

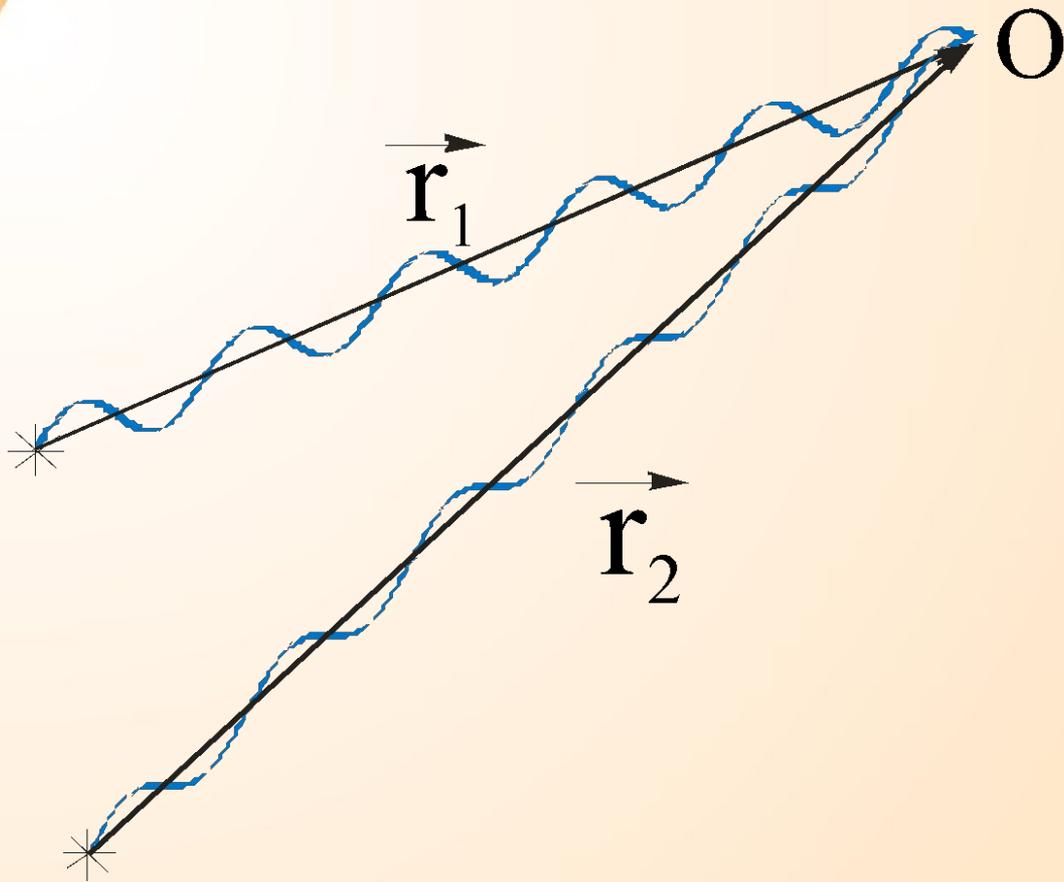
Лекция №5. Интерференция света

5.1. Понятие об интерференции. Когерентные и монохроматические волны.

- Интерференцией называется взаимодействие волн, приходящих в одну область пространства, сопровождающееся устойчивым во времени взаимным усилением колебаний в одних точках среды и ослаблении в других.

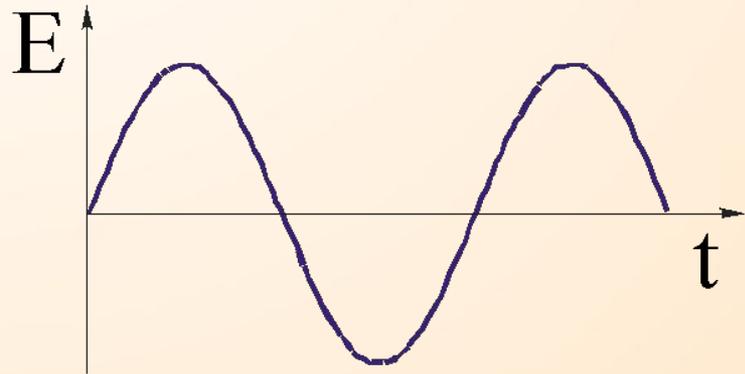
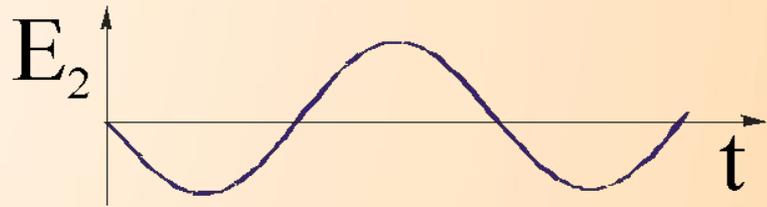
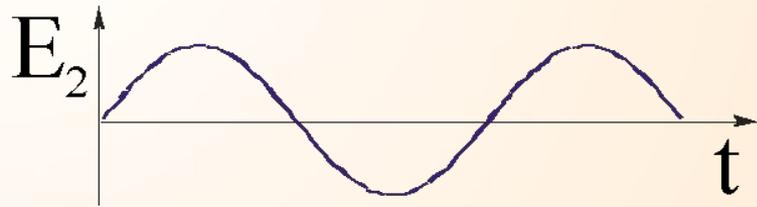
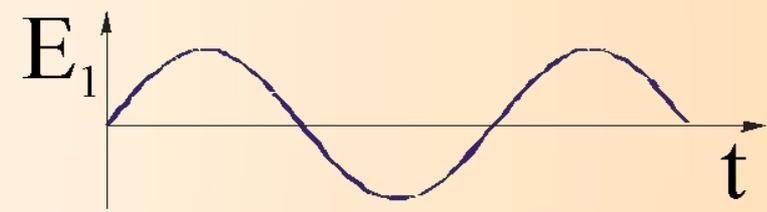
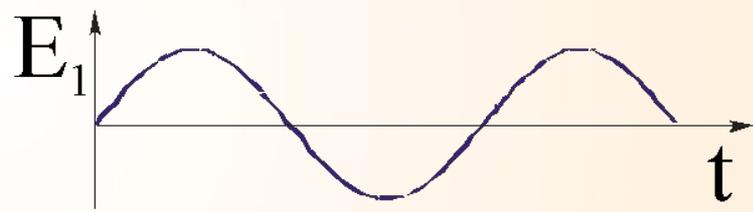
Вектор \mathbf{E} – световой вектор

$$E = A \cos(\omega t - \mathbf{k} \mathbf{r}_0 + \varphi_0)$$



$$E_1 = A_1 \cos(\omega t - k r_1 + \varphi_{01})$$

$$E_2 = A_2 \cos(\omega t - k r_2 + \varphi_{02})$$



$\delta=0$

$\delta=\pi$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \delta \quad (5.1)$$

$$\delta = \mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + (\varphi_{02} - \varphi_{01})$$

