Как формируются вертикальные токи в атмосфере?

Два достоинства геострофического ветра

- Он позволяет оценить значения скоростей реального ветра по полю давления, там где нет наблюдений

- Он объясняет <u>основные</u> погодообразующие связи в атмосфере

Простейшая модель погоды на завтра:

$$\boxed{T}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{p: \quad \frac{\partial p}{\partial z} = -g\frac{p}{RT}} \quad \Leftarrow \quad \boxed{p_0}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{V_g: \quad u_g = -\frac{RT}{lp}\cdot\frac{\partial p}{\partial y}; \quad v_g = \frac{RT}{lp}\cdot\frac{\partial p}{\partial x}; \quad w = 0}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{A_T = -\left(u_g\frac{\partial T}{\partial x} + v_g\frac{\partial T}{\partial y}\right)}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{T: \quad \frac{\partial T}{\partial t} = A_T \quad \Leftarrow \quad \frac{d\theta}{dt} = 0}$$

- **Где вертикальные токи?**
- **Чтобы понять, как они образуются следует выяснить, почему их здесь нет!**
- **Вспомним геострофическое приближение**

Два недостатка геострофического ветра

- Он <u>не может объяснить</u> наличие <u>вертикальных токов </u>в атмосфере

- Он имеет <u>предпосылки</u> для <u>самоликвидации </u>при криволинейном движении воздушных частиц в горизонтально неоднородном поле температур

В геостофической атмосфере вертикальных токов быть не может! Докажем это

Вертикальные токи в атмосфере определяются с помощью **<u>уравнения неразрывности</u>:**

$$\frac{\partial \rho w}{\partial z} = -\rho\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)$$

Для территорий примерно 1000Х1000 км горизонтальные изменения плотности и параметра Кориолиса пренебрежимо малы. Поэтому :

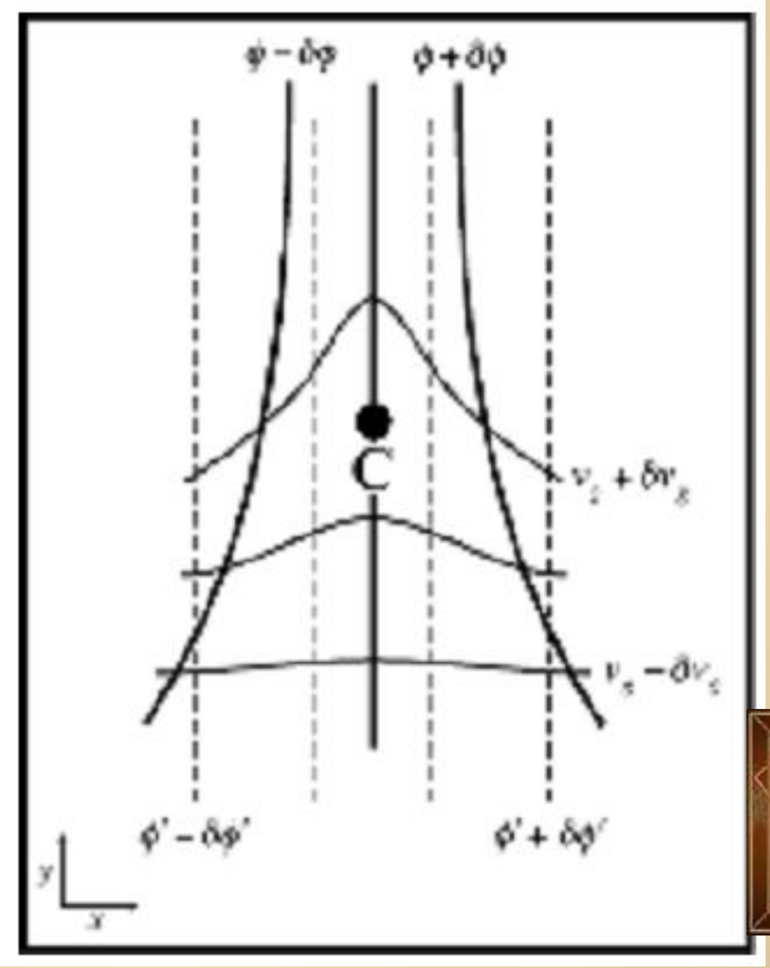
$$\left(\frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\rho l}\frac{\partial p}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\rho l}\frac{\partial p}{\partial x}\right) = \frac{1}{\rho l}\left(\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial p}{\partial x}\right) = 0$$

Откуда следует:

$$\rho w(z) = -\int_{z}^{z=\infty} \rho \cancel{\left(\frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y}\right)} - \cancel{\rho(\infty)}\, w(\infty) = 0$$

Вертикальные токи исчезли вследствие предположения о **<u>геострофичности ветра</u>!**

Существуют области в атмосфере, где геострофическое соотношение обязательно разрушается



Сплошные – изогипсы АТ500

Пунктир–изогипсы ОТ500 (изотермы)

Тонкие сплошные–изотахи компоненты v_g

В т С изогипсы сходятся, поэтому

А) усиливается $\partial T/\partial x$ и термический ветер, т.е. с высотой геострофический должен расти НО

Б) усиливается и адвекция слабого Ug из области расходимости (т.е. в точку приходит более слабый Ug и с высотой геострофический ветер должен убывать)

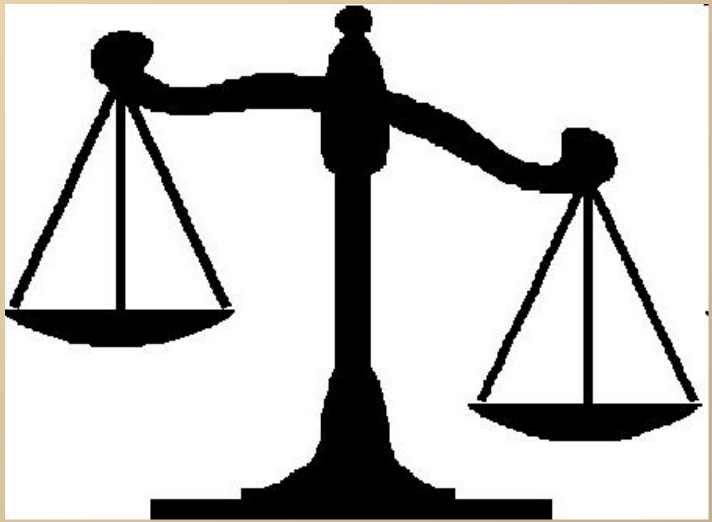
Т.е. ГЕОСТРОФИЧЕСКИЙ ПОТОК НЕ МОЖЕТ СОХРАНЯТЬСЯ – это

К чему это ведет?

$$f_0 \frac{\partial v_g}{\partial p} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial p}$$

Ослабление **Усиление**

$$f_0 \frac{\partial v_g}{\partial p} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial p}$$



Разрушается баланс термического, а значит, и геострофического ветра!

