



# **ИНФОРМАЦИОННО- АНАЛИТИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ В ГОСУДАРСТВЕННОМ И МУНИЦИПАЛЬНОМ УПРАВЛЕНИИ**

**Лекция 2**

*Лекцию читает*

К.Т.Н., профессор

**БОБРОВА**

**ЛЮДМИЛА ВЛАДИМИРОВНА**



[lvbobr@mail.ru](mailto:lvbobr@mail.ru)

## 2. МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ ЗАДАЧ





**Оптимизация** – это выбор наилучшего в некотором смысле решения.

**Математическое (оптимальное) программирование -**

раздел математики, разрабатывающий теорию и методы оптимизации управленческих и экономических задач.

# Оптимизировать задачу – значит найти наилучшее в некотором смысле решение:

- Так составить план выпуска продукции, чтобы обеспечить максимальную прибыль предприятию;
- Разработать план перевозки продукции с минимальными затратами;
- Составить график работы сотрудников фирмы, обеспечивающий ее функционирование при минимальном штате т.д.



## 2.1. Транспортная задача



## 2.1.1. Постановка задачи

Требуется перевезти товары с трех складов в пять магазинов. Данные о наличии товаров на складе, спрос на них в магазинах, а также стоимость перевозки единицы продукции с каждого склада во все магазины приведены в таблице 1.

*Таблица 1*

Склады	Магазины				
	М1 = 20	М2 = 12	М3 = 5	М4 = 8	М5 = 15
S1 = 15	1	0	3	4	2
S2 = 25	5	1	2	3	3
S3 = 20	4	8	1	4	3

Составить план перевозок так, чтобы затраты были минимальными

# I. Разработка математической модели

## I.1. Ввод обозначений

Обозначим:

$X_{IJ}$  – количество продукции, перевозимой со склада  $I$  в магазин  $J$ ;

$C_{IJ}$  - стоимость перевозки одной единицы продукции со склада  $I$  в магазин  $J$ .

На переменные накладываются три вида ограничений.



## I.2. Определение ограничений

### *Первое ограничение.*

По физическому смыслу – количество перевозимой продукции неотрицательно

$$X_{IJ} \geq 0 \quad (1)$$

$$I = 1, 2, 3$$

$$J = 1, 2, \dots, 5$$



*Второе ограничение.* По предложению - количество вывозимой продукции не должно превышать запасов на складах

$$\begin{cases} X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} \leq 15 \\ X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} \leq 25 \\ X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} \leq 20 \end{cases} \quad (2)$$

Склады	Магазины				
	М1 = 20	М2 = 12	М3 = 5	М4 = 8	М5 = 15
S1 = 15	1	0	3	4	2
S2 = 25	5	1	2	3	3
S3 = 20	4	8	1	4	3

*Третье ограничение.* По спросу: в магазины нужно завезти заказанное количество продукции

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{11} + X_{21} + X_{31} \geq 20 \\ X_{12} + X_{22} + X_{32} \geq 12 \\ X_{13} + X_{23} + X_{33} \geq 5 \\ X_{14} + X_{24} + X_{34} \geq 8 \\ X_{15} + X_{25} + X_{35} \geq 15 \end{array} \right. \quad (3)$$

Склады	Магазины				
	M1 = 20	M2 = 12	M3 = 5	M4 = 8	M5 = 15
S1 = 15	1	0	3	4	2
S2 = 25	5	1	2	3	3
S3 = 20	4	8	1	4	3

### I.3. Определение целевой функции – общей стоимости перевозок

Общая стоимость перевозок равна

$$Z = \sum_{I=1}^3 \sum_{J=1}^5 c_{IJ} x_{IJ} \quad (4)$$

или  $Z = Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4 + Z_5$

Здесь  $Z_I$  - стоимость перевозок в  $I$ -й магазин.



Для первого магазина

$$Z_1 = 1 * x_{11} + 5 * x_{21} + 4 * x_{31}$$

Склады	Магазины				
	М1 = 20	М2 = 12	М3 = 5	М4 = 8	М5 = 15
S1 = 15	1	0	3	4	2
S2 = 25	5	1	2	3	3
S3 = 20	4	8	1	4	3

Для второго магазина

$$Z_2 = 0 * x_{12} + 1 * x_{22} + 8 * x_{32}$$

Для третьего

$$Z_3 = 3 * x_{13} + 2 * x_{23} + 1 * x_{33}$$

Для четвертого

$$Z_4 = 4 * x_{14} + 3 * x_{24} + 4 * x_{34}$$

Для пятого магазина

$$Z_5 = 2 * x_{15} + 3 * x_{25} + 3 * x_{35}$$

Склады	Магазины				
	М1 = 20	М2 = 12	М3 = 5	М4 = 8	М5 = 15
S1 = 15	1	0	3	4	2
S2 = 25	5	1	2	3	3
S3 = 20	4	8	1	4	3

# Формулировка требований к математической модели

Задача состоит в нахождении таких  
переменных  $x_{IJ}$ ,

$$I = 1, 2, 3;$$

$$J = 1, 2, \dots, 5,$$

которые обеспечат минимум целевой  
функции (4)

при выполнении  
ограничений (1) – (3)



## I.4. Проверка баланса

Необходимым и достаточным условием разрешимости транспортной задачи является условие баланса:

$$\sum_{I=1}^3 S_I = \sum_{J=1}^5 M_J \quad (5)$$

Здесь

$\sum_{I=1}^3 S_I$  - суммарное количество продукции на складах;

$\sum_{J=1}^5 M_J$  - суммарная потребность в продукции магазинов

В нашем случае

$$\sum_{I=1}^3 S_I = 15 + 25 + 20 = 60$$

$$\sum_{J=1}^5 M_J = 20 + 12 + 5 + 8 + 15 = 60$$

$$\sum_{I=1}^3 S_I = \sum_{J=1}^5 M_J = 60$$

Следовательно, задача с балансом (или закрытая транспортная задача)

Склады	Магазины				
	M1 = 20	M2 = 12	M3 = 5	M4 = 8	M5 = 15
S1 = 15	1	0	3	4	2
S2 = 25	5	1	2	3	3
S3 = 20	4	8	1	4	3

## II. Построение начального плана решения

II.1. Размещаем в ячейках **A3:В8** информацию о запасах на складах.

	A	B	C	D	E	F	G
1	<b>Иванов Кирилл</b>						
2	ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНА ПЕРЕВОЗОК						
3	<i>Склады</i>						
4							
5	Номер	Запас					
6	S1	15					
7	S2	25					
8	S3	20					

Склады	Магазины				
	M1 = 20	M2 = 12	M3 = 5	M4 = 8	M5 = 15
S1 = 15	1	0	3	4	2
S2 = 25	5	1	2	3	3
S3 = 20	4	8	1	4	3

II.2. Вводим в ячейки **C3:G8** информацию о стоимости перевозки одной единицы продукции с каждого склада в магазины.