Когерентные волны \longrightarrow одинаковая частота ω
 $\delta = \text{const}$
одинаковое направление колебаний

$$I \sim A^2$$

Естественный свет

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \langle \cos \delta \rangle \quad (5.2)$$

$$\langle \cos \delta \rangle = 0 \implies I = I_1 + I_2$$

Когерентный свет

$$\delta = 2\pi m \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \Rightarrow \cos \delta = 1$$

$$\underline{I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2}}, \quad \text{при } I_1 = I_2 \quad I = 4I_1$$

$$\delta = \pi + 2\pi m \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \Rightarrow \cos \delta = -1$$

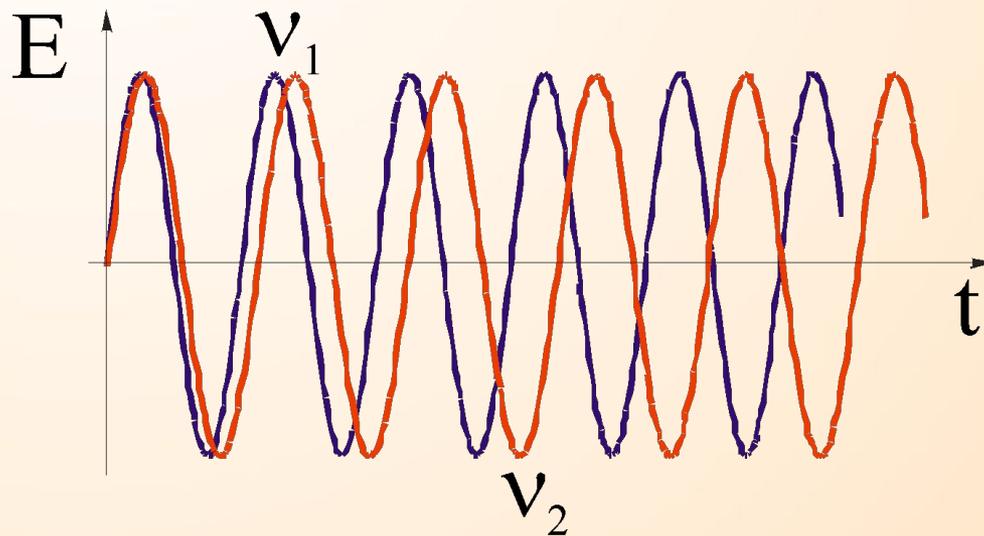
$$\underline{I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 \cdot I_2}}, \quad \text{при } I_1 = I_2 \quad I = 0$$

Монохроматическая волна

$$\lambda_0 = c/v$$

Немонохроматическая волна

$$\Delta\lambda, \Delta\nu$$



$$\nu_2 t = m$$

$$\nu_1 t \leq m + 1/2$$

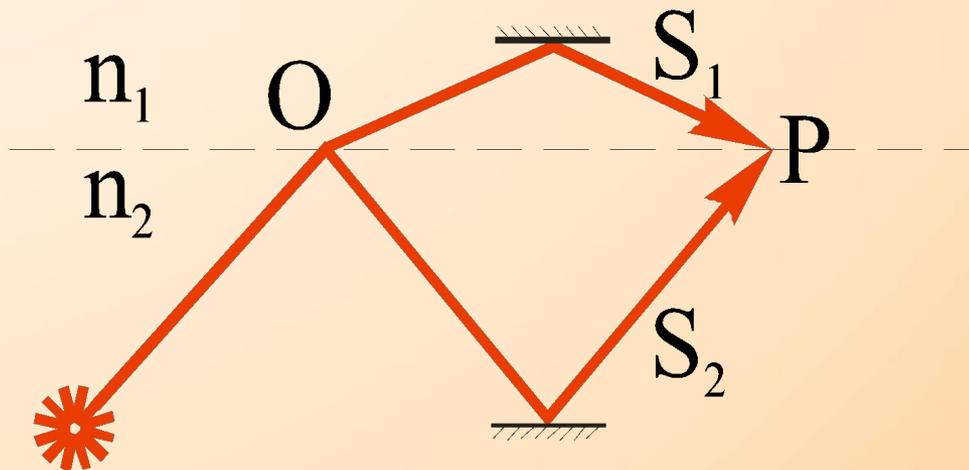
$$\nu_1 t - \nu_2 t \leq 1/2$$

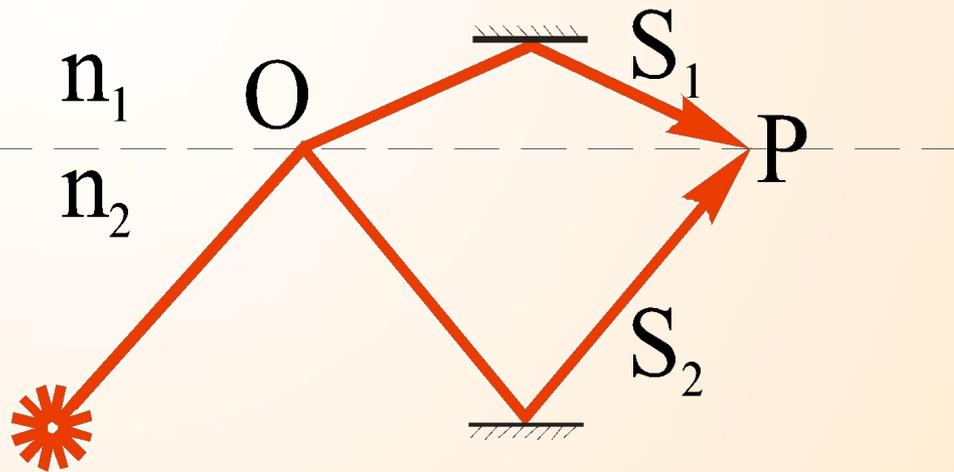
$$\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2 \leq 1/2t$$

(5.3)

5.2. Условия интерференционных минимумов и максимумов. Оптическая разность хода.

