5 Основные понятия алгебры логики

Для анализа и синтеза схем в ЭВМ при алгоритмизации и программировании широко используется математический аппарат алгебры логики (булевой алгебры).

Основное понятие булевой алгебры — **высказывание**. Высказывания бывают **простые и сложные**.

Под ***простым высказыванием*** понимается повествовательное предложение, в отношении которого имеет смысл утверждение о его истинности или ложности.

Высказывания обозначаются латинскими буквами и могут принимать одно из двух значений: ЛОЖЬ (значение 0) или ИСТИНА (значение 1).

Два высказывания A и B называются ***равносильными***, если они имеют одинаковые значения истинности, записывается A = B.

Сложное высказывание можно построить из простых с помощью логических операций: **отрицания, конъюнкции, дизъюнкции, импликации, эквиваленции** и логических выражений, представляющих собой комбинации логических операций.

Операцией **отрицания А** называют высказывание (или **–А**, или ∀ говорят **не А**), которое истинно тогда, когда **А** ложно, и ложно тогда, когда **А** истинно.

Например, если событие **А** состоит в том, что «завтра экзамен», то «завтра НЕ будет экзамена», истинность одного утверждения автоматически означает ложность второго.

Отрицание — **унарная (т.е. для одного операнда)** логическая операция. Ей соответствует языковая конструкция, использующая частицу НЕ.

Это правило можно записать в виде следующей таблицы:

A	$\overline{\grave{A}}$
0	**1**
1	**0**

Такая таблица называется **таблицей истинности**.

Конъюнкцией (логическим умножением) двух высказываний **A** и **B** является новое высказывание **C**, которое ***истинно только тогда, когда истинны оба высказывания***, записывается **C = A⋀B** или **C = A&B,** или **C = A*B** (при этом говорят **C** равно **A И B**).

Например, пусть высказывание **A** состоит в том, что «высота шкафа меньше высоты двери», событие B «ширина шкафа меньше ширины двери», событие **C** «шкаф можно внести в дверь, если ширина шкафа меньше ширины двери **И** высота шкафа меньше высоты двери», т.е. данная операция применяется, если два высказывания связываются союзом **И**.

Таблица истинности этой операции, как следует из определения, имеет вид

A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Т.е. результатом ***конъюнкции (логического умножения)*** будет **1** только в том случае, когда ***значения обоих операндов*** **1**.

Дизъюнкцией (логическим сложением) двух высказываний **А** и **В** является новое высказывание **С**, которое ***истинно, если истинно хотя бы одно высказывание***. Записывается **С = А$\vee$В,** или, правда очень редко, может быть записано **С = А+В** (при этом говорят: **С** равно **А ИЛИ В**).

Например, пусть высказывание **А** состоит в том, что «студент может добираться домой на автобусе», событие **В** «студент может добираться домой на троллейбусе», событие **С** «студент добрался домой на автобусе **ИЛИ** троллейбусе», т.е. данная операция применяется, если два высказывания связываются союзом **ИЛИ**.

Таблица истинности такой операции следующая:

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Т.е. результатом ***дизъюнкции (логического сложения)*** будет **1**, если ***хотя бы один из операндов имеет значение*** **1**.

Импликацией двух высказываний **А** (**А** ***называется посылкой***) и **В** (**В называется заключением**) является новое высказывание **С**, которое ***ложно только тогда, когда посылка истинна, а заключение ложно***, записывается **С = А→В** (при этом говорят: из **А** следует **В**).

Примером такой операции может быть любое рассуждение типа: если произошло событие **А**, то произойдет событие **В**, например, «если идет дождь, то на небе тучи». Очевидно, ***операция не симметрична***, т.е. из **В→А** не всегда истинно, в нашем примере «если на небе тучи, то идет дождь» не всегда истинно.

Таблица истинности импликации имеет вид

A	B	A→B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Т.е. результатом ***импликации*** будет **0 *только тогда, когда посылка* 1*, а заключение* 0.**

Эквиваленцией двух высказываний **А** и **В** является новое высказывание **С**, которое ***истинно только тогда, когда оба высказывания имеют одинаковые значения истинности***, записывается **С = А↔В** (.С = А = В).

Примером такой операции может быть любое высказывание типа: событие А равносильно событию В. Например, «идет дождь» равносильно «капает из тучи».

