

9. Свободные оси вращения.

Гироскоп



Если ось вращения тела является свободной (например, тело свободно падает), то сохранение момента импульса не означает, что в инерциальной системе отсчета сохраняется направление угловой скорости. За редким исключением мгновенная ось, как говорят, прецессирует вокруг направления момента импульса тела. Это проявляется в «кувыркании» тела при падении. Однако у тел существуют так называемые главные оси инерции, совпадающие с осями симметрии этих тел. Вращение вокруг них сохраняется устойчивым, векторы угловой скорости и момента импульса совпадают по

направлению и никакого «кувыркания» не происходит. В этом случае справедливо выражение

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \quad (9.18)$$

Именно так ведет себя хорошо известный всем волчок, или гироскоп.

Гироскоп – быстро вращающееся симметричное твердое тело, ось вращения которого может изменять свое направление в пространстве.

Название «гироскоп» происходит от греческого *gyréiō* – кружусь, вращаюсь, и *skoréō* – смотрю, наблюдаю. Гироскоп обладает интересными свойствами, проявляющимися у вращающихся небесных тел, артиллерийских снарядов, роторов турбин,

установленных на судах. На свойствах гироскопов основаны различные приборы и устройства, применяемые в современной технике.

В механике гироскопом называют любое массивное однородное тело, вращающееся вокруг оси симметрии с большой угловой скоростью. Обычно ось вращения выбирают так, чтобы момент инерции относительно этой оси был максимальным. Тогда вращение наиболее устойчиво.

Свойства гироскопов реализуются при выполнении двух условий:

1. Ось вращения гироскопа должна иметь возможность изменять свое положение в пространстве;
2. Угловая скорость вращения гироскопа вокруг своей оси должна быть очень велика по сравнению со скоростью изменения направления оси в пространстве.

Чтобы ось гироскопа могла свободно поворачиваться в пространстве, его обычно закрепляют на кольцах так называемого карданова подвеса (рис.9.7).

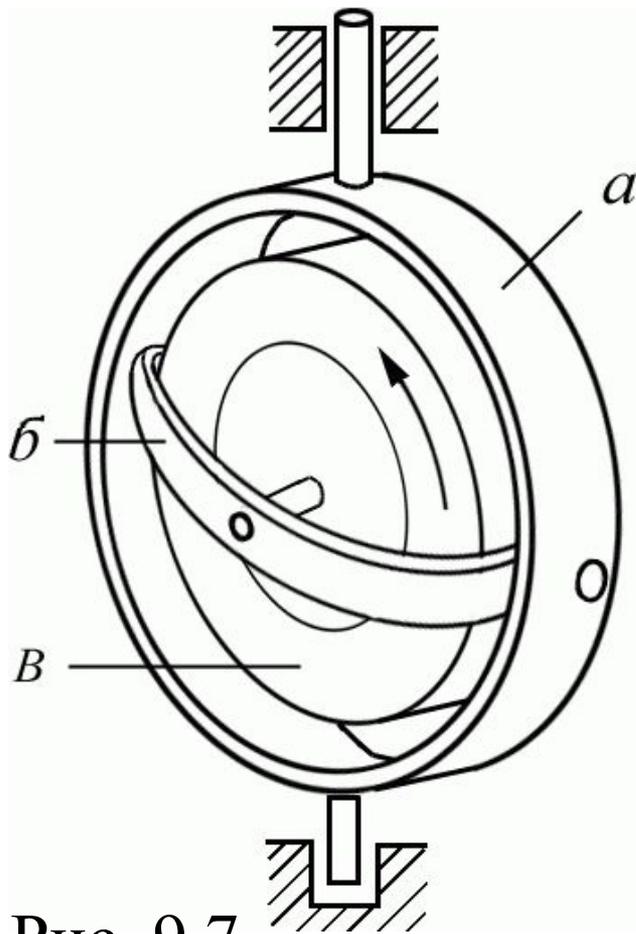


Рис. 9.7

Он представляет собой две кольцевые обоймы *a* и *б*, которые входят одна в другую и могут вращаться относительно друг друга. Точка пересечения всех трех осей $O''O''$, $O'O'$, $O''O''$

совпадает с положение центра масс гироскопа *C* (рис. 9.8). В таком подвесе гироскоп может вращаться вокруг любой из трех взаимно перпендикулярных осей, при этом

Для изменения направления оси гироскопа относительно неподвижной системы координат надо, чтобы на тело действовал момент сил. Если этот момент сил мал, он не в состоянии заметно изменить момент импульса гироскопа. Ось вращения гироскопа, с направлением которой вектор момента импульса почти совпадает, не отклоняется далеко от своего положения, а лишь дрожит, оставаясь на месте.



Рис. 9.8

Такое происходит в полном соответствии с законам сохранения момента импульса.

На рис.9.8 вектор \vec{M}

направлен вдоль оси $O'O'$. Согласно уравнению (9.18) за время Δt он вызовет приращение момента импульса $\Delta \vec{L}$, которое имеет такое же направление,

$$\vec{L}' = \vec{L} + \Delta \vec{L}. \quad (9.19)$$

и будет определять новое

так, чтобы угол между

как и вектор \vec{M} :

Направление вектора \vec{L}'
направление оси $O''O''$
направлениями векторов \vec{L} и \vec{M}

и \vec{M} уменьшался.

Ось гироскопа OO при этом стремится совместиться с осью вынужденного вращения $O'O'$. В этом случае под действием тяжести mg ось окажется наклоненной к вертикали, но волчок не падает, а прецессирует, т.е. его ось описывает конус вокруг оси Z .

