

6.6. Законы сохранения и их связь с симметрией пространства и времени

Три фундаментальных закона природы: закон сохранения импульса, момента импульса и энергии.

Следует понимать, что эти законы выполняются только в инерциальных системах отсчета. В самом деле, при выводе этих законов мы пользовались вторым и третьим законами Ньютона, а последние применимы только в инерциальных системах.

Напомним также, что импульс и момент импульса сохраняются в том случае, если систему можно считать **замкнутой** (**сумма всех внешних сил, и собственно, всех моментов сил, равна нулю**).

Для сохранения же энергии тела условия замкнутости недостаточно – тело должно быть еще и **адиабатически изолированным** (т.е. не участвовать в теплообмене).

Во всей истории развития физики, законы сохранения оказались, чуть ли не единственными законами, сохранившими свое значение при замене одних теорий другими. Эти законы тесно связаны с основными свойствами пространства и времени.

1. В основе закона сохранения энергии лежит **однородность времени**, т. е. равнозначность всех моментов времени (симметрия по отношению к сдвигу начала отсчета времени).

Равнозначность следует понимать в том смысле, что замена момента времени t_1 на момент времени t_2 , без изменения значений координат и скорости частиц не изменяет механические свойства системы. Это означает то, что после указанной замены, координаты и скорости частиц имеют в любой момент времени t_2 такие же значения, какие имели до замены, в момент времени $t_1 + t$

2. В основе закона сохранения импульса лежит **однородность пространства**, т. е. одинаковость свойств пространства во всех точках (симметрия по отношению к сдвигу начала координат).

Одинаковость следует понимать в том смысле, что параллельный перенос замкнутой системы из одного места пространства в другое, без изменения взаимного расположения и скоростей частиц, не изменяет механические свойства системы.

3. В основе закона сохранения момента импульса лежит *изотропия пространства*, т. е. одинаковость свойств пространства по всем направлениям (симметрия по отношению к повороту осей координат).

Одинаковость следует понимать в том смысле, что поворот замкнутой системы, как целого, не отражается на её механических свойствах.

Между законами типа основного уравнения динамики и законами сохранения имеется принципиальная разница. *Законы динамики* дают нам представление о детальном ходе процесса.

Так, если задана сила, действующая на материальную точку и начальные условия, то можно найти закон движения, траекторию, величину и направление скорости в любой момент времени и т. п.

Законы же сохранения не дают нам прямых указаний на то, как должен идти тот или иной процесс. Они говорят лишь о том, **какие процессы запрещены** и потому в природе не происходят.

Таким образом, законы сохранения проявляются как **принципы запрета**:

Любое явление, при котором не выполняются хотя бы один из законов сохранения, запрещено, и в природе такие явления никогда не наблюдаются.

Всякое явление, при котором не нарушается ни один из законов сохранения, в принципе может происходить.

Рассмотрим следующий пример. Может ли покоящееся тело за счет внутренней энергии начать двигаться? Этот процесс не противоречит закону сохранения энергии. Нужно лишь, чтобы возникающая кинетическая энергия точно равнялась убыли внутренней энергии.

На самом деле такой процесс никогда не происходит, ибо он противоречит закону сохранения импульса. Раз тело покоилось, то его импульс был равен нулю. А если оно станет двигаться, то его импульс сам собой увеличится, что невозможно. Поэтому внутренняя энергия тела не может превратиться в кинетическую, если тело не распадётся на части.

Если же допустить возможность распада этого тела на части, то запрет, налагаемый законом сохранения импульса, снимается.

При этом возникшие осколки могут двигаться так, чтобы их центр масс оставался в покое, – а только этого и требует закон сохранения импульса.

Итак, для того чтобы внутренняя энергия покоящегося тела могла превратиться в кинетическую, это тело должно распадаться на части. Если же есть еще один какой-либо закон, запрещающий распад этого тела на части, то его внутренняя энергия и масса покоя будут постоянными величинами.

