

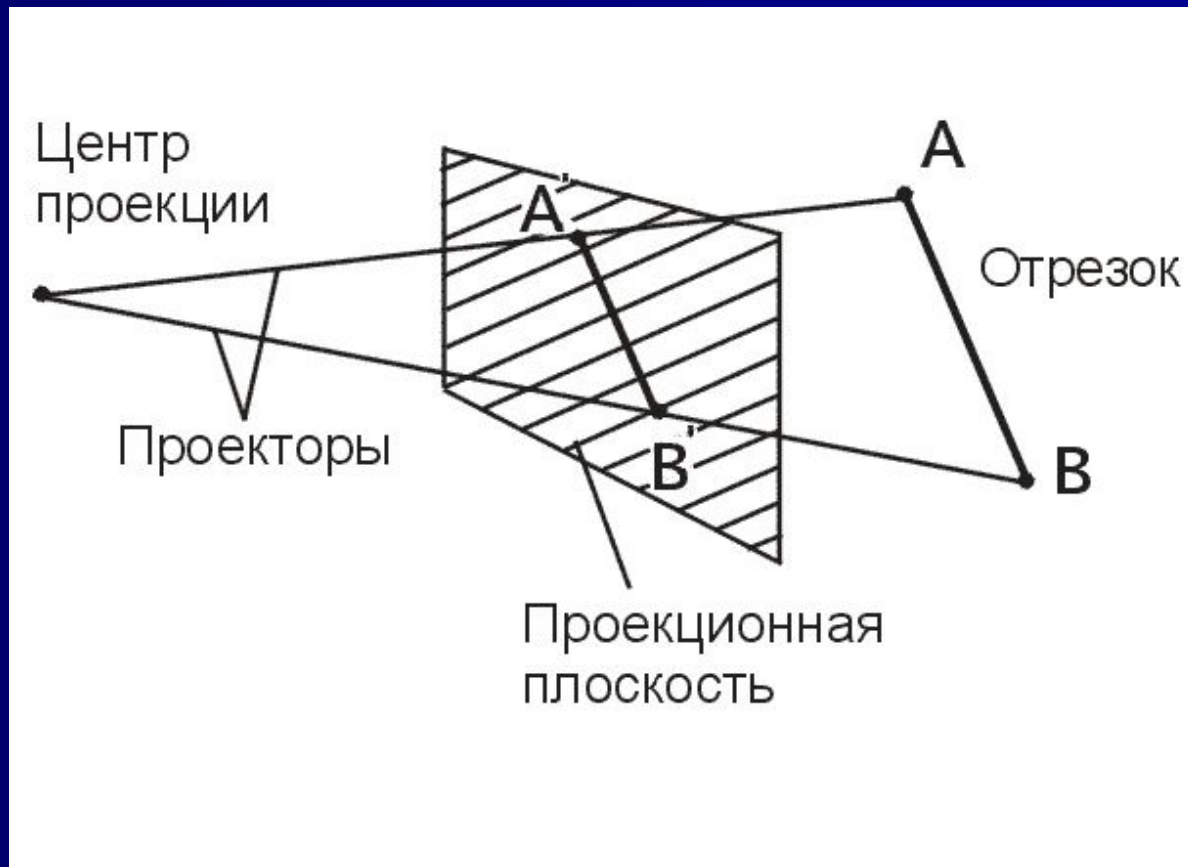
Проективные преобразования в компьютерной графике

Так как экран дисплея представляет собой двумерную плоскость, мы можем изобразить только проекции трехмерных объектов, а не сами объекты.