Когерентные волны могут быть получены разделением исходной волны естественного источника света на границе двух сред с различными показателями преломления n_1 и n_2 .





$$E_1 = A_1 \cos \omega(t - s_1/v_1)$$

$$E_2 = A_2 \cos \omega(t - s_2/v_2)$$

$$v_1 = c/n_1 \quad v_2 = c/n_2$$

$$\delta = \omega(t - s_1/v_1) - \omega(t - s_2/v_2) = \omega \left(\frac{s_2}{v_2} - \frac{s_1}{v_1} \right) =$$

$$= \frac{\omega}{c} (n_2 s_2 - n_1 s_1)$$

$$\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\nu}{v\lambda_0} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_2 s_2 - n_1 s_1) \quad (5.4)$$

Оптическая длина пути

$$L = ns$$

Оптическая разность хода

$$\Delta = L_2 - L_1$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta\right) \quad (5.5)$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta = 2\pi m$$

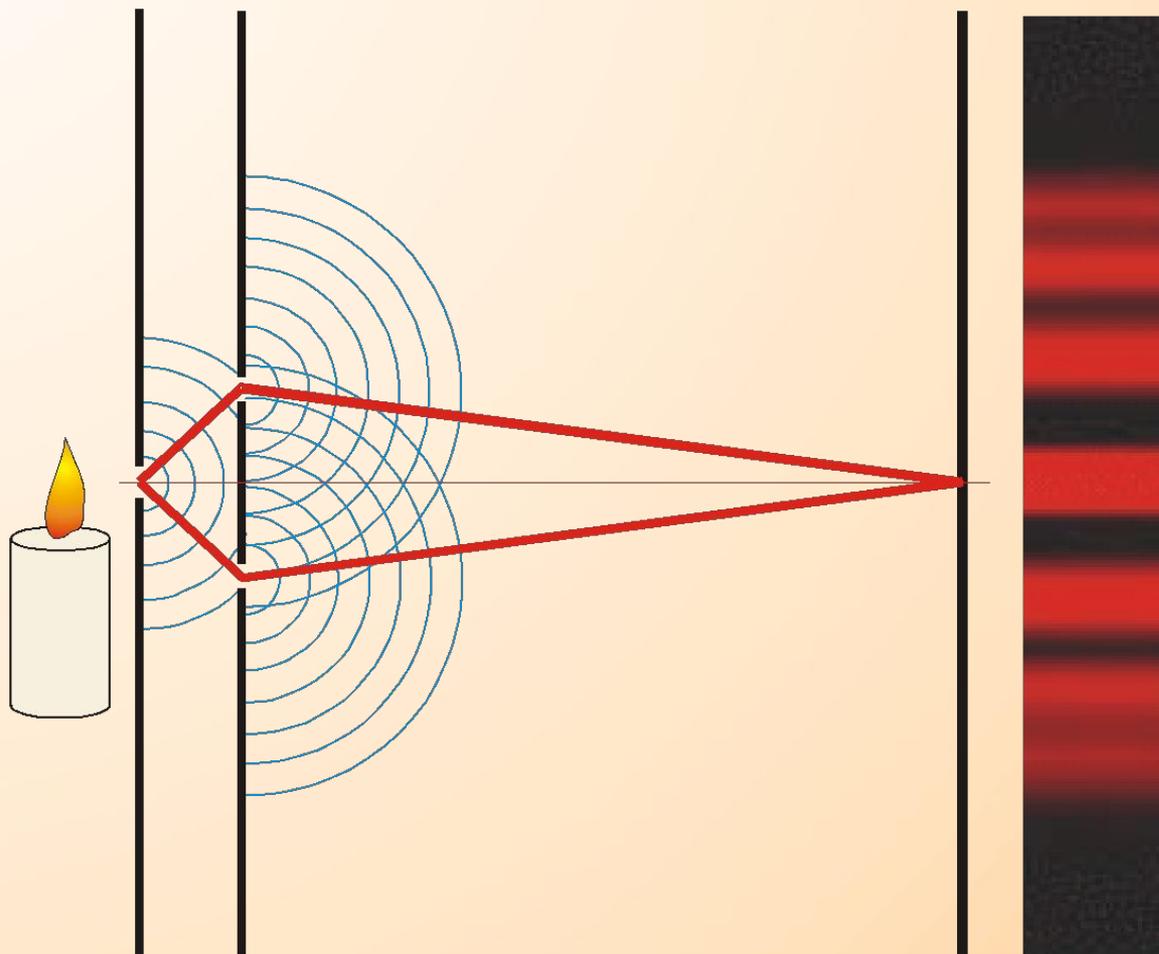
Максимум

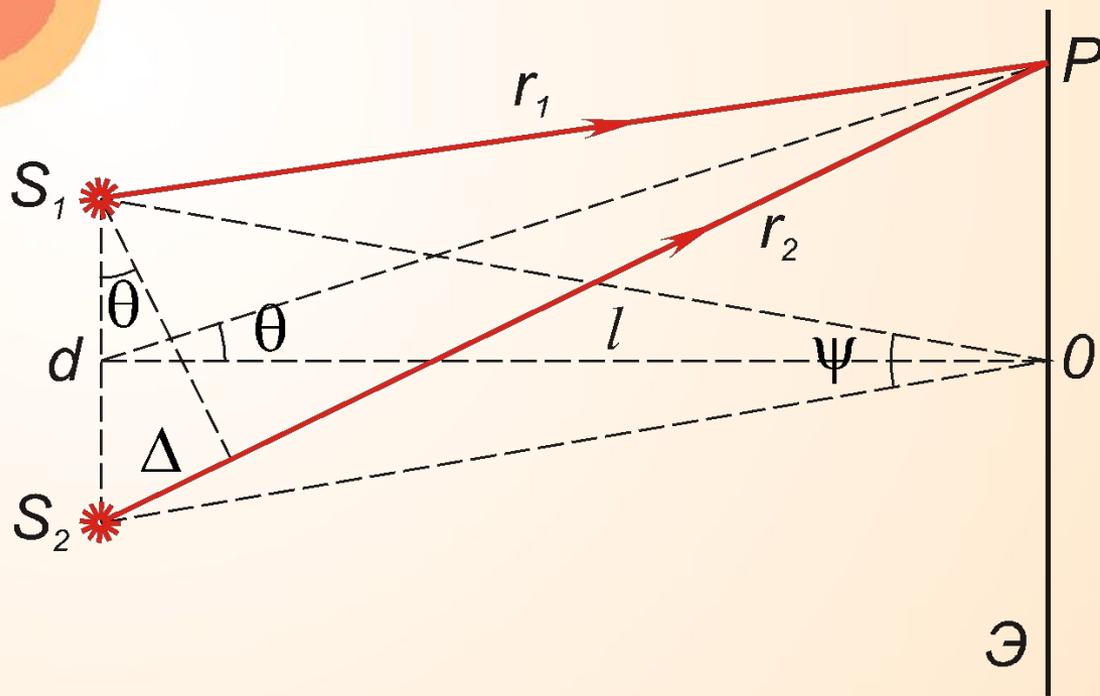
$$\Delta_{\max} = m\lambda_0 \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots) \quad (5.6)$$

Минимум

$$\Delta_{\min} = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots) \quad (5.7)$$

5.3. Опыт Юнга. Ширина интерференционных полос.





$$\theta \ll 1 \Rightarrow \Delta = d \cdot \theta$$

$$OP = x$$

$$\theta \approx x/l$$

$$\frac{d \cdot x_m}{l} = m\lambda$$

$$x_m = \frac{m\lambda l}{d}$$

$$\Delta x = \frac{\lambda l}{d} \quad (5.8)$$

$$\psi = d/l$$

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\psi} \quad (5.9)$$

Задача 5.1

Расстояние между двумя когерентными источниками равно 0,9 мм. Источники, испускающие монохроматический свет с длиной волны 640 нм расположены на расстоянии 3,5 м от экрана. Определить число светлых полос, располагающихся на 1 см длины экрана.