Таблица истинности:

A	**B**	**A↔B**
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

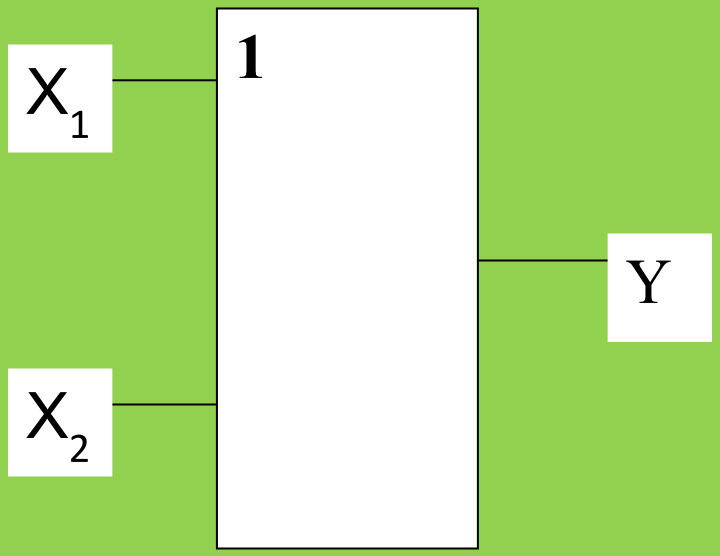
Т.е. результатом ***эквиваленции*** будет **1** тогда***, когда оба высказывания имеют одинаковые значения*** **(либо 0, либо 1).**

Чтобы избежать большого количества скобок в булевских функциях, принято следующее соглашение о старшинстве операций.

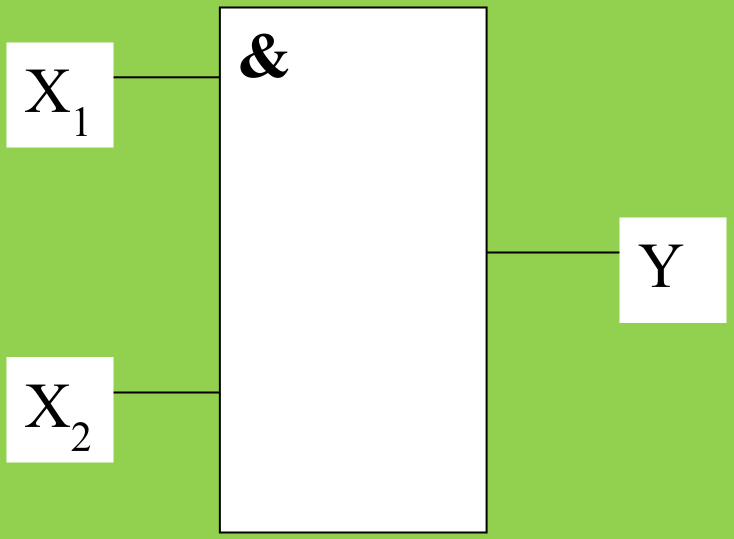
Первыми выполняются операции в скобках, затем операции в следующем порядке: отрицание, конъюнкция и дизъюнкция слева направо, импликация, эквиваленция.

При построении функциональных узлов КС используются элементы, которые реализуют базовую систему логических функций.

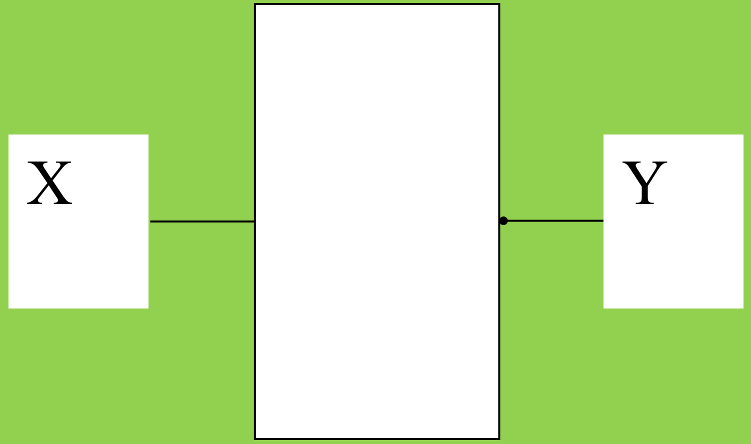
Одним из таких базовых наборов является набор из трех функций: дизъюнкции (логическое ИЛИ), конъюнкции (логическое И) и отрицание (логическое НЕ).



элемент «логическое ИЛИ»



элемент «логическое И»



элемент «логическое НЕ»

Используя эти базовые элементы, строятся все функциональные узлы ЦВМ.