

# 5.5. Электропроводность ТОНКИХ СПЛОШНЫХ ПЛЕНОК

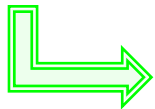
При увеличении толщины пленка становится сплошной



Механизм электропроводности близок к существующему в объемных материалах

Но - удельное сопротивление значительно больше, чем у объемных материалов.

В пленках с толщинами, сравнимыми с длиной свободного пробега, важно рассеяние электронов на поверхности.



Размерный эффект

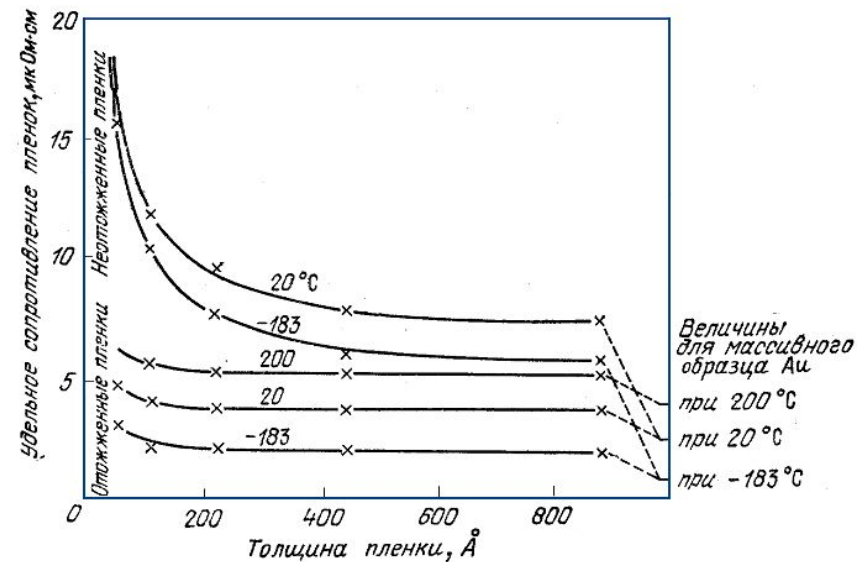
Количественно решение дано Чемберсом на основе кинетического уравнения Больцмана

Функция распределения электронов

$f(\mathbf{v}, \mathbf{r}, t)$



Число электронов в момент времени  $t$  в объеме  $\mathbf{r}, \mathbf{r} + d\mathbf{r}$  имеющих скорость в интервале  $\mathbf{v}, \mathbf{v} + d\mathbf{v}$



# Кинетическое уравнение Больцмана

## Кинетическое уравнение Больцмана

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\mathbf{v} \nabla_{\mathbf{r}} f + \frac{e}{m} \left( \mathbf{F} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{H}}{c} \right) \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f + \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{\text{столк}}$$

⇒ **F** и **H** – напряженности электрического и магнитного поля

$$\frac{\partial f}{\partial t}$$



Изменение распределения со временем

$$\mathbf{v} \nabla_{\mathbf{r}} f$$



Изменение числа частиц в данном элементе объема за счет прихода из окружающих областей

$$\frac{e}{m} \left( \mathbf{F} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{H}}{c} \right) \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f$$



За счет изменения скорости под действием сил со стороны внешних полей.

Справа находится величина, отражающая изменение функции распределения за счет рассеяния

В стационарном случае устанавливается стабильное значение функции распределения



$$\frac{\partial f}{\partial t} = 0$$

Электрическое поле однородно  
и действует вдоль оси  $x$  ( $\mathbf{F} \equiv F_x$ )

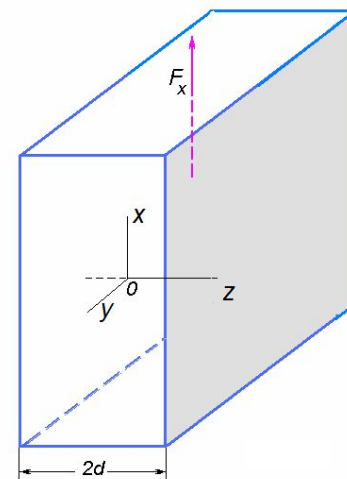
Допустим



Толщина пленка  $2d \ll L$   
Магнитное поле отсутствует ( $H=0$ )  
Электрическое поле однородно  
и действует вдоль оси  $x$  ( $\mathbf{F} \equiv F_x$ )


Отклонение  $f$  от равновесной функции распределения  $f_0$ ,  
соответствующей отсутствию внешних полей, не велико.