Дано:

$$\lambda = 640 \text{ нм} = 6,4 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$d = 0,9 \text{ мм} = 9 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$l = 3,5 \text{ м}$$

m/x - ?

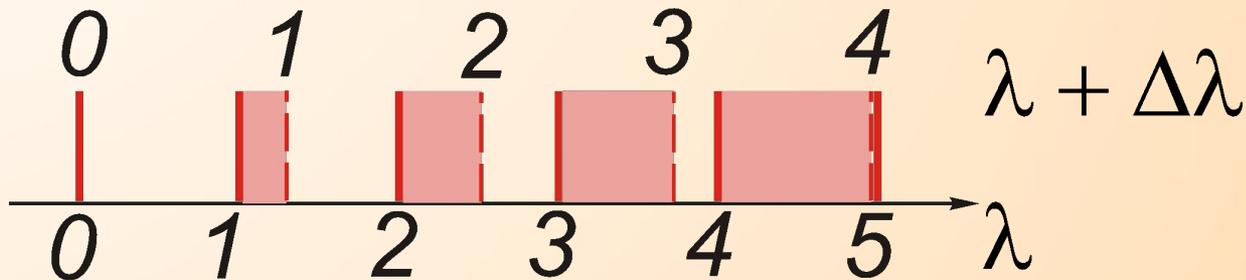
$$\Delta = \frac{d \cdot x}{l} = m\lambda$$

$$\frac{m}{x} = \frac{d}{l \cdot \lambda} = \frac{9 \cdot 10^{-4} \text{ м}}{3,5 \text{ м} \cdot 6,4 \cdot 10^{-7} \text{ м}} = 400 \text{ м}^{-1} = \underline{4 \text{ см}^{-1}}$$

5.4. Длина и ширина когерентности.

1. Длина когерентности.

$$l_{\text{КОГ}} \approx m\lambda \quad (\lambda, \lambda + \Delta\lambda)$$



$$m(\lambda + \Delta\lambda) \approx (m + 1)\lambda \quad m \approx \lambda / \Delta\lambda$$

$$l_{\text{КОГ}} \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \quad (5.10)$$

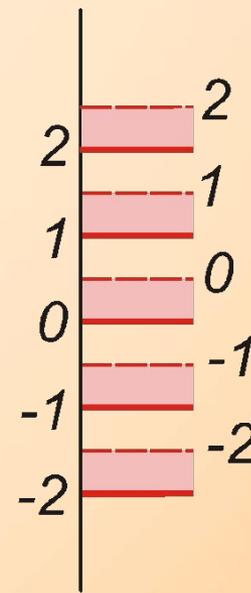
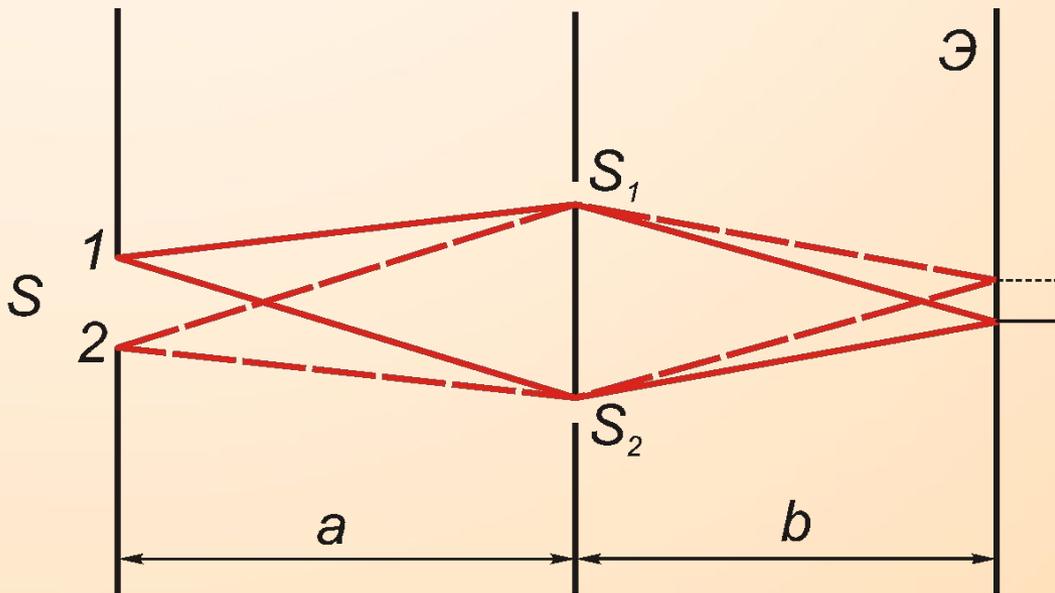
Солнечный свет: $l_{\text{КОГ}} \approx 5\lambda$

Свет лазеров $l_{\text{КОГ}}$ - порядка сотен метров

Условие наблюдения интерференции: $\Delta < l_{\text{КОГ}}$

Время когерентности: $\tau_{\text{КОГ}} = l_{\text{КОГ}} / c$

2. Ширина когерентности.



$$h_{\text{КОГ}} \approx d$$

$$s \approx \Delta x$$

$$\Delta x = \frac{\lambda l}{d}$$

$$h_{\text{КОГ}} \approx d = \frac{\lambda l}{\Delta x} \approx \frac{\lambda l}{s} = \frac{\lambda}{s/l} = \frac{\lambda}{\varphi}$$

$$h_{\text{КОГ}} \approx \frac{\lambda}{\varphi} \quad (5.11)$$

Солнце

$$\varphi \approx 0,01 \text{ рад}, \quad \lambda \approx 0,5 \text{ мкм} \quad \Rightarrow \quad h_{\text{КОГ}} \approx 0,05 \text{ мм}$$

Условия наблюдения интерференции:

- Длина когерентности $l_{\text{КОГ}}$ превышает оптическую разность хода Δ складываемых колебаний (хотя бы в два раза):