	A	B	C	D	E	F	G
1	<b>Иванов Кирилл</b>						
2	<b>ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНА ПЕРЕВОЗОК</b>						
3	<i>Склады</i>		<i>Магазины</i>				
4			M1	M2	M3	M4	M5
5	Номер	Запас	Стоимость перевозки одной единицы продукции				
6	S1	15	1	0	3	4	2
7	S2	25	5	1	2	3	3
8	S3	20	4	8	1	4	3

Склады	Магазины				
	M1 = 20	M2 = 12	M3 = 5	M4 = 8	M5 = 15
S1 = 15	1	0	3	4	2
S2 = 25	5	1	2	3	3
S3 = 20	4	8	1	4	3

## II.3. Размещаем в строках 9 и 10 данные о потребностях магазинов

	A	B	C	D	E	F	G
1	<b>Иванов Кирилл</b>						
2	<b>ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНА ПЕРЕВОЗОК</b>						
3	<i>Склады</i>		<i>Магазины</i>				
4			M1	M2	M3	M4	M5
5	Номер	Запас	Стоимость перевозки одной единицы продукции				
6	S1	15	1	0	3	4	2
7	S2	25	5	1	2	3	3
8	S3	20	4	8	1	4	3
9			Потребности магазинов				
10			20	12	5	8	15

Склады	Магазины				
	M1 = 20	M2 = 12	M3 = 5	M4 = 8	M5 = 15
S1 = 15	1	0	3	4	2
S2 = 25	5	1	2	3	3
S3 = 20	4	8	1	4	3

## II.4. Строим начальный план перевозок:

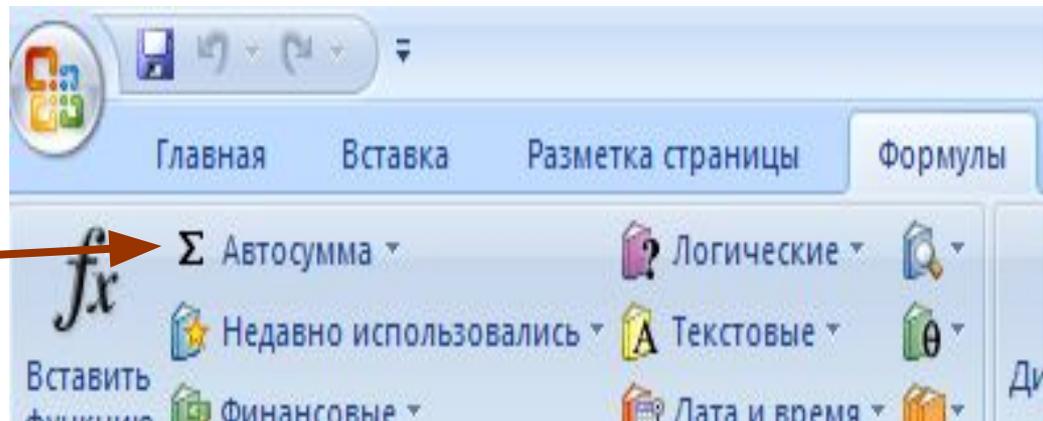
II.4.1. В строку 11 вводим заголовки;

II.4.2. В ячейках **C12:G14** размещаем план перевозок;

	A	B	C	D	E	F	G
1	<b>Иванов Кирилл</b>						
2	<b>ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНА ПЕРЕВОЗОК</b>						
3	<i>Склады</i>		<i>Магазины</i>				
4			M1	M2	M3	M4	M5
5	<b>Номер</b>	<b>Запас</b>	<b>Стоимость перевозки одной единицы продукции</b>				
6	S1	15	1	0	3	4	2
7	S2	25	5	1	2	3	3
8	S3	20	4	8	1	4	3
9			<b>Потребности магазинов</b>				
10			20	12	5	8	15
11	<b>Всего вывозится</b>		<b>План перевозок</b>				
12	S1		1	1	1	1	1
13	S2		1	1	1	1	1
14	S3		1	1	1	1	1

II.5. В ячейку **B12** вводим формулу для подсчета продукции, вывозимой со склада S1:

- активизировать **B12**;
- щелкнуть по пиктограмме суммирования;
- ввести **C12:G12**.



	A	B	C	D	E	F	G
1	Иванов Кирилл						
2	ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНА ПЕРЕВОЗОК (начальный план)						
3	Склады		Магазины				
4			M1	M2	M3	M4	M5
5	Номер	Запас	Стоимость перевозки одной единицы продукции				
6	S1	15	1	0	3	4	2
7	S2	25	5	1	2	3	3
8	S3	20	4	8	1	4	3
9	Потребности магазинов						
10			20	12	5	8	15
11	Всего вывозится		План перевозок				
12	S1	=СУММ(C12:G12)	1	1	1	1	1
13	S2		1	1	1	1	1
14	S3		1	1	1	1	1

Копируем формулу суммирования в ячейки **V13:V14**.

	A	B	C	D	E	F	G
1			Иванов Кирилл				
2	ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНА ПЕРЕВОЗОК (начальный план)						
3	Склады		Магазины				
4			M1	M2	M3	M4	M5
5	Номер	Запас	Стоимость перевозки одной единицы продукции				
6	S1	15	1	0	3	4	2
7	S2	25	5	1	2	3	3
8	S3	20	4	8	1	4	3
9			Потребности магазинов				
10			20	12	5	8	15
11	Всего вывозится		План перевозок				
12	S1	=СУММ(C12:G12)	1	1	1	1	1
13	S2	=СУММ(C13:G13)	1	1	1	1	1
14	S3	=СУММ(C14:G14)	1	1	1	1	1

## Самостоятельная работа

**Задание.** Определите количество продукции, **вывозимой с каждого склада** согласно нашему плану

	A	B	C	D	E	F	G
1	Иванов Кирилл						
2	ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНА ПЕРЕВОЗОК (начальный план)						
3	Склады		Магазины				
4			M1	M2	M3	M4	M5
5	Номер	Запас	Стоимость перевозки одной единицы продукции				
6	S1	15	1	0	3	4	2
7	S2	25	5	1	2	3	3
8	S3	20	4	8	1	4	3
9			Потребности магазинов				
10			20	12	5	8	15
11	Всего вывозится		План перевозок				
12	S1	=СУММ(C12:G12)	1	1	1	1	1
13	S2	=СУММ(C13:G13)	1	1	1	1	1
14	S3	=СУММ(C14:G14)	1	1	1	1	1
15			Завоз продукции в магазины				
16			=СУММ(C12:C14)	=СУММ(D12:G14)	=СУММ(D12:E14)	=СУММ(E12:F14)	=СУММ(F12:G14)
17	Стоимость перевозок в каждый магазин		=СУММПРОИЗВ(C6:C8;C12:C14)	=СУММПРОИЗВ(D6:D8;C12:C14)	=СУММПРОИЗВ(E6:E8;C12:C14)	=СУММПРОИЗВ(F6:F8;C12:C14)	=СУММПРОИЗВ(G6:G8;C12:C14)
18	Целевая функция		=СУММ(C17:G17)				

A. 5

B. 4

C. 3

D. 2

II.6. В строках 15-16 рассчитываем количество продукции, завозимой в магазины:

II.6.1. Вводим формулу в ячейку **C16**;

II.6.2. Копируем ее в ячейки **D16:G16**.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Иванов Кирилл						
2	ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНА ПЕРЕВОЗОК (начальный план)						
3	Склады		Магазины				
4			M1	M2	M3	M4	M5
5	Номер	Запас	Стоимость перевозки одной единицы продукции				
6	S1	15	1	0	3	4	2
7	S2	25	5	1	2	3	3
8	S3	20	4	8	1	4	3
9			Потребности магазинов				
10			20	12	5	8	15
11	Всего вывозится		План перевозок				
12	S1	=СУММ(C12:G12)	1	1	1	1	1
13	S2	=СУММ(C13:G13)	1	1	1	1	1
14	S3	=СУММ(C14:G14)	1	1	1	1	1
15			Завоз продукции в магазины				
16			=СУММ(C12:C14)	=СУММ(D12:D14)	=СУММ(E12:E14)	=СУММ(F12:F14)	=СУММ(G12:G14)