Фундаментальность законов сохранения заключается в их универсальности. Они справедливы при изучении любых физических процессов (механических, тепловых, электромагнитных, и др.). Они одинаково применимы в релятивистском и нерелятивистском движении, в микромире, где справедливы квантовые представления и в макромире.

6.7. Сходство и различие линейных и угловых характеристик движения

Формулы кинематики и динамики вращательного движения легко запоминаются, если сопоставить их с формулами поступательного движения (см. таблицу 6.1).

Поступательное движение

$$v = \frac{dS}{dt}$$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$v = v_0 \pm at$$

$$S = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$$

$$S = \int_0^t v dt$$

Вращательное движение

$$\omega = \frac{d\phi}{dt}$$

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$$

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$$

$$\phi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

$$\phi = \int_0^t \omega dt$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$m\vec{v} = \text{const}$$

$$A = FS$$

$$N = Fv$$

$$\frac{mv^2}{2} + mgh = \text{const}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

$$I\vec{\varepsilon} = \vec{M}$$

$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

$$I\vec{\omega} = \text{const}$$

$$A = M\phi$$

$$N = Mv$$

$$\frac{I\omega^2}{2} + mgh = \text{const}$$

Таблица 6.1

Поступательное движение		Вращательное движение	
Путь	S	Угол поворота	φ
Скорость	$v = \frac{dS}{dt}$	Угловая скорость	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$
Ускорение	$a = \frac{dv}{dt}$	Угловое ускорение	$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$
	$v = v_0 \pm at$ $S = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$ $S = \int_0^t v dt$		$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$ $\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$ $\varphi = \int_0^t \omega dt$

Основное уравнение динамики поступательного движения	$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$ $m\vec{a} = \vec{F}$	Основное уравнение динамики вращательного движения	$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$ $I\vec{\varepsilon} = \vec{M}$
Импульс	$\vec{p} = m\vec{v}$	Момент импульса	$\vec{L} = I\vec{\omega}$
Закон сохранения импульса	$m\vec{v} = \text{const}$	Закон сохранения момента импульса	$I\vec{\omega} = \text{const}$
Работа	$A = F \cdot S$	Работа вращения	$A = M \cdot \varphi$
Кинетическая энергия	$K = \frac{mv^2}{2}$	Кинетическая энергия вращающегося тела	$K_{\text{вр.}} = \frac{I\omega^2}{2}$

Полная энергия тела, катящегося с высоты h

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

9. Свободные оси вращения.

Гироскоп



Если ось вращения тела является свободной (например, тело свободно падает), то сохранение момента импульса не означает, что в инерциальной системе отсчета сохраняется направление угловой скорости. За редким исключением мгновенная ось, как говорят, прецессирует вокруг направления момента импульса тела. Это проявляется в «кувыркании» тела при падении. Однако у тел существуют так называемые главные оси инерции, совпадающие с осями симметрии этих тел. Вращение вокруг них сохраняется устойчивым, векторы угловой скорости и момента импульса совпадают по

направлению и никакого «кувыркания» не происходит. В этом случае справедливо выражение

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \quad (9.18)$$

Именно так ведет себя хорошо известный всем волчок, или гироскоп.

Гироскоп – быстро вращающееся симметричное твердое тело, ось вращения которого может изменять свое направление в пространстве.

Название «гироскоп» происходит от греческого *gyréiō* – кружусь, вращаюсь, и *skoréō* – смотрю, наблюдаю. Гироскоп обладает интересными свойствами, проявляющимися у вращающихся небесных тел, артиллерийских снарядов, роторов турбин,

установленных на судах. На свойствах гироскопов основаны различные приборы и устройства, применяемые в современной технике.

В механике гироскопом называют любое массивное однородное тело, вращающееся вокруг оси симметрии с большой угловой скоростью. Обычно ось вращения выбирают так, чтобы момент инерции относительно этой оси был максимальным. Тогда вращение наиболее устойчиво.

Свойства гироскопов реализуются при выполнении двух условий:

1. Ось вращения гироскопа должна иметь возможность изменять свое положение в пространстве;
2. Угловая скорость вращения гироскопа вокруг своей оси должна быть очень велика по сравнению со скоростью изменения направления оси в пространстве.

