

Сегодня: *

Лекция 12

Тема: КВАНТОВАЯ ПРИРОДА ИЗЛУЧЕНИЯ

12.1. Тепловое излучение и его характеристики;

12.2. Закон Кирхгофа;

12.3. Законы Стефана-Больцмана и смещения Вина;

12.4. Формула Рэлея-Джинса и Планка;

12.5.

12.1. Тепловое излучение и его характеристики

Тела, нагретые до достаточно высоких температур, светятся. Свечение тел, обусловленное нагреванием, называется тепловым (температурным) излучением. Тепловое излучение, являясь самым распространенным в природе, совершается за счет энергии теплового движения атомов и молекул вещества (т. е. за счет его внутренней энергии) и свойственно всем телам при температуре выше 0К. Тепловое излучение имеет сплошной спектр частот, положение максимума которого зависит от температуры. При высоких температурах излучаются короткие (видимые и ультрафиолетовые) электромагнитные волны, при низких — преимущественно длинные (инфракрасные).

Тепловое излучение — практически единственный вид излучения, который может быть равновесным. Предположим, что нагретое (излучающее) тело помещено в полость, ограниченную идеально отражающей оболочкой. С течением времени, в результате непрерывного обмена энергией между телом и излучением, наступит равновесие, т. е. тело в единицу времени будет поглощать

столько же энергии, сколько и излучать. Допустим, что равновесие между телом и излучением по какой-либо причине нарушено и тело излучает энергии больше, чем поглощает. Если в единицу времени тело больше излучает, чем поглощает (или наоборот), то температура тела начнет понижаться (или повышаться). В результате будет ослабляться (или возрастать) количество излучаемой телом энергии, пока, наконец, не установится равновесие. Все другие виды излучения неравновесны.

Количественной характеристикой теплового излучения служит **излучательность тела** — мощность излучения с единицы площади поверхности тела в интервале частот единичной ширины:

$$R_{\nu, T} = \frac{dW_{\nu, \nu+d\nu}^{\text{изл}}}{d\nu},$$

где $dW_{\nu, \nu+d\nu}^{\text{изл}}$ — энергия электромагнитного излучения, испускаемого за единицу времени (мощность излучения), с единицы площади поверхности тела в интервале частот от ν до $\nu +$

$d\nu$. **Единица излучательности** — джоуль на метр в квадрате в секунду ($\text{Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$).

Излучательность может быть представлена ив функции длины волны, так как

$$dW_{\nu, \nu+d\nu}^{\text{изл}} = R_{\nu, T} d\nu = R_{\lambda, T} d\lambda.$$

Так как $c = \lambda\nu$, то $\frac{d\lambda}{d\nu} = -\frac{c}{\nu^2} = -\frac{\lambda^2}{c}$, где знак минус указывает на то, что с возрастанием одной из величин (ν или λ) другая величина убывает. Поэтому в дальнейшем знак минус будем опускать. Таким образом

$$R_{\nu, T} = R_{\lambda, T} \frac{\lambda^2}{c}. \quad (12.1.1)$$

С помощью (12.1.1) можно перейти от $R_{\nu, T}$ к $R_{\lambda, T}$ и наоборот.

Зная излучательность в каждом спектральном участке, можно вычислить **интегральную излучательность** (ее называют

$$R_T = \int_0^{\infty} R_{\nu, T} d\nu. \quad (12.1.2)$$

Способность тел поглощать падающее на них излучение характеризуется **поглощательной способностью**

$$A_{\nu, T} = \frac{dW_{\nu, \nu+d\nu}^{\text{погл}}}{dW_{\nu, \nu+d\nu}}, \quad (12.1.3)$$

показывающей, какая доля энергии, приносимой за единицу времени на единицу площади поверхности тела падающими на нее электромагнитными волнами с частотами от ν до $\nu + d\nu$, поглощается телом. **Поглощательная способность** — величина безразмерная. $R_{\nu, T}$ и $A_{\lambda, T}$ зависят от природы тела, его