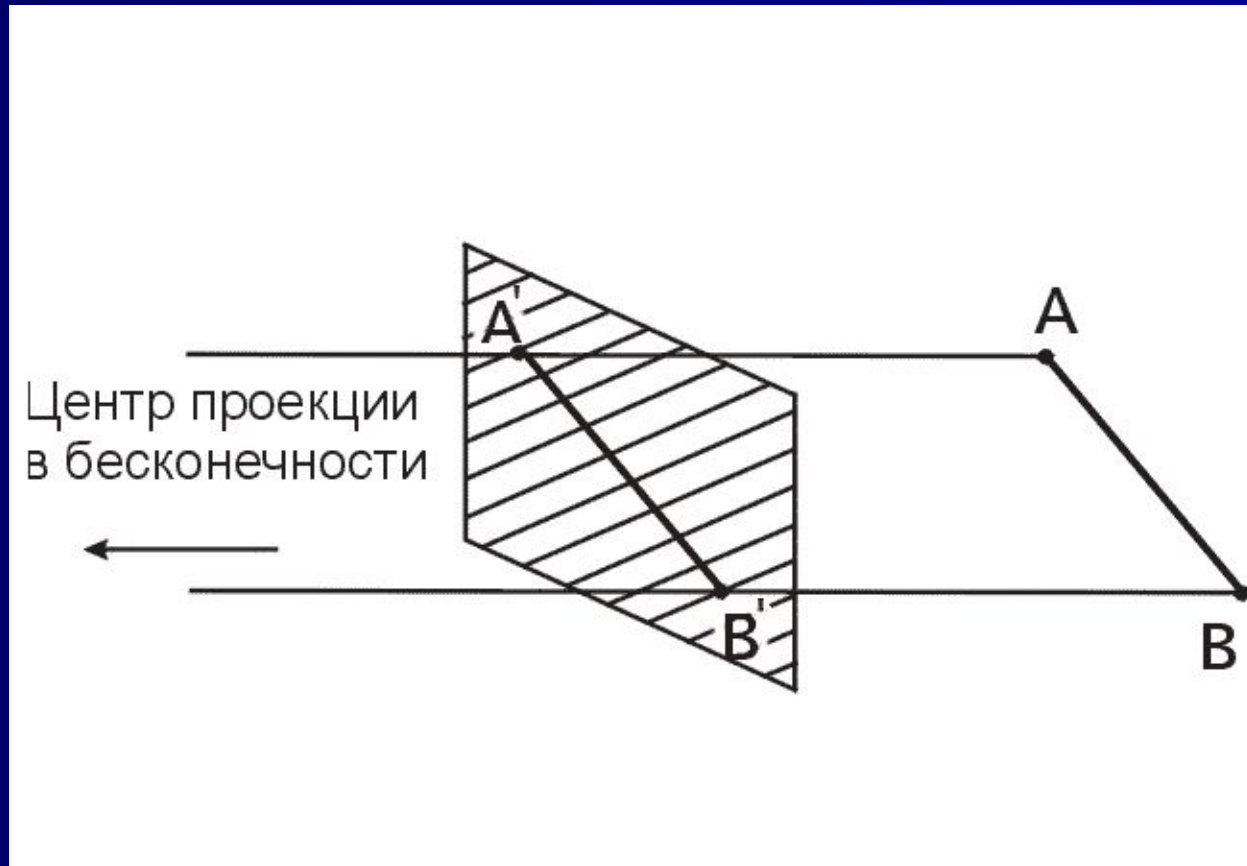
- В общем случае проекции преобразуют точки, заданные в системе координат размерностью n в точки системы координат размерностью меньшей, чем n . В нашем случае точки трехмерного пространства $n=3$ преобразуются в точки двумерного пространства $n-1$.
- Задача состоит в том, чтобы определить проекцию каждой точки объекта, расположенного в произвольном месте трехмерного пространства, на некоторую плоскость в этом пространстве, называемую картинной плоскостью.

- Проекции строятся с помощью проецирующих лучей или проекторов, которые проходят через каждую точку трехмерного объекта и затем проходят через картинную плоскость и образуют тем самым проекцию.
- Тип проецирования на плоскую, а не искривленную поверхность, где в качестве проекторов используются прямые, а не искривленные линии, называется плоской геометрической проекцией.
- Плоские геометрические проекции делятся на два вида: центральные(перспективные) и параллельные.

Центральная проекция - центр проекции находится на конечном расстоянии от картинной плоскости.



Параллельная проекция - центр пучка проецирующих прямых считается лежащим в бесконечности, т.е. проецирующие лучи параллельны друг другу

