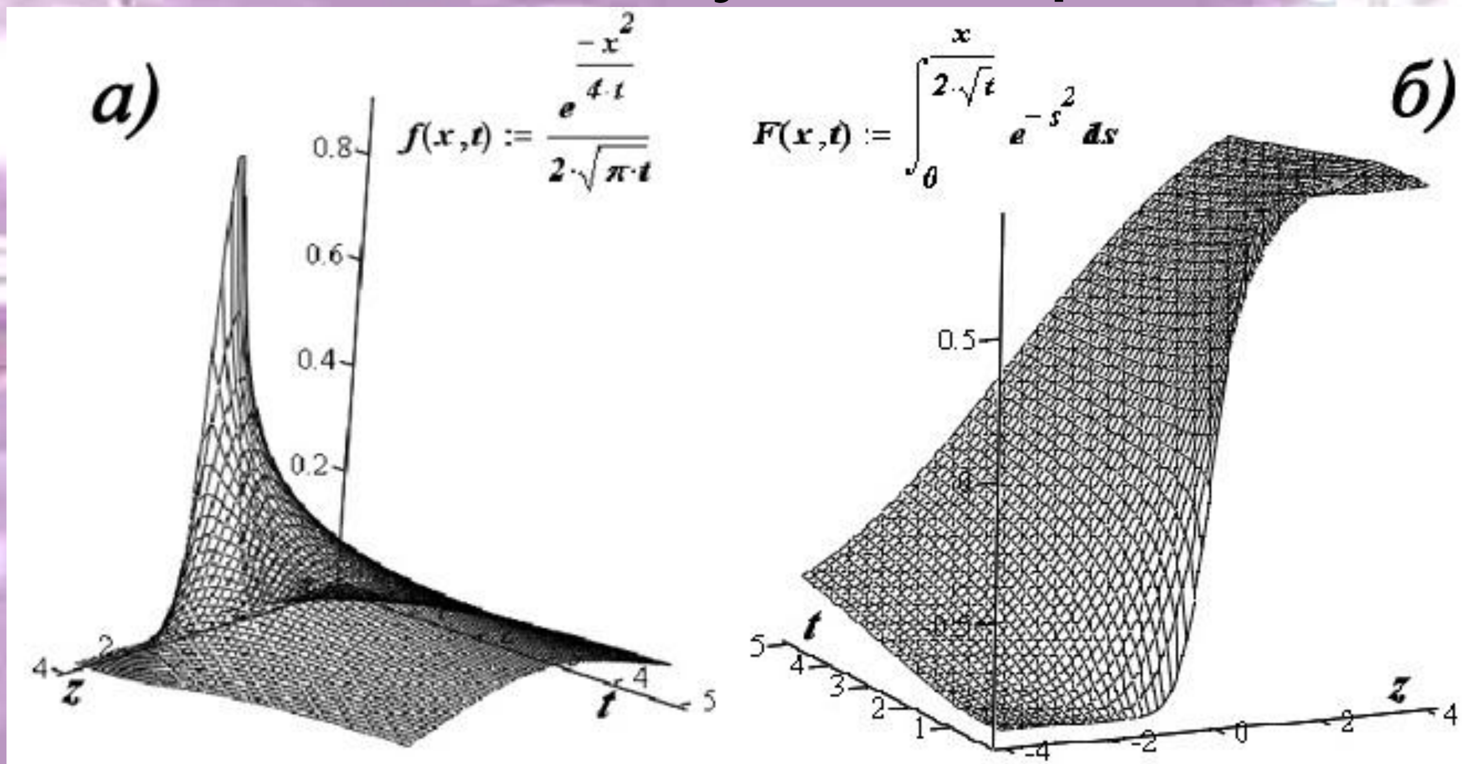
Процессы турбулентного переноса

Основы К-теории запомнил – будешь джедаем!

Основные вопросы

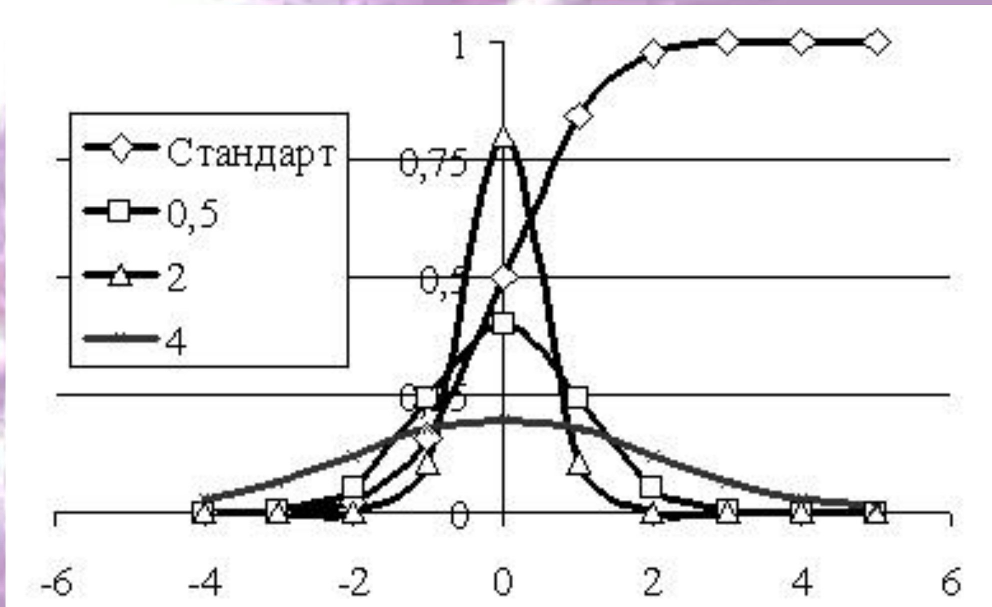
- **Модель теплопроводности Фурье (диффузии Шмидта, вязкости Ньютона)**
- **Вид частного периодического решения уравнения теплопроводности**
- **Вид решения в виде «шапки» и ступеньки для задачи диффузии**
- **Порядок величины к-та температуропроводности почвы и воздуха**
- **Что такое число Прандтля (Шмидта)**
- **Правила усреднения Рейнольдса**
- **Центральный пункт К-теории – применение градиентной гипотезы**
- **Что такое коэффициент турбулентности, размерность и порядок величины**
- **Решение задачи о суточном ходе температуры и законы Фурье**
- **Решение задачи о трансформации потока и понятие вторичного пограничного слоя**
- **Причина образования трансформационных туманов**

«Шапка» в двух измерениях



$$\text{тогда } \frac{z}{2a\sqrt{t}} \quad f(z,t) = \frac{1}{2a\sqrt{\pi \cdot t}} e^{-\frac{z^2}{4a^2 t}} \text{ и } F(z,t) = \frac{1}{2a\sqrt{\pi \cdot t}} \int_{-\infty}^{\frac{z}{2a\sqrt{t}}} e^{-z_1^2} dz_1$$

«Шапка»-основа диффузии



Графики плотности нормально распределенной случайной величины с нулевым средним и СКО=σ=0,5;1;2;4

$$F(s) = \frac{1}{2\sigma\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{s} e^{-(s_1/2\sigma)^2} ds_1$$

$$f(s) = \frac{dF}{ds} = \frac{1}{2\sigma\sqrt{\pi}} \cdot e^{-(s/2\sigma)^2}$$

$$\frac{df(s)}{ds} = -2s \cdot f(s) \qquad \frac{d^2F(s)}{ds^2} = -2s \cdot \frac{dF(s)}{ds}$$

«Шапка» – это **автомодельное** решение уравнения теплопроводности

для $f(t,x,a)=\dfrac{e^{-\frac{x^2}{4a^2\cdot t}}}{2a\sqrt{\pi t}}$ следствия $\boxed{\dfrac{\partial f}{\partial t}}=\dfrac{1}{8}\cdot\dfrac{e^{-\frac{x^2}{4a^2\cdot t}}}{\sqrt{\pi t^5}}\cdot\dfrac{\left(x^2-2a^2\cdot t\right)}{a^3}=\boxed{a^2\cdot\dfrac{\partial^2 f}{\partial z^2}}$

для $F(t,x,a)=\displaystyle\int_{-\infty}^{-\frac{x}{2a\sqrt{t}}} e^{-s^2}\,ds$ следствия $\boxed{\dfrac{\partial F}{\partial t}}=-\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{e^{-\frac{x^2}{4a^2\cdot t}}}{\sqrt{\pi t^5}}\cdot\dfrac{x}{a\sqrt{t^3}}=\boxed{a^2\cdot\dfrac{\partial^2 F}{\partial z^2}}$

$$\frac{\partial T}{\partial t}=a^2\cdot\frac{\partial^2 T}{\partial z^2},\quad \text{если}\quad T=f\quad\text{или}\quad T=F$$

Воспоминание о «шапке»: a^2 **– это дисперсия в нормальном распределения случайной величины**