термодинамической температуры и при этом различаются для излучений с различными частотами. Поэтому эти величины относят к определенным T и ν (вернее, к достаточно узкому интервалу частот от ν до $\nu + d\nu$) и называют **спектральной плотностью излучательности $R_{\nu,T}$** и **спектральной поглощательной способностью $A_{\nu,T}$**

Тело, способное поглощать полностью при любой температуре все падающее на него излучение любой частоты, называется **абсолютно черным**. Следовательно, поглощательная способность абсолютно черного тела для всех частот и температур тождественно равна единице ($A_{\nu,T}^c = 1$). Абсолютно черных тел в природе нет, однако такие тела, как сажа, платиновая чернь, черный бархат и некоторые другие, в определенном интервале частот по своим свойствам близки к ним.

Идеальной моделью абсолютно черного тела является замнутая полость с небольшим отверстием O , внутренняя поверхность которой зачернена (рис. 12.1). Луч света, попавший внутрь такой полости, испытывает многократные отражения от стенок, в результате чего интенсивность вышедшего излучения оказывается практически равной нулю. Опыт показывает, что при размере отверстия, меньшего $0,1$ диаметра полости, падающее излучение всех частот «полностью поглощается». Вследствие этого открытые окна домов со стороны улицы кажутся черными, хотя внутри комнат достаточно светло из-за отражения света от стен.

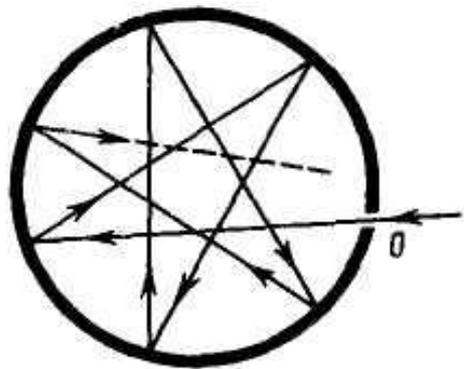


Рис.12.1

Наряду с понятием абсолютно черного тела используют понятие серого тела — тела, поглощательная способность которой меньше единицы, но одинакова для всех частот и зависит только от температуры, материала и состояния

серого тела $A_{\nu, T}^c = A_T = \text{const} < 1$.

Исследование теплового излучения сыграло важную роль в создании квантовой теории света, поэтому необходимо рассмотреть законы, которым оно подчиняется.

12.2. Закон Кирхгофа

Кирхгоф, опираясь на второй закон термодинамики и анализируя условия равновесного излучения в изолированной системе тел, установил количественную связь между спектральной плотностью излучательности и спектральной поглощательной способностью тел. Отношение спектральной плотности излучательности к спектральной поглощательной способности не зависит от природы тела; оно является для всех тел универсальной функцией частоты (длины волны) и температуры (**закон Кирхгофа**):

$$\frac{R_{\nu, T}}{A_{\nu, T}} = r_{\nu, T} \quad (12.2.1)$$

Для абсолютно черного тела $A_{\nu, T}^c \equiv 1$, поэтому из закона Кирхгофа (см. (12.2.1)) вытекает, что $R_{\nu, T}$ для абсолютно черного тела равна $r_{\nu, T}$. Таким образом, универсальная функция Кирхгофа $r_{\nu, T}$ есть не что иное как спектральная плотность излучательности абсолютно черного тела. Следовательно, согласно закону Кирхгофа, для всех тел отношение спектральной плотности излучательности к спектральной поглотительной способности равно спектральной плотности излучательности абсолютно черного тела при той же температуре и частоте.

Из закона Кирхгофа следует, что спектральная плотность излучательности любого тела в любой области спектра всегда меньше спектральной плотности излучательности абсолютно черного тела (при тех же значениях T и ν), так как $A_{\nu,T} < 1$ и поэтому $R_{\nu,T} < r_{\nu,T}$. Кроме того, из (12.2.1) вытекает, что если тело не поглощает электромагнитные волны какой-то частоты, то оно их и не излучает, так как при $A_{\nu,T} = 0$, $R_{\nu,T} = 0$.

