

Системы координат

Для того чтобы уметь синтезировать изображения на экране компьютера необходимо предложить способ математического описания объектов в трехмерном пространстве или на плоскости. Окружающий нас мир с точки зрения практических приложений описывают как трехмерное евклидово пространство.

Под описанием трехмерного объекта будем понимать знание о положении каждой точки объекта в пространстве в любой момент времени.

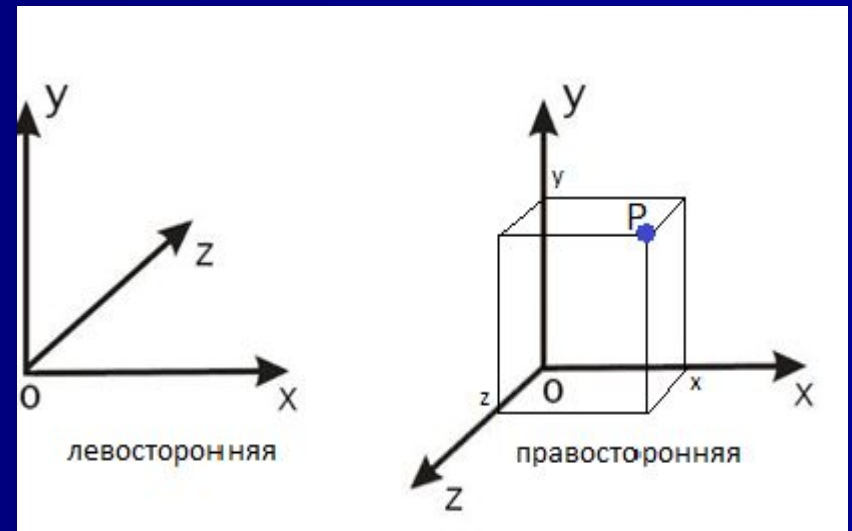
Положение точек в пространстве удобно описывать с помощью декартовой системы координат.

Для того чтобы ввести декартову систему координат проведем три направленные прямые линии, не лежащие в одной плоскости, которые называются осями, в трехмерном пространстве так, чтобы они пересекались в одной точке – начале координат.

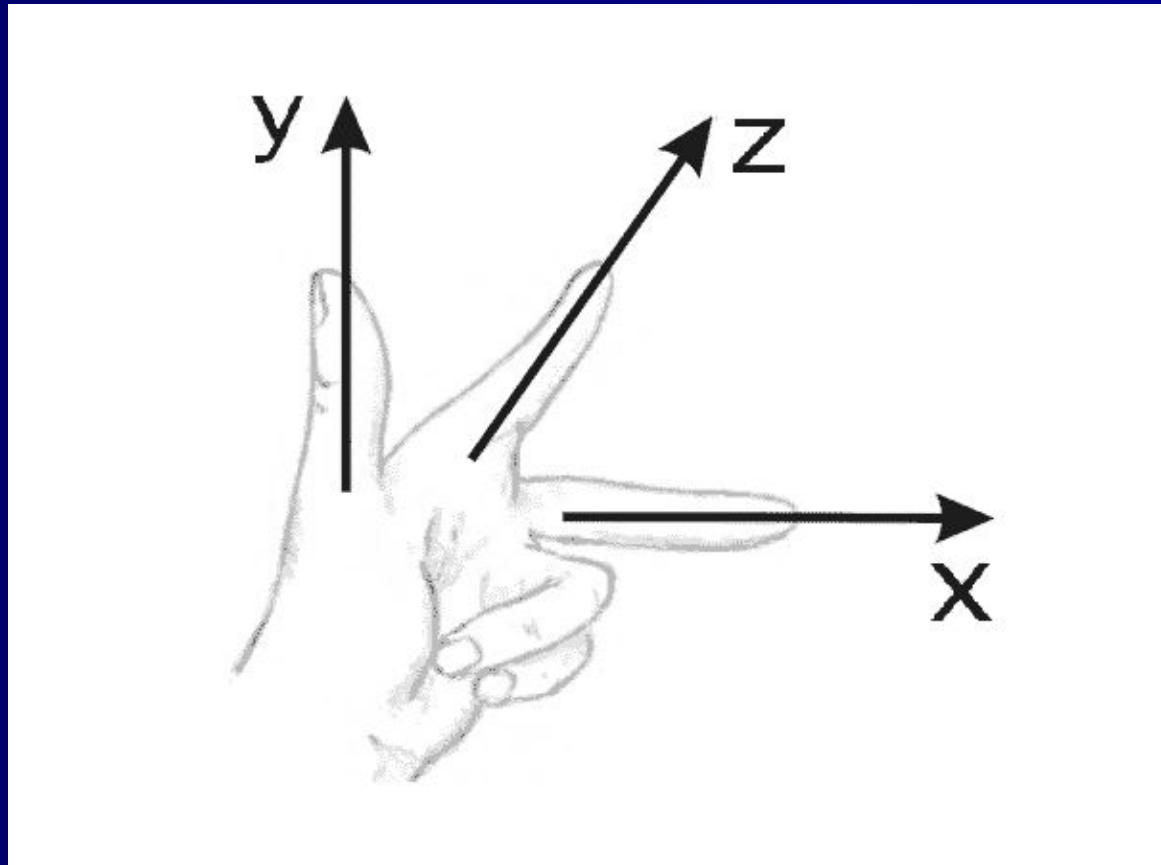
Выберем на этих осях единицу измерения. Тогда положение любой точки в пространстве будем описывать через координаты этой точки, которые представляют собой расстояния от начала координат до проекций точки на соответствующие оси координат.

