8.4. Следствия из преобразований Лоренца

1. *Одновременность событий в СТО*

По Ньютону, *если два события происходят одновременно, то это будет одновременно для любой системы отсчета* (*время абсолютно*).

Эйнштейн задумался, как доказать одновременность?

Возьмем два источника света на Земле *A* и *B:*

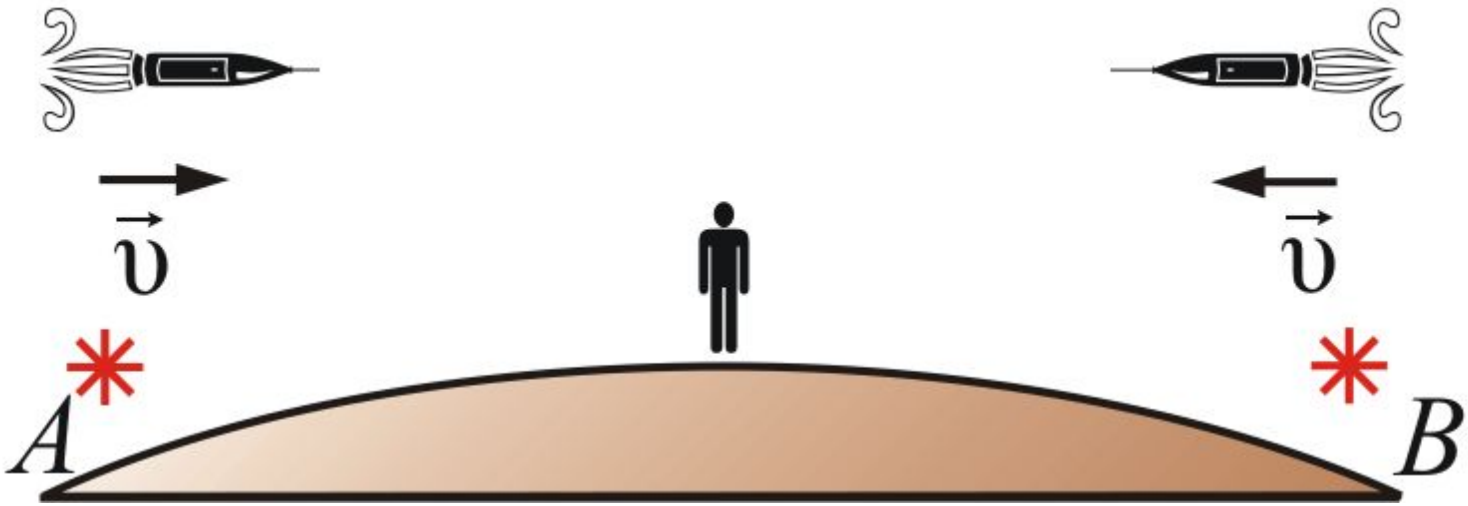


Рисунок 8.4

Если свет встретится на середине *AB*, то вспышки для человека находящегося на Земле, будут одновременны. Но со стороны пролетающих мимо космонавтов со скоростью υ вспышки не будут казаться одновременными, т.к. $c = \text{const}$

Рассмотрим это более подробно.
Пусть в системе *k* (на Земле) в точках x_1 и x_2 происходят одновременно два события в момент времени $t_1 = t_2 = t.$ Будут ли эти события одновременны в *k'* (в пролетающей мимо ракете)?

Для определения координат в *k'* воспользуемся преобразованиями Лоренца

$$x'_1 = \frac{x_1 - \upsilon t}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (8.4.1)$$

$$x'_2 = \frac{x_2 - \upsilon t}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (8.4.2)$$

В соответствии с преобразованиями Лоренца для времени в системе *k'* получим:

$$t'_1 = \frac{t - \frac{\upsilon x_1}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (8.4.3)$$

$$t'_2 = \frac{t - \frac{\upsilon x_2}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (8.4.4)$$

События будут абсолютно ***одновременны*** в системах *k* и *k′*, если они происходят в один и тот же момент времени

$t'_2 = t'_1$ в одном и том же месте $x'_2 = x'_1$.