Чтобы ось гироскопа могла свободно поворачиваться в пространстве, его обычно закрепляют на кольцах так называемого карданова подвеса (рис.9.7).

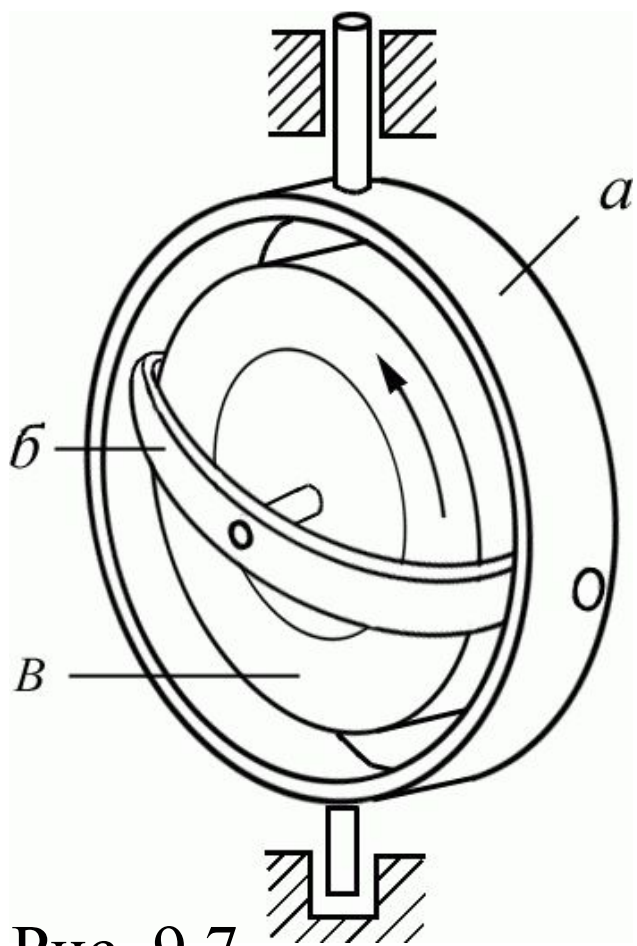


Рис. 9.7

Он представляет собой две кольцевые обоймы *a* и *б*, которые входят одна в другую и могут вращаться относительно друг друга. Точка пересечения всех трех осей O , $O'O'$, $O''O''$

совпадает с положением центра масс гироскопа *C* (рис. 9.8). В таком подвесе гироскоп может вращаться вокруг любой из трех взаимно перпендикулярных осей, при этом

цент масс относительно подвеса
 будет покоиться. Пока гироскоп
 неподвижен, его без особых
 усилий можно повернуть вокруг
 любой оси. Если гироскоп
 привести в быстрое
 вращение относительно
 оси OO и после этого
 попытаться повернуть
 подвес, то ось