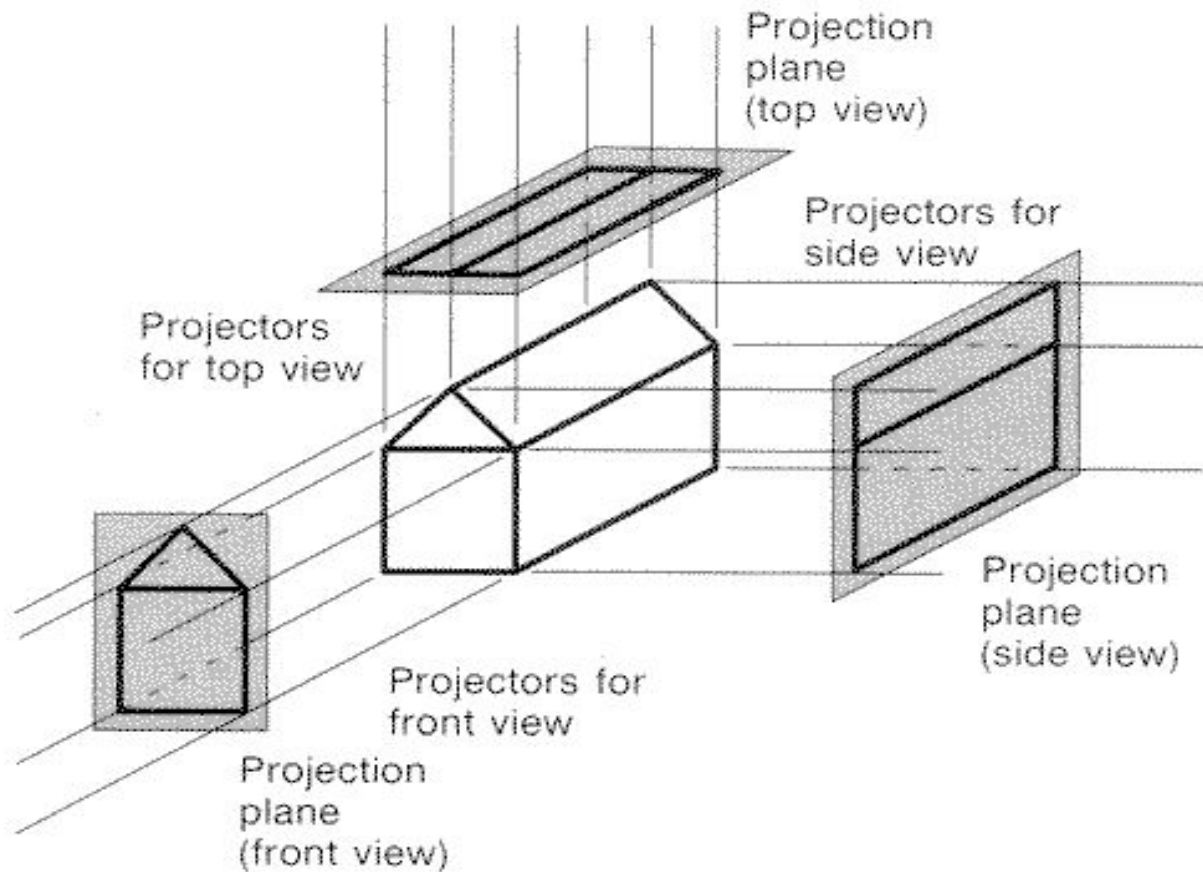


Классификация параллельных проекций

среди параллельных проекций различают ортографические, аксонометрические и косоугольные



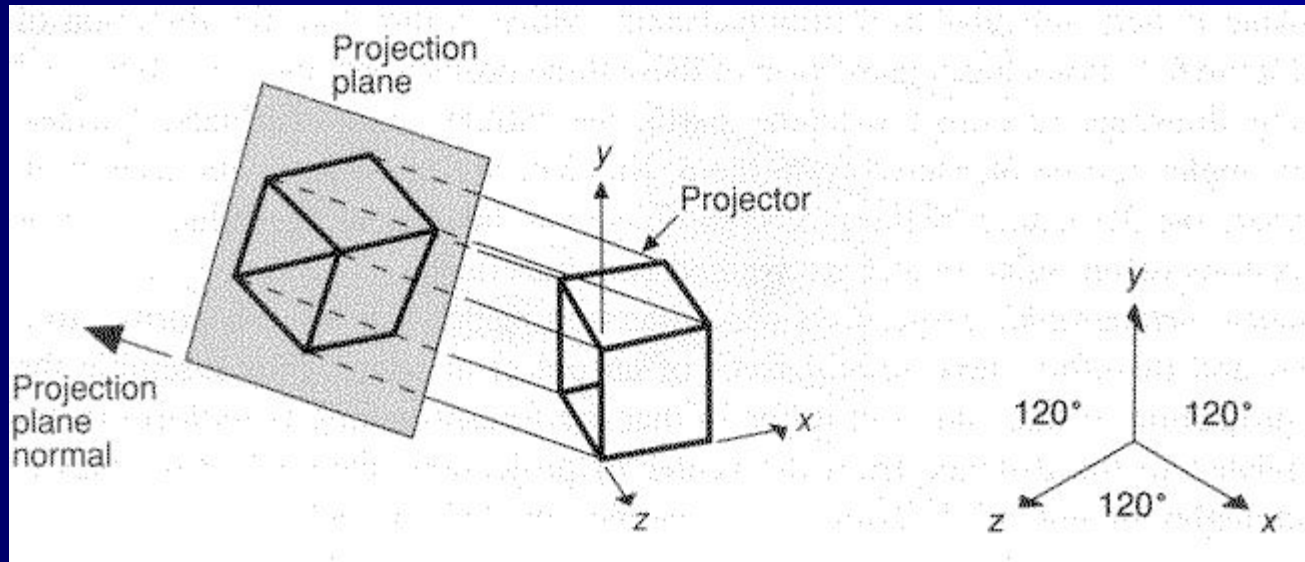
Ортогографическая проекция - картинная плоскость совпадает с одной из координатных плоскостей или параллельна ей. Проецирующие прямые перпендикулярны картинной плоскости.



АксонOMETрические проекции

- При аксонометрической проекции проецирующие прямые перпендикулярны картинной плоскости, а сама картинная плоскость образует с осями координат ненулевые углы.
- Если все три угла различны между собой - проекция триметрическая;
- если два угла из трех равны - проекция диметрическая;
- если равны все три угла - проекция изометрическая.
- Каждый из трех видов указанных проекций получается комбинацией поворотов, за которой следует параллельное проецирование.

