Лекция 6.

- **МИНИМИЗАЦИЯ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ**

методом Л.Ф.Викентьева

6.1 Метод поразрядного сравнения рабочих и запрещенных наборов

- Несложные функции удобно минимизировать путем сравнения рабочих и запрещенных наборов. Задача заключается в том, чтобы в каждом рабочем наборе оставить минимальное количество переменных, позволяющих отличить этот набор от всех запрещенных наборов.
- Покажем это на примере минимизации функции «импликация x в y»:

6.1 Метод поразрядного сравнения рабочих и запрещенных наборов

- Таблица импликации

x	y
(0)	0
(0)	1
1	(1)
1	0

- Здесь отдельно записаны три рабочих (единичных) набора: 00, 01, 11. Набор 10 запрещенный (нулевой). Видно, что в наборе 00 достаточно оставить переменную x, поскольку значение этой переменной в одном – единственном запрещенном наборе равно 1. Таким образом, получили импликанту (0-). Эта же импликанта покрывает и набор 01. Тогда для набора 11 необходимо оставить переменную y, то есть, получили импликанту (-1).

6.1 Метод поразрядного сравнения рабочих и запрещенных наборов

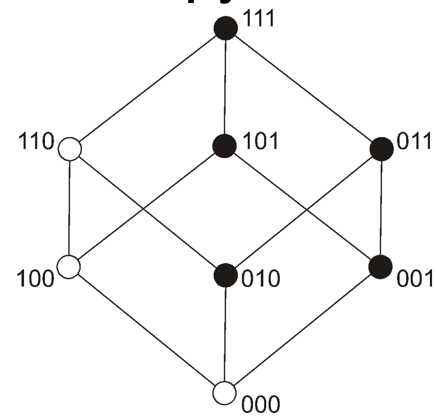
- Таким образом, импликация представлена в виде (0-)∨(-1), то есть $x \rightarrow y = \Box x \vee y$.

Минимизация по кубу соседних чисел

- Часто такую минимизацию удобно выполнять графически, например, на кубе соседних чисел, и объединять рабочие вершины в фигуры, покрываемые одной импликантой.
- Для функции трех переменных возможны следующие фигуры: вершина, ребро, сторона.

6.2 Минимизация по кубу соседних чисел

- двоичная переключательная функция (ПФ) №174_{10}



- Квадрат соответствует обобщенному коду – импликанте (--1).
- Ребро соответствует обобщенному коду – импликанте (01–)
- Таким образом, ДНФ ПФ имеет вид $(--1) \vee (01-)$

6.2 Минимизация по кубу соседних чисел

- $f(abc)=c \vee \square a\ b.$ $\quad (--1)\vee(01-)$
- На использовании куба соседних чисел основан метод поразрядного сравнения рабочих и запрещенных восьмеричных наборов – метод Л.Ф. Викентьева

6.3 Минимизация переключательных функций на основе поразрядного сравнения рабочих и запрещенных восьмеричных наборов.

- (Метод Л.Ф. Викентьева)
- Основа метода заключается в том, что минимизация переключательной функции большого числа переменных сводится к минимизации нескольких переключательных функций, зависящих не более чем от трех переменных.

Метод Л.Ф. Викентьева

- В свою очередь, для упрощения эти отдельные функции минимизируются по кубу соседних чисел, то есть исходную функцию необходимо задать в символической форме в восьмеричной системе счисления.

Метод Л.Ф. Викентьева

- Тогда для каждого разряда восьмеричного рабочего числа функции определяются запрещенные цифры, то есть такие, которые в совокупности с другими разрядами восьмеричного рабочего числа приведут к получению запрещенных чисел функции.

Метод Л.Ф. Викентьева

- Затем, используя куб соседних чисел, следует минимизировать функцию трех переменных (определить покрытие данного разряда). Так минимизируются все разряды.

Метод Л.Ф. Викентьева

- По полученным обобщенным кодам для каждого восьмеричного разряда определяется ДНФ для всего рабочего числа. По полученному покрытию определяют, какие рабочие числа покрывает дополнительно полученная импликанта (кроме данного числа).

Метод Л.Ф. Викентьева

- Числа, покрытые полученной импликантой, удаляют.
- Оставшиеся числа вновь подвергают минимизации – пока не будут покрыты все рабочие наборы. Метод особенно эффективен для недоопределенных функций.

Метод Л.Ф. Викентьева

- ПРИМЕР.
- Задана функция в восьмеричной системе счисления:
- $f_8(x_6x_5x_4x_3x_2x_1)=56[26]$.

Метод Л.Ф. Викентьева

- $f_8(x_6x_5x_4x_3x_2x_1)$=56[26].