Ортогональная система координат

- В общем случае оси системы координат могут располагаться под произвольными, хотя и фиксированными углами друг относительно друга. Для практических расчетов гораздо удобнее, когда эти оси расположены взаимно перпендикулярно. Такая система координат называется **ортогональной**.
- В ортогональной системе координат проекцией точки на ось является единственная точка на оси такая, что отрезок прямой, проведенной из этой точки к исходной точке является перпендикулярным к данной оси.
- Таким образом, положение в пространстве точки описывается ее координатами, что записывается, как $P(x, y, z)$.
- Взаимное расположение осей в ортогональной системе координат в трехмерном пространстве может быть двух видов:
- левосторонняя и правосторонняя



Ось при этом может проходить как в направлении от наблюдателя в плоскость листа, так и от плоскости листа к наблюдателю.
В первом случае система координат будет называться левой или левосторонней, а во втором случае – правой или правосторонней.



Преобразования, связанные с системой координат

- Необходимо научиться управлять изображением на экране, вносить изменения в его положение, форму, ориентацию, размер.
- Для этих целей существуют специальные геометрические преобразования, которые позволяют изменять эти характеристики объектов в пространстве. Представим задачу создания компьютерного имитатора полетов на военном самолете. Объекты на земле, как и сам самолет, изменяют свое положение: вращается антенна локатора, летит самолет движется танк. При этом, наблюдатель видит эту картину из определенной точки в пространстве в выбранном направлении.
- Необходимо описать эти сложные преобразования математически

Введем виды систем координат.