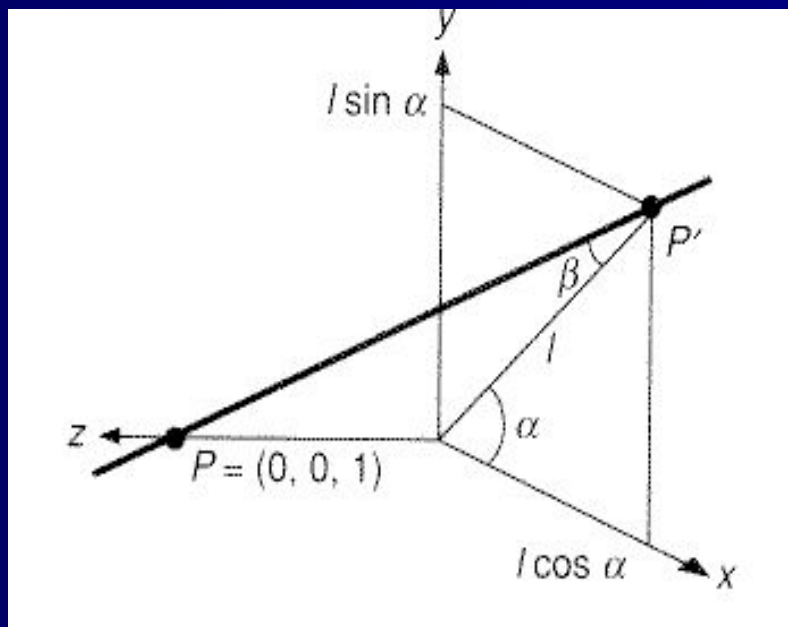
Изометрия



Косоугольные проекции

- Проекции, для получения которых используется пучок прямых, не перпендикулярных картинной плоскости, называют косоугольными.
- Однако сама картинная плоскость перпендикулярна главной координатной оси, поэтому сторона объекта, параллельная этой плоскости, проецируется так, что можно измерять углы и расстояния.
- Среди косоугольных проекций различают:
- свободную проекцию(Cavalier), когда угол наклона проецирующих прямых к картинной плоскости равен половине прямого, т.е. 45° ,
- кабинетную проекцию(Cabinet), когда требуется еще, чтобы масштаб по одной из осей был вдвое меньше, чем по двум остальным осям.