Используя закон Кирхгофа, выражению для излучательности тела (12.2.1) можно придать вид

$$R_T = \int_0^{\infty} A_{\nu,T} r_{\nu,T} d\nu.$$

Для серого тела

$$R_T^c = A_T \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = A_T R_e. \quad (12.2.2)$$

где

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\nu, T} d\nu$$

— излучательность абсолютно черного тела (зависит только от температуры).

Закон Кирхгофа описывает только тепловое излучение, являясь настолько характерным для него, что может служить надежным критерием для определения природы излучения. Излучение, которое закону Кирхгофа не подчиняется, не является тепловым.

12.3. Законы Стефана — Больцмана и смещения Вина

Из закона Кирхгофа (см. (12.2.1)) следует, что спектральная плотность излучательности абсолютно черного тела является универсальной функцией, поэтому нахождение ее явной зависимости от частоты и температуры является важной задачей теории теплового излучения.

Австрийский физик Й. Стефан (1835 — 1893), анализируя экспериментальные данные, в 1879 г. и Л. Больцман, применяя

термодинамический метод, в 1884 г., решили эту задачу лишь частично, установив зависимость излучательности R_e от температуры. Согласно закону Стефана — Больцмана,

$$R_e = \sigma T^4, \quad (12.3.1)$$

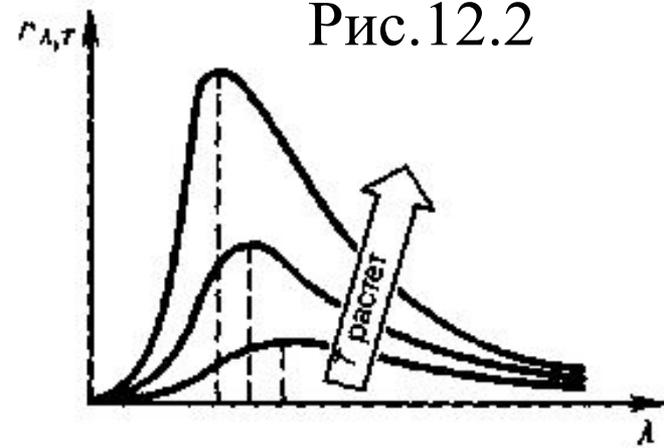
т. е. излучательность абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры; σ — постоянная Стефана — Больцмана; ее экспериментальное значение равно $5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴).

Закон Стефана — Больцмана, определяя зависимость R_e от температуры, не дает ответа относительно спектрального состава излучения абсолютно черного тела. Из экспериментальных кривых зависимости функции

$$r_{\lambda, T} \left(r_{\lambda, T} = \frac{c}{\lambda^2} r_{\nu, T} \right)$$

от длины волны λ при различных температурах (рис. 12.2) следует, что распределение энергии в спектре абсолютно черного тела является неравномерным. Все кривые имеют явно выраженный

Рис.12.2



максимум, который по мере повышения температуры смещается в сторону более коротких волн.

Площадь, ограниченная кривой зависимости $r_{\lambda, T}$ от λ , и осью абсцисс, пропорциональна излучательности R_e

абсолютно черного тела и, следовательно, по закону Стефана — Больцмана, четвертой степени температуры.

Немецкий физик В. Вин (1864-1928), опираясь на законы термо- и электродинамики, установил зависимость длины волны $\lambda_{\text{макс}}$, соответствующей максимуму функции $r_{\lambda, T}$ от температуры T . Согласно закону смещения Вина,

$$\lambda_{\text{макс}} = b/T, \quad (12.3.2)$$

т. е. длина волны $\lambda_{\text{макс}}$, соответствующая максимальному значению спектральной плотности излучательности $r_{\lambda, T}$ абсолютно черного тела, обратно пропорциональна его термодинамической температуре, b — постоянная Вина; ее экспериментальное значение

равно $2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$. Выражение (12.2.2) называют потому законом *смещения* Вина, что оно показывает смещение положения максимума функции $r_{\lambda,T}$ по мере возрастания температуры в область коротких длин волн. Закон Вина объясняет, почему при понижении температуры нагретых тел в их спектре все сильнее преобладает длинноволновое излучение (например, переход белого каления в красное при остывании металла).