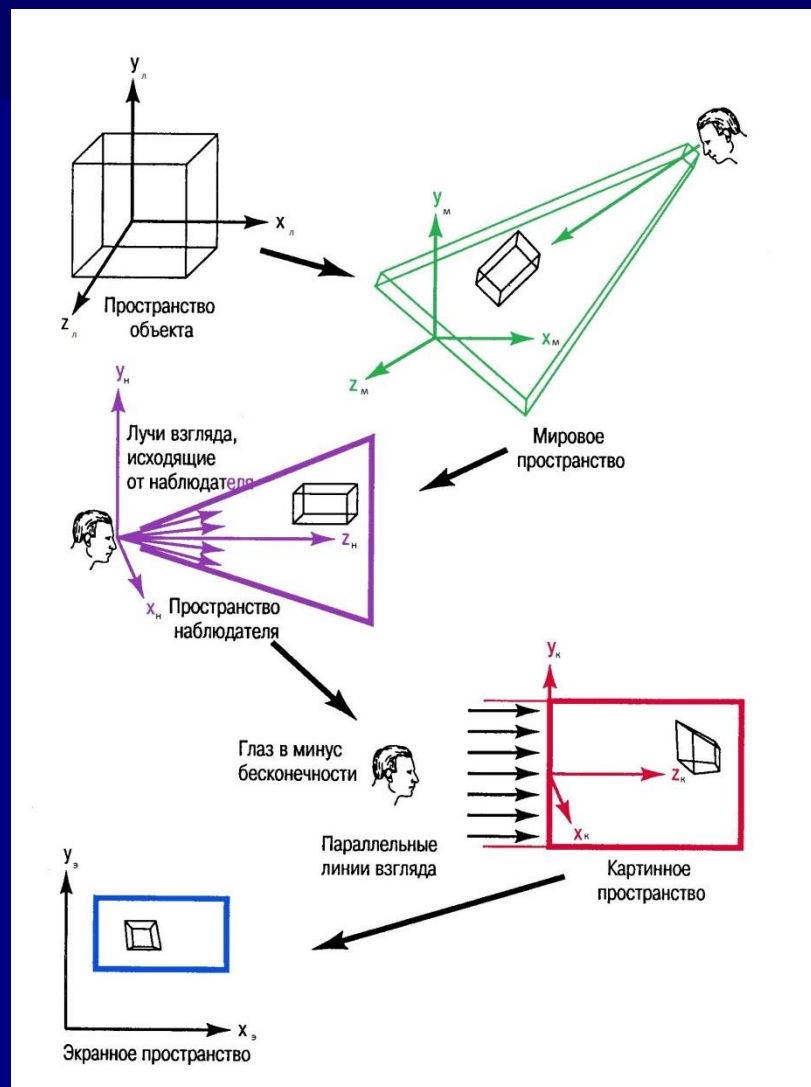
- Первая из них – **мировая система координат** – задается осями X_m, Y_m, Z_m . Мы размещаем ее в некоторой точке, и она остается неподвижной всегда.
- Вторая – **система координат наблюдателя**. Эту систему назовем X_n, Y_n, Z_n . Она определяет положение наблюдателя в пространстве и задает направление взгляда.
- Третья – **(локальная или собственная) система координат объекта** X_l, Y_l, Z_l . Эти системы также могут перемещаться и изменять свое положение в пространстве относительно мировой системы координат. Координаты точек объектов задаются в локальных системах координат объектов, каждая из которых, в свою очередь, привязана к мировой системе координат.
- Система координат наблюдателя также перемещается относительно мировой системы координат.
- Система координат физического устройства вывода изображений (например, экранная $Xэ, Yэ$).

Теперь становится понятно, что для того, чтобы увидеть трехмерный объект на экране компьютера надо проделать следующие шаги.

- Преобразовать координаты объекта, заданные в локальной системе координат, в мировые координаты.
- Преобразовать координаты объекта, заданные уже в мировой системе координат, в систему координат наблюдателя.
- Спроецировать полученные координаты на проекционную (картинную) плоскость.
- Преобразовать координаты картинной плоскости в экранные координаты .