Косоугольные проекции



Направление проецирования

$$(l \cos \alpha, l \sin \alpha, 1)$$

Угол между косыми проекторами
и плоскостью проекции

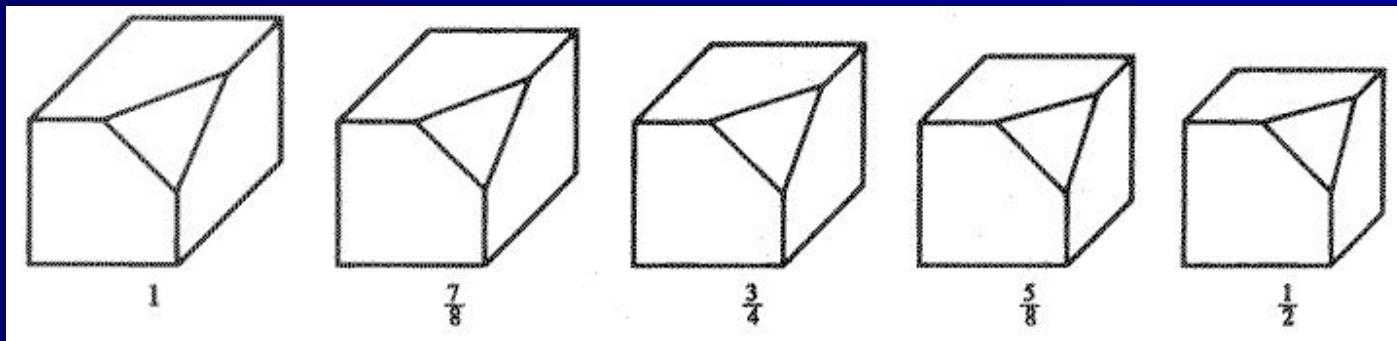
$$\beta = \text{arctg}(l)$$

Военная проекция

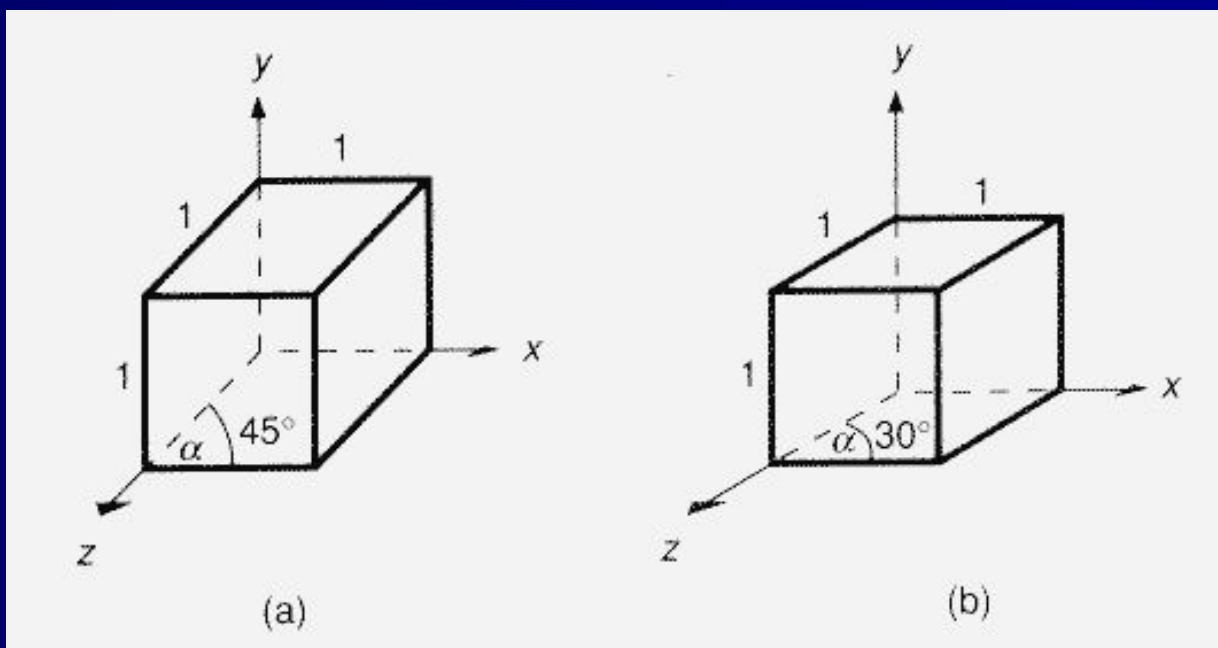
$$\beta = \text{arctg}(1) = 45^\circ$$

Кабинетная проекция

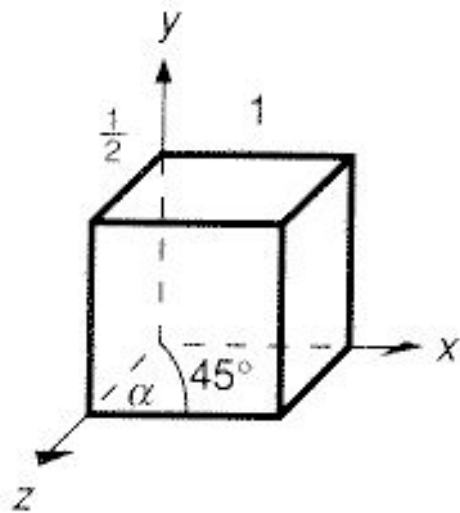
$$\beta = \text{arctg}(1/2) = 63.435^\circ$$



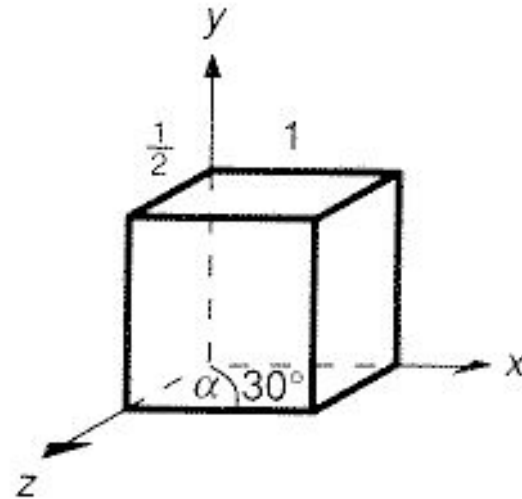
*Cavalier (свободная или военная перспектива
или горизонтальная косоугольная диметрия)*



Cabinet (кабинетная)

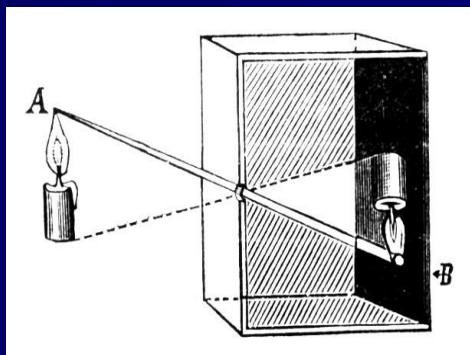


(a)