Удобно искать в виде   $f = f_0 + f_1$ , 



$f_1$  - отклонение функции распределения от равновесия

Приближение времени релаксации

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{\text{столк}} = \left. \frac{\partial (f_0 + f_1)}{\partial t} \right|_{\text{столк}} = \left. \frac{\partial f_1}{\partial t} \right|_{\text{столк}} \equiv -\frac{f_1}{\tau}$$


$\tau$ - время релаксации,  
считается константой

Выключим поле в момент  $t = 0$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\mathbf{v} \nabla_{\mathbf{r}} f + \frac{e}{m} \left( \mathbf{F} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{H}}{c} \right) \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f + \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{\text{столки}}$$

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{\text{столки}} \equiv -\frac{f - f_0}{\tau}$$

Физический смысл  $\tau$  можно установить рассматривая процесс установления статистического равновесия

Пусть имеем однородную систему с установившимся в некотором внешнем поле распределением электронов ( $f \neq f_0$ )

Выключим поле в момент  $t = 0$

Система однородна  $\implies \nabla_{\mathbf{r}} f = 0$

Уравнение Больцмана  $\implies \frac{\partial f}{\partial t} = \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{\text{столки}} \equiv -\frac{f - f_0}{\tau}$

$f - f_0 = (f - f_0)|_{t=0} e^{-\frac{t}{\tau}} \implies \tau$  - время, характеризующее скорость возвращения системы к состоянию равновесия

Стационарный случай (после завершения всех переходных процессов)

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\mathbf{v} \nabla_{\mathbf{r}} f + \frac{e}{m} \left( \mathbf{F} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{H}}{c} \right) \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f + \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{\text{столкн}}$$

Стационарный случай (после завершения всех переходных процессов)

$$\mathbf{v}_x \frac{\partial f}{\partial x} + \mathbf{v}_y \frac{\partial f}{\partial y} + \mathbf{v}_z \frac{\partial f}{\partial z} - \frac{e}{m} F_x \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}_x} = -\frac{f_1}{\tau}$$

Однородность системы по координатам  $x$  и  $y$



$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0 \text{ и } \frac{\partial f}{\partial y} = 0$$

$$f = f_0 + f_1$$

$$\mathbf{v}_z \frac{\partial f_0}{\partial z} + \mathbf{v}_z \frac{\partial f_1}{\partial z} - \frac{e}{m} F_x \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}_x} - \frac{e}{m} F_x \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{v}_x} = -\frac{f_1}{\tau}$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial z} = 0$$

При малых  $F_x$



$$F_x \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{v}_x} \rightarrow 0$$

$$\frac{e}{m} F_x \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}_x} = \mathbf{v}_z \frac{\partial f_1}{\partial z} + \frac{f_1}{\tau}$$

Умножим левую и правую части на

$$\frac{e}{m} F_x \frac{\partial f_0}{\partial v_x} = v_z \frac{\partial f_1}{\partial z} + \frac{f_1}{\tau}$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial v_x} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial v_x} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = m v_x \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}$$

$$e F_x v_x \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = v_z \frac{\partial f_1}{\partial z} + \frac{f_1}{\tau}$$

Умножим левую и правую части на



$$\exp\left(\frac{z}{\tau v_z}\right)$$

$$e F_x v_x \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \cdot \tau v_z \frac{\partial}{\partial z} \left[ \exp\left(\frac{z}{\tau v_z}\right) \right] = v_z \frac{\partial}{\partial z} \left[ f_1 \exp\left(\frac{z}{\tau v_z}\right) \right]$$

$$f_{11} = -e F_x v_x \tau \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \quad \Rightarrow \quad f_{11} \frac{\partial}{\partial z} \left[ \exp\left(\frac{z}{\tau v_z}\right) \right] = \frac{\partial}{\partial z} \left[ f_1 \exp\left(\frac{z}{\tau v_z}\right) \right]$$

$$f_1 = f_{11} + C \exp\left(-\frac{z}{\tau v_z}\right)$$

Граничное условие Фукса



$$f_1(d, -v_z) = \wp f_1(d, +v_z)$$

Параметр Фукса

$$0 \leq \wp \leq 1$$



Связывает отклонение от равновесного распределения падающих на поверхность электронов с отклонением отходящих от нее