Если же в системе *k* $x_1 \neq x_2$

то из (8.4.1) и (8.4.2) видно, что и в *k*': $x'_1 \neq x'_2$

тогда из (8.4.3) и (8.4.4) видно, что события не одновременны, т.е. $t'_1 \neq t'_2$

Определим интервал времени между событиями в *k*':

Интервал времени между событиями в *k*':

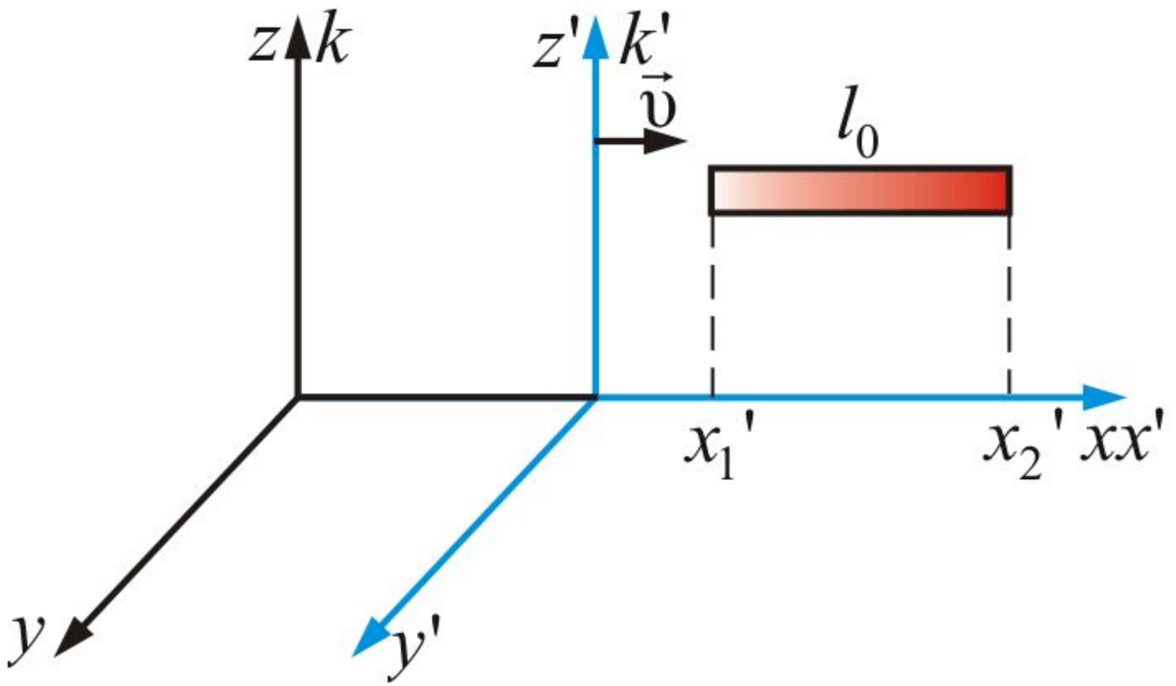
$$t'_2 - t'_1 = \frac{\upsilon(x_1 - x_2)}{c^2\sqrt{1-\beta^2}}$$

(8.4.5)

.

Разница во времени будет зависеть от υ и она может отличаться по знаку (ракета подлетает с той или другой стороны).

2. ***Лоренцево сокращение длины*** (***длина тел в разных системах отсчета***)



Пусть $l_0 = x'_2 - x'_1$ *– собственная длина тела* в системе, относительно которого тело неподвижно (например: в ракете движущейся со скоростью $\upsilon \approx c$ мимо неподвижной системы отсчета *k* (Земля)).