## Самостоятельная работа

**Задание.** Определите количество продукции, перевозимой в каждый из магазинов согласно нашему плану

	A	B	C	D	E	F	G
1	Иванов Кирилл						
2	ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНА ПЕРЕВОЗОК (начальный план)						
3	Склады		Магазины				
4			M1	M2	M3	M4	M5
5	Номер	Запас	Стоимость перевозки одной единицы продукции				
6	S1	15	1	0	3	4	2
7	S2	25	5	1	2	3	3
8	S3	20	4	8	1	4	3
9	Потребности магазинов						
10			20	12	5	8	15
11	Всего вывозится		План перевозок				
12	S1	=СУММ(C12:G12)	1	1	1	1	1
13	S2	=СУММ(C13:G13)	1	1	1	1	1
14	S3	=СУММ(C14:G14)	1	1	1	1	1
15	Завоз продукции в магазины						
16			=СУММ(C12:C14)	=СУММ(D12:D14)	=СУММ(E12:E14)	=СУММ(F12:F14)	=СУММ(G12:G14)
17	Стоимость перевозок в каждый магазин		=СУММПРОИЗВ(C6:C8;C12:C14)	=СУММПРОИЗВ(C6:C8;D12:D14)	=СУММПРОИЗВ(C6:C8;E12:E14)	=СУММПРОИЗВ(C6:C8;F12:F14)	=СУММПРОИЗВ(C6:C8;G12:G14)
18	Целевая функция		=СУММ(C17:G17)				

A. 5

B. 4

C. 3

D. 2

П.7. В строке 17 считаем **стоимость перевозок в каждый магазин**: вводим формулу в **C17** и копируем в **D17:G17**.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Иванов Кирилл						
2	ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНА ПЕРЕВОЗОК (начальный план)						
3	Склады		Магазины				
4			M1	M2	M3	M4	M5
5	Номер	Запас	Стоимость перевозки одной единицы продукции				
6	S1	15	1	0	3	4	2
7	S2	25	5	1	2	3	3
8	S3	20	4	8	1	4	3
9	Потребности магазинов						
10			20	12	5	8	15
11	Всего вывозится		План перевозок				
12	S1	=СУММ(C12:G12)	1	1	1	1	1
13	S2	=СУММ(C13:G13)	1	1	1	1	1
14	S3	=СУММ(C14:G14)	1	1	1	1	1
15	Завоз продукции в магазины						
16			=СУММ(C12:C14)	=СУММ(D12:D14)	=СУММ(E12:E14)	=СУММ(F12:F14)	=СУММ(G12:G14)
17	Стоимость перевозок в каждый магазин		=СУММПРОИЗВ(C6:C8;C12:C14)	=СУММПРОИЗВ(C6:C8;D12:D14)	=СУММПРОИЗВ(C6:C8;E12:E14)	=СУММПРОИЗВ(C6:C8;F12:F14)	=СУММПРОИЗВ(C6:C8;G12:G14)

II.8. В строке 18 вычисляем **целевую функцию – общую стоимость перевозок**

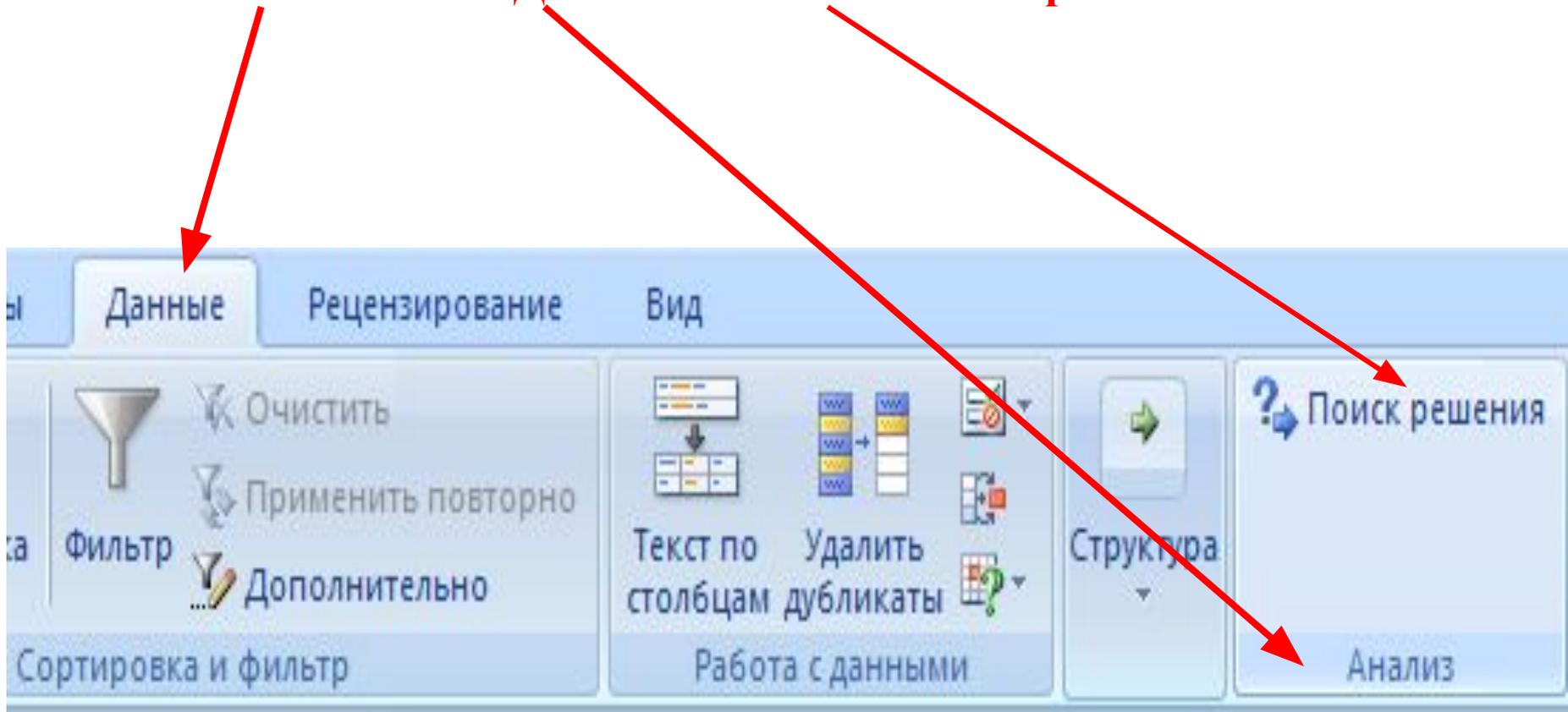
	A	B	C	D	E	F	G
1	Иванов Кирилл						
2	ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНА ПЕРЕВОЗОК (начальный план)						
3	Склады		Магазины				
4			M1	M2	M3	M4	M5
5	Номер	Запас	Стоимость перевозки одной единицы продукции				
6	S1	15	1	0	3	4	2
7	S2	25	5	1	2	3	3
8	S3	20	4	8	1	4	3
9	Потребности магазинов						
10			20	12	5	8	15
11	Всего вывозится		План перевозок				
12	S1	=СУММ(C12:G12)	1	1	1	1	1
13	S2	=СУММ(C13:G13)	1	1	1	1	1
14	S3	=СУММ(C14:G14)	1	1	1	1	1
15	Завоз продукции в магазины						
16			=СУММ(C12:C14)	=СУММ(D12:D14)	=СУММ(E12:E14)	=СУММ(F12:F14)	=СУММ(G12:G14)
17	Стоимость перевозок в каждый магазин		=СУММПРОИЗВ(C6:C8;C12:C14)	=СУММПРОИЗВ(D6:D8;D12:D14)	=СУММПРОИЗВ(E6:E8;E12:E14)	=СУММПРОИЗВ(F6:F8;F12:F14)	=СУММПРОИЗВ(G6:G8;G12:G14)
18	Целевая функция		=СУММ(C17:G17)				

## Начальный план перевозок – показ вычислений

	A	B	C	D	E	F	G
1	Иванов Кирилл						
2	ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНА ПЕРЕВОЗОК (начальный план)						
3	Склады		Магазины				
4			M1	M2	M3	M4	M5
5	Номер	Запас	Стоимость перевозки одной единицы продукции				
6	S1	15	1	0	3	4	2
7	S2	25	5	1	2	3	3
8	S3	20	4	8	1	4	3
9	Потребности магазинов						
10			20	12	5	8	15
11	Всего вывозится		План перевозок				
12	S1	5	1	1	1	1	1
13	S2	5	1	1	1	1	1
14	S3	5	1	1	1	1	1
15	Завоз продукции в магазины						
16			3	3	3	3	3
17	Стоимость перевозок в каждый магазин		10	9	6	11	8
18	Целевая функция		44				

## III. Оптимизация решения:

### III.1. Данные - Анализ - Поиск решения.



## III.2. Заполнить поля диалогового окна.

**Поиск решения**

Установить целевую ячейку:

Равной:  максимальному значению  значению:

минимальному значению

Изменяя ячейки:

Ограничения:

Щелкнуть по  
кнопке  
Добавить.