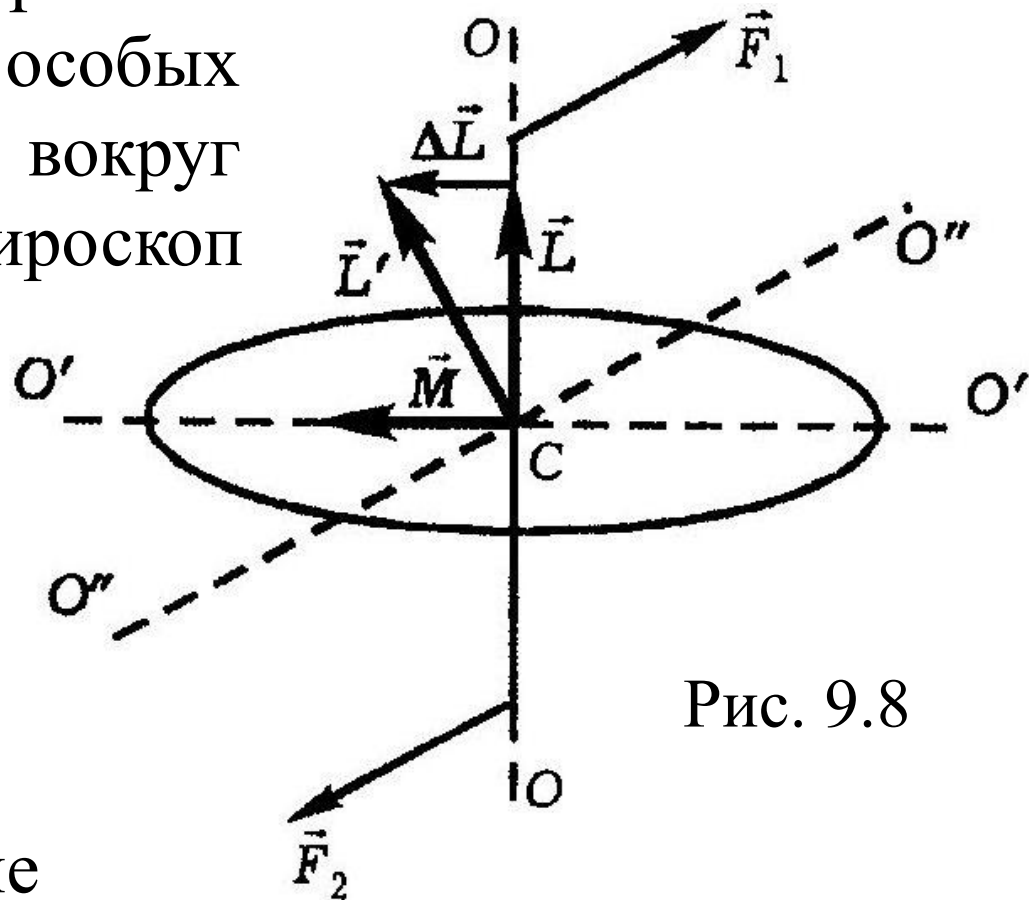


Рис. 9.8

гироскопа стремится
 сохранить свое направление
 неизменным. Причина такой устойчивости вращения
 связана с законом сохранения момента импульса.

Для изменения направления оси гироскопа относительно неподвижной системы координат надо, чтобы на тело действовал момент сил. Если этот момент сил мал, он не в состоянии заметно изменить момент импульса гироскопа. Ось вращения гироскопа, с направлением которой вектор момента импульса почти совпадает, не отклоняется далеко от своего положения, а лишь дрожит, оставаясь на месте.

Пусть теперь на ось гироскопа действует вращающий момент \vec{M} , создаваемый парой сил F_1 и F_2 (рис. 9.8). Казалось бы, он должен вызвать поворот оси гироскопа в той плоскости, в которой лежат эти силы. В действительности ось гироскопа поворачивается вокруг оси, перпендикулярной к указанной плоскости. Это явление, получившее название гироскопического эффекта,