Док-во: пусть на исходном изобарическом уровне выполняются:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla\right) v_g = 0$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla\right)\left(-\frac{\partial \phi}{\partial p}\right) = 0.$$

1) Неускоренное (равномерное) геострофическое движение
2) Адиабатический перенос тепла

$$f_0 \frac{\partial v_g}{\partial p} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial p}.$$

Изменение геострофического ветра с высотой происходит по закону термического ветра

Дифференцируем уравнение движения по вертикали

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla\right) v_g = 0$$

$$\begin{aligned} f_0 \frac{\partial}{\partial p}\left[\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla\right) v_g\right] &= f_0 \frac{\partial}{\partial p}\left[\frac{\partial v_g}{\partial t} + u_g \frac{\partial v_g}{\partial x} + v_g \frac{\partial v_g}{\partial y}\right] \\ &= \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla\right)\left(f_0 \frac{\partial v_g}{\partial p}\right) \\ &\quad + f_0 \left[\frac{\partial u_g}{\partial p}\frac{\partial v_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial p}\frac{\partial v_g}{\partial y}\right]. \end{aligned}$$

$$f_0 \frac{\partial}{\partial p}\left[\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla\right) v_g\right] = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla\right)\left(f_0 \frac{\partial v_g}{\partial p}\right) + \left[\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial x} \cdot \nabla\left(-\frac{\partial \phi}{\partial p}\right)\right]$$

Дифференцируем уравнение притока тепла по вертикали

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla\right)\left(-\frac{\partial \phi}{\partial p}\right) = 0.$$

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla\right)\left(-\frac{\partial \phi}{\partial p}\right)\right]$$

$$= -\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(-\frac{\partial \phi}{\partial p}\right) + u_g \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{\partial \phi}{\partial p}\right) + v_g \frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{\partial \phi}{\partial p}\right)\right]$$

$$= \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla\right)\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial p}\right) - \left[\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial x} \cdot \nabla\left(-\frac{\partial \phi}{\partial p}\right)\right].$$

Т.О. при принятых условиях <u>одни и те же</u> горизонтальные изменения изотерм или изогипс <u>приводят нарушению</u> баланса термического (т.е. и геострофического) ветра с высотой

$$f_0\frac{\partial}{\partial p}\left[\left(\frac{\partial}{\partial t}+\vec{V}_g\cdot\nabla\right)v_g+f_0u_{ag}\right]=\left(\frac{\partial}{\partial t}+\vec{V}_g\cdot\nabla\right)\left(f_0\frac{\partial v_g}{\partial p}\right)-Q_1$$

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{\partial}{\partial t}+\vec{V}_g\cdot\nabla\right)\left(-\frac{\partial\phi}{\partial p}\right)-\sigma\omega\right]=\left(\frac{\partial}{\partial t}+\vec{V}_g\cdot\nabla\right)\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial p}\right)+Q_1$$

$$Q_1=-\frac{\partial\vec{V}_g}{\partial x}\cdot\nabla\left(-\frac{\partial\phi}{\partial p}\right)$$

Фактор, вызывающий разрушение баланса термического ветра, принято называть **Q-вектором**

$$Q_1 = -\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial x} \cdot \nabla \left(-\frac{\partial \phi}{\partial p} \right)$$

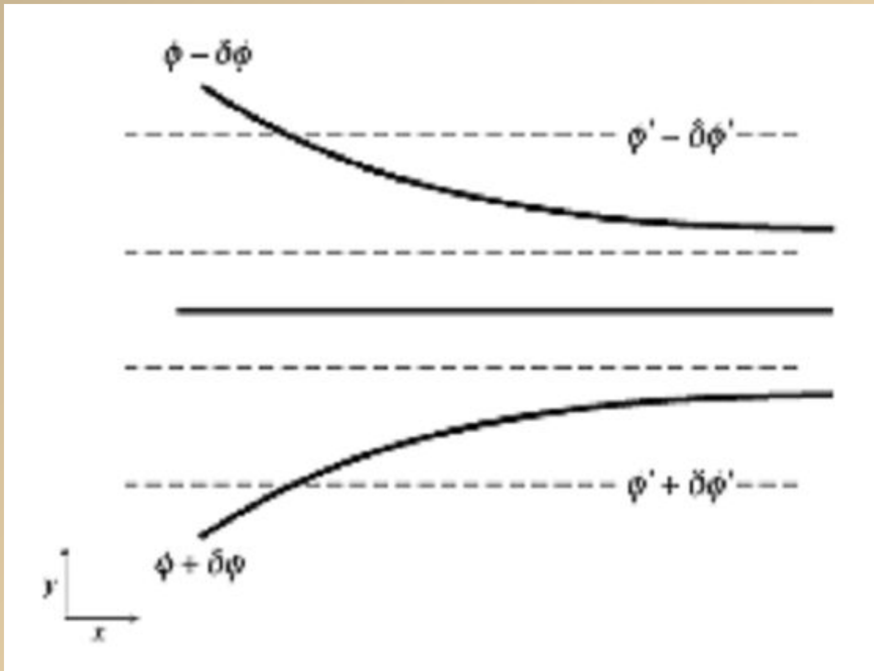
$$Q_2 = -\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial y} \cdot \nabla \left(-\frac{\partial \phi}{\partial p} \right)$$

$$\vec{Q} = \left[\left(-\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial x} \cdot \nabla \left(-\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right) \hat{i}, \left(-\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial y} \cdot \nabla \left(-\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right) \hat{j} \right]$$

$$\vec{Q} = -\frac{R}{p} \left[\left(\frac{\partial u_g}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial u_g}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \hat{j} \right].$$

Q-вектор в натуральных координатах

$$\vec{Q} = -\frac{R}{p}\left[\left(\frac{\partial u_g}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial y}\right)\hat{i} + \left(\frac{\partial u_g}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial y}\right)\hat{j}\right].$$



$$\frac{\partial v_g}{\partial x}\hat{i} - \frac{\partial u_g}{\partial x}\hat{j} = -\hat{k}\times\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial x}$$

$$\vec{Q} = -\frac{R}{p}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\left[\frac{\partial v_g}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial v_g}{\partial y}\hat{j}\right] =$$

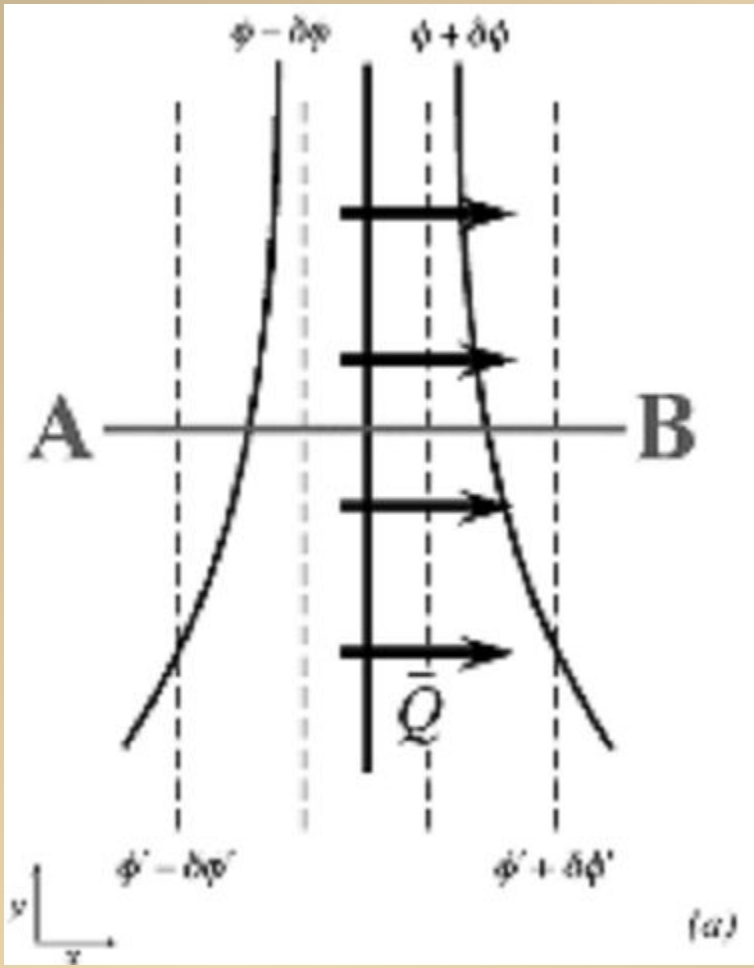
$$= -\frac{R}{p}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\left[\frac{\partial v_g}{\partial x}\hat{i} - \frac{\partial u_g}{\partial x}\hat{j}\right]$$