Модель теплопроводности Фурье

$$\delta Q = c\,dm\frac{\partial T}{\partial t} = c\rho S dz\frac{\partial T}{\partial t}, [Q] = вт$$

$$\delta Q = S(G(z) - G(z+dz)) = -\frac{\partial G}{\partial z}dzS$$

$$c\rho\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial G}{\partial z},$$

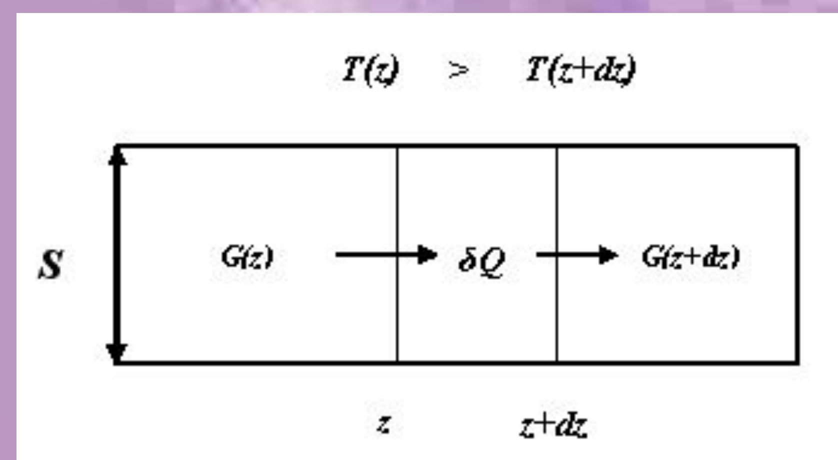
$$\boxed{G = -a\frac{\partial T}{\partial z} = -c\rho\lambda\frac{\partial T}{\partial z}}, [G] = \frac{вт}{м^2}$$

$$[a] = \frac{вт}{м\cdot{}^0K}, [\lambda] = \frac{м^2}{c}$$

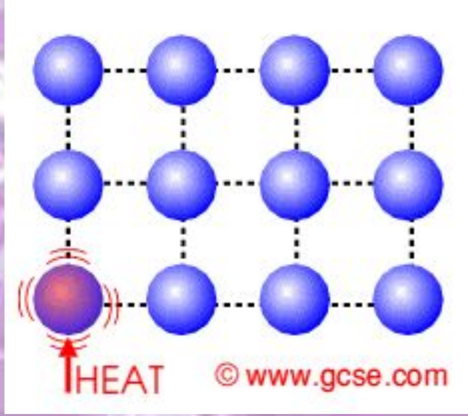
$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = \lambda\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}}$$

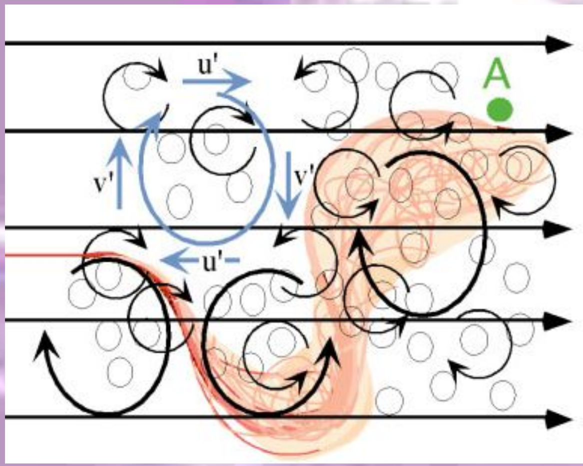
<u>Это уравнение теплопроводности</u>

Жан Батист Фурье



Отличие деятельного слоя почвы от деятельного слоя воды – следствие <u>разных механизмов теплопроводности</u>?





- Почва – это твердое тело и теплопередача идет за счет молекулярной теплопроводности и капиллярного просачивания вод – это очень медленно!
- В воде (и в воздухе) теплообмен происходит при нерегулярном перемещении отдельных объемов среды. Это называется турбулентным теплообменом. Он происходит во много раз быстрей!
- Поэтому эффективная теплопроводность воды в водоемах гораздо больше, т.е. прогреваются толстые слои воды, но температура меняется медленнее и с меньшей амплитулой

Тепловые характеристики Д.С

Веществ о	Плотност ь Кг/м^3	Теплоемкос ть Дж/(кг·К)	Теплопроводност ь Вт/(м · К)
Воздух	1,22	1000	0,02
вода	1000	4200	0,63
лед	900	2100	0,5
снег	200	3000	0,11
дерево	700	1200	1,0
песок	500	2000	0,25
скала	2700	880	3,0

$$\text{Коэф - т Температуропроводности} = \frac{\text{Коэф - т Теплопроводности}}{\rho Cp}$$

Законы диффузии

- Сформулированы в 1855 Адольфом Фиком по аналогии с уравнением теплопроводности Фурье.
- Первый Ф. з. устанавливает для стационарной диффузии пропорциональность плотности потока *j* диффундирующих частиц градиенту их концентрации

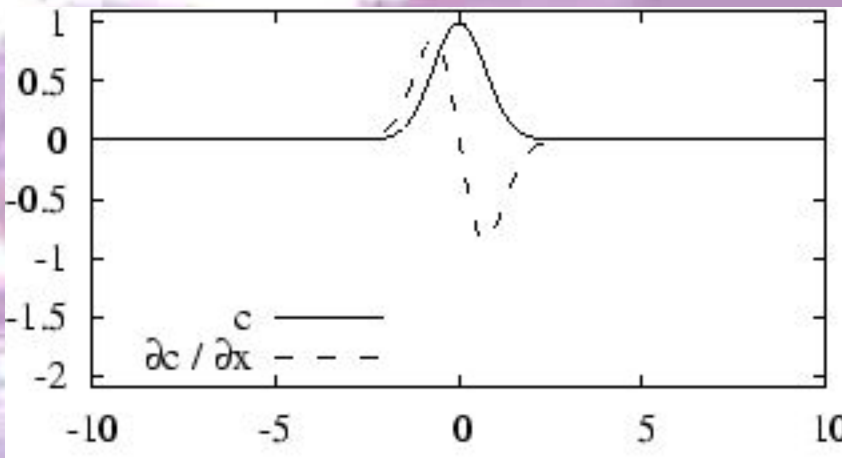
$$j = -D\frac{\partial c}{\partial x}$$

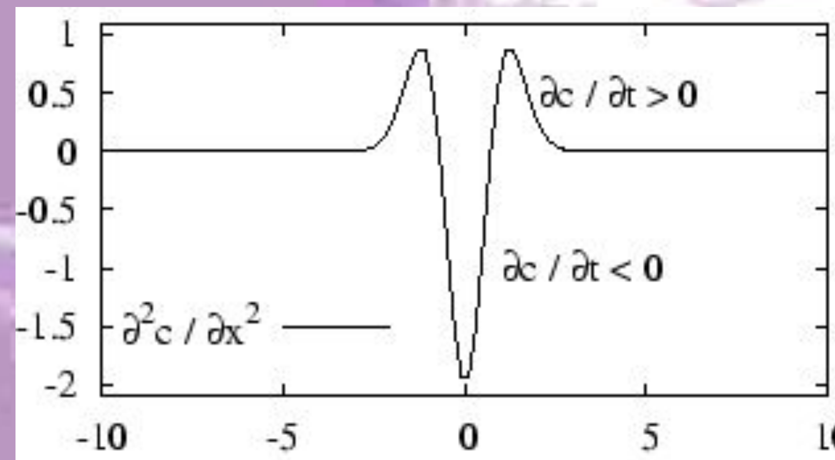
- **Второй Ф. з. описывает нестационарный случай, он следует из первого Ф. з. при учёте изменения концентрации диффундирующих частиц со временем**

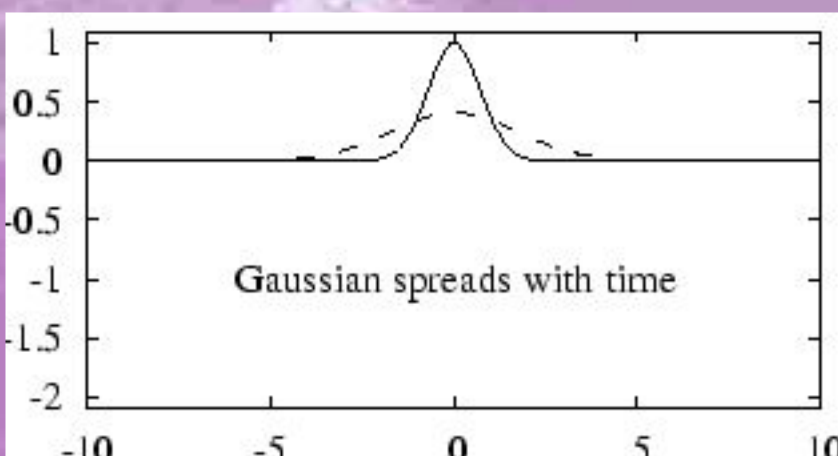
$$\frac{\partial C}{\partial t} = D\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