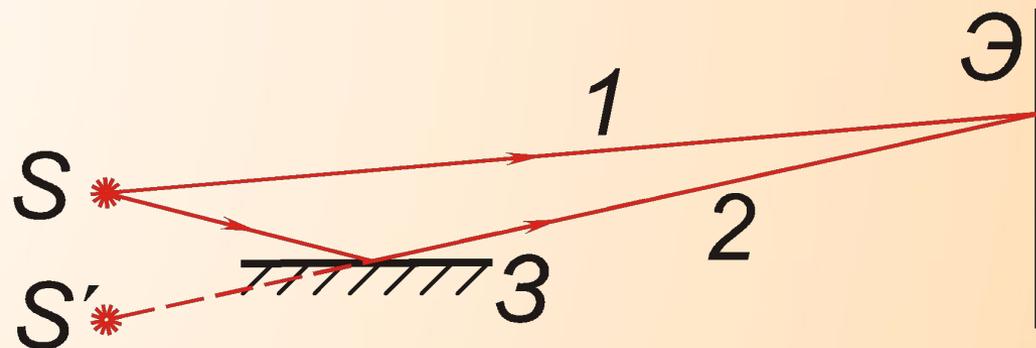
$$l_{\text{КОГ}} \geq 2\Delta$$

- Ширина когерентности $h_{\text{КОГ}}$ превышает расстояние d между щелями (хотя бы в два раза):

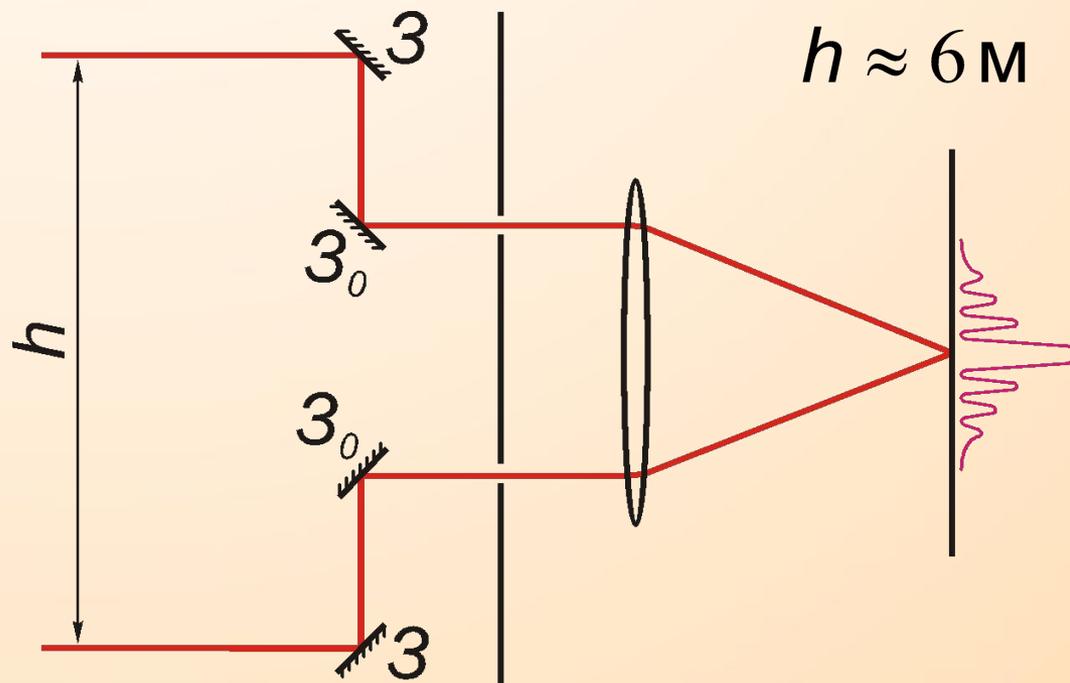
$$h_{\text{КОГ}} \geq 2d$$

5.5. Некоторые интерференционные схемы.

Зеркало Ллойда



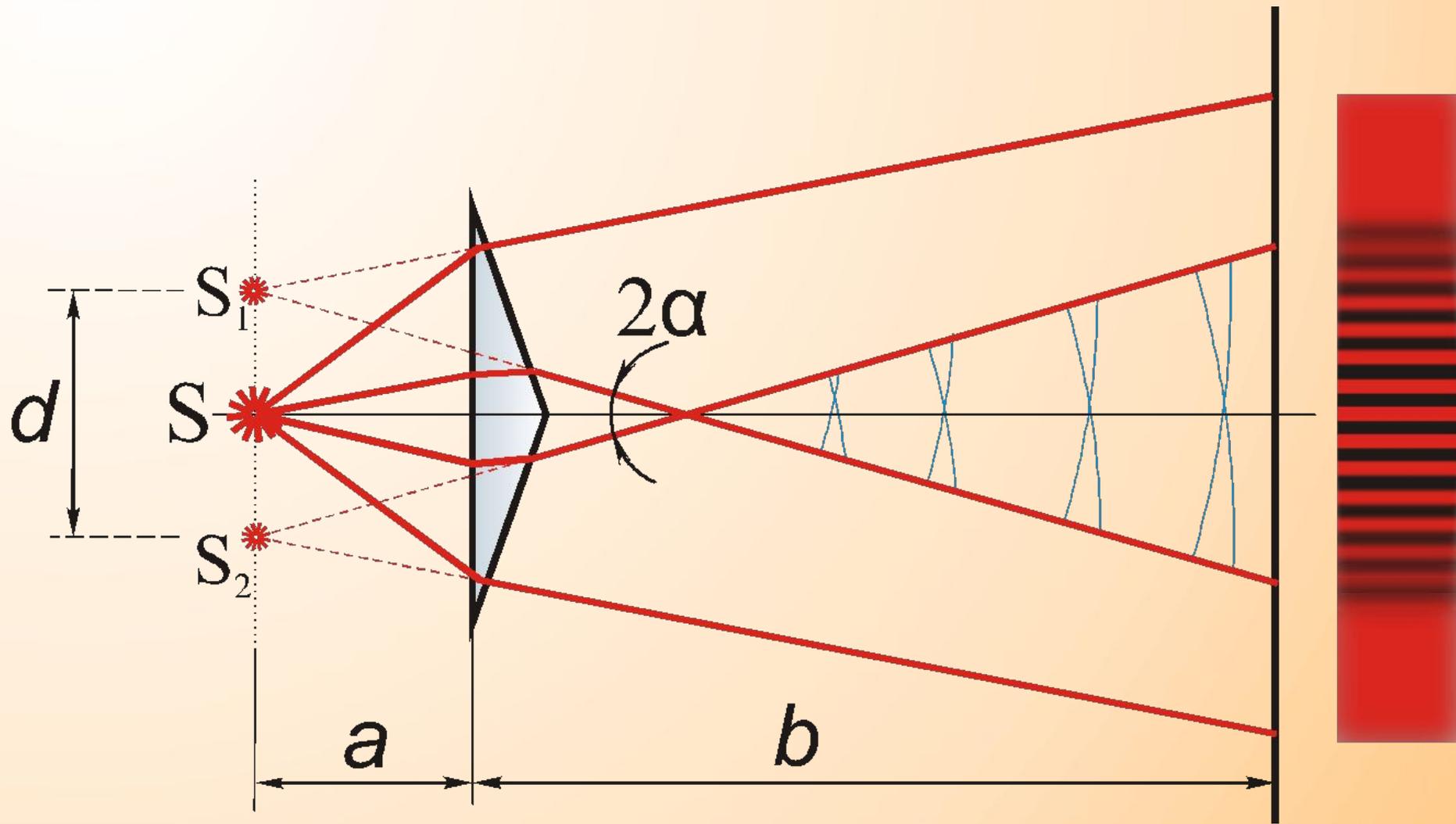
Звездный интерферометр Майкельсона



$$h \approx 6 \text{ м} \Rightarrow \varphi \approx 0,02 \text{ угл. сек.}$$

Бетельгейзе (0,047 уг. с.)