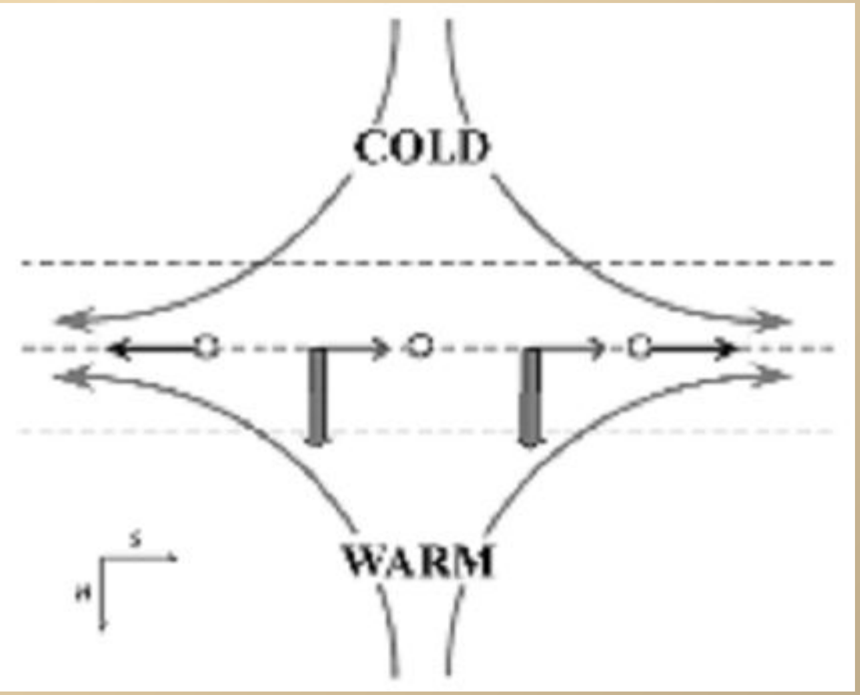
$$\vec{Q} = -\frac{R}{p}\left|\frac{\partial T}{\partial n}\right|\left[\hat{k}\times\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial s}\right]$$

$$= \frac{R}{p}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\left[\hat{k}\times\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial x}\right]$$

Q-вектор в дельте струи и деформационном поле

$$\vec{Q} = -\frac{R}{p}\left|\frac{\partial T}{\partial n}\right|\left[\hat{k} \times \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial s}\right]$$





1) Не параллельность изотерм и изогипс (бароклинность) порождает условия для того, чтобы геострофический поток разбалансировался с высотой.

3) Характеристикой этих условий является Q-вектор

2) Этот вектор описывает условия (конфигурацию изогипс ОТ и АТ), которые порождают появление в потоке ускорений и замедлений

Ускорения и вертикальные токи

Следующее приближение – <u>квазигеострофичность </u>атмосферы

- **Квазигеострофичность: <u>ускорения</u> атмосферного потока <u>считаем, используя геострофический ветер</u>**
- **Получим агеострофическую форму уравнений движения атмосферы:**

$$u = -\frac{1}{l\rho}\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{1}{\rho l}\frac{dv}{dt} = u_g \boxed{-\frac{1}{\rho l}\frac{dv_g}{dt}} \quad (\text{это} \quad \text{уравнение} \quad \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} - lu)$$

$$v = \frac{1}{l\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho l}\frac{du}{dt} = v_g + \boxed{\frac{1}{\rho l}\frac{du_g}{dt}} \quad (\text{это} \quad \text{уравнение} \quad \frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + lv)$$

Две формы агестрофических уравнений движения:

÷åðåç ô àêòè÷åñêèé âåòåð $\mathbf{U}_s = \left\{u_g ; v_g\right\}$:

$$\begin{cases} u = u_g - \dfrac{1}{\rho l}\dfrac{dv_g}{dt} & \left(u_g = -\dfrac{1}{l\rho}\dfrac{\partial p}{\partial y}\right) \\ v = v_g + \dfrac{1}{\rho l}\dfrac{du_g}{dt} & \left(v_g = \dfrac{1}{l\rho}\dfrac{\partial p}{\partial y}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \quad \mathbf{U}_s = \mathbf{U}_g + \frac{1}{l}\left[\mathbf{k} \times \frac{d\mathbf{U}_g}{dt}\right]$$

÷åðåç àãåî ñòðî ô è÷åñêèé âåòåð $\mathbf{U}_a = \left\{u_a ; v_a\right\}$:

$$\begin{cases} u_a = -\dfrac{1}{\rho l}\dfrac{dv_g}{dt} & \left(u_a = u - u_g\right) \\ v_a = \dfrac{1}{\rho l}\dfrac{du_g}{dt} & \left(v_a = v - v_g\right) \end{cases} \Leftrightarrow \quad \mathbf{U}_a = \frac{1}{l}\left[\mathbf{k} \times \frac{d\mathbf{U}_g}{dt}\right]$$

(Уметь переходить от векторной формы к координатной !)

Рассчитаем дивергенцию агеострофического ветра, пренебрегая пока изменениями плотности

$$\frac{\partial w}{\partial z} = -\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{U_s} = \left(\cancel{\frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y}}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{l}\frac{dv}{dt}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{l}\frac{du}{dt}\right)$$

$$-\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{1}{l}\dfrac{dv}{dt}\right) = \dfrac{1}{l}\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial v}{\partial x}\right) + \dfrac{\partial u}{\partial x}\dfrac{\partial v}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial x}\dfrac{\partial v}{\partial y} \\ \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{1}{l}\dfrac{du}{dt}\right) = \dfrac{1}{l}\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial u}{\partial y}\right) + \dfrac{\partial u}{\partial y}\dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y}\dfrac{\partial u}{\partial y} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{l}\left[\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)\cdot\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right)\right]$$

$$\Omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \Rightarrow \boxed{-\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{U_s} = \frac{1}{l}\left[\frac{d}{dt}\Omega + \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)\cdot\Omega\right]}$$

Агеострофический поток дивергентен !