Адольф Фик

Действие, описываемое уравнением диффузии







$$\frac{Dc}{Dt} = K_t \nabla^2 c. \;\; K_t \gg K$$

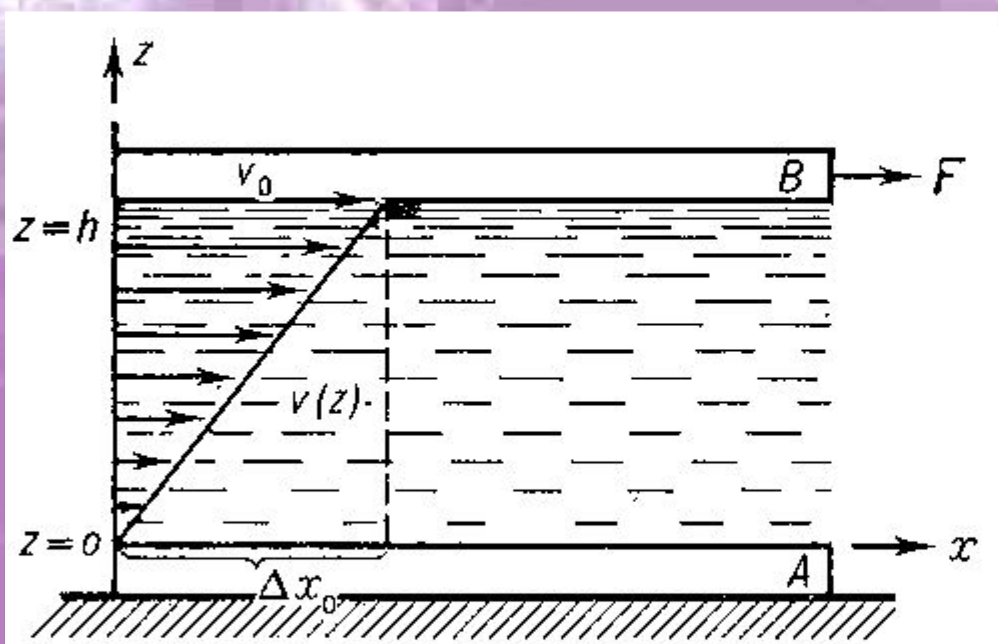
$$\nabla^2 c = \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}$$

$$K = 2.4 \times 10^{-5}\ \mathrm{m}^2\,\mathrm{s}^{-1}$$

Закон вязкости Ньютона

Вязкость жидкости определяется соотношением, которое экспериментально установил И.Ньютон. Если пространство между двумя горизонтальными параллельными пластинами заполнено жидкостью и меньшая верхняя пластина движется с постоянной скоростью, тогда как нижняя остается на месте, то выполняется равенство

$$F = \mu S \frac{du}{dy}$$



Согласно молекулярно-кинетической теории

$$\mu = 1/3 \langle\lambda\rangle\langle u\rangle \rho$$

Характерные числа Pr , Sc

Людвиг Прандтль

$$Pr = \frac{\nu}{\lambda} \text{ у газов } (0.7 \le Pr \le 1)$$

$$Sc = \frac{\nu}{D} \text{ у газов } (Sc = 1)$$

Эрнст Шмидт

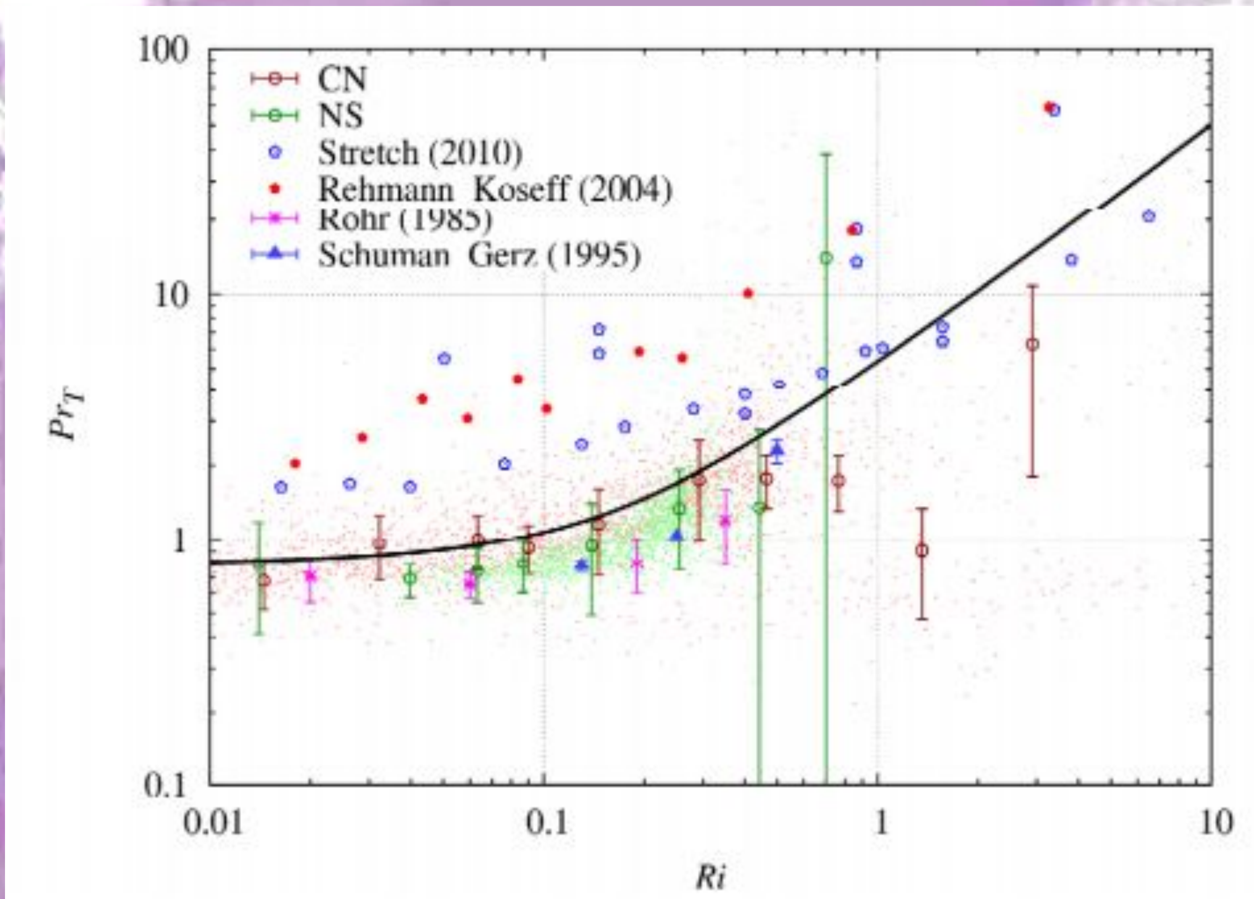
ν – коэф-т вязкости $\left[\text{м}^2\text{с}^{-1}\right]$

λ – коэф-т температуропроводности $\left[\text{м}^2\text{с}^{-1}\right]$

D – коэф-т диффузии $\left[\text{м}^2\text{с}^{-1}\right]$

В турбулентной атмосфере Pr=Sc≃0.95, т.е. теплообмен интенсивнее, чем обмен импульсом

Турбулентное число Прандтля (С.С. Зилитинкевич)



В устойчиво стратифицированной атмосфере перенос тепла во много раз меньше,чем перенос импульса!

Уранения диффузии, переноса и разделение на среднее и флуктуацию

$$\frac{Dc}{Dt} = K\nabla^2 c$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla c = K\nabla^2 c$$

$$\frac{\partial(\overline{c} + c')}{\partial t} + (\overline{\mathbf{u}} + \mathbf{u}') \cdot \nabla(\overline{c} + c') = K\nabla^2(\overline{c} + c').$$

Здесь к пока молекулярный коэффициент обмена!