Бипризма Френеля



$$l = a + b$$

$$d = a \cdot 2\alpha$$

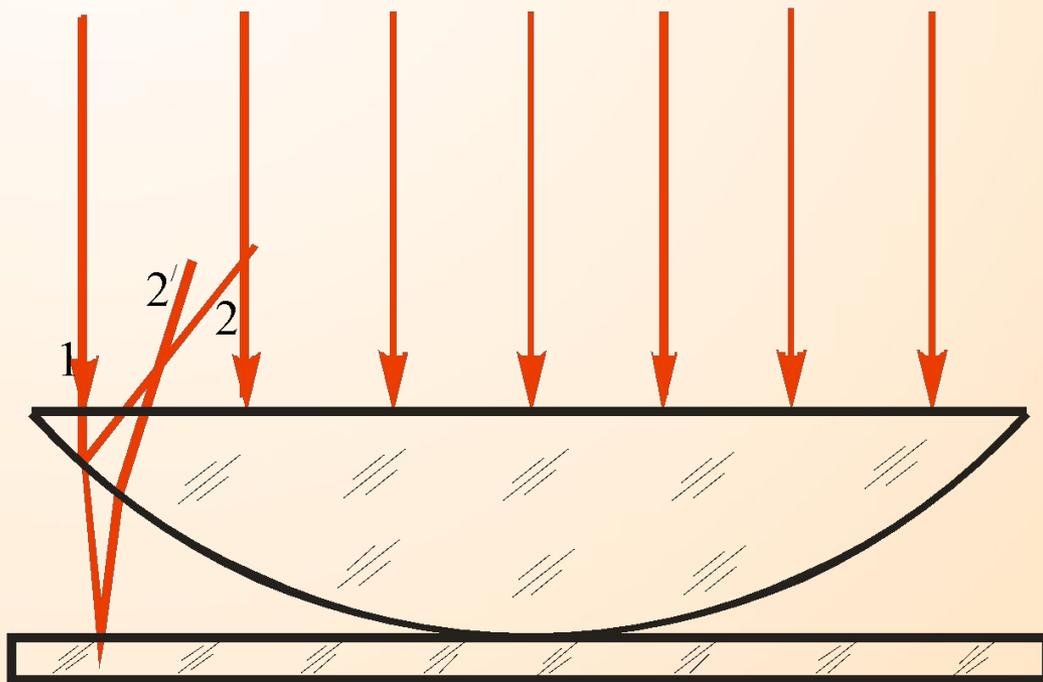
$$\Delta x = \frac{\lambda l}{d} = \frac{\lambda}{2\alpha} \left(1 + \frac{b}{a} \right)$$

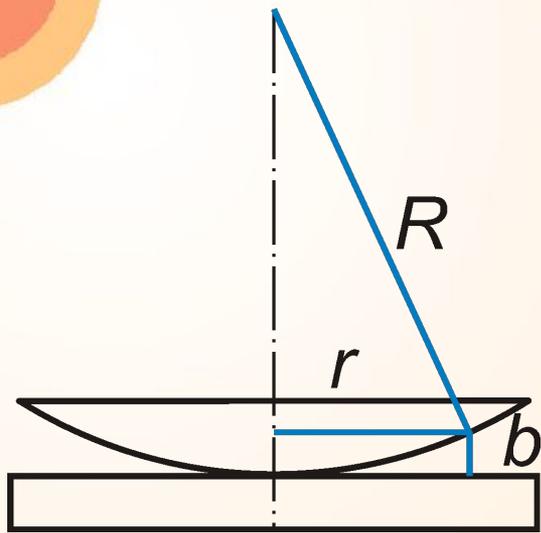
$$x = b \cdot 2\alpha$$

$$N_{max} = \frac{x}{\Delta x} = \frac{4\alpha^2}{\lambda} \cdot \frac{ab}{a+b}$$

$$\frac{\lambda}{\Delta \lambda} \geq N_{max} = \frac{4\alpha^2}{\lambda} \cdot \frac{ab}{a+b}$$

Кольца Ньютона





Темные кольца

$$\Delta = 2b + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$$

$$2b = m\lambda$$

$$r^2 = R^2 - (R - b)^2$$

$$b \ll R \Rightarrow r^2 = 2bR$$

$$r_{\text{мтемн}} = \sqrt{m\lambda R} \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (5.12)$$

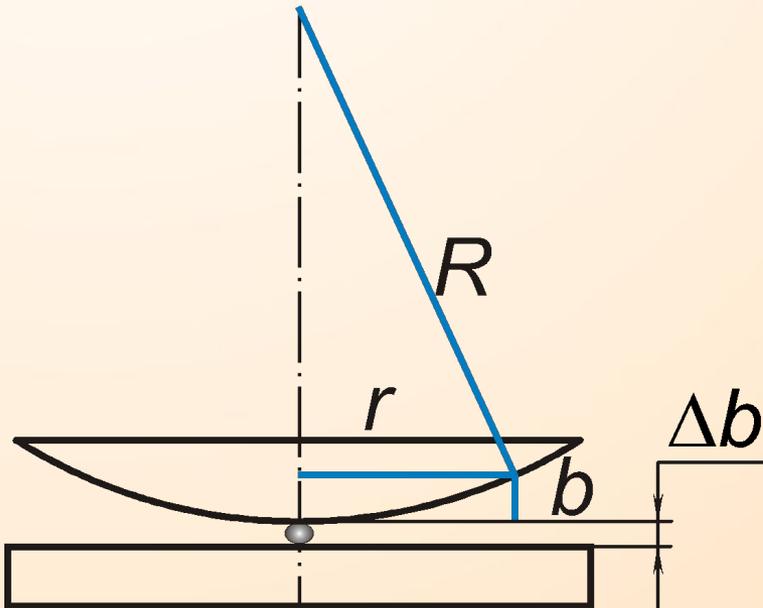
Светлые кольца

$$\Delta = 2b + \frac{\lambda}{2} = m\lambda$$

$$r_{\text{мсветл}} = \sqrt{(m - 1/2)\lambda R} \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (5.13)$$