Т.Е. он уже порождает вертикальные движения

<u>Уравнение неразрывности при учете ускорений позволяет рассчитать вертикальные скорости!</u>

уравнение неразрывности при учете ускоренности движения атмосферы

$$\frac{\partial w}{\partial z} = -\nabla \cdot \boldsymbol{U_s} == \left(\cancel{\frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y}} \right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{l}\frac{dv}{dt}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{l}\frac{du}{dt}\right) =$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{l}\frac{dv}{dt}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{l}\frac{du}{dt}\right) = \frac{1}{l}\left(\frac{d\Omega}{dt} - \frac{\partial w}{\partial z}\cdot\Omega\right) \Rightarrow \boxed{\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{1}{(l+\Omega)}\frac{d\Omega}{dt}}$$

- Обратите внимание на то, что это уравнение в метеорологии известно как «уравнение вихря»!
- По смыслу уравнение вихря служит <u>не для прогноза</u>, <u>а для диагноза</u> вертикальных скоростей

Первые прогностические рекомендации.

Реджинальд Сатклифф (1904-1991)

Впервые использовал уравнение вихря для вывода прогостических рекомендаций
Показал, что комбинация уравнения вихря с уравнением притока тепла позволяет получить объяснение вертикальных потоков в атмосфере

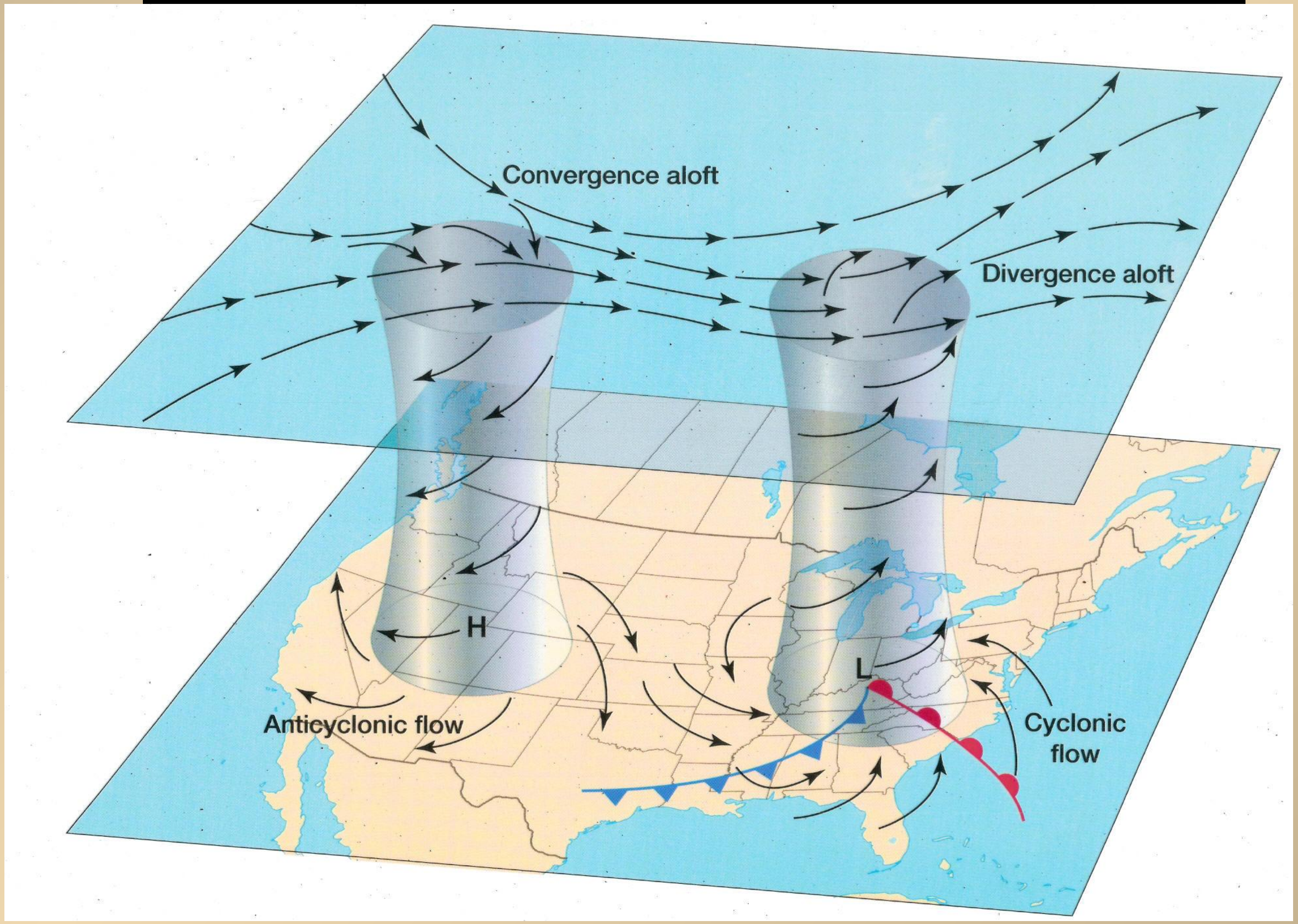
Концепцуальная модель циклогенеза -1: давление у земли падает только если в столбе воздуха преобладает ДИВЕРГЕНЦИЯ

$$p = g\int_{z}^{\infty} \rho dz \quad \grave{E} \quad \int_{z}^{\infty}\left(\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial \rho u}{\partial x}+\frac{\partial \rho v}{\partial y}+\frac{\partial \rho w}{\partial z}=0\right)dz$$

$$\frac{1}{g}\left.\frac{\partial p}{\partial t}\right|_{z} = -\int_{z}^{\infty}\left(\frac{\partial \rho u}{\partial x}+\frac{\partial \rho v}{\partial y}\right)dz + \left.\rho w\right|_{z}$$

$$\frac{1}{g}\left.\frac{\partial p}{\partial t}\right|_{0} = -\int_{0}^{\infty}\left(\frac{\partial \rho u}{\partial x}+\frac{\partial \rho v}{\partial y}\right)dz \quad \text{Óð-å òåí äåí öèè}$$

Т.О. основа падения давления у земли – дивергенция потоков в столбе выше уровня



$$\frac{\partial(\zeta_g + f)}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla(\zeta_g + f) = -f_0 \nabla \cdot \vec{V}$$

Но дивергенция на уровне может генерировать на только отрицательный (антициклонический) вихрь на этом уровне!!

Чтобы вихрь был положительный (циклонический) нужно, чтобы на этом уровне имела место <u>конвергенция на этом уровне</u>

Кажущийся парадокс:

Для того, чтобы у земли был циклон нужно, чтобы
в столбце на пунктом была <u>дивергенция</u> потока (падение давления)
Но
На уровне земли должна быть <u>конвергенция</u> (положительная циркуляция)

Для антициклона – наоборот, конвергенция в столбе и дивергенция у земли

Решение Сатклифа

Парадокс не имеет места:
Потому что тенденция давление у земли определяется <u>знаком вергенции на более высоких уровнях</u>,
А направление вращения потока у земли определяется <u>знаком вергенции</u> <u>на самом уровне</u>
<u>Знак вергенции на высотах</u> определяется знаком адвекции вихря
<u>термическим ветром</u>

$$\frac{\partial(\zeta_g + f)}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla(\zeta_g + f) = -f_0 \nabla \cdot \vec{V}$$

$$\frac{1}{f}\nabla^2 \frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla(\zeta_g + f) = -f_0 \nabla \cdot \vec{V}$$

$$f_0(\nabla \cdot \vec{V} - \nabla \cdot \vec{V}_0) = -\vec{V}_g \cdot \nabla(\zeta_g + f) + \vec{V}_{g_0} \cdot \nabla(\zeta_{g_0} + f) - \frac{1}{f}\nabla^2 \frac{\partial \phi'}{\partial t}$$

$$\frac{\partial \phi'}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{\partial \phi_0}{\partial t}$$