Графический конвейер, показывающий преобразования координат между пространствами

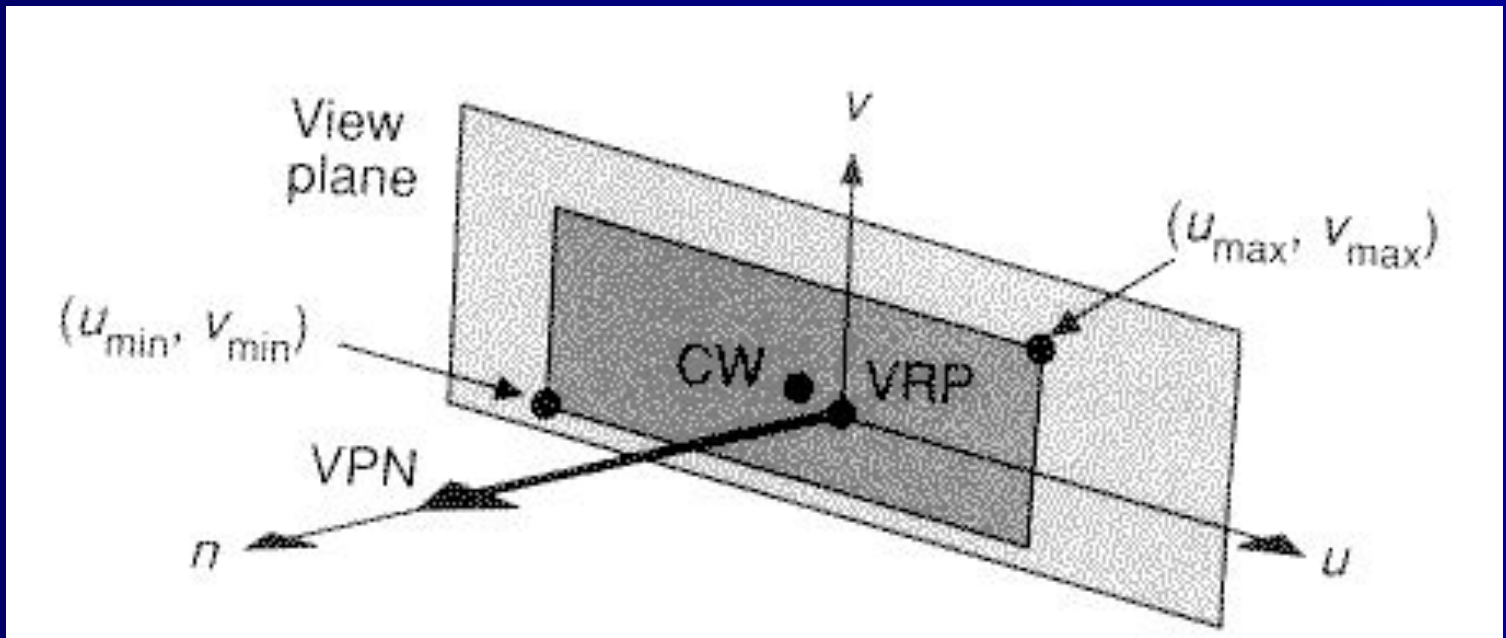
- Локальная СК
- Мировая СК
- СК наблюдателя
- СК картинной плоскости
- Экранная СК