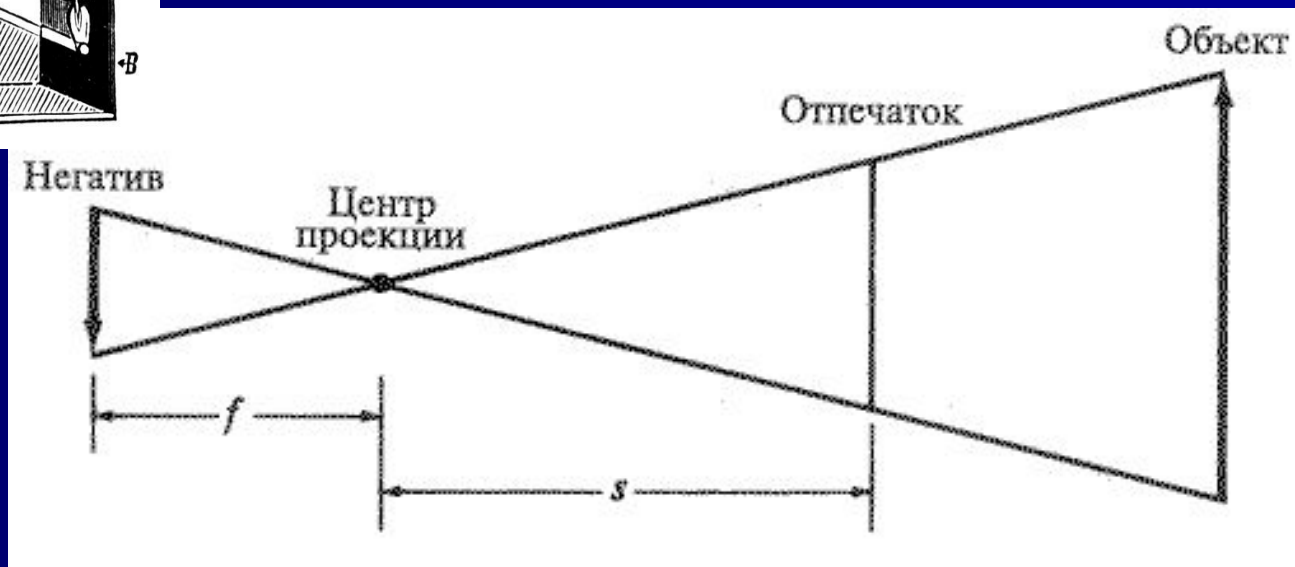


(b)

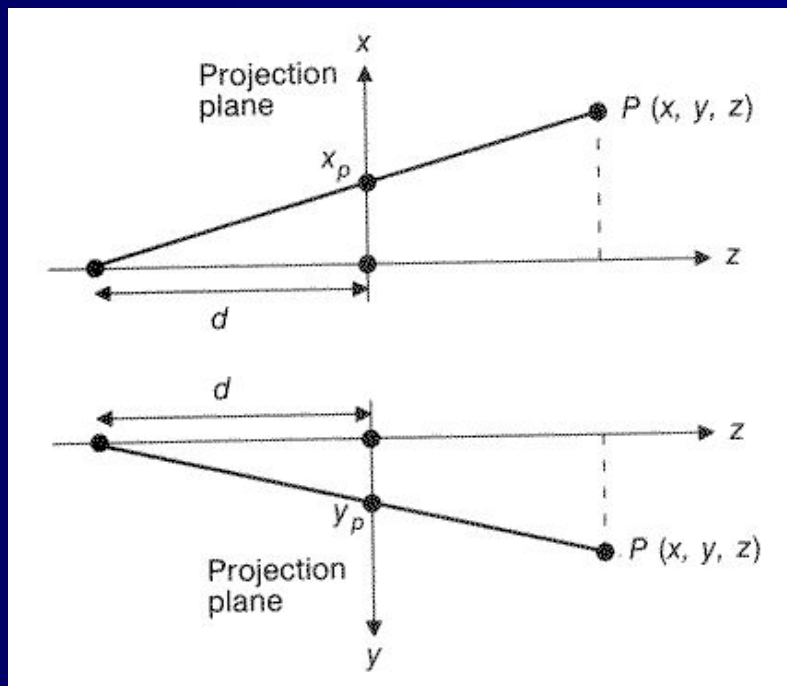
Перспективная проекция пришла из фотографии



Модель объектива (камера-обскура)
с бесконечно малым размером диафрагмы



Перспективная (Центральная) проекция



$$M'_{\text{per}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 1 \end{bmatrix}.$$