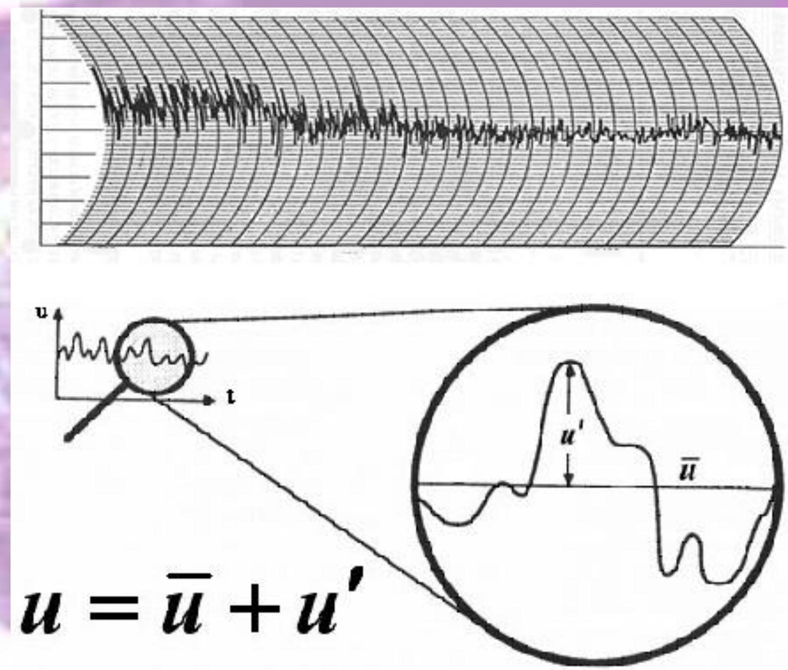
Структура уравнения турбулентного переноса

$$\frac{\partial \overline{c}}{\partial t} + \overline{\mathbf{u}} \cdot \nabla \overline{c} =$$

$$K\nabla^2 \overline{c} + K\nabla^2 c' - \frac{\partial}{\partial x}(\overline{u'c'}) - \frac{\partial}{\partial y}(\overline{v'c'}) - \frac{\partial}{\partial z}(\overline{w'c'})$$

$$= K\nabla^2 \overline{c} + K\nabla^2 c' - \nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}'c'})$$

Пульсации и усреднение Рейнольдса

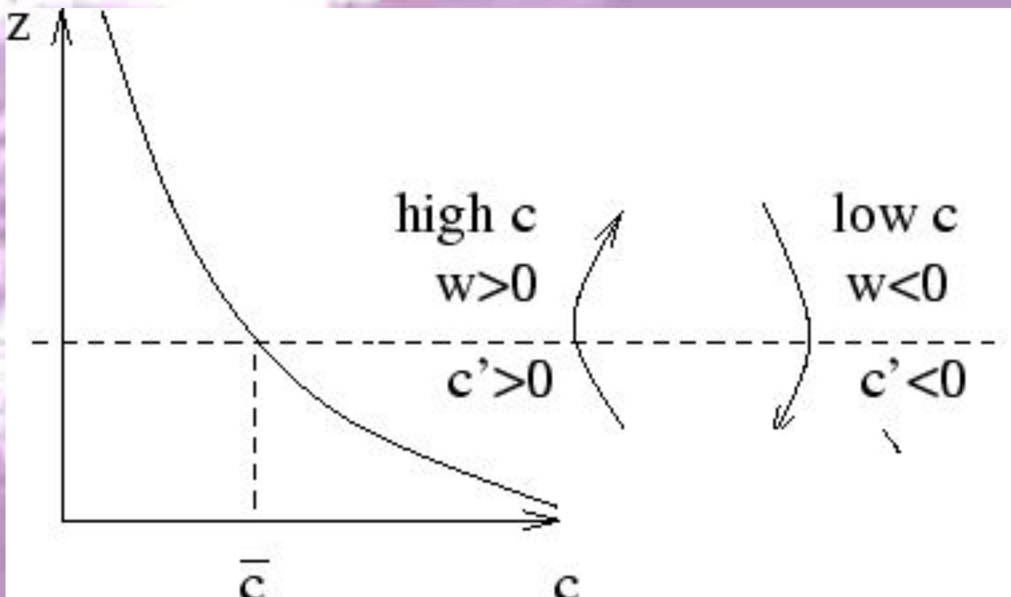


1) *Если* $f_1 = \overline{f}_1 + f_1'$, $f_2 = \overline{f_2} + f_2'$ *то* $\overline{f_1 + f_2} = \overline{f_1} + \overline{f_2}$

2) *Если* $f(t,x,y,z) = \overline{f}(t,x,y,z) + f'$, *то* $\overline{\dfrac{\partial f}{\partial s}} = \dfrac{\partial \overline{f}}{\partial s}, s = t,x,y,z$

3) *Если* $f = \overline{f} + f'$, *то* $\overline{\overline{f}} = \overline{f}$, $\overline{\overline{f_1}\cdot\overline{f_2}} = \overline{f_1}\cdot\overline{f_2}$, $\overline{\overline{f_1}\cdot f_2'} = 0$

Центральный пункт К-теории – применение градиентной гипотезы



$$\overline{w'c'} = -K_t \frac{\partial \overline{c}}{\partial z}.$$

$$\frac{D\overline{c}}{Dt} = \nabla \cdot K_t \nabla \overline{c}$$

$$\frac{D\overline{c}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x}\left(K_t \frac{\partial \overline{c}}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(K_t \frac{\partial \overline{c}}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K_t \frac{\partial \overline{c}}{\partial z}\right).$$

Определение

$$\overline{w'c'} = -K_t \frac{\partial \bar{c}}{\partial z}.$$

Коэффициент пропорциональности между потоком

и градиентом субстанции – Kt – называется коэффициентом турбулентного обмена субстанцией (импульсом, теплом или концентрацией)

Концепция пути смешения для определения смысла К

(касательное напряжение) $\tau_{zx} = \rho\,\overline{u'w'} = -K_T \dfrac{\partial \bar{u}}{\partial z}$ *(градиентная гипотеза)*

$$u' = \bar{u}(z) - \bar{u}(z+\delta z) = \left[\frac{\bar{u}(z)-\bar{u}(z+\delta z)}{\delta z}\right]\delta z = -\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\,\delta z$$

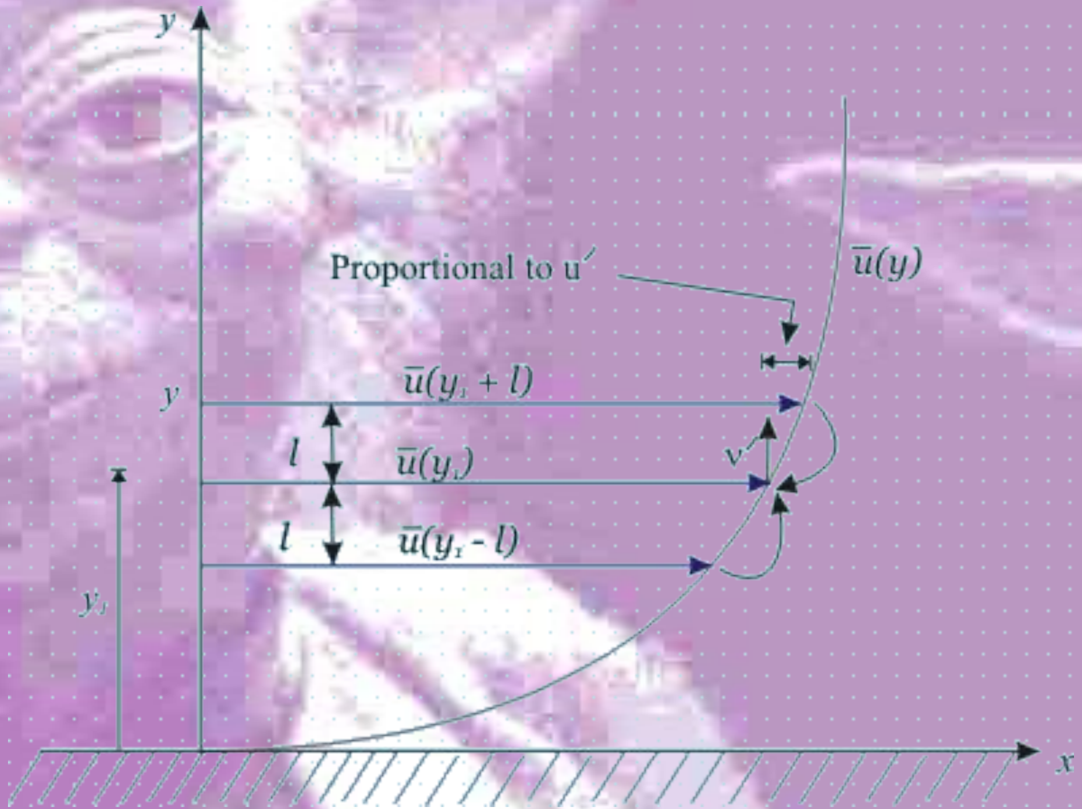
$$w' = \left|\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right|\delta z$$