Задача 5.2

Плоско-выпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны R лежит на стеклянной пластине, причем из-за попадания пылинки между линзой и пластинкой нет контакта. Диаметры N_1 -го и N_2 -го темных колец в отраженном свете равны соответственно d_1 и d_2 . Найти длину волны света.



$$2(b + \Delta b) = m\lambda \quad 2bR = r^2$$

$$\begin{aligned} r_2^2 - r_1^2 &= R(2b_2 - 2b_1) = \\ &= R(m_2 - m_1)\lambda = R(N_2 - N_1)\lambda \end{aligned}$$

$$\lambda = \frac{d_2^2 - d_1^2}{4(N_2 - N_1)R}$$

Задача 5.3

Между стеклянной пластиной, и лежащей на ней плосковыпуклой линзой находится жидкость. Найти показатель преломления жидкости, если радиус третьего темного кольца Ньютона при наблюдении в отраженном свете с длиной волны $0,5 \text{ мкм}$ равен $0,8 \text{ мм}$. Радиус кривизны линзы равен $0,64 \text{ м}$.

Дано:

$$r_{km} = 0,8 = 0,8 \cdot 10^{-3}$$

$$k = 3$$

$$\lambda = 0,5 \text{ мкм} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$R = 0,64$$

$$n - ?$$

Радиус темных колец Ньютона:

$$r_{кт} = \sqrt{\frac{kR\lambda}{n}} \quad (1)$$

Преобразуем выражение (1):

$$r_{кт}^2 = \frac{kR\lambda}{n} \quad \Rightarrow \quad n = \frac{kR\lambda}{r_{кт}^2} \quad (2)$$

Подставим в формулу (2) значения величин:

$$n = \frac{3 \cdot 0,64 \text{ м} \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}}{(0,8 \cdot 10^{-3})^2 \text{ м}^2} = \underline{1,5}$$

Интерферометр Рэлея.

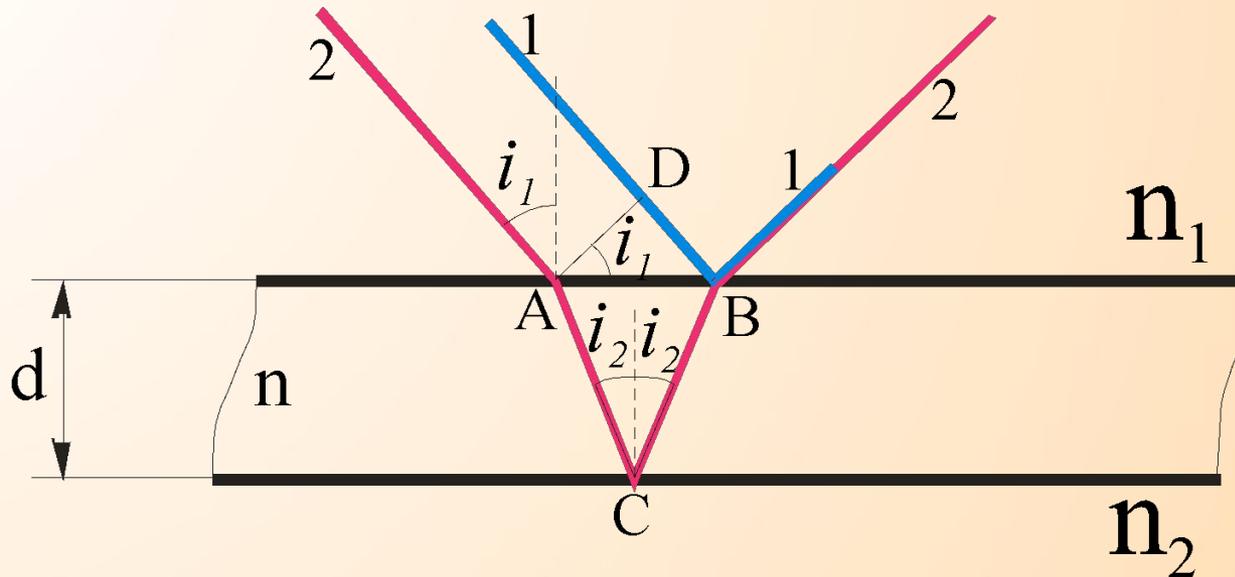


$$\Delta = N\lambda$$

$$ln - ln_0 = N\lambda$$

$$n = n_0 + \frac{N\lambda}{l}$$

5.6. Интерференция в тонких пленках



$$\Delta_1 = n \cdot AC + n \cdot BC - n_1 \cdot DB$$

$$\Delta_1 = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} \quad i_1 = 0 \Rightarrow \Delta_1 = 2nd$$

Если $n > n_1, n_2$ или $n < n_1, n_2 \Rightarrow \Delta_2 = -\frac{\lambda_0}{2}$

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \frac{\lambda_0}{2} \quad (5.14)$$

$$i_1 = 0 \Rightarrow \Delta = 2nd - \frac{\lambda_0}{2}$$

Если $n_1 < n < n_2 \Rightarrow \Delta_2 = 0$

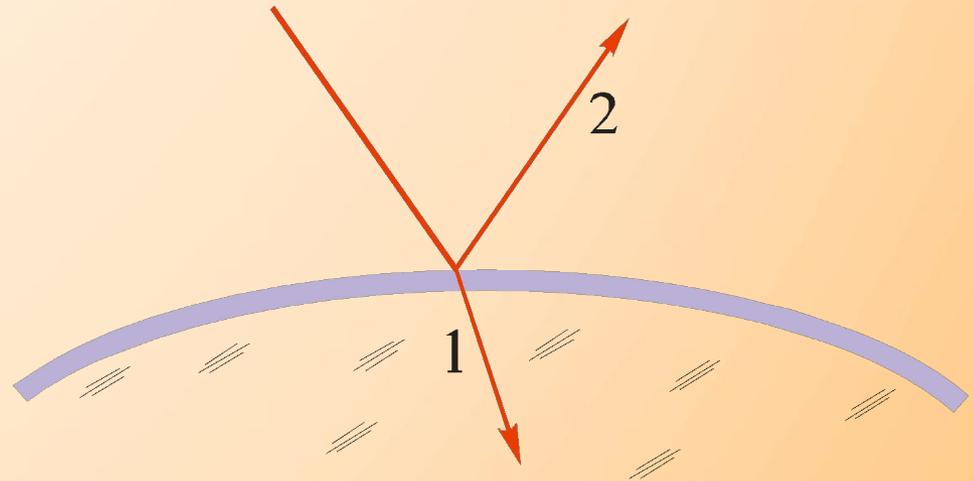
Если $n_1 > n > n_2 \Rightarrow \Delta_2 = 0$