	A	B	C	D	E	F	G
1			Иванов Кирилл				
2			ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНА ПЕРЕВОЗОК (начальный план)				
3			Магазины				
4		Склады	M1	M2	M3	M4	M5
5	Номер	Запас	Стоимость перевозки одной единицы продукции				
6	S1	15	1	0	3	4	2
7	S2	25	5	1	2	3	3
8	S3	20	4	8	1	4	3
9			Потребности магазинов				
10			20	12	5	8	15
11	Всего вывозится		План перевозок				
12	S1	5	1	1	1	1	1
13	S2	5	1	1	1	1	1
14	S3	5	1	1	1	1	1
15			Завоз продукции в магазины				
16			3	3	3	3	3
17	Стоимость перевозок в каждый магазин		10	9	6	11	8
18	Целевая функция		44				

## Добавление ограничения

Ссылка на ячейку:

\$C\$12:\$G\$14

Ограничение:

0

OK

Отмена

Добавить

Справка

План перевозок неотрицателен

План перевозок –  
целые числа

## Добавление ограничения

Ссылка на ячейку:

\$C\$12:\$G\$14

Ограничение:

<=

<=

=

>=

цел

двоич

OK

Отмена

Добавить

Справка

	A	B	C	D	E	F	G
1			Иванов Кирилл				
2	ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНА ПЕРЕВОЗОК (начальный план)						
3	Склады		Магазины				
4			M1	M2	M3	M4	M5
5	Номер	Запас	Стоимость перевозки одной единицы продукции				
6	S1	15	1	0	3	4	2
7	S2	25	5	1	2	3	3
8	S3	20	4	8	1	4	3
9			Потребности магазинов				
10			20	12	5	8	15
11	Всего вывозится		План перевозок				
12	S1	5	1	1	1	1	1
13	S2	5	1	1	1	1	1
14	S3	5	1	1	1	1	1
15			Завоз продукции в магазины				
16			3	3	3	3	3
17	Стоимость перевозок в каждый магазин		10	9	6	11	8
18	Целевая функция		44				

После ввода  
каждого  
ограничения  
щелчок по кнопке  
**Добавить**

Количество  
продукции,  
вывозимой по плану,  
не превышает  
запасов на складах

**Добавление ограничения**

Ссылка на ячейку:   Ограничение:

OK Отмена **Добавить** Справка

Щелчок по  
**Добавить**

Запас

Вывоз

Иванов Кирилл							
ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНА ПЕРЕВОЗОК (начальный план)							
Склады		Магазины					
		M1	M2	M3	M4	M5	
Номер	Запас	Стоимость перевозки одной единицы продукции					
S1	15	1	0	3	4	2	
S2	25	5	1	2	3	3	
S3	20	4	8	1	4	3	
		Потребности магазинов					
		20	12	5	8	15	
Всего вывозится		План перевозок					
S1	5	1	1	1	1	1	
S2	5	1	1	1	1	1	
S3	5	1	1	1	1	1	
		Завоз продукции в магазины					
		3	3	3	3	3	
Стоимость перевозок в каждый магазин		10	9	6	11	8	
Целевая функция		44					

Количество  
продукции,  
завозимой по плану,  
равно заявке  
магазинов

**Добавление ограничения**

Ссылка на ячейку:  =

Ограничение:

OK Отмена Добавить Справка

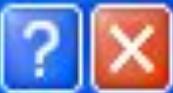
Щелчок по  
**Ок**

Заявка  
магазинов

Завоз по  
плану

	A	B	C	D	E	F	G
1	Иванов Кирилл						
2	ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНА ПЕРЕВОЗОК (начальный план)						
3	Склады		Магазины				
4			M1	M2	M3	M4	M5
5	Номер	Запас	Стоимость перевозки одной единицы продукции				
6	S1	15	1	0	3	4	2
7	S2	25	5	7	2	3	3
8	S3	20	4	3	1	4	3
9	Потребности магазинов						
10			20	12	5	8	15
11	Всего вывозится		План перевозок				
12	S1	5	1	1	1	1	1
13	S2	5	1	1	1	1	1
14	S3	5	1	1	1	1	1
15	Завоз продукции в магазины						
16			3	3	3	3	3
17	Стоимость перевозок в каждый магазин		10	9	6	11	8
18	Целевая функция		44				

# Поиск решения



Установить целевую ячейку:

Выполнить

Равной:  максимальному значению

значению:

Закреть

минимальному значению

Изменяя ячейки:

Предположить

Ограничения:

Добавить

Изменить

Удалить

Параметры

Восстановить

Справка

Щелкнуть по кнопке **Выполнить**

# Оптимальный план перевозок

	A	B	C	D	E	F	G
1	Иванов Кирилл						
2	ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНА ПЕРЕВОЗОК (оптимальный план)						
3	Склады		Магазины				
4			M1	M2	M3	M4	M5
5	Номер	Запас	Стоимость перевозки одной единицы продукции				
6	S1	15	1	0	3	4	2
7	S2	25	5	1	2	3	3
8	S3	20	4	8	1	4	3
9	Потребности магазинов						
10			20	12	5	8	15
11	Всего вывозится		План перевозок				
12	S1	15	15	0	0	0	0
13	S2	25	0	12	0	8	5
14	S3	20	5	0	5	0	10
15	Завоз продукции в магазины						
16			20	12	5	8	15
17	Стоимость перевозок в каждый магазин		35	12	5	24	45
18	Целевая функция		121				

## 2.2. Решение открытых транспортных задач



## 2.2.1. Открытая транспортная задача с излишком запасов

Менеджер транспортного отдела составляет план перевозок продукции с трех складов фирмы четырем ее клиентам на следующий месяц. Цены перевозки одного контейнера, запасы продукции и заказы показаны в таблицах 1, 2, 3.

Цены перевозок Таблица 1

	Клиент 1	Клиент 2	Клиент 3	Клиент 4
Склад 1	300	500	200	200
Склад 2	600	100	400	300
Склад 3	200	300	100	400

Запасы продукции Таблица 2

	Склад 1	Склад 2	Склад 3
Запасы	35	45	30

Заказы клиентов Таблица 3

	Клиент 1	Клиент 2	Клиент 3	Клиент 4
Заказы	30	10	30	30

Составить план транспортных перевозок продукции, при котором издержки будут минимальными.