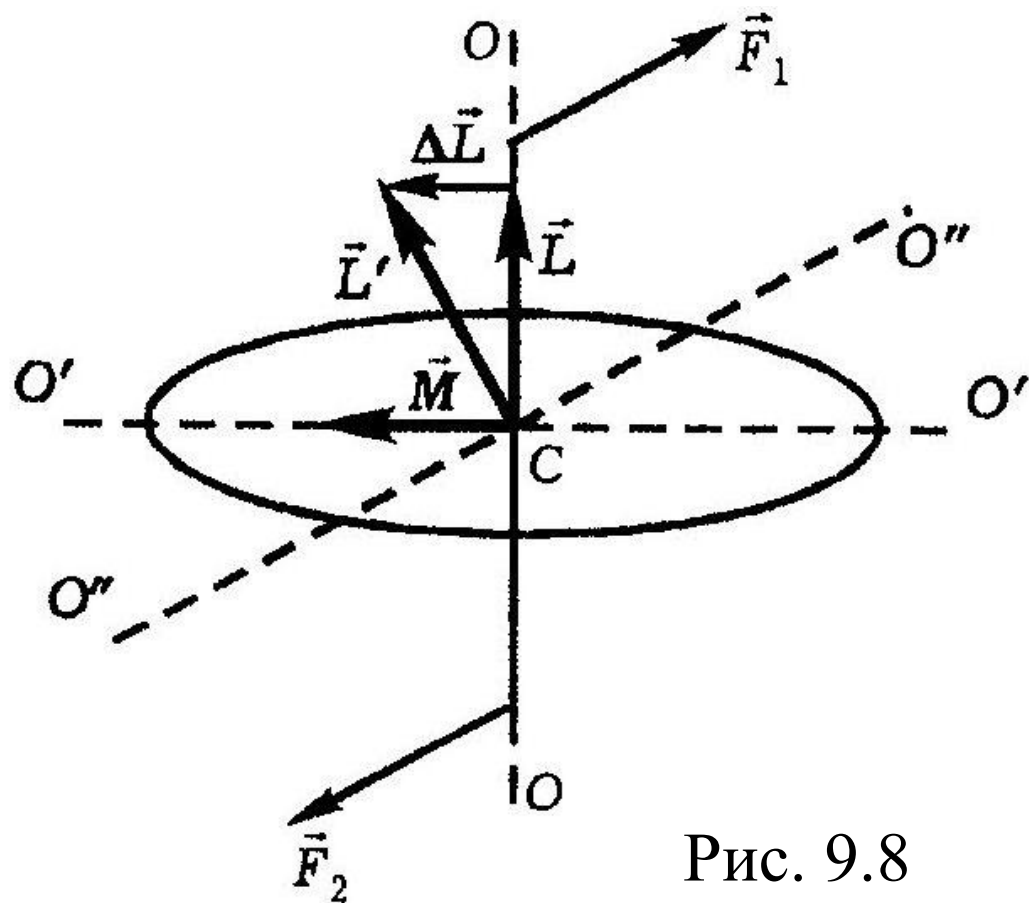


Рис. 9.8

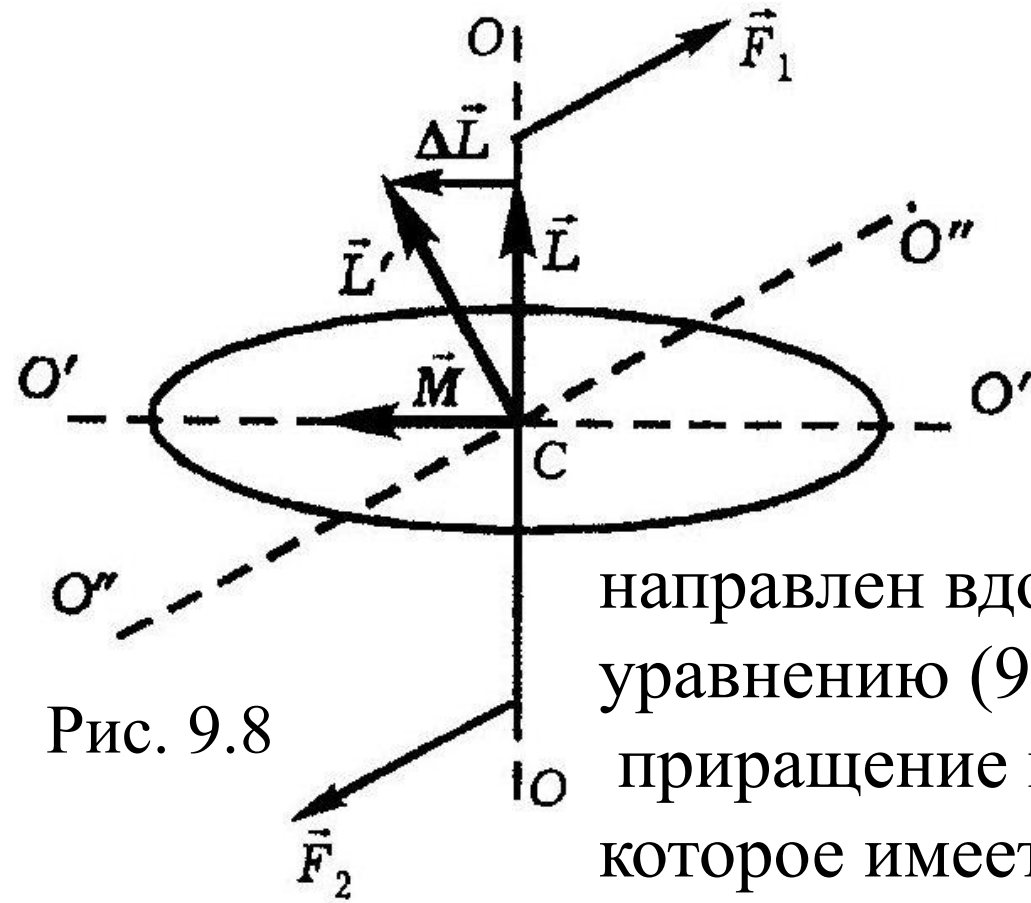


Рис. 9.8

Такое происходит в полном соответствии с законам сохранения момента импульса. На рис.9.8 вектор \vec{M}

направлен вдоль оси $O'O'$. Согласно уравнению (9.18) за время Δt он вызовет приращение момента импульса $\Delta \vec{L}$, которое имеет такое же направление,

$$\vec{L}' = \vec{L} + \Delta \vec{L}. \quad (9.19)$$

и будет определять новое

так, чтобы угол между

как и вектор \vec{M} :

Направление вектора \vec{L}'
направление оси $O''O''$
направлениями векторов \vec{L} и \vec{M} уменьшался.