- Всего существует 64 набора переменных для функции 6 переменных. Как видно, используется только один рабочий и один запрещенный, остальные наборы – условные.

Метод Л.Ф. Викентьева

- $f_8(x_6x_5x_4x_3x_2x_1)$=56[26].
- Каждое рабочее число соответствует члену СДНФ. Восьмеричная система позволяет очень легко переходить к СДНФ. Каждый разряд восьмеричного числа – это 3 разряда двоичного числа. В данном примере 6 переменных:
- $f_8(x_6x_5x_4x_3x_2x_1)$=(101110)= $x_6\bar{x}_5x_4x_3x_2\bar{x}_1$

Метод Л.Ф. Викентьева

- Таким образом, говорят, что ранг такого представления =6.
- $f_8(x_6x_5x_4x_3x_2x_1)$=56[26].
- Определим запрещенные числа для старшего разряда числа 56, т.е. для 5. Будем подставлять вместо первого разряда возможные числа, а их всего 7 – система-то восьмеричная!

Метод Л.Ф. Викентьева

- Получаем: 06,16,<u>26</u>,36,46,66,76. Видим, что число 2 – запрещенное, в совокупности с ним второй разряд (6) приводит к получению запрещенного набора 26.
- $f_8(x_6x_5x_4x_3x_2x_1)$=56[26].

Метод Л.Ф. Викентьева

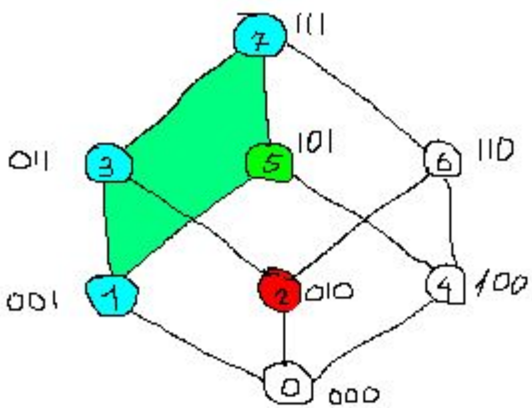
- Результат анализа запишем следующим образом:

$$56 \rightarrow \frac{5}{2}6.$$

- Цифра 5, стоящая над чертой указывает заданное значение старшего разряда рабочего числа, а цифра 2, стоящая под чертой, – запрещенное значение этого разряда.

Метод Л.Ф. Викентьева

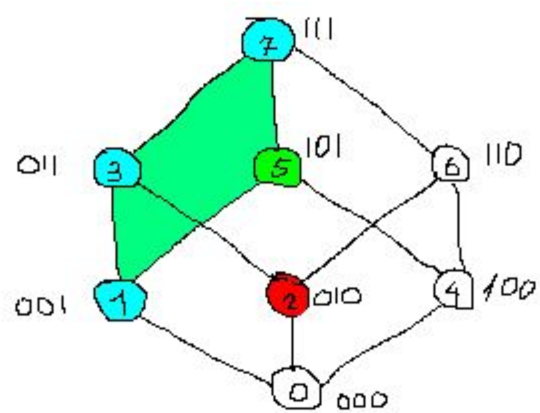
- Минимизируем функцию трех переменных f8 (x6x5x4)= 5[2] по кубу соседних чисел



Метод Л.Ф. Викентьева

- Получаем возможное покрытие $(1 \vee 3 \vee 5 \vee 7)$ и импликанту (--1).
- Запишем это таким образом:

$$56 \to (1 \vee 3 \vee 5 \vee 7)\frac{6}{-}.$$



Метод Л.Ф. Викентьева

$$56 \to (1 \vee 3 \vee 5 \vee 7)\underline{6}.$$

- Эта запись означает, что функцию, заданную одним рабочим числом 56, мы доопределили до четырех рабочих чисел: 16, 36, 56, 76. Число 56 – рабочее – вошло в покрытие, а вот запрещенное – 26 – нет.

Метод Л.Ф. Викентьева

- $f_8(x_6x_5x_4x_3x_2x_1)$=56[26].

$$56 \rightarrow (1 \vee 3 \vee 5 \vee 7)\frac{6}{-}.$$

- Теперь нужно аналогичным образом минимизировать младший разряд рабочего числа. Определим возможные наборы, которые могут получиться путем соединения покрытия $(1 \vee 3 \vee 5 \vee 7)$ и второго разряда, который может принимать значения 0,…,7: 10,…,17,30,…,37,50,…,57,70,…,77. Очевидно, что ни в одном случае мы не получим запрещенного набора 26, а значит, запрещенных чисел для второго разряда 6 рабочего числа 56 нет, поскольку запрещенный набор начинается на число 2, а двойки в покрытии $(1 \vee 3 \vee 5 \vee 7)$ нет.