## 2.2.1.1. Составляем математическую модель задачи

Целевая функция:

$$Z = 300 \cdot x_{11} + 500 \cdot x_{12} + 200 \cdot x_{13} + 200 \cdot x_{14} + \\ + 600 \cdot x_{21} + 100 \cdot x_{22} + 400 \cdot x_{23} + 300 \cdot x_{24} + \\ + 100 \cdot x_{31} + 300 \cdot x_{32} + 100 \cdot x_{33} + 400 \cdot x_{34}.$$

Ограничения по запасам:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 35;$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 45;$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 30;$$

Ограничения по спросу:

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 30;$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 10;$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 30;$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 30.$$

Цены перевозок

Таблица 1

	Клиент 1	Клиент 2	Клиент 3	Клиент 4
Склад 1	300	500	200	200
Склад 2	600	100	400	300
Склад 3	200	300	100	400

Запасы продукции

Таблица 2

	Склад 1	Склад 2	Склад 3
Запасы	35	45	30

Заказы клиентов

Таблица 3

	Клиент 1	Клиент 2	Клиент 3	Клиент 4
Заказы	30	10	30	30

## 2.2.1.2. Проверка баланса

	Склад 1	Склад 2	Склад 3
Запасы	35	45	30

	Клиент 1	Клиент 2	Клиент 3	Клиент 4
Заказы	30	10	30	30

Суммарное количество продукции на складах:

$$\sum_{i=1}^3 s_i = 35 + 45 + 30 = 110,$$

Суммарное количество продукции, заказанное клиентами:

$$\sum_{j=1}^4 p_j = 30 + 10 + 30 + 30 = 100.$$

$$\sum_{i=1}^3 s_i > \sum_{j=1}^4 p_j$$

Следовательно, рассматриваемая задача без баланса (открытого типа).

Излишек продукции:

$$\sum_{i=1}^3 s_i - \sum_{j=1}^4 p_j = 10$$

Чтобы задачу закрыть, надо ввести фиктивного клиента (Клиент 5), заказ которого должен равняться 10 (ед.) при нулевых стоимостях перевозок

## 2.2.1.3. Вводим в таблицу исходные данные, добавляя фиктивного Клиента 5

	A	B	C	D	E	F	G
1	<b>ОПТИМИЗАЦИЯ ПЕРЕВОЗОК</b>						
2	<b>Пункты производства (склады)</b>		<b>Пункты потребления (КЛИЕНТЫ)</b>				
3			<b>Клиент 1</b>	<b>Клиент 2</b>	<b>Клиент 3</b>	<b>Клиент 4</b>	<b>Клиент 5</b>
4	<b>Номер</b>	<b>Запас</b>	<b>Стоимость перевозки одной единицы продукции</b>				
5	s1	25	300	500	200	200	0
6	s2	45	600	100	400	300	0
7	s3	40	200	300	100	400	0
8			<b>Потребности клиентов</b>				
9			<b>30</b>	<b>10</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	<b>10</b>

## 2.2.1.4. Составляем план перевозок

	A	B	C	D	E	F	G
1	<b>ОПТИМИЗАЦИЯ ПЕРЕВОЗОК</b>						
2	<b>Пункты производства (склады)</b>		<b>Пункты потребления (КЛИЕНТЫ)</b>				
3			<b>Клиент 1</b>	<b>Клиент 2</b>	<b>Клиент 3</b>	<b>Клиент 4</b>	<b>Клиент 5</b>
4	<b>Номер</b>	<b>Запас</b>	<b>Стоимость перевозки одной единицы продукции</b>				
5	s1	25	300	500	200	200	0
6	s2	45	600	100	400	300	0
7	s3	40	200	300	100	400	0
8	<b>Потребности клиентов</b>						
9			<b>30</b>	<b>10</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	<b>10</b>
10	<b>Всего вывозится</b>		<b>План перевозок</b>				
11	s1	=СУММ(C11:G11)	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
12	s2	=СУММ(C12:G12)	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
13	s3	=СУММ(C13:G13)	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
14	<b>Завоз продукции клиентам</b>						
15			=СУММ(C11:C13)	=СУММ(D11:D13)	=СУММ(E11:E13)	=СУММ(F11:F13)	=СУММ(G11:G13)
16	<b>Стоимость перевозок в</b>	=СУММПРОИЗВ(C5:C7;C11:C13)	=СУММПРОИЗВ(D	=СУММПРОИЗВ(E	=СУММПРОИЗВ(F	=СУММПРОИЗВ(G5:G	
17	<b>Целевая функция (общая стоимость перевозок)</b>			=СУММ(C16:F16)			

# План перевозок в режиме показа вычислений

	A	B	C	D	E	F	G
1	<b>ОПТИМИЗАЦИЯ ПЕРЕВОЗОК</b>						
2	<b>Пункты производства (склады)</b>		<b>Пункты потребления (КЛИЕНТЫ)</b>				
3			<b>Клиент 1</b>	<b>Клиент 2</b>	<b>Клиент 3</b>	<b>Клиент 4</b>	<b>Клиент 5</b>
4	<b>Номер</b>	<b>Запас</b>	<b>Стоимость перевозки одной единицы продукции</b>				
5	s1	25	300	500	200	200	0
6	s2	45	600	100	400	300	0
7	s3	40	200	300	100	400	0
8			<b>Потребности клиентов</b>				
9			<b>30</b>	<b>10</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	<b>10</b>
10	<b>Всего вывозится</b>		<b>План перевозок</b>				
11	s1	5	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
12	s2	5	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
13	s3	5	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
14			<b>Завоз продукции клиентам</b>				
15			<b>3</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>3</b>
16	<b>Стоимость</b>		<b>1100</b>	<b>900</b>	<b>700</b>	<b>900</b>	<b>0</b>
17	<b>стоимость перевозок)</b>			<b>3600</b>			

## 2.2.1.5. Вызываем программу Поиск решения (Данные – Анализ данных) и заполняем поля диалогового окна

ОПТИМИЗАЦИЯ ПЕРЕВОЗОК						
Пункты производства (склады)		Пункты потребления (КЛИЕНТЫ)				
		Клиент 1	Клиент 2	Клиент 3	Клиент 4	Клиент 5
Номер	Запас	Стоимость перевозки одной единицы продукции				
s1	25	300	500	200	200	0
s2	45	600	100	400	300	0
s3	40	200	300	100	400	0
		Потребности клиентов				
		30	10	30	30	10
Всего вывозится		План перевозок				
s1	5	1	1	1	1	1
s2	5	1	1	1	1	1
s3	5	1	1	1	1	1
		Завоз продукции клиентам				
		3	3	3	3	3
Стоимость		1100	900	700	900	0
стоимость перевозок)		3600				

**Поиск решения** ✕

Установить целевую ячейку:  Выполнить

Равной:  максимальному значению  значению:  Закреть

минимальному значению

Изменяя ячейки:

Предположить

Ограничения:

Добавить

Изменить

Удалить

Параметры  
Восстановить  
Справка

# Результат решения

	A	B	C	D	E	F	G
1	<b>ОПТИМИЗАЦИЯ ПЕРЕВОЗОК</b>						
2	<b>Пункты производства (склады)</b>		<b>Пункты потребления (КЛИЕНТЫ)</b>				
3			<b>Клиент 1</b>	<b>Клиент 2</b>	<b>Клиент 3</b>	<b>Клиент 4</b>	<b>Клиент 5</b>
4	<b>Номер</b>	<b>Запас</b>	<b>Стоимость перевозки одной единицы продукции</b>				
5	s1	25	300	500	200	200	0
6	s2	45	600	100	400	300	0
7	s3	40	200	300	100	400	0
8			<b>Потребности клиентов</b>				
9			<b>30</b>	<b>10</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	<b>10</b>
10	<b>Всего вывозится</b>		<b>План перевозок</b>				
11	s1	25	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>20</b>	<b>5</b>	<b>0</b>
12	s2	45	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>0</b>	<b>25</b>	<b>10</b>
13	s3	40	<b>30</b>	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
14			<b>Завоз продукции клиентам</b>				
15			<b>30</b>	<b>10</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	<b>10</b>
16	<b>Стоимость</b>		<b>6000</b>	<b>1000</b>	<b>5000</b>	<b>8500</b>	<b>0</b>
17	<b>стоимость перевозок)</b>			<b>20500</b>			

## 2.2.2. Открытая транспортная задача с дефицитом

Менеджер транспортного отдела составляет план перевозок продукции с трех складов фирмы четырем ее клиентам на следующий месяц. Цены перевозки одного контейнера, запасы продукции и заказы показаны в таблицах 1, 2, 3.