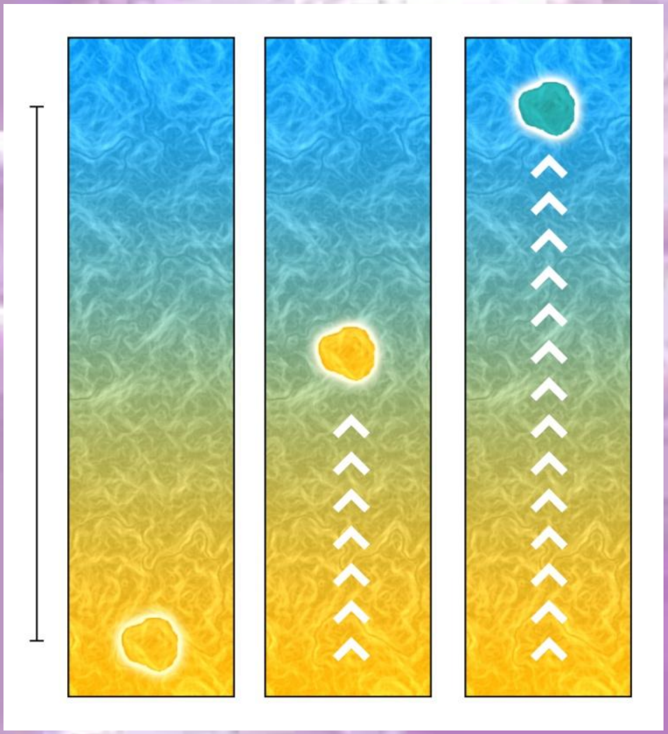
$$-\mu_{вх}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \rho\,\overline{u'w'} = \rho\,\overline{\left[-\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\,\delta z\right]\left[\left|\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right|\delta z\right]} = -\rho\left|\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right|\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\,\overline{(\delta z)^2}$$

$K_T = \rho\, l_x^2 \left|\dfrac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right|$ *(коэффициент турбулентности)*

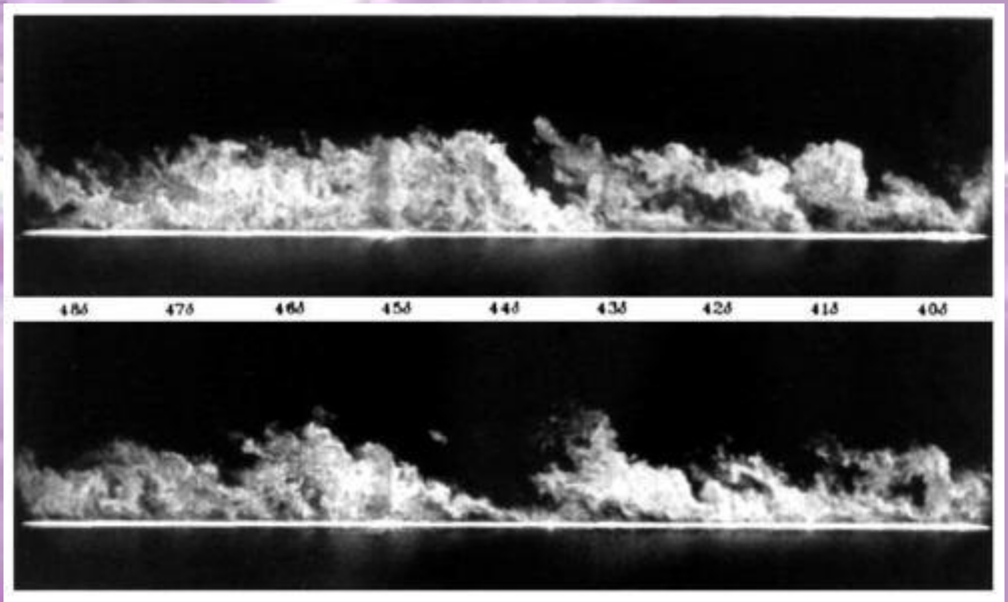
$l_x^2 = \overline{(\delta z)^2}$ *(путь смешения)*

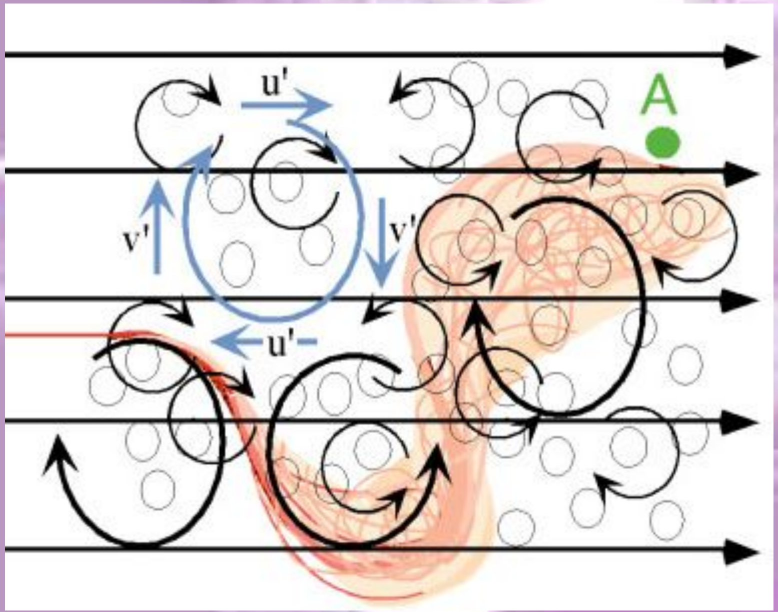
Иллюстрации к понятию «путь смешения»





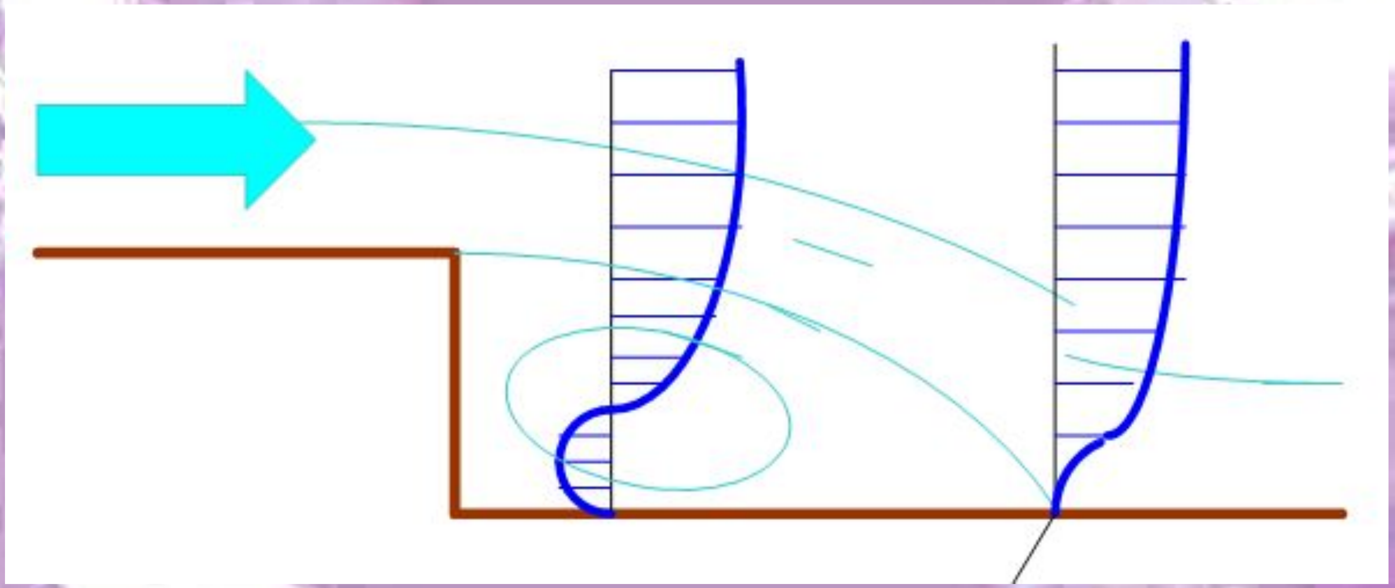
Какие потоки описываются К-теорией?





В таком потоке размеры вихрей различны и нет преобладающих структурных элементов

Контрпример: где не достаточно пользоваться К-теорией и концепцией пути смешения



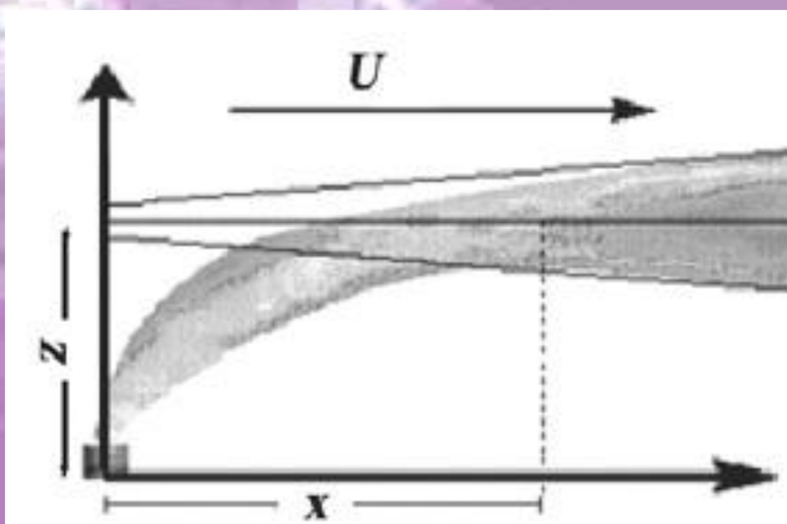
В этом потоке создаются стуктурные элементы – вторичные циркуляции (крупные вихри), которые не описываются К-теорией. Их следует описывать явно!

