

Прохождение частицы сквозь потенциальный барьер

В задачах о частице в прямоугольной потенциальной яме и о линейном гармоническом осцилляторе мы считали, что на границах «потенциальной ловушки» происходит обрыв волны де Бройля, связанной с движущейся частицей. На самом деле происходит более сложное явление. На границах «потенциальной ловушки» волна де Бройля должна вести себя аналогично электромагнитной волне на границе двух сред с различными показателями преломления. Как известно, такая волна на границе частично отражается, а частично проходит через границу. Даже в случае полного внутреннего отражения наблюдается частичное проникновение света во вторую среду.

Волна де Бройля на границе потенциальной ловушки также испытывает не только отражение. Частично она проходит в область за пределами потенциального барьера. Другими словами, имеется определенная вероятность обнаружить частицу в той области, которая является классически запрещенной.

Частица, подчиняющаяся законам классической физики, может выйти из потенциального «ящика» лишь при условии, что ее полная энергия превышает «глубину» потенциального «ящика». С классической точки зрения частица, находящаяся внутри потенциального «ящика», «заперта» в нем. Стенки потенциального «ящика» представляют для нее потенциальный барьер, который частица преодолеть не может. Для того чтобы частица могла выйти из потенциального «ящика» или проникнуть

в него, согласно классической физике ей нужно сообщить энергию, равную или большую разности высоты барьера и ее собственной энергии.

Квантовая механика приводит к принципиально новому результату о возможности прохождения (просачивания) частиц сквозь потенциальные барьеры. Это явление называется **туннельным эффектом**.

Для описания туннельного эффекта вводится понятие о прозрачности D потенциального барьера. По аналогии с оптикой, коэффициент прозрачности потенциального барьера для дебройлевских волн можно ввести следующим образом:

$$D = I_{\text{прох}} / I_{\text{пад}}, \quad (26.29)$$

где $I_{\text{пад}}$ — интенсивность волны де Бройля, падающей на потенциальный барьер, $I_{\text{прох}}$ — интенсивность волны, прошедшей через барьер. Величину D можно рассматривать как вероятность прохождения волн де Бройля сквозь потенциальный барьер или, что то же самое, как вероятность просачивания частицы сквозь потенциальный барьер. По аналогии с оптикой можно ввести также понятие о коэффициенте отражения R частицы от барьера: $R = 1 - D$.

Расчеты, которые проводятся в квантовой механике, показывают, что прозрачность барьера зависит от его формы и высоты. В случае прямоугольного потенциального барьера с высотой U_0 , и шириной L (рис. 26.5) прозрачность D выражается формулой

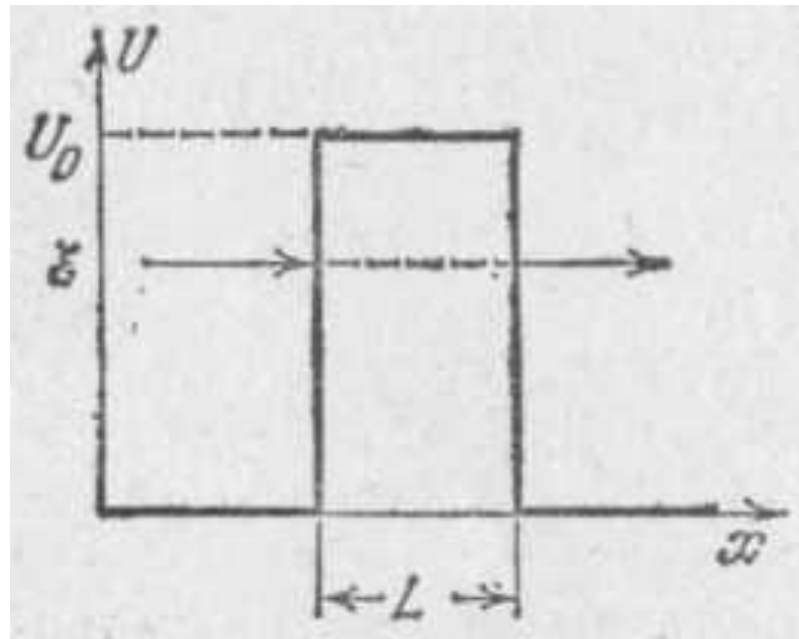


Рис. 26.5

$$D = D_0 e^{-a} = D_0 \exp \left\{ -\frac{2L}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)} \right\}. \quad (26.30)$$

Здесь D_0 — постоянный коэффициент, близкий к единице, m — масса частицы, E — ее полная энергия. Туннельный эффект является квантовым явлением и может проявляться в тех случаях, когда прозрачность барьера не слишком мала.