Цены перевозок Таблица 1

	Клиент 1	Клиент 2	Клиент 3	Клиент 4
Склад 1	300	500	200	200
Склад 2	600	100	400	300
Склад 3	200	300	100	400

Запасы продукции Таблица 2

	Склад 1	Склад 2	Склад 3
Запасы	25	45	25

Заказы клиентов Таблица 3

	Клиент 1	Клиент 2	Клиент 3	Клиент 4
Заказы	30	10	30	30

Требуется составить план транспортных перевозок продукции, при котором издержки будут минимальными.

Проверяем баланс

На складах **95** у.е.

Заказано **100** у.е.

Дефицит **5** у.е.  
продукции

**Вводим фиктивного поставщика!**

# План перевозок

	A	B	C	D	E	F
1	<b>ОПТИМИЗАЦИЯ ПЕРЕВОЗОК</b>					
2	<b>Пункты производства (склады)</b>		<b>Пункты потребления (КЛИЕНТЫ)</b>			
3			<b>Клиент 1</b>	<b>Клиент 2</b>	<b>Клиент 3</b>	<b>Клиент 4</b>
4	<b>Номер</b>	<b>Запас</b>	<b>Стоимость перевозки одной единицы продукции</b>			
5	s1	25	300	500	200	200
6	s2	45	600	100	400	300
7	s3	25	200	300	100	400
8	<b>s4</b>	<b>5</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
9			<b>Потребности клиентов</b>			
10			<b>30</b>	<b>10</b>	<b>30</b>	<b>30</b>
11	<b>Всего вывозится</b>		<b>План перевозок</b>			
12	s1	4	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
13	s2	4	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
14	s3	4	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
15	<b>s4</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
16			<b>Завоз продукции клиентам</b>			
17			<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>
18	<b>Стоимость</b>		<b>1100</b>	<b>900</b>	<b>700</b>	<b>900</b>
19	<b>стоимость перевозок)</b>			<b>3600</b>		

# План перевозок. Показ формул

	A	B	C	D	E	F
1	<b>ОПТИМИЗАЦИЯ ПЕРЕВОЗОК</b>					
2	<b>Пункты производства (склады)</b>		<b>Пункты потребления (КЛИЕНТЫ)</b>			
3			<b>Клиент 1</b>	<b>Клиент 2</b>	<b>Клиент 3</b>	<b>Клиент 4</b>
4	<b>Номер</b>	<b>Запас</b>	<b>Стоимость перевозки одной единицы продукции</b>			
5	s1	25	300	500	200	200
6	s2	45	600	100	400	300
7	s3	25	200	300	100	400
8	<b>s4</b>	<b>5</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
9			<b>Потребности клиентов</b>			
10			<b>30</b>	<b>10</b>	<b>30</b>	<b>30</b>
11	<b>Всего вывозится</b>		<b>План перевозок</b>			
12	s1	=СУММ(C12:F12)	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
13	s2	=СУММ(C13:F13)	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
14	s3	=СУММ(C14:F14)	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
15	<b>s4</b>	<b>=СУММ(C15:F15)</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
16			<b>Завоз продукции клиентам</b>			
17			=СУММ(C12:C15)	=СУММ(D12:D15)	=СУММ(E12:E15)	=СУММ(F12:F15)
18	<b>Стоимость перевозок в</b>	=СУММПРОИЗВ(C5:C7;C12:C14)	=СУММПРОИЗВ(D5:D7;D12:D15)	=СУММПРОИЗВ(E5:E7;E12:E15)	=СУММПРОИЗВ(F5:F7;F12:F15)	
19	<b>Целевая функция (общая стоимость перевозок)</b>			=СУММ(C18:F18)		

# Вызываем программу **Поиск решения** и заполняем поля диалогового окна

ОПТИМИЗАЦИЯ ПЕРЕВОЗОК						
Пункты производства (склады)		Пункты потребления (КЛИЕНТЫ)				
Номер	Запас	Клиент 1	Клиент 2	Клиент 3	Клиент 4	
s1	25	300	500	200	200	
s2	45	600	100	400	300	
s3	25	200	300	100	400	
<b>s4</b>	<b>5</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	
		Потребности клиентов				
		30	10	30	30	
Всего вывозится		План перевозок				
s1	4	1	1	1	1	
s2	4	1	1	1	1	
s3	4	1	1	1	1	
<b>s4</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	
		Завоз продукции клиентам				
		4	4	4	4	
<b>Стоимость</b>		<b>1100</b>	<b>900</b>	<b>700</b>	<b>900</b>	
<b>стоимость перевозок)</b>		<b>3600</b>				

**Поиск решения**

Установить целевую ячейку:

Равной:  максимальному значению  значению:

минимальному значению

Изменяя ячейки:

Ограничения:

\$B\$12:\$B\$15 = \$B\$5:\$B\$8  
 \$C\$10:\$F\$10 = \$C\$17:\$F\$17  
 \$C\$12:\$F\$15 = целое  
 \$C\$12:\$F\$15 >= 0

## Результат решения

	A	B	C	D	E	F
1	<b>ОПТИМИЗАЦИЯ ПЕРЕВОЗОК</b>					
2	<b>Пункты производства (склады)</b>		<b>Пункты потребления (КЛИЕНТЫ)</b>			
3			<b>Клиент 1</b>	<b>Клиент 2</b>	<b>Клиент 3</b>	<b>Клиент 4</b>
4	<b>Номер</b>	<b>Запас</b>	<b>Стоимость перевозки одной единицы продукции</b>			
5	s1	25	300	500	200	200
6	s2	45	600	100	400	300
7	s3	25	200	300	100	400
8	<b>s4</b>	<b>5</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
9			<b>Потребности клиентов</b>			
10			<b>30</b>	<b>10</b>	<b>30</b>	<b>30</b>
11	<b>Всего вывозится</b>		<b>План перевозок</b>			
12	s1	25	7	0	18	0
13	s2	45	0	10	5	30
14	s3	25	18	0	7	0
15	<b>s4</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
16			<b>Завоз продукции клиентам</b>			
17			<b>30</b>	<b>10</b>	<b>30</b>	<b>30</b>
18	<b>Стоимость</b>		<b>5700</b>	<b>1000</b>	<b>6300</b>	<b>9000</b>
19	<b>стоимость перевозок)</b>		<b>22000</b>			

Так как первому клиенту предусмотрена фиктивная перевозка, на самом деле он недополучит 5 у.е. продукции

## 2.3. ЗАДАЧА О НАЗНАЧЕНИЯХ



### 2.3.1. Постановка задачи

В общем виде задача «о назначениях» формулируется следующим образом: имеется  $n$  работ и  $n$  кандидатов для их выполнения. Назначение кандидата  $i$  на работу  $j$  связано с некоторыми затратами  $c_{ij}$  ( $i, j = \overline{1, n}$ ). Каждый кандидат может быть назначен только на одну работу, и каждая работа может быть выполнена только одним кандидатом. Найти такие назначения кандидатов на работы, при которых суммарные затраты на выполнение всех работ будут минимальными.

## Пример

Для монтажа четырех объектов требуется четыре крана. Время, необходимое каждому крану для монтажа каждого объекта, приведено в табл. 1. Распределить краны по объектам так, чтобы суммарное время на монтаж этих объектов, было минимально.