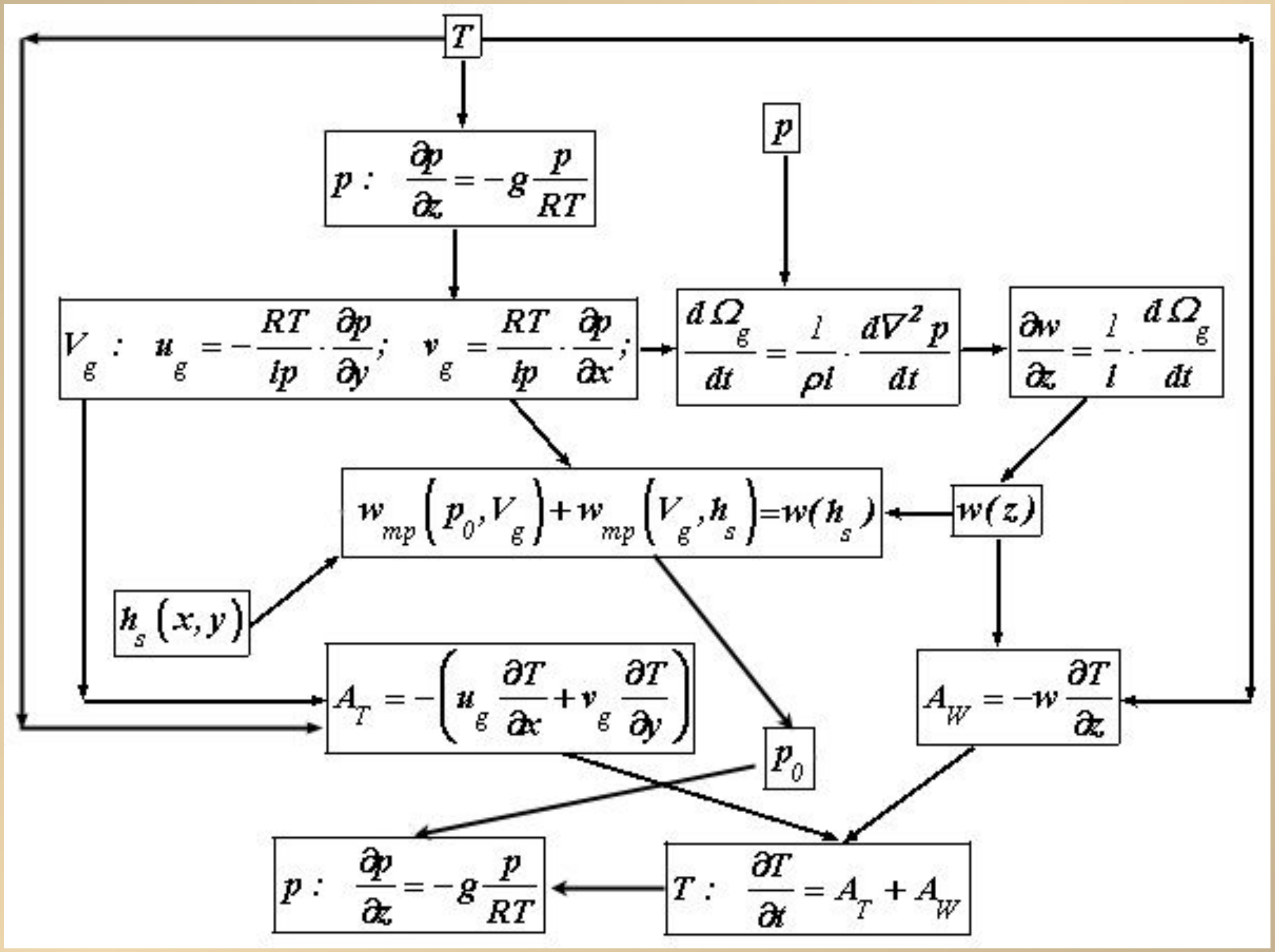
$$\frac{\partial \phi'}{\partial t} = \frac{d\phi'}{dt} - \vec{V} \cdot \nabla \phi' - \omega \frac{\partial \phi'}{\partial p}$$

$$-\frac{1}{f}\nabla^2 \frac{\partial \phi'}{\partial t} = \frac{1}{f}\nabla^2 \left(\bar{u}_g \frac{\partial \phi'}{\partial x} + \bar{v}_g \frac{\partial \phi'}{\partial y} \right)$$

$$f_0(\nabla \cdot \vec{V} - \nabla \cdot \vec{V}_0) = -\vec{V}' \cdot \nabla(\zeta_{g_0} + \zeta_g + f)$$

Вертикальные движения вверх (вниз) синоптического масштаба (*они <u>являются результатом большей дивергенции</u> (конвергенции) в верхнем слое, чем вблизи поверхности в любом столбе воздуха*), <u>вынуждаются циклонической (антициклонический) адвекцией вихря термическим ветром</u>

Для любознательных: как формируется погода на завтра в агеострофическом приближении



Выводы о природе вертикальных токов в атмосфере 1:

- **Вертикальные токи возникают в атмосфере вследствие ее инерции (ускорений)**
- **Но не просто ускорений, а из-за неоднородности поля ускорений**
- **Мерой неоднородности поля ускорений является изменение в частице воздуха величины**

$$\Omega = \partial v/\partial x - \partial u/\partial y$$

- **Эта величина называется вертикальной составляющей вектора вихря скорости движения атмосферы**
- **Уравнение**

$$\partial w/\partial z = -1/(\Omega + l) \cdot d\Omega/dt$$

называется уравнением вихря.

Значит вертикальная скорость в атмосфере возникает вследствие изменения вихря!

Роль вертикальных токов в поддержании геострофического баланса

(на базе рассмотрения Q-вектора)

Было доказано выше, что

Q-вектором -- это Фактор, вызывающий разрушение баланса термического ветра,

$$\vec{Q} = -\frac{R}{p}\left[\left(\frac{\partial u_g}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial y}\right)\hat{i} + \left(\frac{\partial u_g}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial y}\right)\hat{j}\right].$$

$$Q_1 = -\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial x}\cdot\nabla\left(-\frac{\partial \phi}{\partial p}\right)$$

$$Q_2 = -\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial y}\cdot\nabla\left(-\frac{\partial \phi}{\partial p}\right)$$

Покажем, что он же вызывает возникновение вертикальных токов, которые восстанавливают геострофический баланс!