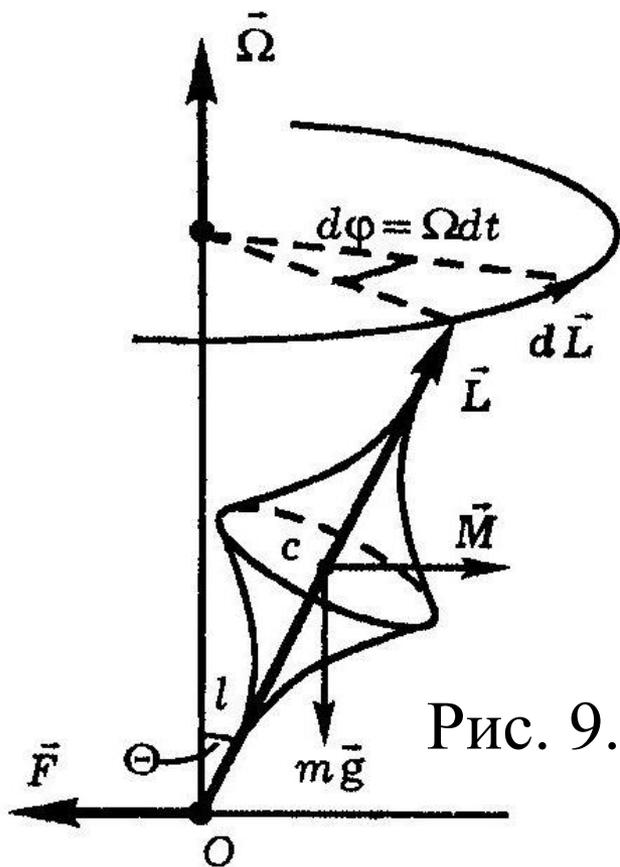


Рис. 9.9

Опыт показывает, что чем больше угловая скорость вращения волчка ω , тем меньше угловая скорость прецессии Ω . Такое поведение волчка легко объяснить с помощью закона сохранения момента импульса. Если $\omega \gg \Omega$, то появлением некоторого добавочного момента импульса можно

пренебречь, и поэтому в дальнейшем будем считать, что $L = I\omega$, где I – момент инерции относительно главной оси вращения. Момент силы тяжести M вызовет приращение вектора L на $dL = Mdt$. Направление вектора dL совпадает с направлением M и $dL \perp L$. А так как сила $F = mg$ действует непрерывно, то вектор L и вместе с ним ось волчка будут непрерывно прецессировать вокруг вертикальной оси Z с некоторой угловой скоростью прецессии. Из рисунка 9.9 следует, что

$$d\varphi = M\Omega dt = \frac{dL}{L \sin \Theta} = \frac{Mdt}{I\omega \sin \Theta} = \frac{mgl \sin \Theta}{(I\omega \sin \Omega)} dt. \quad (9.20)$$

Если к оси гироскопа приложена сила с моментом M , то угловая скорость прецессии равна

$$\Omega = \frac{M}{L \sin \alpha} = \frac{M}{I \omega \sin \alpha},$$

где α – угол между направлениями вектора силы \mathbf{F} и вектором \mathbf{L}_0 , I – момент инерции гироскопа относительно оси y , ω – угловая скорость собственного вращения гироскопа вокруг оси y , M – момент силы \mathbf{F} относительно центра O .

Из формулы следует, что скорость прецессии Ω тем медленнее, чем больше величина $I\omega$, называемая **собственным кинетическим моментом гироскопа** или **моментом количества движения**.

Прецессия гироскопа возможна лишь при действии момента сил на ось гироскопа ($M \neq 0$).

Вращение прекратится, как только исчезнет силовое воздействие на ось гироскопа $M=0$. Этим гироскоп принципиально отличается от невращающегося тела. Невращающееся тело под влиянием приложенного момента начинает ускоренно вращаться, и это вращение будет происходить с достигнутой скоростью бесконечно долго и после прекращения действия момента – закон сохранения момента импульса. Гироскоп начинает вращаться с постоянной угловой скоростью Ω сразу после приложения момента силы M и останавливается немедленно после прекращения действия момента силы.

Пример прецессионного вращения дает артиллерийский снаряд. Если снаряд не вращается вокруг собственной оси, то под действием силы сопротивления воздуха он начинает кувыркаться. Его полет становится беспорядочным, при этом значительно возрастает сопротивление движению и уменьшается дальность полета. Вращающийся вокруг оси снаряд обладает всеми свойствами гироскопа, и сила сопротивления воздуха вызывает его прецессию вокруг прямой, по которой направлена его скорость, т.е. вокруг касательной к траектории движения центра тяжести. Это делает полет правильным и обеспечивает попадание в цель головной частью. Вращение снаряду придают специальные направляющие в стволе орудия – нарезные стволы.

Если гироскоп находится в кардановом подвесе, то он имеет три степени свободы. Гироскоп на кардановом подвесе не испытывает действия момента в результате вращения Земли или в результате движения самолета, в котором он находится. Поэтому ось вращающегося тела будет сохранять определенное направление в пространстве.

Если эту ось направить на звезду, то при любых перемещениях прибора и толчках она будет продолжать указывать на эту звезду, меняя свою ориентировку относительно осей, связанных с Землей.

Если ось ротора закреплена в основании и это основание неподвижно, то ось гироскопа не может изменять свое направление в пространстве. Если вращать основание с угловой скоростью Ω , то ось ротора будет давить на подшипники с моментом силы

$$M = I\Omega\omega\sin\alpha.$$

На морских судах и самолетах имеется много вращающихся частей: вал двигателя, ротор турбины, гребные и воздушные винты и т.д. При разворотах судна, качке на подшипники, в которых укреплены эти вращающиеся части, действуют указанные гироскопические силы, и их необходимо учитывать при соответствующих инженерных расчетах, чтобы избежать катастрофы.

Лекция окончена!