Таблица 1

$i \backslash j$	1	2	3	4
1	3	7		8
2	2	4	4	5
3	4	7	2	8
4	9	7	3	8

## Построение математической модели

Пусть  $c_{ij}$  ( $i, j = \overline{1,4}$ ) – время, необходимое крану  $i$  для монтажа объекта  $j$ . Введем вспомогательную переменную

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если кран } i \text{ назначен на монтаж объекта } j, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (4)$$

Условие «каждый кран может быть назначен на монтаж только одного объекта» может быть записан следующим образом:

$$\sum_{j=1}^4 x_{ij} = 1, \quad \text{для всех } i = \overline{1,4}, \quad (5)$$

условие – каждый объект может быть смонтирован только одним краном:

$$\sum_{i=1}^4 x_{ij} = 1, \quad \text{для всех } j = \overline{1,4}. \quad (6)$$

Целевая функция  $F$  – затраты на монтаж всех объектов

$$F = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 c_{ij} x_{ij}.$$

Задача формулируется следующим образом: найти такие значения переменных  $x_{ij}$ ,  $i, j = \overline{1,4}$ , при которых целевая функция  $F$  примет минимальное значение и при этом будут выполняться ограничения (5), (6).

## Решение в Excel

Переменные X  
(диапазон В9:Е12)

Затраты времени на выполнение работ  
(диапазон В3:Е6)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		<b>ОБЪЕКТЫ</b>						
2	<b>Краны</b>	<b>О1</b>	<b>О2</b>	<b>О3</b>	<b>О4</b>			
3	к1	3	7	5	8			
4	к2	2	4	4	5			
5	к3	4	7	2	8			
6	к4	9	7	3	8			
7								
8		<b>О1</b>	<b>О2</b>	<b>О3</b>	<b>О4</b>	<b>Левая часть</b>		<b>Правая часть</b>
9	к1	1	0	0	0	=СУММ(В9:Е9)	=	1
10	к2	0	1	0	0	=СУММ(В10:Е10)	=	1
11	к3	0	0	1	0	=СУММ(В11:Е11)	=	1
12	к4	0	0	0	1	=СУММ(В12:Е12)	=	1
13	<b>Левая часть</b>	=СУММ(В9:В12)	=СУММ(С9:С12)	=СУММ(Д9:Д12)	=СУММ(Е9:Е12)			
14	<b>Правая часть</b>	1	1	1	1			
15								
16	<b>F=</b>		=СУММПРОИЗВ(В3:Е6;В9:Е12)					

В блоке F9:F12 вычисляется число объектов, обслуживаемых одним краном;  
В блоке В13:Е13 вычисляется число кранов, назначенных на один объект ( в оптимальном решении в каждой ячейке 1).

В ячейке С16 – формула вычисления целевой функции (общие затраты времени).

## Показ вычислений

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		<b>ОБЪЕКТЫ</b>						
2	<b>Краны</b>	<b>O1</b>	<b>O2</b>	<b>O3</b>	<b>O4</b>			
3	<b>к1</b>	3	7	5	8			
4	<b>к2</b>	2	4	4	5			
5	<b>к3</b>	4	7	2	8			
6	<b>к4</b>	9	7	3	8			
7								
8		<b>O1</b>	<b>O2</b>	<b>O3</b>	<b>O4</b>	<b>Левая часть</b>		<b>Правая часть</b>
9	<b>к1</b>	0	0	0	0	0	=	1
10	<b>к2</b>	0	0	0	0	0	=	1
11	<b>к3</b>	0	0	0	0	0	=	1
12	<b>к4</b>	0	0	0	0	0	=	1
13	<b>Левая часть</b>	0	0	0	0			
14	<b>Правая часть</b>	1	1	1	1			
15								
16	<b>F=</b>		0					

## Вызов Поиска решения

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	
1		<b>ОБЪЕКТЫ</b>															
2	<b>Краны</b>	<b>01</b>	<b>02</b>	<b>03</b>	<b>04</b>												
3	<b>к1</b>	3	7	5	8												
4	<b>к2</b>	2	4	4	5												
5	<b>к3</b>	4	7	2	8												
6	<b>к4</b>	9	7	3	8												
7																	
8		<b>01</b>	<b>02</b>	<b>03</b>	<b>04</b>	<b>Левая часть</b>		<b>Правая часть</b>									
9	<b>к1</b>	0	0	0	0	0	=	1									
10	<b>к2</b>	0	0	0	0	0	=	1									
11	<b>к3</b>	0	0	0	0	0	=	1									
12	<b>к4</b>	0	0	0	0	0	=	1									
13	<b>Левая часть</b>	0	0	0	0												
14	<b>Правая часть</b>	1	1	1	1												
15																	
16	<b>F=</b>		0														

**Поиск решения** X

Установить целевую ячейку:

Равной:  максимальному значению  значению:  Выполнить

минимальному значению Закреть

Изменяя ячейки:

Предположить

Ограничения:

\$B\$13:\$E\$13 = \$B\$14:\$E\$14

\$B\$9:\$E\$12 <= 1

\$B\$9:\$E\$12 = целое

\$B\$9:\$E\$12 >= 0

\$F\$9:\$F\$12 = \$H\$9:\$H\$12

Добавить
Изменить
Удалить
Восстановить
Справка

Параметры

## Результат решения

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	<b>ОБЪЕКТЫ</b>							
2	<b>Краны</b>	<b>O1</b>	<b>O2</b>	<b>O3</b>	<b>O4</b>			
3	<b>к1</b>	3	7	5	8			
4	<b>к2</b>	2	4	4	5			
5	<b>к3</b>	4	7	2	8			
6	<b>к4</b>	9	7	3	8			
7								
8		<b>O1</b>	<b>O2</b>	<b>O3</b>	<b>O4</b>	<b>Левая часть</b>		<b>Правая часть</b>
9	<b>к1</b>	1	0	0	0	1	=	1
10	<b>к2</b>	0	0	0	1	1	=	1
11	<b>к3</b>	0	0	1	0	1	=	1
12	<b>к4</b>	0	1	0	0	1	=	1
13	<b>Левая часть</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>			
14	<b>Правая часть</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>			
15								
16	<b>F=</b>		<b>17</b>					

# Самостоятельная работа 1

**Задание.** Может ли быть матрицей назначений матрица

1	0	0	0
1	0	0	1
0	0	1	0
0	0	0	1



**Варианты**    **А. Может**

**ответов:**    **В. Не может.**

## Пример 2

Матрица назначений имеет вид  $X$ , а затраты на выполнение каждой работы задаются платежной матрицей  $C$ :

$$X =$$

0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
1	0	0	0

$$C =$$

8	4	6	8
5	3	2	7
2	4	1	2
4	3	2	5

Определить затраты на выполнение всех работ.

## Решение

$$T = 8 + 2 + 4 + 4 = 18$$

8	4	6	<b>8</b>
5	3	<b>2</b>	7
2	<b>4</b>	1	2
<b>4</b>	3	2	5

## Самостоятельная работа 2

**Задание.** Матрица назначений имеет вид  $X$ , а затраты на выполнение каждой работы задаются платежной матрицей  $C$ :

$$X = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$
$$C = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & 4 & 6 & 8 \\ \hline 1 & 3 & 5 & 7 \\ \hline 3 & 4 & 1 & 2 \\ \hline 5 & 3 & 2 & 6 \\ \hline \end{array}$$

Определить затраты на выполнение всех работ.

**Варианты**      **А. 20.**      **В. 62.**

**ответов:**      **С. 23.**      **Д. 12.**



## 2.4. Определение графика работы сотрудников фирмы

Администрации фирмы требуется определить штат и составить график работы персонала. При этом нужно обеспечить следующие условия:

- каждый сотрудник должен иметь пять рабочих дней и два выходных подряд;
- все сотрудники фирмы имеют одинаковую зарплату (500 руб. в день);
- на данный момент в фирме работает 30 чел.;
- минимальное количество работающих ежедневно должно соответствовать табл.1.