и \vec{M} уменьшался.

Ось гироскопа OO при этом стремится совместиться с осью вынужденного вращения $O'O'$. В этом случае под действием тяжести mg ось окажется наклоненной к вертикали, но волчок не падает, а прецессирует, т.е. его ось описывает конус вокруг оси Z .

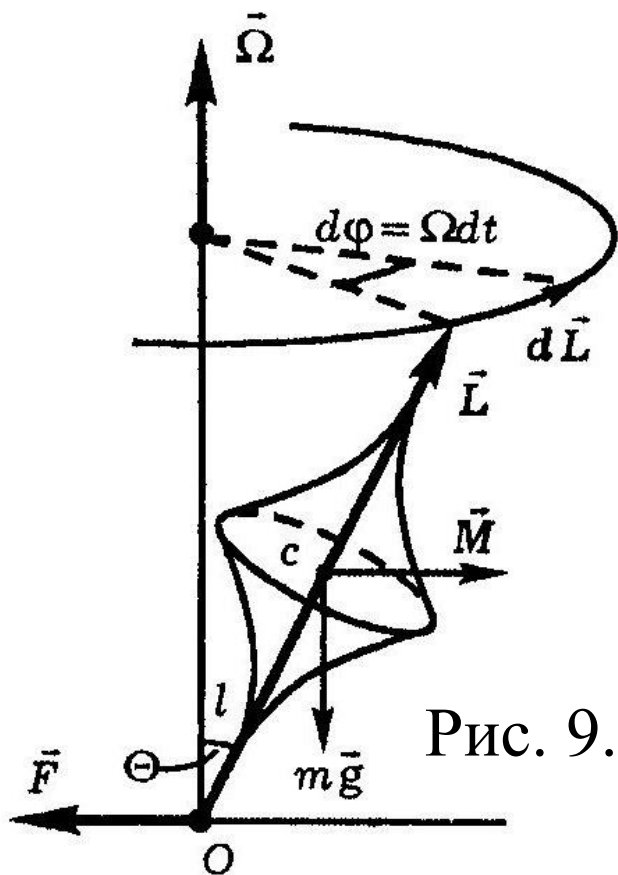


Рис. 9.9

Опыт показывает, что чем больше угловая скорость вращения волчка ω , тем меньше угловая скорость прецессии Ω . Такое поведение волчка легко объяснить с помощью закона сохранения момента импульса. Если $\omega \gg \Omega$, то появлением некоторого добавочного момента импульса можно