Несмотря на то что законы Стефана — Больцмана и Вина играют в теории теплового излучения важную роль, они являются частными законами, так как не дают общей картины распределения энергии по частотам при различных температурах.

12.4. Формулы Рэлея — Джинса и Планка

Из рассмотрения законов Стефана — Больцмана и Вина следует, что термодинамический подход к решению задачи о нахождении универсальной функции Кирхгофа $r_{\nu,T}$ не дал желаемых результатов. Следующая строгая попытка теоретического вывода зависимости $r_{\nu,T}$ принадлежит английским ученым Д. Рэлею и Д.

Джинсу (1877-1946), которые применили к тепловому излучению методы статистической физики, воспользовавшись классическим законом равномерного распределения энергии по степеням свободы. Формула Рэля-Джинса для спектральной плотности излучательности абсолютно черного тела имеет вид

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT, \quad (12.4.1)$$

где k — постоянная Больцмана.

Как показал опыт, выражение (12.4.1) согласуется с экспериментальными данными *только* в области достаточно малых частот и больших температур. В области больших частот формула Рэля -Джинса резко расходится с экспериментом, а также с законом Вина (рис. 12.3). Кроме того, оказалось, что попытка получить закон Стефана - Больцмана (см. (12.3.1)) из формулы Рэля - Джинса приводит к абсурду. Действительно, вычисленная с использованием (12.4.1) излучательность абсолютно черного тела (см. (12.3.3))

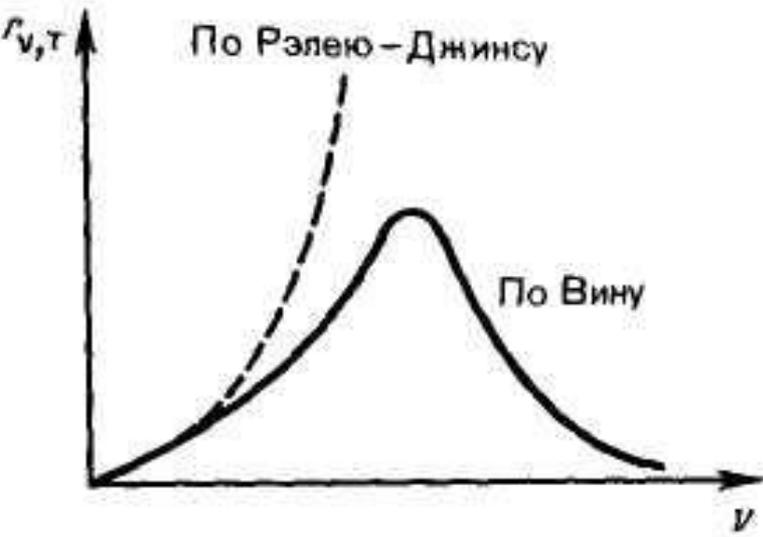


Рис.12.3

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\nu, T} d\nu = \frac{2\pi kT}{c^2} \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu = \infty,$$

в то время как по закону Стефана — Больцмана R_e пропорциональна четвертой степени температуры. Этот результат получил название «ультрафиолетовой катастрофы». Таким образом, в рамках классической физики не удалось объяснить законы распределения энергии в спектре абсолютно черного тела.

Правильное, согласующееся с опытными данными выражение для спектральной плотности излучательности абсолютно черного тела было найдено в 1900 г. немецким физиком М. Планком. Для этого ему пришлось отказаться от

установившегося положения классической физики, согласно которому энергия любой системы может изменяться *непрерывно*, т. е. может принимать любые сколь угодно близкие значения. Согласно выдвинутой Планком квантовой гипотезе, атомные осцилляторы изучают энергию не непрерывно, а определенными порциями — квантами, причем энергия кванта пропорциональна частоте колебания :

$$\varepsilon_0 = h\nu = hc/\lambda \quad (12.4.2)$$

где $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ Дж · с - постоянная Планка. Так как излучение испускается порциями, то энергия осциллятора ε может принимать лишь определенные *дискретные значения*, кратные целому числу элементарных порций энергии ε_0 :

$$\varepsilon = n h \nu \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

Используя статистические методы и представления о квантовом характере теплового излучения, М. Планк вывел для универсальной функции Кирхгофа формулу