Таблица 1

День недели	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
Требуемое число сотрудников	16	12	14	16	16	25	25

Требуется определить минимальное число сотрудников в фирме для обеспечения указанных условий

# 1. Построение математической модели

а). Определение возможных режимов работы

Так как каждый сотрудник должен иметь два выходных рядом, возможны следующие графики выходных дней:

Понедельник, вторник;            пн, вт

Вторник, среда;                    вт, ср

Среда, четверг;                    ср, чт

Четверг, пятница;                 чт, пт

Пятница, суббота;                пт, сб

Суббота, воскресенье;            сб, вс

Воскресенье, понедельник.    вс, пн

б). Определение возможного графика работы всех сотрудников фирмы

Пусть:

$X_1$  – число сотрудников, отдыхающих в Пн и Вт (т.е. имеющих первый режим работы);

$X_2$  – число отдыхающих во Вт и Ср и т.д.

Пн ,вт  $X_1$

Вт, ср  $X_2$

Ср, чт  $X_3$

Чт, пт  $X_4$

Пт, сб  $X_5$

Сб, вс  $X_6$

Вс, пн  $X_7$

Таблица 1

День недели	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
Требуемое число сотрудников	16	12	14	16	16	25	25

Из табл.1 видно, что больше всего сотрудников должны работать в **Сб** и **Вс**. Значит, отдыхать в эти дни должны немногие.

Пусть  $X_5 = X_6 = X_7 = 2$ .

Тогда число выходов на работу в остальные дни

$$X_1 = X_2 = X_3 = X_4 = \frac{30 - 3 * 2}{4} = 6$$

в). Определение числа работников, выходящих на работу каждый день согласно данному графику

Введем индикаторы выхода на работу  $a_{iJ}$ .

Здесь  $i$  – режим работы сотрудника ( $i = 1, 2, \dots, 7$ );

$J$  – номер рабочего дня.

Если этот день у сотрудника выходной,  $a_{iJ} = 0$ .

Если день рабочий,  $a_{iJ} = 1$ .

Общее число работающих по этому графику  
рассчитываем во втором столбце табл.2

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 = 30$$

Таблица 2

Выходные дни	Число работающих по этому графику	ПН	ВТ	СР	ЧТ	ПТ	СБ	ВС
ПН, ВТ	$X_1 = 6$	$a_{11} = 0$	$a_{12} = 0$	$a_{13} = 1$	$a_{14} = 1$	$a_{15} = 1$	$a_{16} = 1$	$a_{17} = 1$
ВТ, СР	$X_2 = 6$	$a_{21} = 1$	$a_{22} = 0$	$a_{23} = 0$	$a_{24} = 1$	$a_{25} = 1$	$a_{26} = 1$	$a_{27} = 1$
СР, ЧТ	$X_3 = 6$	$a_{31} = 1$	$a_{32} = 1$	$a_{33} = 0$	$a_{34} = 0$	$a_{35} = 1$	$a_{36} = 1$	$a_{37} = 1$
ЧТ, ПТ	$X_4 = 6$	$a_{41} = 1$	$a_{42} = 1$	$a_{43} = 1$	$a_{44} = 0$	$a_{45} = 0$	$a_{46} = 1$	$a_{47} = 1$
ПТ, СБ	$X_5 = 2$	$a_{51} = 1$	$a_{52} = 1$	$a_{53} = 1$	$a_{54} = 1$	$a_{55} = 0$	$a_{56} = 0$	$a_{57} = 1$
СБ, ВС	$X_6 = 2$	$a_{61} = 1$	$a_{62} = 1$	$a_{63} = 1$	$a_{64} = 1$	$a_{65} = 1$	$a_{66} = 0$	$a_{67} = 0$
ВС, ПН	$X_7 = 2$	$a_{71} = 0$	$a_{72} = 1$	$a_{73} = 1$	$a_{74} = 1$	$a_{75} = 1$	$a_{76} = 1$	$a_{77} = 0$
Число выходов по графику	30	22	18	18	18	22	26	26
Число выходов по заданию	30	16	12	14	16	16	25	25

В строке Всего для столбца Пн рассчитываем число выходов на работу в этот день:

$$X1 * a_{11} + X2 * a_{21} + X3 * a_{31} + X4 * a_{41} + X5 * a_{51} + X6 * a_{61} + X7 * a_{71} = 6 * 0 + 6 * 1 + 6 * 1 + 6 * 1 + 2 * 1 + 2 * 1 + 2 * 0 = 22$$

Аналогичным образом рассчитывается число сотрудников, выходящих на работу в другие дни недели.

В последнюю строку табл. 2 поместим число сотрудников, которые должны выходить на работу каждый день согласно заданию.

2. Построим начальный план решения в ЭТ.



## Начальный план (показ вычислений)

	А	В	С	Д	Е	Г	И		
1	<b>ОПТИМИЗАЦИЯ ГРАФИКА РАБОТЫ</b>								
2	<b>Выходные дни</b>	<b>Число работающих по этому графику</b>	<b>ПН</b>	<b>ВТ</b>	<b>СР</b>	<b>ЧТ</b>	<b>ПТ</b>	<b>СБ</b>	<b>ВС</b>
3	ПН, ВТ	6	0	0	1	1	1	1	1
4	ВТ, СР	6	1	0	0	1	1	1	1
5	СР, ЧТ	6	1	1	0	0	1	1	1
6	ЧТ, ПТ	6	1	1	1	0	0	1	1
7	ПТ, СБ	2	1	1	1	1	0	0	1
8	СБ, ВС	2	1	1	1	1	1	0	0
9	ВС, ПН	2	0	1	1	1	1	1	0
10	<b>Число выходов по графику</b>	<b>30</b>	<b>22</b>	<b>18</b>	<b>18</b>	<b>18</b>	<b>22</b>	<b>26</b>	<b>26</b>
11	<b>Число выходов по заданию</b>	<b>30</b>	<b>16</b>	<b>12</b>	<b>14</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	<b>25</b>	<b>25</b>
12	<b>Число выходов за неделю</b>		<b>150</b>						
13	<b>Дневная зарплата сотрудника</b>			<b>500</b>					
14	<b>Фонд зарплаты за неделю</b>			<b>75000</b>					

### 3. Оптимизация решения

*(Данные – Анализ данных – Поиск решения)*

**Поиск решения** [?] [X]

Установить целевую ячейку:  [icon]

Равной:  максимальному значению  значению:   минимальному значению

Изменяя ячейки:  [icon]

Ограничения:

## Оптимальный график работы

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	І
1	<b>ОПТИМИЗАЦИЯ ГРАФИКА РАБОТЫ</b>								
2	<b>Выходные дни</b>	<b>Число работающих по этому графику</b>	<b>ПН</b>	<b>ВТ</b>	<b>СР</b>	<b>ЧТ</b>	<b>ПТ</b>	<b>СБ</b>	<b>ВС</b>
3	ПН, ВТ	9	0	0	1	1	1	1	1
4	ВТ, СР	5	1	0	0	1	1	1	1
5	СР, ЧТ	1	1	1	0	0	1	1	1
6	ЧТ, ПТ	9	1	1	1	0	0	1	1
7	ПТ, СБ	1	1	1	1	1	0	0	1
8	СБ, ВС	0	1	1	1	1	1	0	0
9	ВС, ПН	1	0	1	1	1	1	1	0
10	<b>Число выходов по графику</b>	<b>26</b>	<b>16</b>	<b>12</b>	<b>20</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	<b>25</b>	<b>25</b>
11	<b>Число выходов по заданию</b>	<b>30</b>	<b>16</b>	<b>12</b>	<b>14</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	<b>25</b>	<b>25</b>
12	<b>Число выходов за неделю</b>		<b>130</b>						
13	<b>Дневная зарплата сотрудника</b>			<b>500</b>					
14	<b>Фонд зарплаты за неделю</b>			<b>65000</b>					

Спасибо за  
внимание

Спасибо за  
внимание