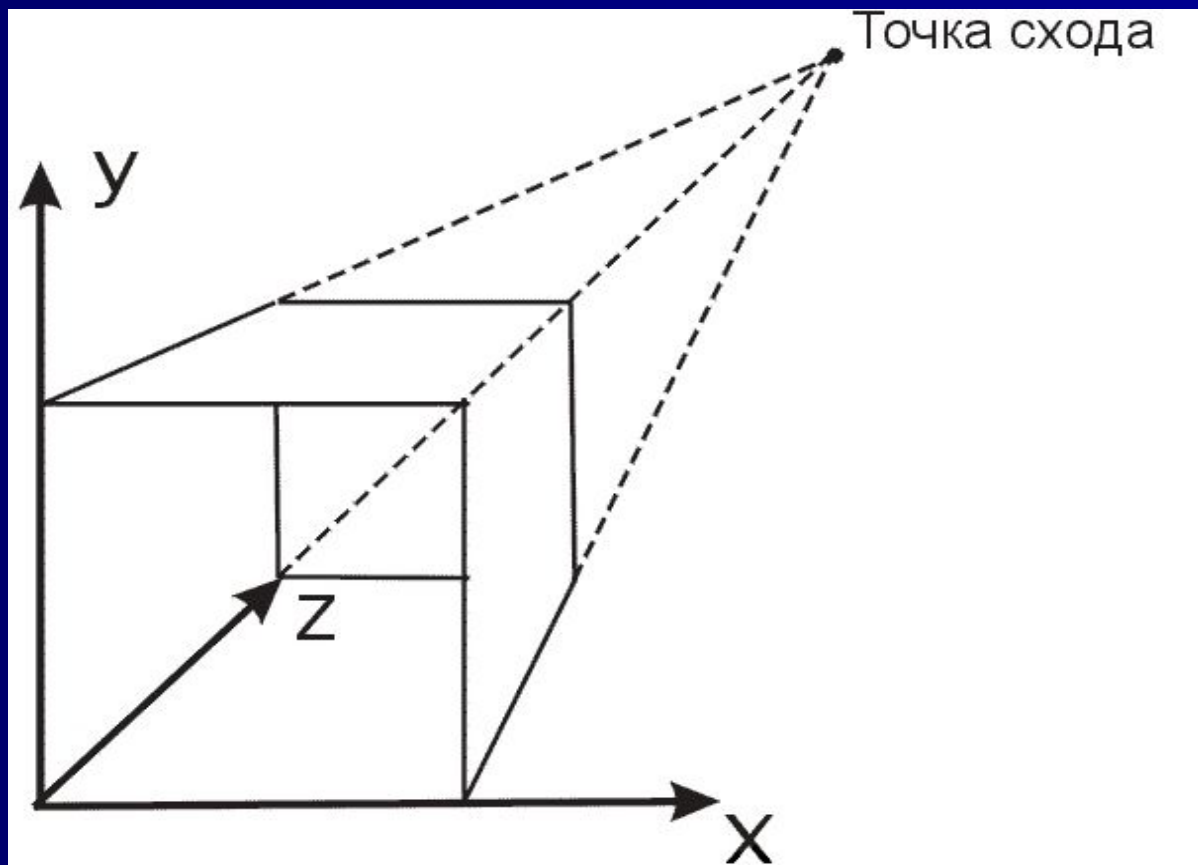
$$\frac{x_p}{d} = \frac{x}{z + d}, \quad \frac{y_p}{d} = \frac{y}{z + d}.$$

$$x_p = \frac{d \cdot x}{z + d} = \frac{x}{(z/d) + 1}, \quad y_p = \frac{d \cdot y}{z + d} = \frac{y}{(z/d) + 1}.$$

