывы (шумы, помехи) и не подчеркивать области с медленными изменениями яркостей.

Для вычисления двумерной второй производной и наложение результата на изображение (высокочастотная фильтрация) используются три маски (рис. 7):

$$H4 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad H5 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad H6 = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

Рис. 7. Маски для выполнения высокочастотной фильтрации

Одной из задач фильтрации изображений с подъемом высоких частот является случай, когда исходное изображение темнее, чем требуется. В этом случае можно варьировать коэффициент усиления высоких частот  $U > 1$  (рис. 8) для увеличения общей яркости изображения. Примеры обработки изображений показаны на рис. 9 – 14.

$$H7 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & U+4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad H8 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & U+8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad H9 = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & U+4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

Рис. 8 Маски высокочастотной фильтрации с изменением яркости

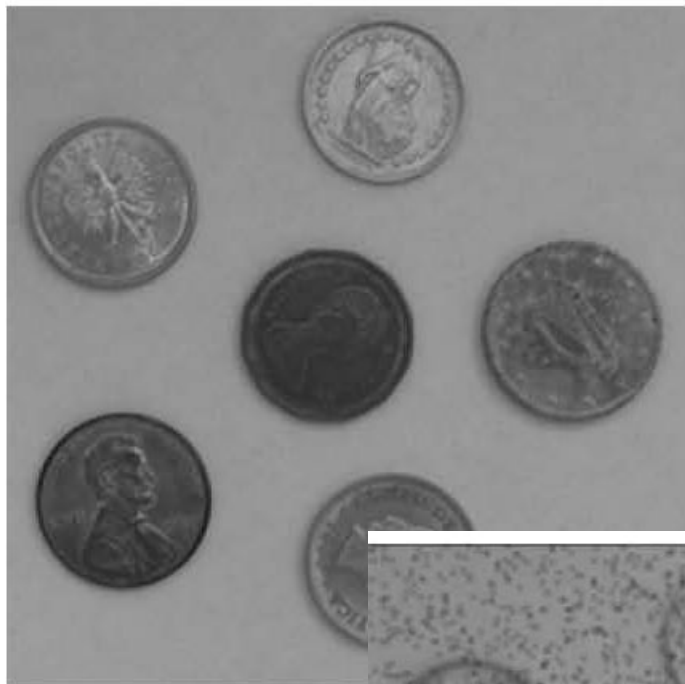


Рис. 9. Исходное

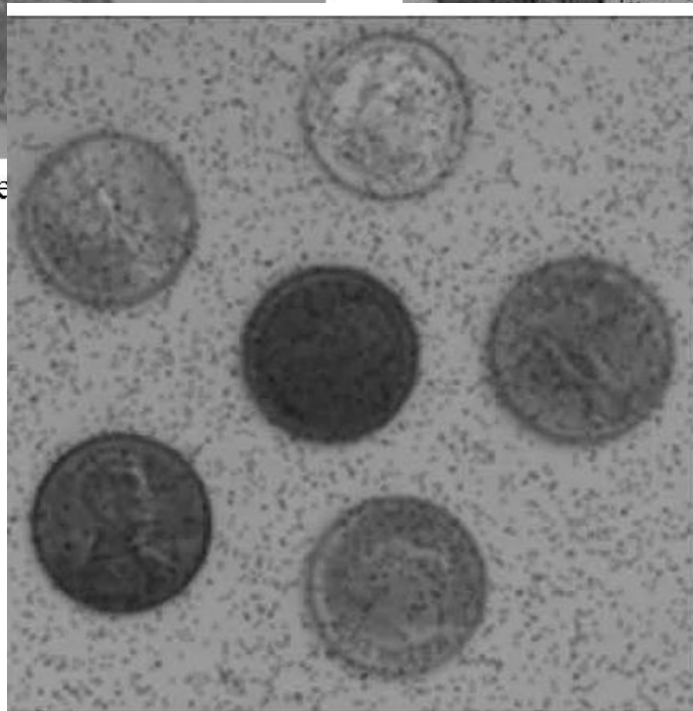
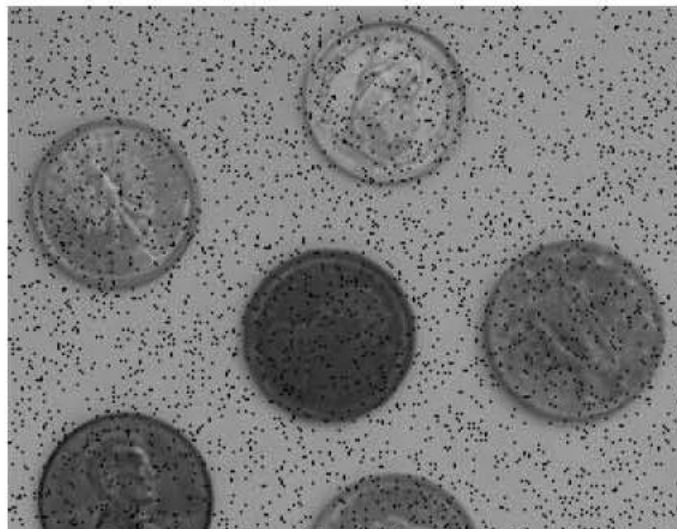


Рис. 11. Результат применения  
фильтра N1



Рис. 12. Результат медианной  
фильтрации (маска 3×3)



Рис. 13. Результат подчеркивания границ (маска H5)



Рис. 14. Результат подчеркивания границ с увеличением яркости (маска H8,  $U = 2$ )

*Анализ результатов обработки показывает, что импульсные помехи не могут эффективно подавляться сглаживающими фильтрации, но полностью удаляются подходящим медианным фильтром. Высокочастотная фильтрация не только улучшает детальность объектов на изображении, но и подчеркивает высокочастотные шумы.*