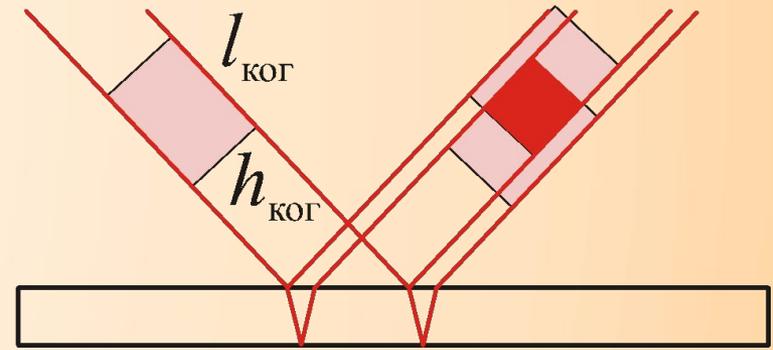
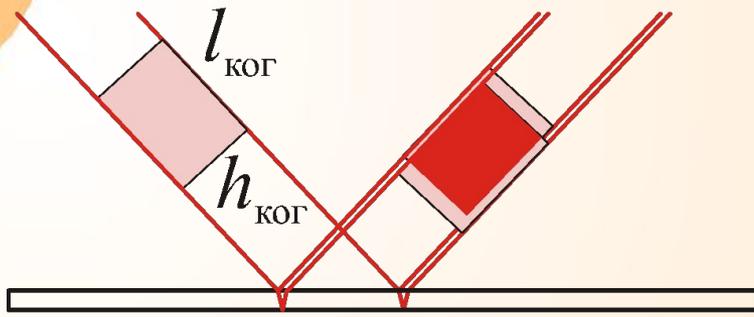
$$\Delta = \Delta_{\max} = m\lambda_0 \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2\dots)$$

$$\Delta = \Delta_{\min} = \frac{\lambda_0}{2}(2m + 1) \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2\dots)$$

Просветление оптики

$$n = \sqrt{n_1 \cdot n_2}$$





$$\Delta \leq l_{\text{КОГ}} / 2$$

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \frac{\lambda}{2} \leq \frac{l_{\text{КОГ}}}{2}$$

$$2d \leq l_{\text{КОГ}} / 2$$

$$d \leq \frac{\lambda^2}{4\Delta\lambda} \quad (5.15)$$

$$\lambda = 600 \text{ нм}, \quad \Delta\lambda = 3 \text{ нм} \quad \Rightarrow \quad d \leq 30 \text{ мкм}$$

$$DB = d \frac{\sin 2i_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}} \leq \frac{h_{\text{КОГ}}}{2} \quad (5.16)$$

Задача 5.4

Для устранения отражения света от поверхности линзы на нее наносится тонкая пленка вещества с показателем преломления 1,26 меньшим, чем у стекла (просветление оптики). При какой наименьшей толщине пленки отражение света с длиной волны 0,55 мкм не будет наблюдаться, если угол падения лучей 30° ?

Дано:

$$n = 1,26$$

$$\lambda = 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$i_1 = 30^\circ \text{ С}$$

$d - ?$

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}$$

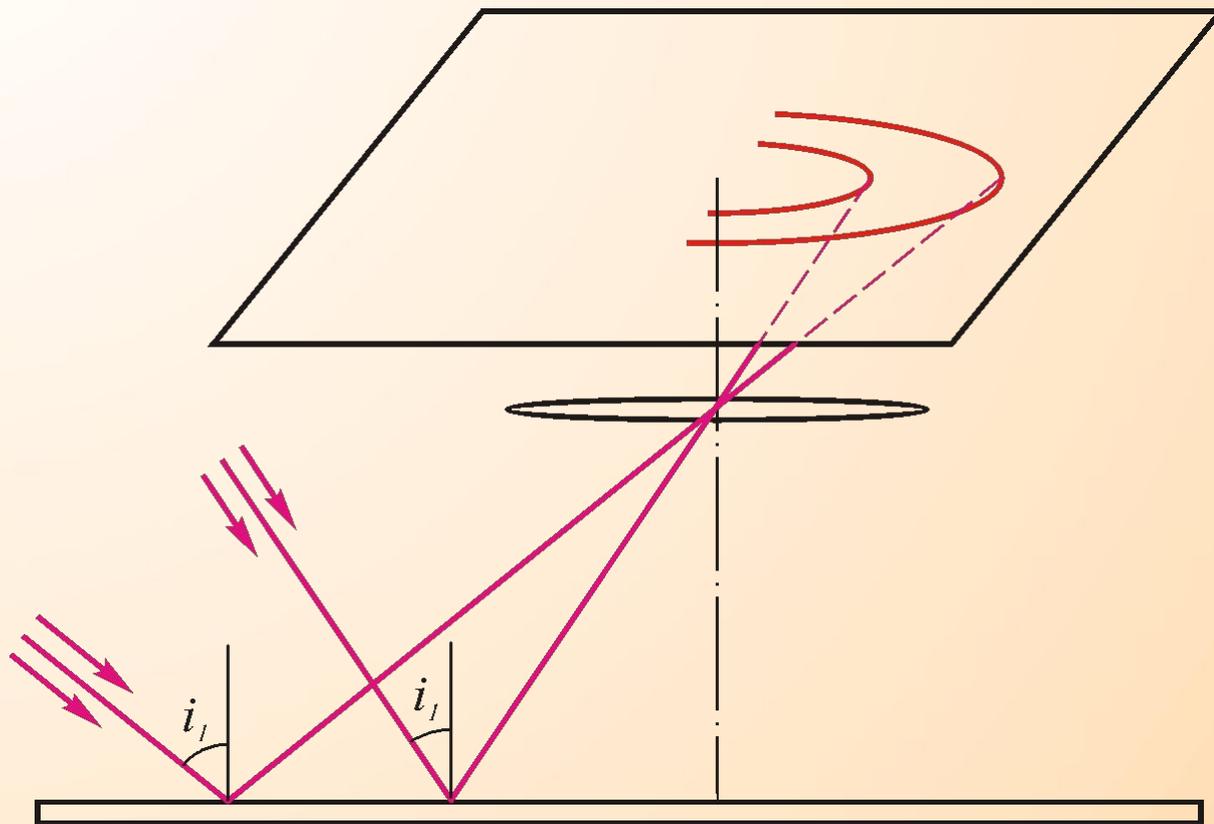
$$\Delta = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$$

$$d_k = \frac{(2k + 1)\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}}$$

$$k = 0$$

$$d = \frac{5,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}}{4\sqrt{(1,26)^2 - \sin^2 30^\circ}} = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ м} = \underline{\underline{0,12 \text{ мкм}}}$$

Полосы равного наклона.



Полосы равной толщины.