Оценим для прямоугольного барьера величину параметра a в формуле (26.30)

$$a = \frac{2L}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}. \quad (26.31)$$

С параметром a связана эффективная глубина Δx , на которую частица может проникнуть в классически запрещенную область внутри барьера:

$$\Delta x \approx \frac{\hbar}{\sqrt{2m(U_0 - E)}}.$$

Так, для электрона при $U_0 - E \approx 1$ эВ по порядку величины

$$\Delta x \approx \frac{10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 10^{-30} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}} \approx \text{М}:10^{-10}$$

В атомном мире $2L \approx 0,1$ нм, параметр $a \approx 2L/\Delta x \approx 2$ и прозрачность барьера $D \approx e^{-2} \approx 13\%$. Если же $x \gg \Delta x$, то прозрачность барьера D становится весьма малой и вероятность обнаружить частицу на таких расстояниях внутри барьера ничтожно мала. В макроскопической области, например, при $L=10^{-2}$ м и $U_0 - E \approx 10$ эВ значение a составляет $a \approx 10^8$ и прозрачность барьера ничтожно мала:

$D = e^{-10^8}$. С увеличением массы частицы и разности $U_0 - E$ прозрачность барьера быстро уменьшается.

Туннельный эффект есть чисто квантовое явление. Если попытаться в духе принципа соответствия перейти к классическому описанию, положив, что $\hbar \rightarrow 0$, то получим, что $D \rightarrow 0$, и о прозрачности барьера бессмысленно говорить.

Туннельный эффект получил экспериментальное подтверждение в явлении холодной эмиссии электронов из металлов под действием электрических полей. опыты показали, что вырывание электронов из металлов происходит при напряженностях электрического поля в сотни раз меньших, чем те, которые необходимы для того, чтобы электрон, совершив работу выхода, покинул металл. Это объясняется в квантовой механике

туннельным эффектом. Действие электрического поля с напряженностью E приводит к тому, что потенциальный барьер для электронов на границе металл - вакуум становится более узким, его ширина L уменьшается. Электрон, обладающий энергией E , по абсолютному значению меньшей, чем высота барьера U_0 , может выйти из металла сквозь барьер с помощью туннельного эффекта. Поэтому напряженность поля, необходимая для возникновения холодной эмиссии, уменьшается по сравнению с той, которая следует из расчетов без учета прохождения электронов сквозь потенциальный барьер.

Электрическое поле благодаря туннельному эффекту вырывает электроны из отдельных атомов или молекул. Это явление автоионизации также происходит при меньших напряженностях поля, чем это следует из классической физики. Правильные оценки напряженности поля, соответствующие экспериментальным данным, получаются в квантовой механике с учетом прохождения электронов сквозь потенциальный барьер. Туннельный эффект играет основную роль в явлении радиоактивного α -распада.

Квантовая механика приводит к возможности обнаружить частицу в классически недозволенной области, где ее полная энергия E меньше, чем потенциальная: $E < U$. В действительности здесь нет парадокса, и рассуждения о мнимой скорости частицы неверны.

В квантовой механике возникает неожиданная с точки зрения классической физики трудность, связанная с представлением полной энергии E частицы в виде суммы ее кинетической $mv^2/2$ и потенциальной $U(x)$ энергий:

$$E = \frac{mv^2}{2} + U(x) = \frac{p}{2m} + U(X).$$

В классической физике такое представление не вызывает сомнения и предполагает, что одновременно известны с любой степенью точности и кинетическая энергия $p^2/2m$, и потенциальная энергия $U(x)$ частицы. Другими словами, считается, что частице с любой степенью точности одновременно приписываются определенные значения координаты x и импульса p . Но, как известно, соотношения неопределенностей Гейзенберга исключают такую возможность в квантовой механике. Поэтому само представление полной энергии в виде суммы точно определенных частей — кинетической и потенциальной энергий — оказывается неправомерным. Поэтому и парадокса туннельного эффекта, основанного на

С увеличением массы частицы и разности $U_0 - E$ прозрачность барьера быстро уменьшается. Туннельный эффект есть чисто квантовое явление. Если попытаться в духе принципа соответствия перейти к классическому описанию, положив, что $\hbar \rightarrow 0$, то получим, что $D \rightarrow 0$, и о прозрачности барьера бессмысленно говорить.

$$\Delta x \approx \hbar / \sqrt{2m(U_0 - E)},$$

$$\Delta E \approx \frac{(p + \Delta p)^2 + \Delta p^2}{2m} - \frac{p^2}{2m} = \frac{2p\Delta p + \Delta p^2}{2m} \geq \frac{3\Delta p^2}{2m}.$$

Здесь использовано, что $p \geq \Delta p$. Подставив значение $\Delta p >$

$U_0 - E$ прозрачность барьера быстро уменьшается.

Туннельный эффект есть чисто квантовое явление, получим

получается в силу принципа соответствия по

$$\Delta E > U_0 - E.$$

Итак, изменение энергии частицы, вызванное попыткой локализовать ее внутри барьера (т. е. задать ее координату), превышает разность между высотой барьера U_0 и первоначальной полной энергией частицы E . Другими словами, превышает ту энергию, которой недостает частице, находящейся внутри потенциальной ямы, для того чтобы она могла «классическим образом» выйти из ямы, пройдя над барьером.