Важнейшие применения К-теории в практике

- Задача расчета переноса примеси
- Задача о трансформации при адвекции
- Задача о суточном ходе

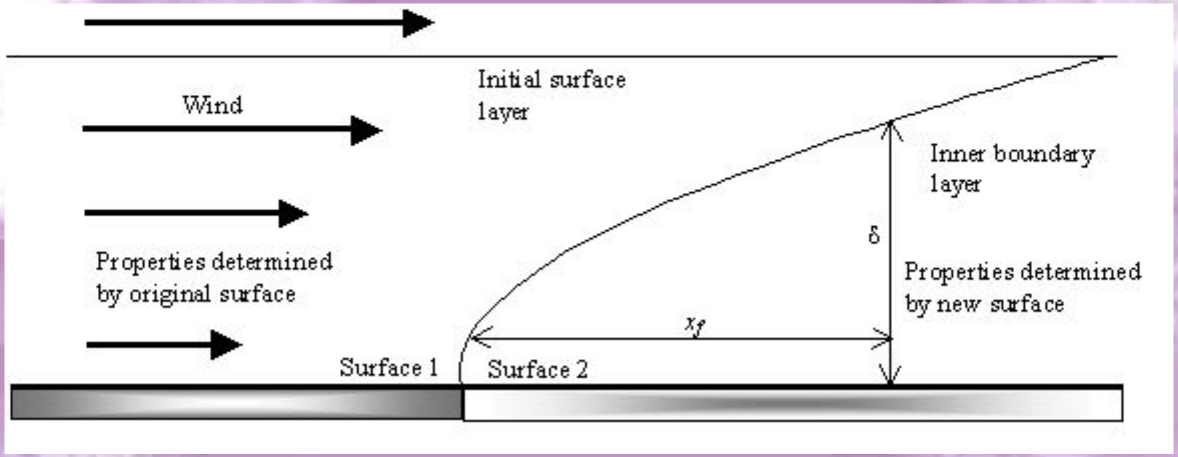
Сведение задачи стационарного переноса вещества к уравнению теплопроводности (диффузии)

$$\frac{df}{dt} = -\frac{\partial G_f}{\partial z} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} \cancel{\frac{\partial f}{\partial t}} + U\frac{\partial f}{\partial x} + \cancel{w\frac{\partial f}{\partial z}} = -\frac{\partial G_f}{\partial z} \\ G_f = -k_f \frac{\partial f}{\partial z} \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{U\frac{\partial f}{\partial x} = k_f \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}}$$



$$f(t,z) = \frac{f_0 \cdot \sqrt{U}}{2\sqrt{\pi k_f \cdot x}} \cdot e^{-\frac{U \cdot z^2}{4k_f \cdot x}}$$

Образование внутреннего ПС



Воздух, имеющий свойства 1, натекает на подстилающую поверхность со свойствами 2

Постановка задачи о трансформации воздушной массы

$$U \frac{\partial T}{\partial x} = k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad где \quad T(x,z) = -\gamma_T \cdot z + \vartheta \qquad \boxed{\frac{\partial \vartheta}{\partial x} = \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2}}$$

$$U \frac{\partial q}{\partial x} = k \frac{\partial^2 q}{\partial z^2}, \quad где \quad q(x,z) = -\gamma_q \cdot z + \chi \qquad \boxed{\frac{\partial \chi}{\partial x} = \frac{\partial^2 \chi}{\partial z^2}}$$

$$при \quad \begin{cases} x = 0, & z \geq 0 \\ x > 0, & z \to \infty \end{cases} \quad \vartheta(x,z) = \vartheta_1, \quad \chi(x,z) = \chi_1$$

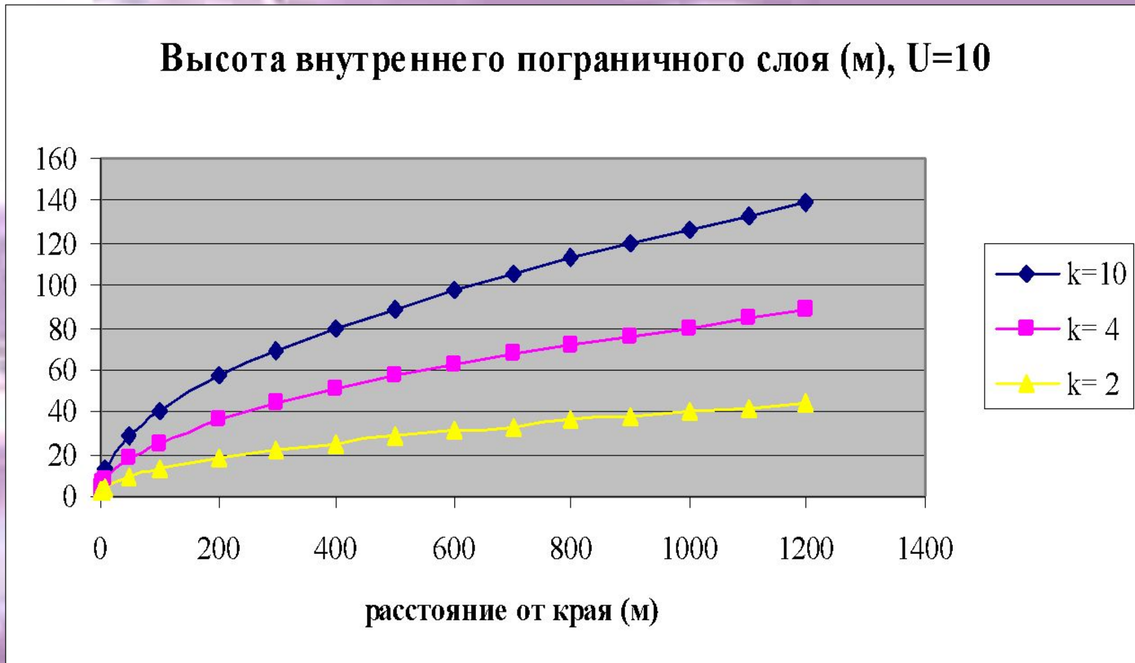
$$при \quad \begin{cases} z = 0 \\ x > 0 \end{cases} \quad \vartheta(x,z) = \vartheta_1, \quad \chi(x,z) = \chi_1$$

$$\vartheta(x,z) = \vartheta_0 + (\vartheta_1 - \vartheta_0) \cdot \Phi(\xi), \quad \chi(x,z) = \chi_0 + (\chi_1 - \chi_0) \cdot \Phi(\xi),$$

где форма профиля $\Phi(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^{\xi} e^{-\sigma^2} d\sigma$, имеет аргумент $\xi = \sqrt{\frac{U \cdot z^2}{4 \cdot k \cdot x}}$

Вычисление в EXCEL: $\Phi(\xi) = ФОШ(0;\xi)$

Оценка высоты внутреннего пограничного слоя



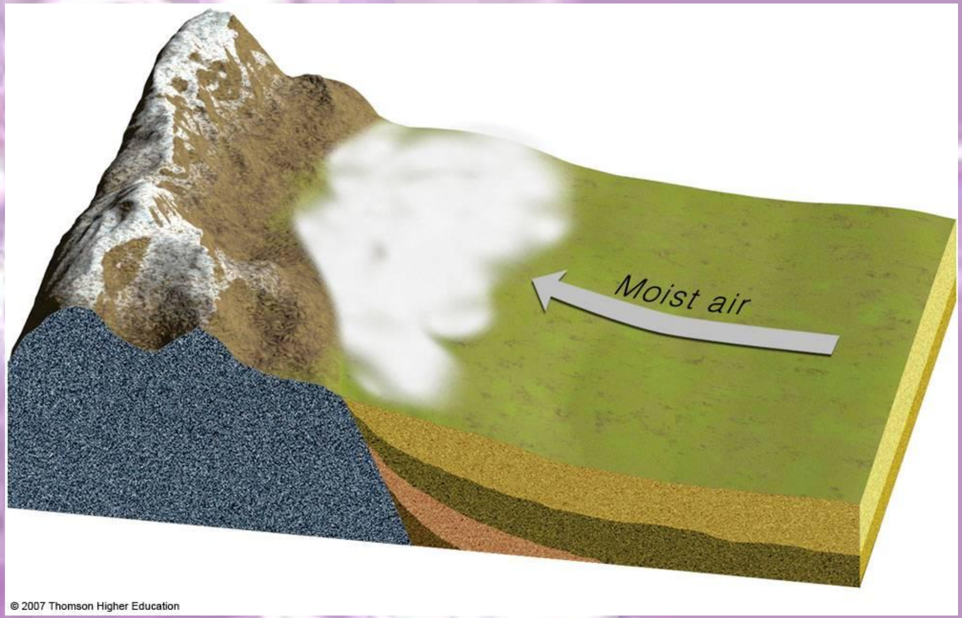
$$\vartheta(x,z)=\vartheta_0+(\vartheta_1-\vartheta_0)\cdot\Phi(\xi),\quad \xi\to\infty\Rightarrow\Phi(\xi)\to1\Rightarrow\vartheta(x,z)\to\vartheta_1$$