пренебречь, и поэтому в дальнейшем будем считать, что $L = I\omega$, где I – момент инерции относительно главной оси вращения. Момент силы тяжести M вызовет приращение вектора L на $dL = Mdt$. Направление вектора dL совпадает с направлением M и $dL \perp L$. А так как сила $F = mg$ действует непрерывно, то вектор L и вместе с ним ось волчка будут непрерывно прецессировать вокруг вертикальной оси Z с некоторой угловой скоростью прецессии. Из рисунка 9.9 следует, что

$$d\varphi = M\Omega dt = \frac{dL}{L \sin \Theta} = \frac{Mdt}{I\omega \sin \Theta} = \frac{mgl \sin \Theta}{(I\omega \sin \Omega)} dt. \quad (9.20)$$

Если к оси гироскопа приложена сила с моментом M , то угловая скорость прецессии равна

$$\Omega = \frac{M}{L \sin \alpha} = \frac{M}{I \omega \sin \alpha},$$

где α – угол между направлениями вектора силы \mathbf{F} и вектором \mathbf{L}_0 , I – момент инерции гироскопа относительно оси y , ω – угловая скорость собственного вращения гироскопа вокруг оси y , M – момент силы \mathbf{F} относительно центра O .

Из формулы следует, что скорость прецессии Ω тем медленнее, чем больше величина $I\omega$, называемая **собственным кинетическим моментом гироскопа** или **моментом количества движения**.

Прецессия гироскопа возможна лишь при действии момента сил на ось гироскопа ($M \neq 0$).

Вращение прекратится, как только исчезнет силовое воздействие на ось гироскопа $M=0$. Этим гироскоп принципиально отличается от невращающегося тела. Невращающееся тело под влиянием приложенного момента начинает ускоренно вращаться, и это вращение будет происходить с достигнутой скоростью бесконечно долго и после прекращения действия момента – закон сохранения момента импульса. Гироскоп начинает вращаться с постоянной угловой скоростью Ω сразу после приложения момента силы M и останавливается немедленно после прекращения действия момента силы.

Пример прецессионного вращения дает артиллерийский снаряд. Если снаряд не вращается вокруг собственной оси, то под действием силы сопротивления воздуха он начинает кувыркаться. Его полет становится беспорядочным, при этом значительно возрастает сопротивление движению и уменьшается дальность полета. Вращающийся вокруг оси снаряд обладает всеми свойствами гироскопа, и сила сопротивления воздуха вызывает его прецессию вокруг прямой, по которой направлена его скорость, т.е. вокруг касательной к траектории движения центра тяжести. Это делает полет правильным и обеспечивает попадание в цель головной частью. Вращение снаряду придают специальные направляющие в стволе орудия – нарезные стволы.

Если гироскоп находится в кардановом подвесе, то он имеет три степени свободы. Гироскоп на кардановом подвесе не испытывает действия момента в результате вращения Земли или в результате движения самолета, в котором он находится. Поэтому ось вращающегося тела будет сохранять определенное направление в пространстве.

Если эту ось направить на звезду, то при любых перемещениях прибора и толчках она будет продолжать указывать на эту звезду, меняя свою ориентировку относительно осей, связанных с Землей.

Если ось ротора закреплена в основании и это основание неподвижно, то ось гироскопа не может изменять свое направление в пространстве. Если вращать основание с угловой скоростью Ω , то ось ротора будет давить на подшипники с моментом силы

$$M = I\Omega\omega\sin\alpha.$$

На морских судах и самолетах имеется много вращающихся частей: вал двигателя, ротор турбины, гребные и воздушные винты и т.д. При разворотах судна, качке на подшипники, в которых укреплены эти вращающиеся части, действуют указанные гироскопические силы, и их необходимо учитывать при соответствующих инженерных расчетах, чтобы избежать катастрофы.

Лекция окончена!