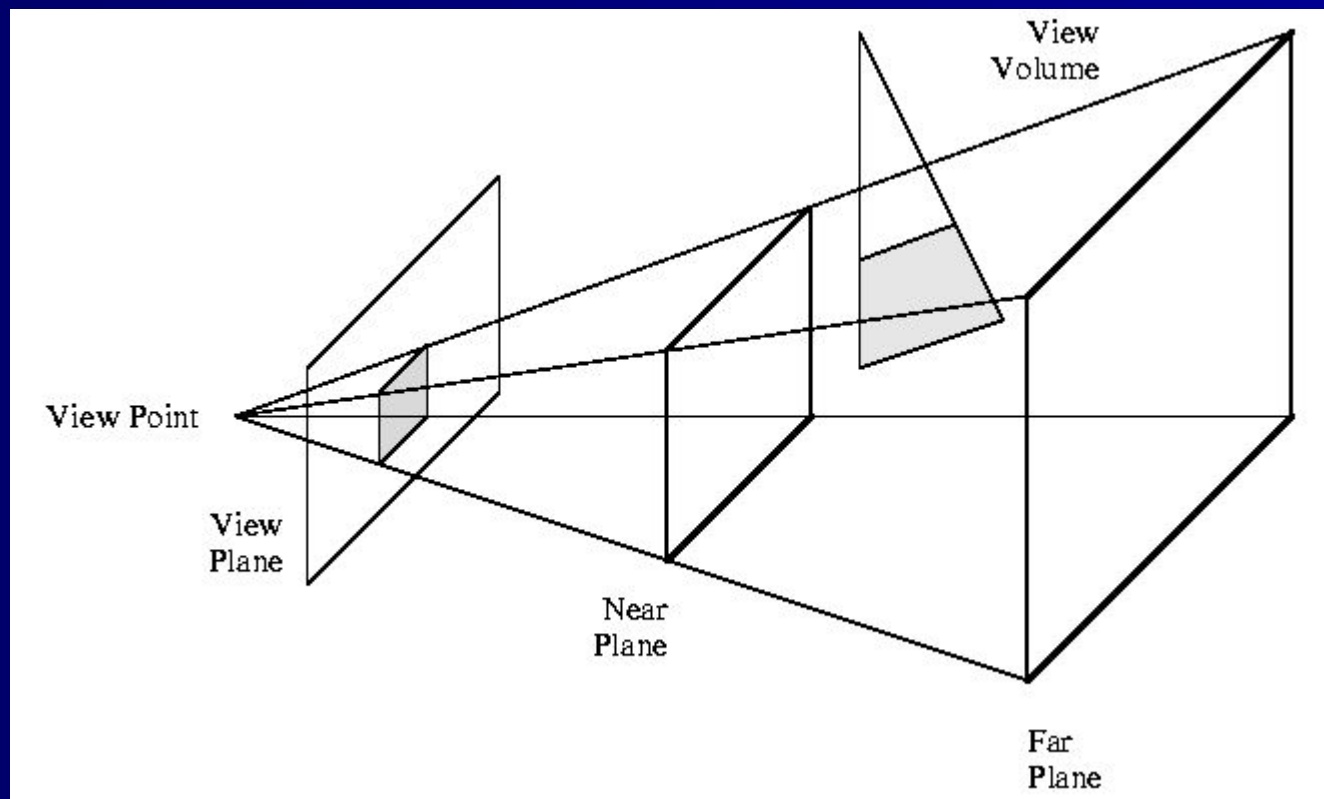
Отметим, определенную двойственность впечатлений, возникающих при взаимных перемещениях систем координат друг относительно друга. Представим себе, что мы наблюдаем кубик в пространстве.

- Пусть теперь этот кубик начнет вращаться вокруг, например, вертикальной оси. Мы увидим, что кубик вращается.
- тот же самый эффект мы получим, если сами начнем облетать вокруг кубика и рассматривать его с разных сторон.
- Визуальный эффект остается тем же самым, хотя в первом случае наша система координат остается неподвижной, а во втором – вращается по орбите.
- Преобразования систем координат при этом будут эквивалентны