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/(kT)} - 1}, \quad (12.4.3)$$

которая блестяще согласуется с экспериментальными данными по распределению энергии в спектрах излучения абсолютно черного тела во всем интервале частот от 0 до ∞ и при различных температурах. Теоретический вывод этой формулы М. Планк изложил 14 декабря 1900 г. на заседании Немецкого физического общества. Этот день стал датой рождения квантовой физики.

В области малых частот, т. е. при $h\nu \ll kT$ (энергия кванта очень мала по сравнению с энергией теплового движения kT), формула Планка (12.4.3) совпадает с формулой Рэля - Джинса (12.3.1). Для доказательства этого разложим экспоненциальную функцию в ряд, ограничившись для рассматриваемого случая двумя первыми членами:

$$e^{h\nu/(kT)} \approx 1 + \frac{h\nu}{kT}, \quad e^{h\nu/(kT)} - 1 \approx \frac{h\nu}{kT}.$$

Подставляя последнее выражение в формулу Планка (12.4.3), найдем, что

$$r_{\nu,T} \approx \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{h\nu/(kT)} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT,$$

т. е. получим формулу Рэля - Джинса (12.4.1). Из формулы Планка можно получить закон Стефана - Больцмана. Согласно (12.3.3) и (12.4.3),

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = \frac{2\pi kT}{c^2} \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu = \infty,$$

Введем безразмерную переменную $dx = h d\nu / (kT)$; $d\nu = kT dx / h$
Формула для R_e преобразуется к виду

$$R_e = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} T^4 \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \approx \sigma T^4, \quad (12.4.4)$$

где

$$R_e = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \approx \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}, \quad \text{так как}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}. \quad \text{Таким образом, действительно формула}$$

Планка позволяет получить закон Стефана — Больцмана (ср. формулы (12.3.1) и (12.4.4)). Кроме того, подстановка числовых значений l , c и h дает для постоянной Стефана - Больцмана величину, хорошо согласующуюся с экспериментальными данными. Закон смещения Вина получим с помощью формул (12.2.1) и (12.4.3):

$$r_{\lambda, T} = \frac{c}{\lambda^2} r_{\nu, T} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{(hc)/(kT\lambda)} - 1}.$$

Откуда

Значение $\frac{\partial r_{\lambda, T}}{\partial \lambda} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^6 (e^{hc/(kT\lambda)} - 1)} \left(\frac{hc}{kT\lambda} \frac{e^{hc/(kT\lambda)}}{e^{hc/(kT\lambda)} - 1} - 5 \right)$ достигает максимума, найдем, приравняв нулю эту производную. Тогда, введя $x = hc/(kT\lambda_{\max})$, получим уравнение

$$xe^x - 5(e^x - 1) = 0.$$

Решение этого трансцендентного уравнения методом последовательных приближений дает $x = 4,965$. Следовательно, $x = hc/(kT \lambda_{\max}) = 4,965$, откуда

$$T \lambda_{\max} = hc/(4,965 k) = b,$$

т. е. получили закон смещения Вина.

Из формулы Планка, зная универсальные постоянные h , k и c , можно вычислить постоянные Стефана - Больцмана σ и Вина b . С другой стороны, зная экспериментальные значения σ и b , можно вычислить значения h и k (именно так и было впервые найдено числовое значение постоянной Планка). Таким образом, формула Планка не только хорошо согласуется с экспериментальными данными, но и содержит в себе частные законы теплового излучения, а также позволяет вычислить постоянные в законах теплового излучения. Следовательно, формула Планка является полным решением основной задачи теплового излучения, поставленной Кирхгофом. Ее решение стало возможным лишь благодаря революционной квантовой гипотезе Планка.