$\wp=0$

$$f_1 = f_{11} + C \exp\left(-\frac{z}{\tau v_z}\right)$$

$$f_1(d, -v_z) = \wp f_1(d, +v_z)$$

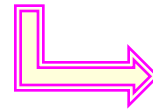
$\wp=0$



$$f_1(d, -v_z) = 0$$



После столкновения с поверхностью электрон забывает свою "предысторию"



Диффузное рассеяние

$\wp=1$



$$f_1(d, -v_z) = f_1(d, +v_z)$$



Зеркальное отражение

$$f_{11} + C \exp\left(-\frac{d}{\tau v_z}\right) = \wp \left( f_{11} + C \exp\left(\frac{d}{\tau v_z}\right) \right)$$



$$C = -f_{11} \frac{1 - \wp}{\left[ \exp\left(\frac{d}{\tau v_z}\right) - \wp \exp\left(-\frac{d}{\tau v_z}\right) \right]}$$



$$f_1 = f_{11} \left\{ 1 - \frac{1 - \wp}{1 - \wp e^{-\frac{2d}{\tau v_z}}} e^{-\frac{z}{\tau v_z} - \frac{d}{\tau v_z}} \right\}$$

$\wp=1$ , т.е. в случае зеркального отражения



$$f_1 = f_{11}$$

Поверхность не влияет на неравновесное распределение

Размерный эффект отсутствует

# Диффузное рассеяние

$$f_1 = f_{11} \left\{ \frac{1 - \wp}{1 - \wp e^{-\frac{2d}{\tau v_z}}} e^{-\frac{z-d}{\tau v_z}} \right\}$$

Диффузное рассеяние



$$f_1 = f_{11} \left\{ 1 - e^{-\frac{z-d}{\tau v_z}} \right\}$$

Экспоненциальная зависимость от толщины пленки  $d$  и  $1/v_z$

$$j(z) = -2e \left( \frac{m}{h} \right)^3 \iiint f_1 v_x dv_x dv_y dv_z$$

$\lambda$  - величина свободного пробега электрона

Толстая пленка



$$d/\lambda > 1$$



$$\frac{\rho_f}{\rho_b} \approx 1 + \frac{3\lambda}{8d} (1 - \wp)$$

$\rho$  - удельное сопротивление

Тонкая пленка



$$d/\lambda \ll 1$$



$$\frac{\rho_f}{\rho_b} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1 - \wp}{1 + \wp} \frac{\lambda}{d \left[ \ln \left( \frac{\lambda}{d} + 0.4228 \right) \right]}$$

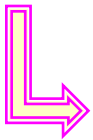


- $\wp(\vartheta)$  зависит от механизмов рассеяния электронов на поверхности

Расчет  $\wp$  затруднен

Естественно ожидать

- $\wp(\vartheta)$  зависит от угла, под которым электрон встречается с поверхностью
- $\wp(\vartheta)$  зависит от механизмов рассеяния электронов на поверхности



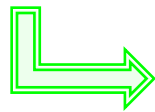
- Дефекты атомарного строения поверхности (разупорядочение атомов, адсорбированные частицы, ступени, вакансии и т.д.);

- Рассеяние на фононах



Изучено плохо, можно ожидать, что  $\wp(\vartheta) \rightarrow 1$  при  $\vartheta \rightarrow \pi/2$

- Рассеяние на локализованных зарядах



$$\wp \approx 1 - \cos \vartheta$$

$\wp(\vartheta \rightarrow \pi/2) \rightarrow 1$ , несмотря на увеличение вероятности столкновения с заряженным центром

- Рассеяние на градиенте заряда, появляющемся вследствие наличия поверхностных состояний, вследствие того, что у поверхности движется больше электронов, чем в объеме
- Рассеяние, связанное с геометрической шероховатостью.

Теория расчета  $\rho(\vartheta)$  сложна и неубедительна, поскольку распределение центров рассеяния носит случайный характер

Теория расчета  $\rho(\vartheta)$  сложна и неубедительна, поскольку распределение центров рассеяния носит случайный характер

Иногда предлагают



$\rho=1$  для электронов, падающих под скользящими углами  
и  $\rho=0$  в остальных случаях.

Особенно сложен учет рассеяния на неровностях поверхности

Удачи!