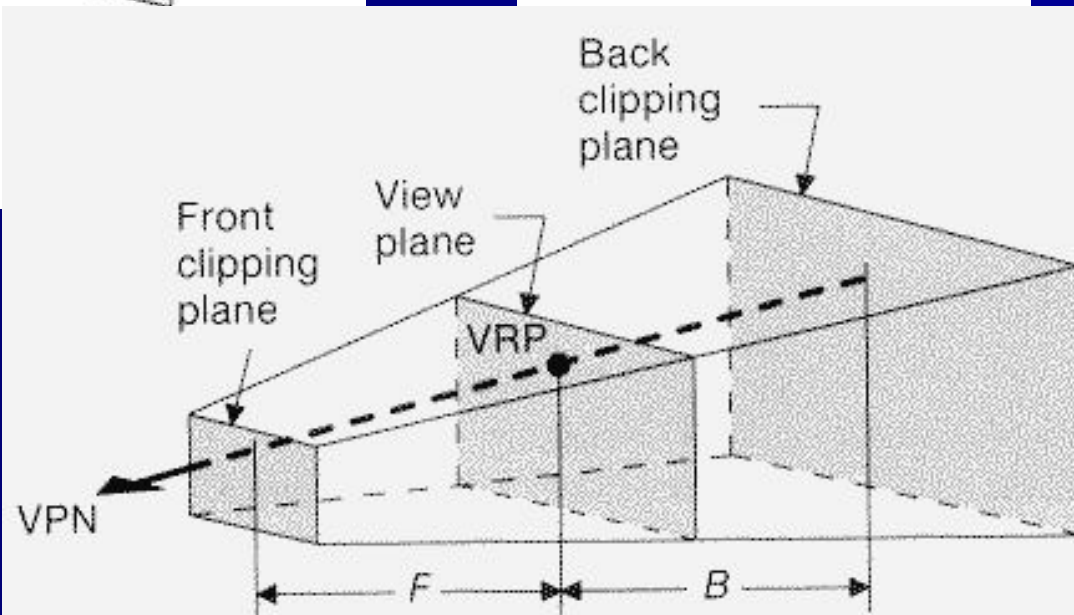
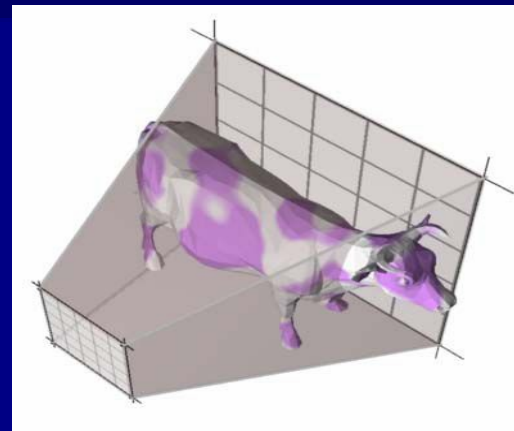
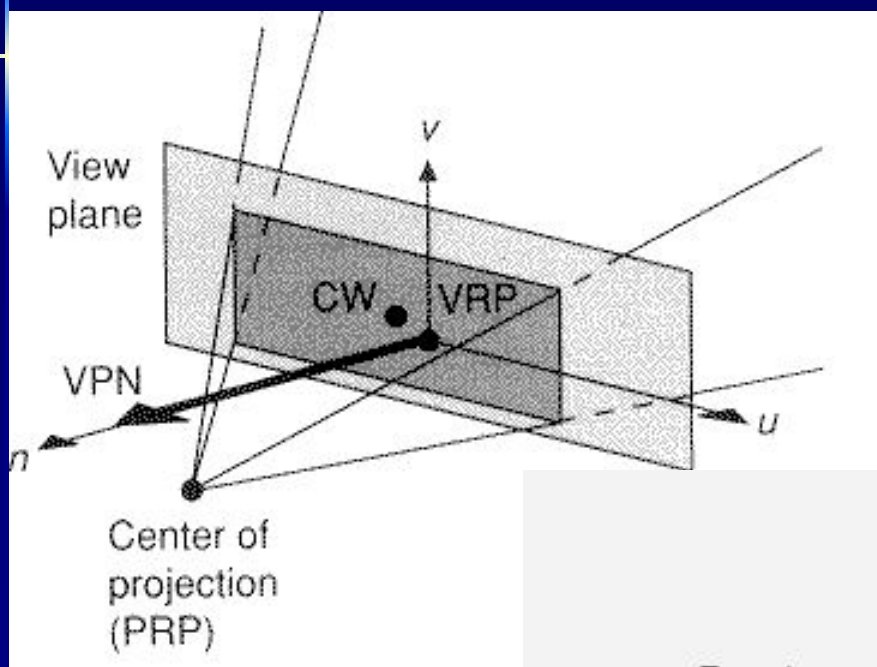
Окно вывода на картинной плоскости



Пирамида видимости



Отсечение (Clipping) видимого объема в окне перспективы



Отсечение (Clipping) видимого объема в окнах параллельных проекций