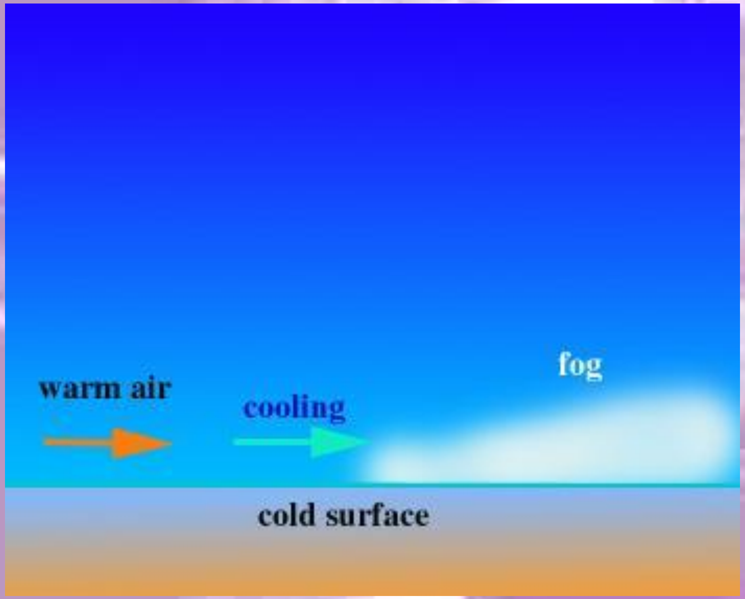
$$\Phi(\xi)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\cdot\int_0^{\xi}e^{-\sigma^2}d\sigma$$ – функция ошибок (ФОШ): $\xi=2\Rightarrow\Phi(2)=0.995$

т.е. верхняя граница внутреннего ПС определяется: $\xi=\sqrt{\frac{U\cdot H^2}{4\cdot k\cdot x}}=2$

$$\boxed{H_{ВПС}=4\sqrt{\frac{kX}{U}}}$$ X – расстояние от края

Трансформационный туман





Расчет трансформации температуры и влажности при переходе воздушной массы с моря на сушу

P(z)	Tморя	Z, гм				Температура																
964	8,2	3	8,2	8,2	8,2	8,2	8,2	8,2	8,2	8,2	8,2	8,2	8,2	8,2	8,2	8,2	8,2	8,2	8,2	8,2	8,2	8,19
970	8,5	2,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,44
976	8,8	2	8,8	8,8	8,8	8,8	8,8	8,8	8,8	8,8	8,8	8,8	8,8	8,8	8,8	8,8	8,8	8,8	8,8	8,8	8,77	8,61
982	9,1	1,5	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	8,94	8,57
988	9,4	1	9,4	9,4	9,4	9,4	9,4	9,4	9,4	9,4	9,4	9,4	9,4	9,4	9,4	9,4	9,4	9,39	9,37	9,31	8,73	8,17
991	9,55	0,75	9,55	9,55	9,55	9,55	9,55	9,55	9,55	9,55	9,55	9,55	9,55	9,55	9,55	9,54	9,52	9,49	9,36	9,22	8,37	7,8
994	9,7	0,5	9,7	9,7	9,7	9,7	9,7	9,7	9,7	9,69	9,69	9,67	9,65	9,63	9,61	9,55	9,41	9,28	8,97	8,72	7,78	7,3
997	9,85	0,25	9,85	9,85	9,85	9,85	9,8	9,69	9,55	9,41	9,28	9,15	9,04	8,93	8,84	8,67	8,4	8,2	7,85	7,63	6,97	6,69
999	9,94	0,1	9,94	9,93	9,84	9,32	8,69	8,31	8,05	7,86	7,72	7,6	7,51	7,43	7,36	7,25	7,09	6,98	6,8	6,7	6,4	6,29
999	9,97	0,05	9,97	9,52	8,92	8,07	7,52	7,26	7,1	6,99	6,9	6,84	6,78	6,74	6,7	6,64	6,56	6,5	6,41	6,35	6,2	6,14
1000	10	0	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
		X, км	0,01	0,05	0,1	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5	3	4	5	7,5	10	30	40
	Qморя	Z, гм				Массоваядоля доля (г/кг)																
	6,68	3	6,68	6,68	6,68	6,68	6,68	6,68	6,68	6,68	6,68	6,68	6,68	6,68	6,68	6,68	6,68	6,68	6,68	6,68	6,68	6,67
	6,81	2,5	6,81	6,81	6,81	6,81	6,81	6,81	6,81	6,81	6,81	6,81	6,81	6,81	6,81	6,81	6,81	6,81	6,81	6,81	6,81	6,79
	6,95	2	6,95	6,95	6,95	6,95	6,95	6,95	6,95	6,95	6,95	6,95	6,95	6,95	6,95	6,95	6,95	6,95	6,95	6,95	6,94	6,87
	7,08	1,5	7,08	7,08	7,08	7,08	7,08	7,08	7,08	7,08	7,08	7,08	7,08	7,08	7,08	7,08	7,08	7,08	7,08	7,08	7,01	6,86
	7,22	1	7,22	7,22	7,22	7,22	7,22	7,22	7,22	7,22	7,22	7,22	7,22	7,22	7,22	7,22	7,22	7,22	7,21	7,18	6,94	6,71
	7,29	0,75	7,29	7,29	7,29	7,29	7,29	7,29	7,29	7,29	7,29	7,29	7,29	7,29	7,29	7,29	7,28	7,26	7,21	7,15	6,79	6,55
	7,36	0,5	7,36	7,36	7,36	7,36	7,36	7,36	7,36	7,36	7,35	7,35	7,34	7,33	7,32	7,3	7,24	7,18	7,05	6,95	6,55	6,35
	7,43	0,25	7,43	7,43	7,43	7,43	7,41	7,36	7,3	7,24	7,19	7,13	7,09	7,04	7	6,93	6,82	6,73	6,58	6,49	6,21	6,09
	7,47	0,1	7,47	7,47	7,43	7,21	6,94	6,78	6,67	6,59	6,53	6,48	6,44	6,41	6,38	6,33	6,26	6,21	6,14	6,1	5,97	5,92
	7,49	0,05	7,49	7,3	7,04	6,68	6,45	6,34	6,27	6,22	6,18	6,16	6,13	6,11	6,1	6,07	6,04	6,01	5,97	5,95	5,89	5,86
	7,5	0	5,8	5,8	5,8	5,8	5,8	5,8	5,8	5,8	5,8	5,8	5,8	5,8	5,8	5,8	5,8	5,8	5,8	5,8	5,8	5,8
		X, км	0,01	0,05	0,1	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5	3	4	5	7,5	10	30	60
		Z, гм				Пересыщение (в %)																
		3	-3,47	-3,47	-3,47	-3,47	-3,47	-3,47	-3,47	-3,47	-3,47	-3,47	-3,47	-3,47	-3,47	-3,47	-3,47	-3,47	-3,47	-3,47	-3,47	-3,47
		2,5	-2,85	-2,85	-2,85	-2,85	-2,85	-2,85	-2,85	-2,85	-2,85	-2,85	-2,85	-2,85	-2,85	-2,85	-2,85	-2,85	-2,85	-2,85	-2,85	-2,72
		2	-2,25	-2,25	-2,25	-2,25	-2,25	-2,25	-2,25	-2,25	-2,25	-2,25	-2,25	-2,25	-2,25	-2,25	-2,25	-2,25	-2,25	-2,25	-2,12	-2,14
		1,5	-1,8	-1,8	-1,8	-1,8	-1,8	-1,8	-1,8	-1,8	-1,8	-1,8	-1,8	-1,8	-1,8	-1,8	-1,8	-1,8	-1,8	-1,8	-1,68	-1,44
		1	-1,23	-1,23	-1,23	-1,23	-1,23	-1,23	-1,23	-1,23	-1,23	-1,23	-1,23	-1,23	-1,23	-1,23	-1,23	-1,1	-1,1	-1,1	-0,72	-0,45
		0,75	-0,95	-0,95	-0,95	-0,95	-0,95	-0,95	-0,95	-0,95	-0,95	-0,95	-0,95	-0,95	-0,95	-0,82	-0,82	-0,95	-0,69	-0,69	-0,15	0
		0,5	-0,67	-0,67	-0,67	-0,67	-0,67	-0,67	-0,67	-0,54	-0,68	-0,54	-0,54	-0,54	-0,54	-0,41	-0,41	-0,28	-0,14	0,14	0,46	0,47
		0,25	-0,4	-0,4	-0,4	-0,4	-0,27	-0,27	-0,14	0	0,14	0,14	0,28	0,28	0,29	0,43	0,59	0,6	0,77	0,78	0,81	0,66
		0,1	-0,27	-0,13	-0,13	0,28	0,73	0,89	0,91	0,92	0,93	1,09	0,94	1,1	1,11	0,96	0,97	0,98	0,99	0,99	0,84	0,85
		0,05	-0,13	0,27	0,57	0,91	1,1	1,12	1,13	0,97	0,98	0,98	0,99	0,83	0,99	1	1	0,84	0,84	0,85	0,86	0,69
		0	0,69	0,69	0,69	0,69	0,69	0,69	0,69	0,69	0,69	0,69	0,69	0,69	0,69	0,69	0,69	0,69	0,69	0,69	0,69	0,69
		X, км	0,01	0,05	0,1	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5	3	4	5	7,5	10	30	60