Метод Л.Ф. Викентьева

- Запишем результат следующим образом:

$$56 \to (1 \vee 3 \vee 5 \vee 7)\frac{6}{-} \to (1 \vee 3 \vee 5 \vee 7) \cdot (0...7),$$

- Здесь прочерк под цифрой 6 означает отсутствие запрещенных разрядов.

- где $$(0...7) = (0 \vee 1 \vee 2 \vee 3 \vee 4 \vee 5 \vee 6 \vee 7)$$

Метод Л.Ф. Викентьева

- Таким образом, доопределили функцию до 32 наборов, но набор 26, естественно, не вошел в покрытие. Пользуясь кубом соседних чисел, минимизируем второй разряд: $f_8(x_3x_2x_1)=6$.
- Здесь нет запрещенных чисел, поэтому получаем импликанту (---), которая соответствует объединению всех вершин куба (полный куб): $f_8(x_3x_2x_1)=(---)$.
- Тогда $f_8(x_6x_5x_4x_3\ x_2x_1)=(--1)(---)=x_1$

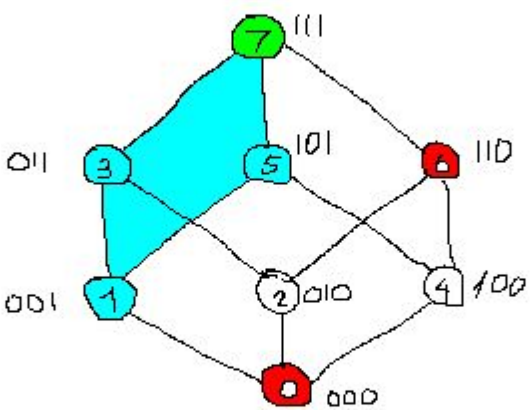
Метод Л.Ф. Викентьева

- Получено одно из возможных решений, представляющее собой простую импликанту переключательной функции, покрывающую рассмотренное восьмеричное рабочее число.
- Минимизация методом поразрядного сравнения не однозначна, возможны различные варианты решений. Можно было при минимизации первого разряда взять другие квадраты ($4\vee5\vee6\vee7$), ($0\vee1\vee4\vee5$), тогда ответ был бы другим, но все равно ранг его был бы равен 1.

Метод Л.Ф. Викентьева

- ПРИМЕР 2.
- $f_8(x_5x_4x_3\ x_2x_1)=37,22,31[00,16,10]$.

$$37 \to \frac{3}{-}7 \to (0...7)\frac{7}{0,6} \to (0...7)(1 \vee 3 \vee 5 \vee 7) = (--)(--1).$$



$$22 \to \frac{2}{-}2 \to (0...7)\frac{2}{0,6} \to (0...7)(2 \vee 3) = (--)(01-).$$

Метод Л.Ф. Викентьева

- ПРИМЕР 2.
- $f_8(x_5x_4x_3\ x_2x_1)$=37,22,31[00,16,10].
- Итак, $f_8(x_5x_4x_3x_2x_1)$=(--)(--1)$\vee$(--)(01-)=

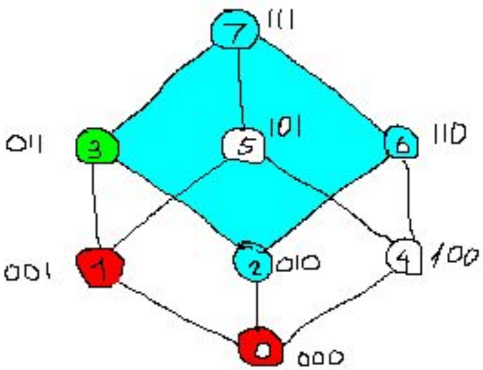
$$x_1 \vee \bar{x}_3 x_2$$

- Здесь в первом разряде обобщенных кодов два (символов «тире»), т.к. функция зависит от пяти переменных. Говорят, что старшая триада неполная.

Метод Л.Ф. Викентьева

- Теперь начнем минимизацию той же функции с младшего разряда:

$$37 \to 3\frac{7}{-} \to \frac{3}{0,1}(0...7) \to (2 \vee 3 \vee 6 \vee 7)(0...7) = (1-)(---).$$



Метод Л.Ф. Викентьева

- Получили $f_8(x_5x_4x_3\ x_2x_1)= x_5$.
- $f_8(x_5x_4x_3\ x_2x_1)$=37,22,31[00,16,10].
- Очевидно, x_5 покрывает все рабочие числа 37, 22, 31.
- Видим, что данный вариант дает самую минимальную форму.