Q-вектор и вертикальные скорости 1
Агеострофическая модель атмосферы

Óðàâí åí èÿ èì ï óëüñà â àãåî ñòðî ô è÷åñêî é ô î ðì å:

$$lu = \underbrace{-\frac{\partial\Phi}{\partial y}}_{lu_g} - \frac{1}{\rho}\frac{dv}{dt} \Rightarrow l(u - u_g) - \frac{dv_g}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dv_g}{dt} + lu_{ag} = 0$$

$$lv = \underbrace{-\frac{\partial\Phi}{\partial x}}_{lv_g} - \frac{1}{\rho}\frac{du}{dt} \Rightarrow l(v - v_g) - \frac{du_g}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{du_g}{dt} + lv_{ag} = 0$$

Óðàâí åí èå ï ðèòî êà òåï ëà â àãåî ñòðî ô è÷åñêî ì ï ðèáëèæåí èè

$$\frac{d\theta}{dt} = 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial}{\partial t} + V_g \cdot \nabla\right)T + \sigma\omega = 0$$

$$\theta = T\left(\frac{p_0}{p}\right)^{0.286}, \quad \omega = \frac{dp}{dt}, \quad \sigma = \frac{\partial\theta}{\partial p}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{0.286} = const$$

Q-вектор и вертикальные скорости 2
Пример преобразования

Из первого уравнения движения:

$$f_0\frac{\partial}{\partial p}\left[\left(\frac{\partial}{\partial t}+\vec{V}_g\cdot\nabla\right)v_g+f_0u_{ag}\right]=\left(\frac{\partial}{\partial t}+\vec{V}_g\cdot\nabla\right)\left(f_0\frac{\partial v_g}{\partial p}\right)-Q_1+f_0^2\frac{\partial u_{ag}}{\partial p}$$

Из уравнения притока тепла:

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{\partial}{\partial t}+\vec{V}_g\cdot\nabla\right)\left(-\frac{\partial\phi}{\partial p}\right)-\sigma\omega\right]=\left(\frac{\partial}{\partial t}+\vec{V}_g\cdot\nabla\right)\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial p}\right)+Q_1+\sigma\frac{\partial\omega}{\partial x}.$$

Складывая получим:

$$-2Q_1=\sigma\frac{\partial\omega}{\partial x}-f_0^2\frac{\partial u_{ag}}{\partial p}.$$

Используя по аналогии второе уравнение движения, получим

$$-2Q_2=\sigma\frac{\partial\omega}{\partial y}-f_0^2\frac{\partial v_{ag}}{\partial p}$$

где

$$Q_2=-\frac{\partial\vec{V}_g}{\partial y}\cdot\nabla\left(-\frac{\partial\phi}{\partial p}\right)$$

Дивергенция Q-вектора

$$-2\,Q_1 = \sigma \frac{\partial \omega}{\partial x} - f_0^2 \frac{\partial u_{ag}}{\partial p}.$$

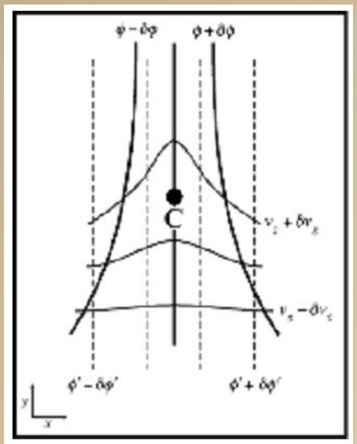
$$-2\,Q_2 = \sigma \frac{\partial \omega}{\partial y} - f_0^2 \frac{\partial v_{ag}}{\partial p}$$

$$-2\left(\frac{\partial Q_1}{\partial x} + \frac{\partial Q_2}{\partial y}\right) = \sigma\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}\right) - f_0^2 \frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\partial u_{ag}}{\partial x} + \frac{\partial v_{ag}}{\partial y}\right)$$

$$-2\left(\frac{\partial Q_1}{\partial x} + \frac{\partial Q_2}{\partial y}\right) = \sigma\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}\right) + f_0^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} = \sigma\left(\nabla^2 + \frac{f_0^2}{\sigma}\frac{\partial^2}{\partial p^2}\right)\omega.$$

Дивергенция Q-вектора является генератором вертикальных токов
Она носит диагностический характер и может быть определена по картам текущего состояния атмосферы

Влияние вертикальных токов в областях с возможным нарушением геострофического баланса



В т С изогипсы сходятся, поэтому

А) усиливается ∂ T/∂x и термический ветер, т.е. с высотой геострофический должен расти НО

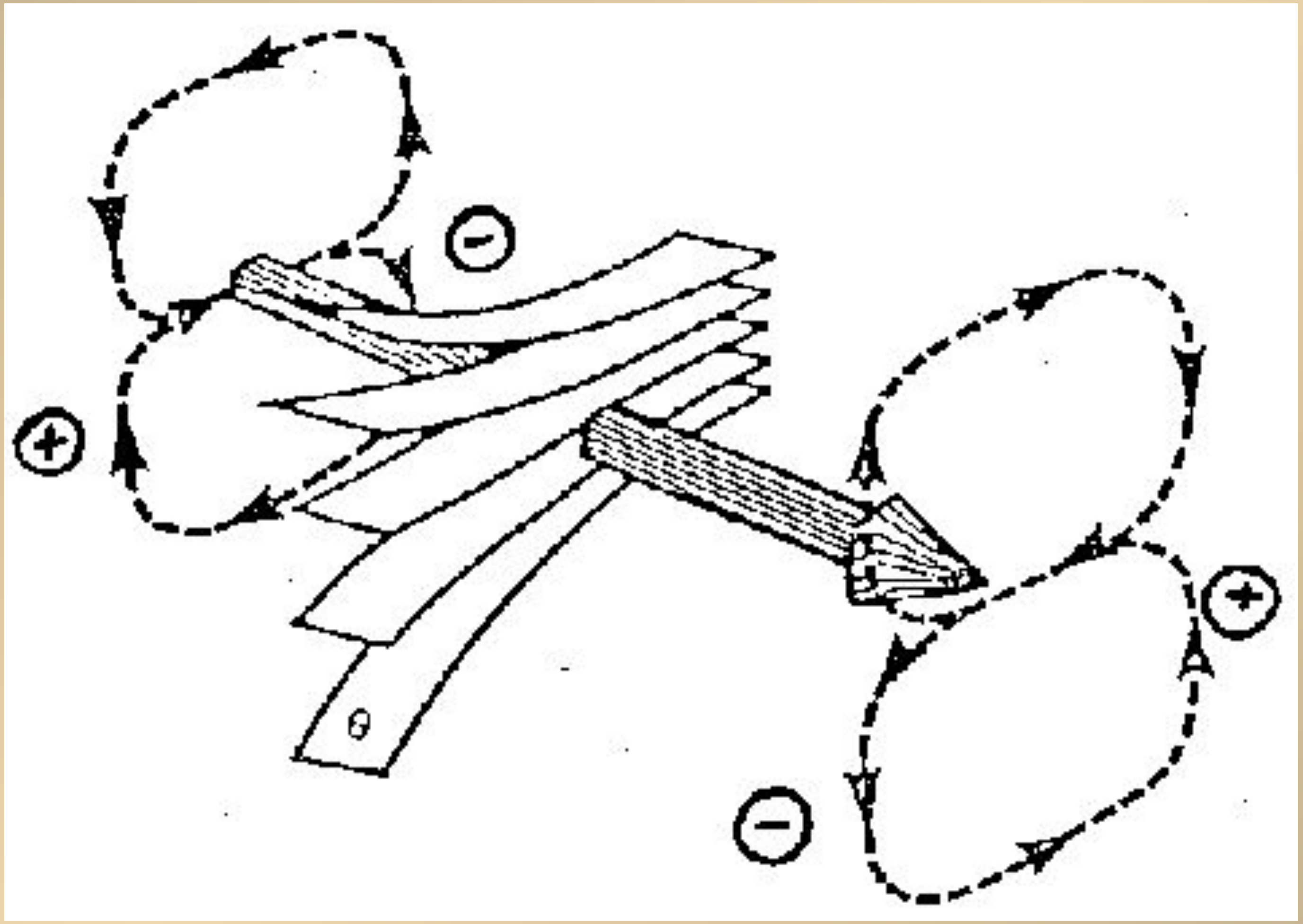
Б) усиливается и адвекция слабого Ug из области расходимости (т.е. в точку приходит более слабый Ug и с высотой геострофический ветер должен убывать)