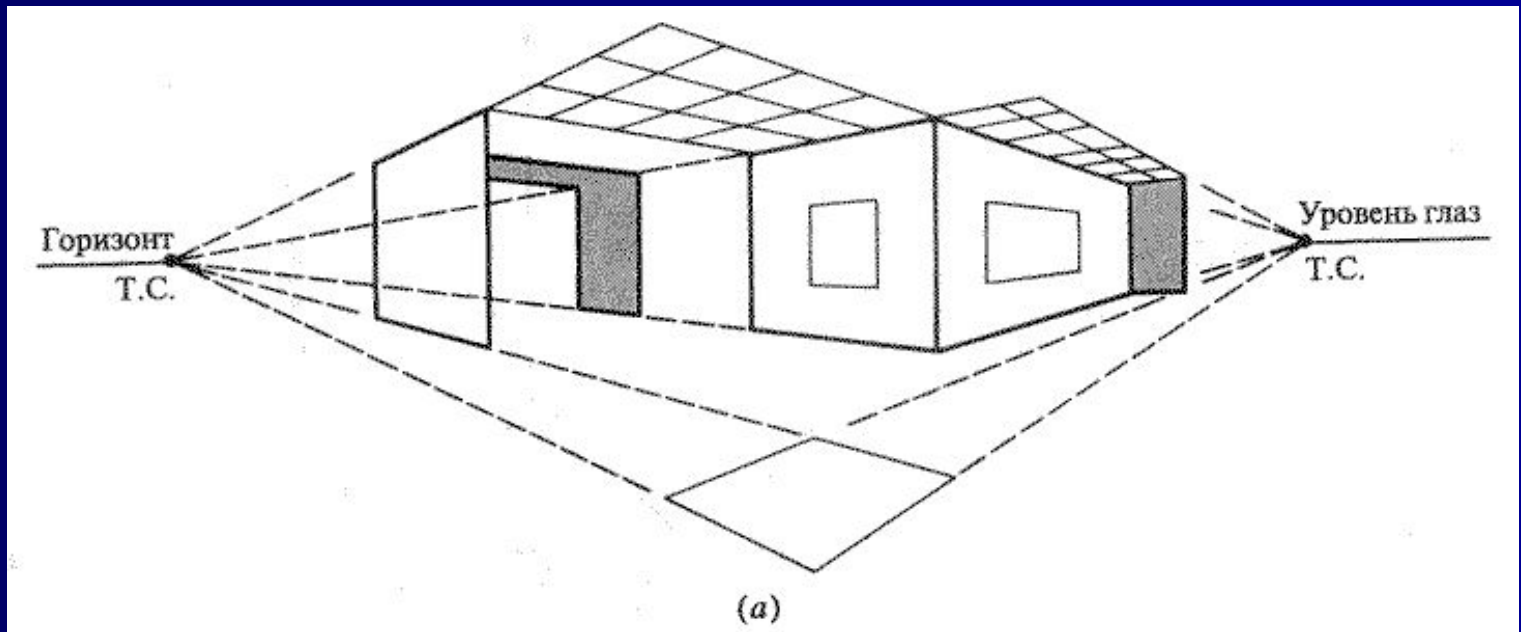
Точка схода

Перспективные(центральные) проекции любой совокупности прямых, которые не параллельны картинной плоскости будут сходиться в точке схода. Точка схода называется главной если совокупность прямых параллельна одной из координатных осей. Имеется только 3 главные точки схода, соответствующие пересечениям главных координатных осей с картинной плоскостью. Т.о. перспективные проекции классифицируются в зависимости от числа главных точек схода и разделяются на одно-, двух- и трехточечные проекции.

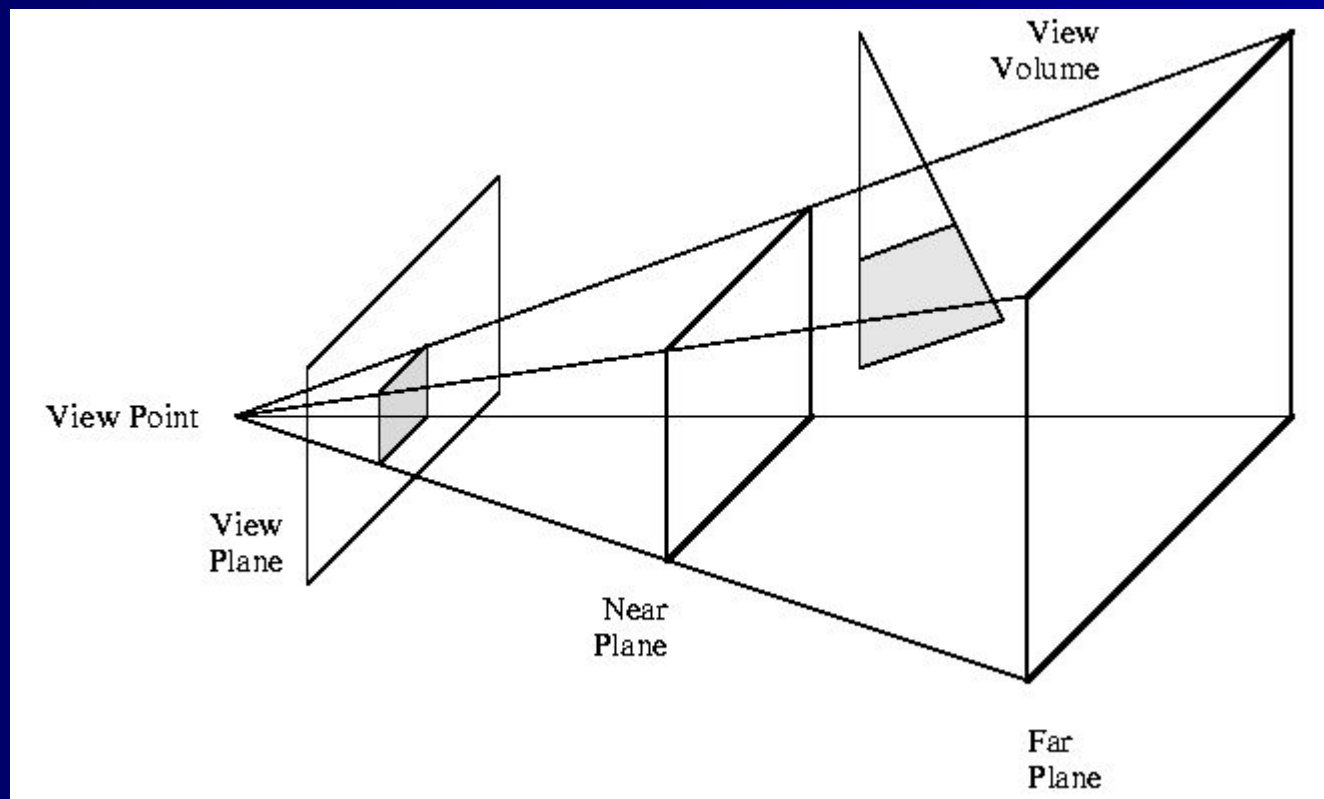
Одноточечная перспективная проекция



Двухточечная перспективная проекция



Отсечение (CLIPPING)



Отсечение (Clipping) видимого объема в окне перспективы