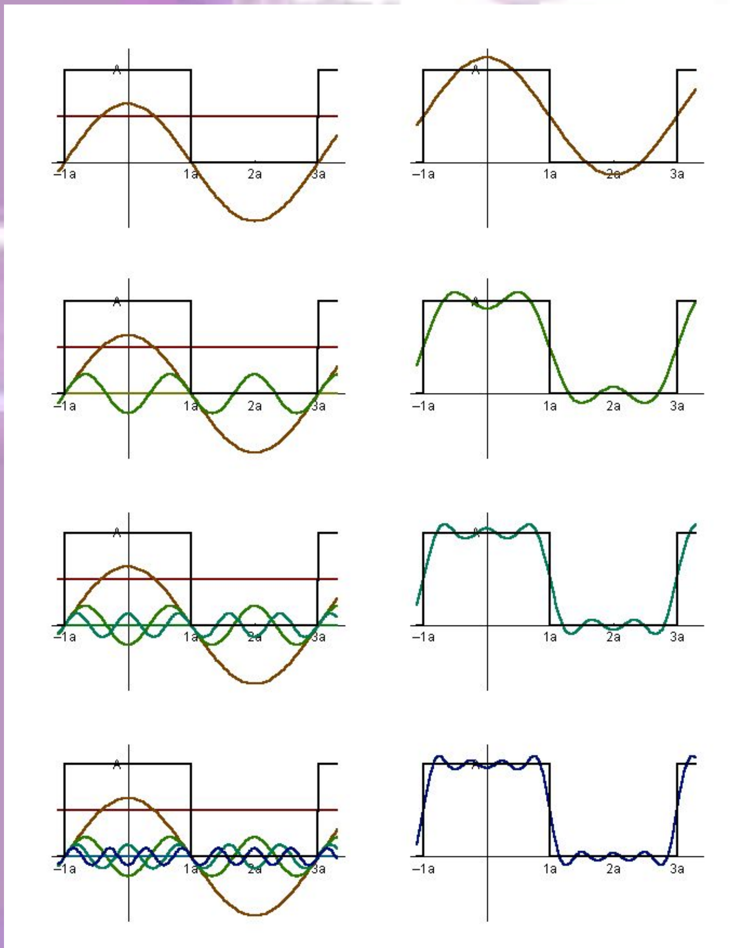
Конденсация возникает потому, что парциальное давление насыщения с понижением температуры падает быстрее, чем уменьшается массовая доля водяного пара при смешении морского воздуха с воздухом суши

Пояснения

- Приведена копия расчетов, проведенных с помощью EXCEL, по этим формулам для случая, когда суша имеет температуру 6^0C , воздух над морем имеет температуру 10^0C, которая падает с высотой и $\gamma=6^0$C/км. Воздух над морем и над сушей не насыщен водяным паром. Влажность воздуха над поверхностью суши χ_0 =5.8‰ (это соответствует при температуре почвы 6^0C относительной влажности 80%), χ_1=7.5 ‰(это также соответствует при температуре поверхности воды 10^0C относительной влажности 80 %). Влажность падает с высотой и . Расчет проведен для значений *U*= 10 м/с, *k*= 1 $м^2$/с .

Представление периодических функций рядами Фурье. (Почему все состоит из синусоид?)

- ***<u>Все метеорологические переменные периодичны</u>***
- ***Любые периодические функции можно представить суммами гармоник (теорема Фурье)***
- ***Частное решение уравнения теплопроводности имеет вид <u>бегущей вглубь почвы тепловой волны</u>***
- $F(t,z)= F_{0S}(z/h)\sin(\omega t)+$
  $+F_{0C}(z/h)\cos(\omega t)$



<u>Периодические решения уравнения теплопроводности</u>

Задача о суточном ходе температуры

$$\text{воздух}: \quad \frac{\partial T_a}{\partial t} = k_a \cdot \frac{\partial^2 T_a}{\partial z^2}, \quad \text{почва}: \quad \frac{\partial T_s}{\partial t} = k_s \cdot \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2}.$$

$$T_i(t,z) = \bar{T}_i(z) + \vartheta_i(t,z), \quad \text{где} \quad \bar{T}_i(z) = \bar{T}_i(0) + \gamma_i \cdot z$$

$$T_a(t, z=0) = T_s(t, z=0)$$

$$-\rho_a c_p k_a \cdot \frac{\partial T_a}{\partial z} = -\rho_s c_s k_s \cdot \frac{\partial T_s}{\partial z} + R(t) \qquad \text{где} \quad R(t) = R_0 + R_1 \cdot cos(\omega \cdot t), \qquad \omega = 2\pi / T$$

$$T_a(t, z \to \infty) \to C_a$$

$$T_s(t, z \to -\infty) \to C_s$$

$$\vartheta_i(t,z) = A_0 \cdot e^{-\frac{z}{h_i}} \cdot \sin(\omega \cdot t + \frac{\pi}{4} - \frac{z}{h_i}),$$

где $h_i = \sqrt{\frac{2k_i}{\omega}}, \quad A_0 = \frac{R_1}{\sqrt{\omega}\left(\rho_a c_p \sqrt{k_a} + \rho_s c_s \sqrt{k_s}\right)}.$

Высота теплового пограничного слоя

$$A_i(z) = A_0 \cdot e^{-\frac{z}{h_i}}, \quad \text{где} \quad h_i = \sqrt{\frac{2k_i}{\omega}} = \sqrt{\frac{2k_i}{2\pi/T}}$$

$$\varepsilon = \frac{A_i}{A_0} \text{ – степень затухания}$$

T – период колебния

$$H_{i\text{ТПС}} = Z(\varepsilon) = h_i \cdot \left(-\ln(\varepsilon)\right)$$

$$\varepsilon = 0.01 \Rightarrow H_{i\text{ТПС}} = 4.6\sqrt{\frac{k_i T}{\pi}} = 2.6\sqrt{k_i T}$$

- Это максимальная высота проникновения в атмосферу(почву) суточных (годовых) колебаний
- ε задается (обычно около 0.01)

Уметь доказать путем расчета:

Атмосфера (к=5 м^2/с): суточный ход до 1700 м, годовой – 32000 м

Почва (к=1х10^{-6} м^2/с): суточный ход до 076 м, годовой – 15 м

Теперь понимаем законы Фурье для суточного хода температуры почвы

Поскольку плотность, теплоемкость и температуропроводность почвы растут с ростом ее увлажненности, то амплитуда колебаний с ростом увлажненности будет уменьшаться	$\vartheta_i(t,z) = A_0 \cdot e^{-\frac{z}{h_i}} \cdot \sin(\omega \cdot t + \frac{\pi}{4} - \frac{z}{h_i})$
температурные колебания в пограничном слое атмосферы распространяются на большие расстояния, чем в почве	$A_i(z) = A_0 \cdot e^{-\frac{z}{h_i}},\ h_i = \sqrt{\frac{2k_i}{\omega}},\ A_0 = \frac{R_1}{\sqrt{\omega}\left(\rho_a c_p \sqrt{k_a} + \rho_s c_s \sqrt{k_s}\right)}$
возникает задержка во времени наступления максимума (минимума) с ростом высоты (глубины)	$\varphi = \omega \cdot t_1 + \frac{\pi}{4} - \frac{z_1}{h_i} = \omega \cdot t_1 + \frac{\pi}{4} - \frac{z_1}{h_i} \Rightarrow \boxed{t_1 - t_2 = \frac{z_1 - z_2}{\sqrt{2k_i \cdot \omega}}}$
годовые колебания и сдвиг фазы с высотой распространяются в воздухе и в почве дальше, чем	$T_{год} \Rightarrow h_{i\,год} = \sqrt{\frac{2k_i}{\omega}} \Rightarrow \frac{h_i}{h_{i\,сут}} = \sqrt{T\ /\ } = \sqrt{365} \approx 19$

<u>Помните</u>: воздействия на свойства деятельного слоя подстилающей поверхности – это главный фактор антропогенного изменения микроклимата!