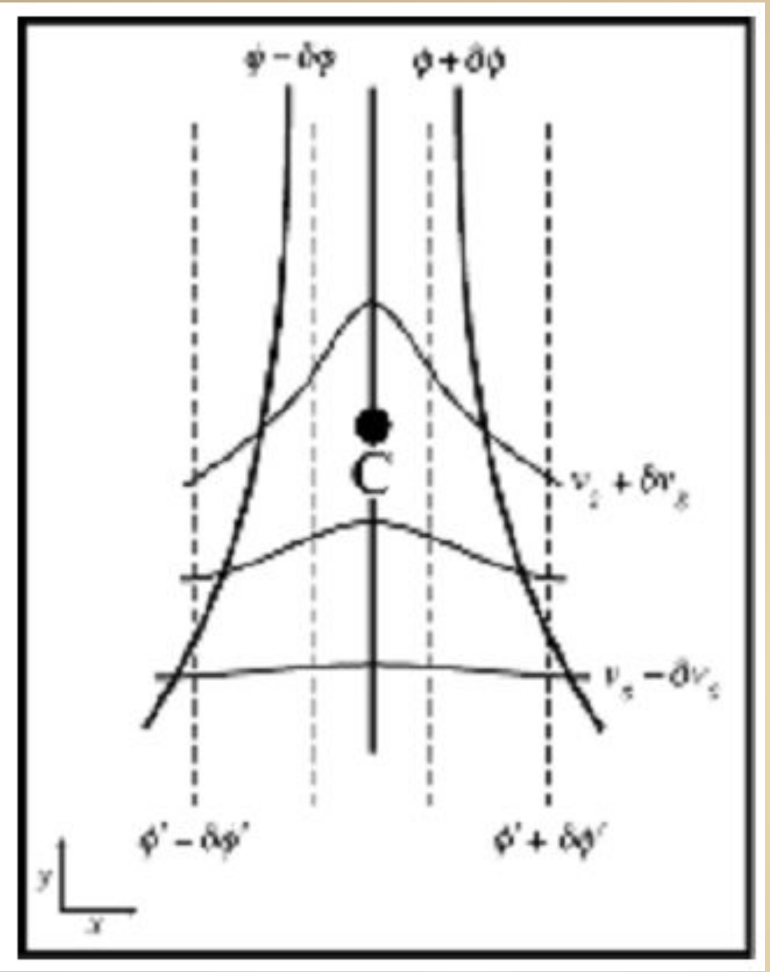
Т.е. ГЕОСТРОФИЧЕСКИЙ ПОТОК НЕ МОЖЕТ СОХРАНЯТЬСЯ – это геострофический парадокс!

А) Восходящие вертикальные токи охлаждают атмосферу и УМЕНЬШАЮТ **∂T/∂x , ликвидируя первую причину нарушения геострофического равновесия!**

Б) Вертикальные токи порождают ячейку циркуляции, т.е. ведут к появлению горизонтальных агеострофических ветров, которые усиливают геострофический ветер, ликвиди руя вторую причину нарушения геострфического равновесия!

Горизонтальные и вертикальные токи в зоне входа струйного течения



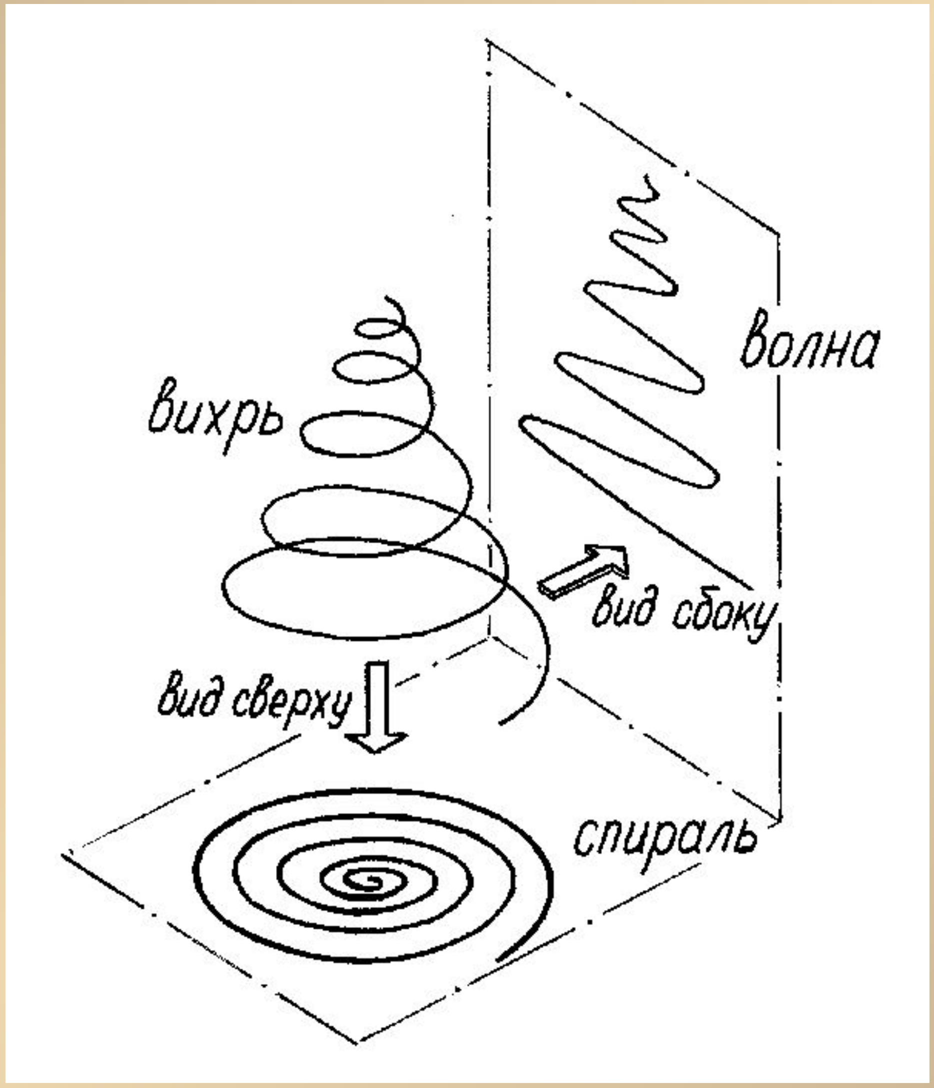


Вертикальные токи восстанавливают геострофическое равновесие в областях атмосфере, где оно нарушается при искривлении потока

Выводы о природе вертикальных токов в атмосфере 2:

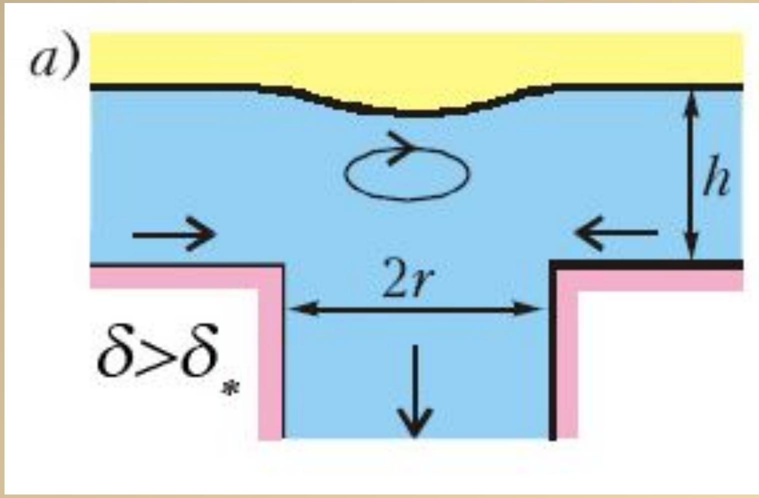
- **Вертикальные токи возникают в атмосфере вследствие ее инерции (ускорений), но не просто ускорений, а из-за неоднородности поля ускорений. Мерой неоднородности поля ускорений является изменение вихря**
- **Причиной ускорений является бароклинность атмосферы, вызываемая горизонтальной неоднородностью поля температур и искривляющим поток действием рельефа**
- **Бароклинность проявляется через формирование Q-вектора**
- **Под влиянием Q-вектора на горизонтальный поток геострофическое равновесие нарушается с высотой**
- **Но одновременно Дивергенция Q-вектора ведет к возникновению вертикальных токов, которые возвраща атмосферу к состоянию геострофического равновесия**
- **Т.О. геострофическое движение сохраняется и при искривленных изогипсах!**

Но что такое вихрь? И как он возникает?



Пример из физики:

Воронка в ванной



Представьте себе ванну с неглубокой и неподвижной водой.
Когда сток открывается, вода начинает вытекать, образуя радиальный поток в направлении стока и, <u>ускоряясь</u> под влиянием гравитационной силы, по мере приближения к сливному отверстию.
Таким образом, сначала устанавливается плавный, единый вертикальный поток <u>без заметного вращения</u>.

Однако это состояние потока удерживается недолго. Мелкие нерегулярности в движении воды, движении воздуха над поверхностью воды и возмущения в трубе стока приведут к тому, что с <u>одной стороны стока окажется немного больше воды, чем с другой</u>, и тогда в потоке появляется <u>заметный вихревой</u>, круговой компонент движения.

По мере того как частицы воды движутся вниз в направлении стока, их радиальная и круговая скорости нарастают.

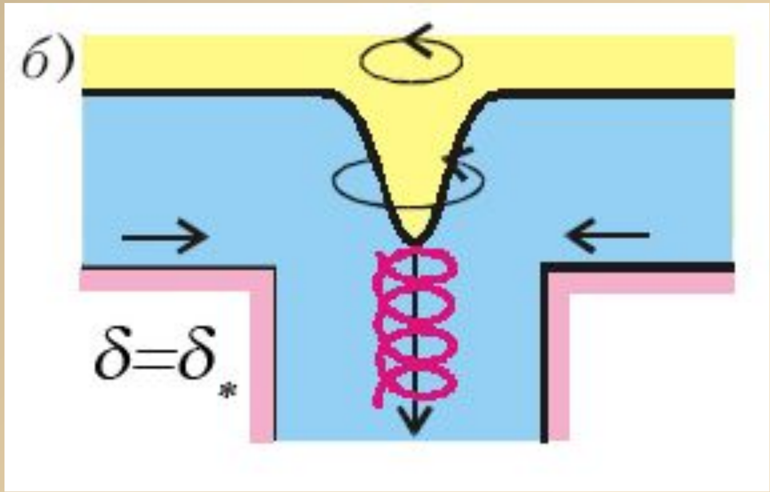
Радиально они ускоряются под действием силы гравитации,

а скорость вращения возрастает оттого, что уменьшается радиус вращения:

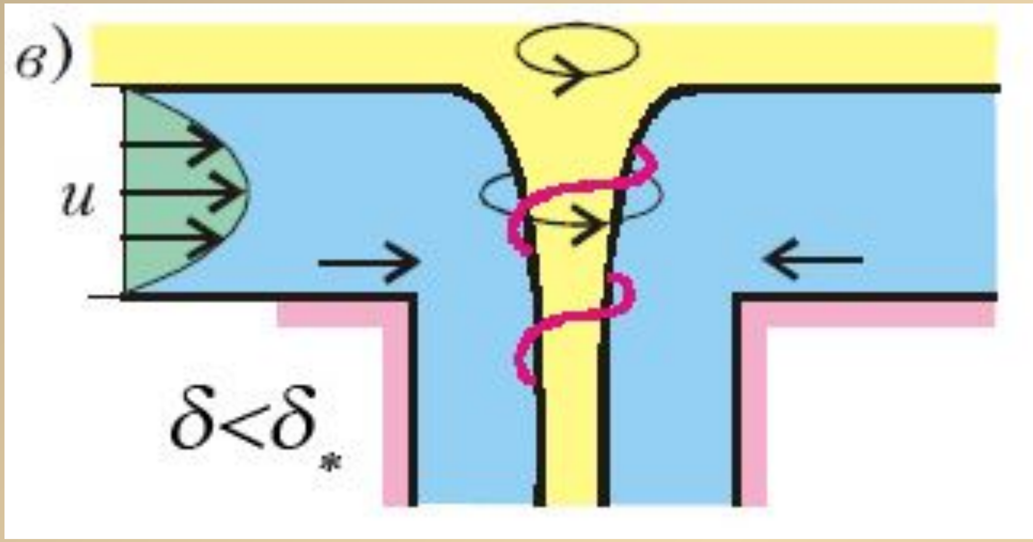
<u>так фигуристка ускоряет обороты, прижимая руки к телу при выполнении пируэта.</u>

В результате частицы воды движутся вниз по спиральным траекториям, образуя сужающуюся трубку линий потока, известную как <u>воронка.</u>

- **Так как основной поток все еще радиален и направлен к центру, воронка непрерывно сдавливается под напором воды со всех сторон. Это давление <u>уменьшает ее радиус и еще больше ускоряет вращение.</u>**
  - **Сила тяготения, давление воды и постоянно уменьшающийся радиус воронки - все это, вместе взятое, непрерывно ускоряет вихревое движение жидкости.**



- По достижении определенной скорости вращения в игру <u>вступают центробежные силы: они отталкивают воду от стока по радиусу</u>. Как результат, на изначально плоской поверхности воды над стоком образуется углубление, которое быстро превращается в воронку.
  - В конце концов внутри водоворота формируется миниатюрный воздушный торнадо, а на водной поверхности воронки возникают достаточно сложные нелинейные структуры - барашки, волны и завихрения.



Через некоторое время сила тяготения, влекущая воду вниз в направлении стока, давление воды, направленное внутрь потока, и центробежные силы, расталкивающие поток в стороны, уравновешивают друг друга;

устанавливается устойчивое состояние, в котором

тяготение поддерживает поток энергии высокого уровня,

а трение рассеивает некоторую небольшую ее часть.