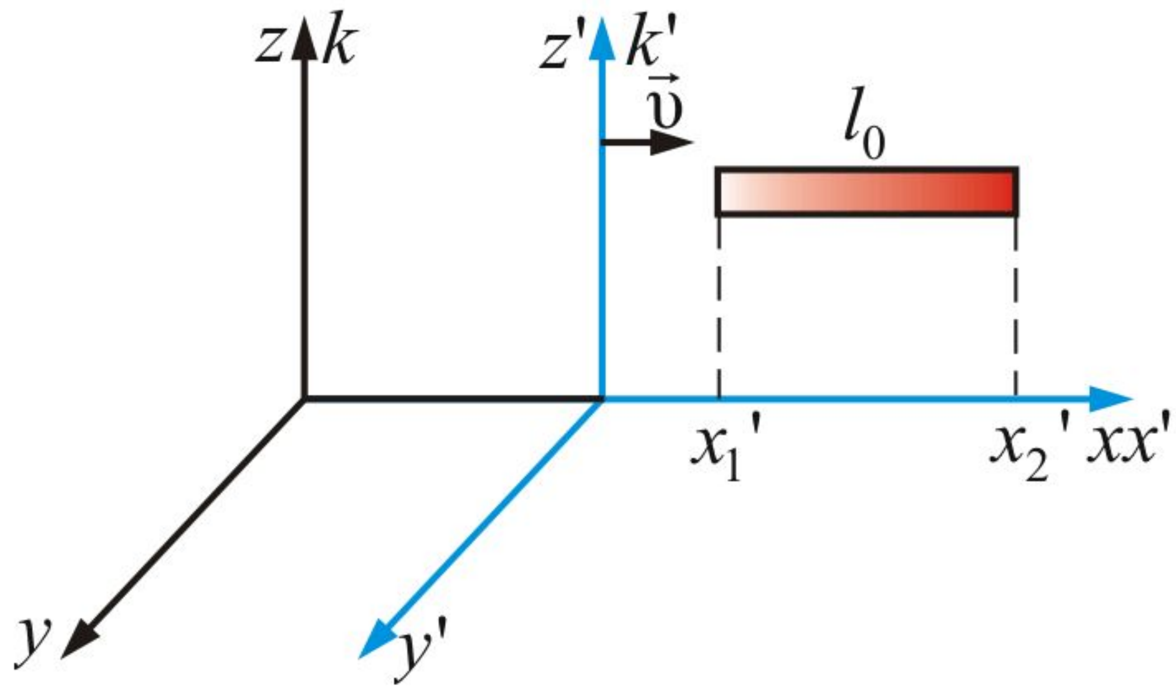


Рисунок 8.5

Измерение координат x_1 и x_2 производим **одновременно** в системе k и k', т.е

$$t_1 = t_2 = t.$$

Используя преобразования Лоренца, для координат получим:

$$x'_2 - x'_1 = \frac{(x_2 - \upsilon t_2) - (x_1 - \upsilon t_1)}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1-\beta^2}};$$

т.е.

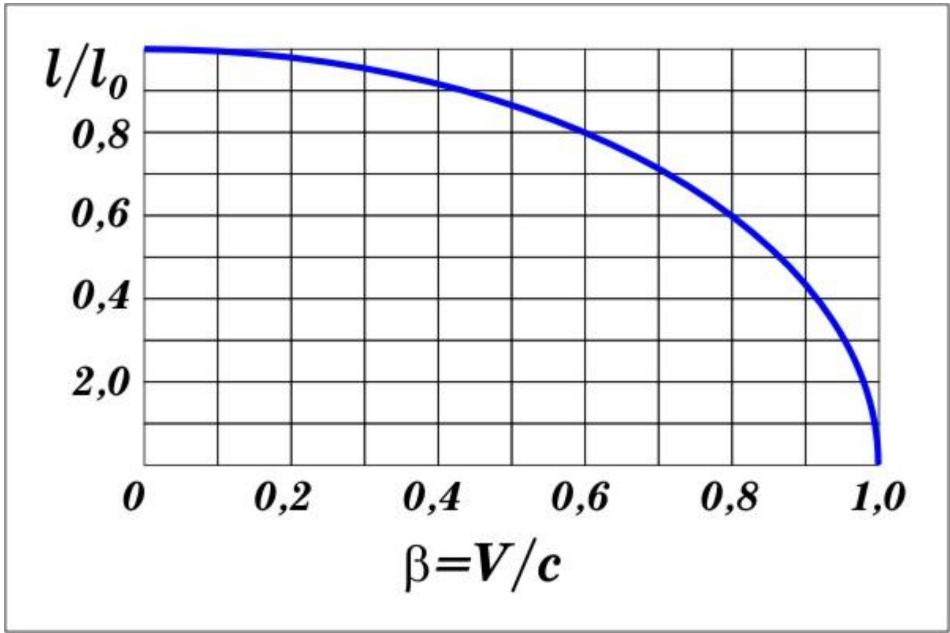
$$l_0 = \frac{l}{\sqrt{1-\beta^2}};$$

или

$$l = l_0 \sqrt{1-\beta^2} \qquad (8.4.6)$$

Формула $l = l_0\sqrt{1-\beta^2}$ называется *Лоренцевым сокращением длины*. Собственная длина тела, есть максимальная длина.

Длина движущегося тела короче, чем покоящегося. Причем, сокращается только проекция на ось *x*, т.е. размер тела вдоль направления движения.



3. Замедление времени
(*длительность событий в разных системах отсчета*)

Пусть вспышка лампы на ракете длится $\tau = t'_2 - t'_1$ где τ - *собственное время*, измеренное наблюдателем, движущимся вместе с часами.

Чему равна длительность вспышки $(t_2 - t_1)$ с точки зрения человека находящегося на Земле, мимо которого пролетает ракета?

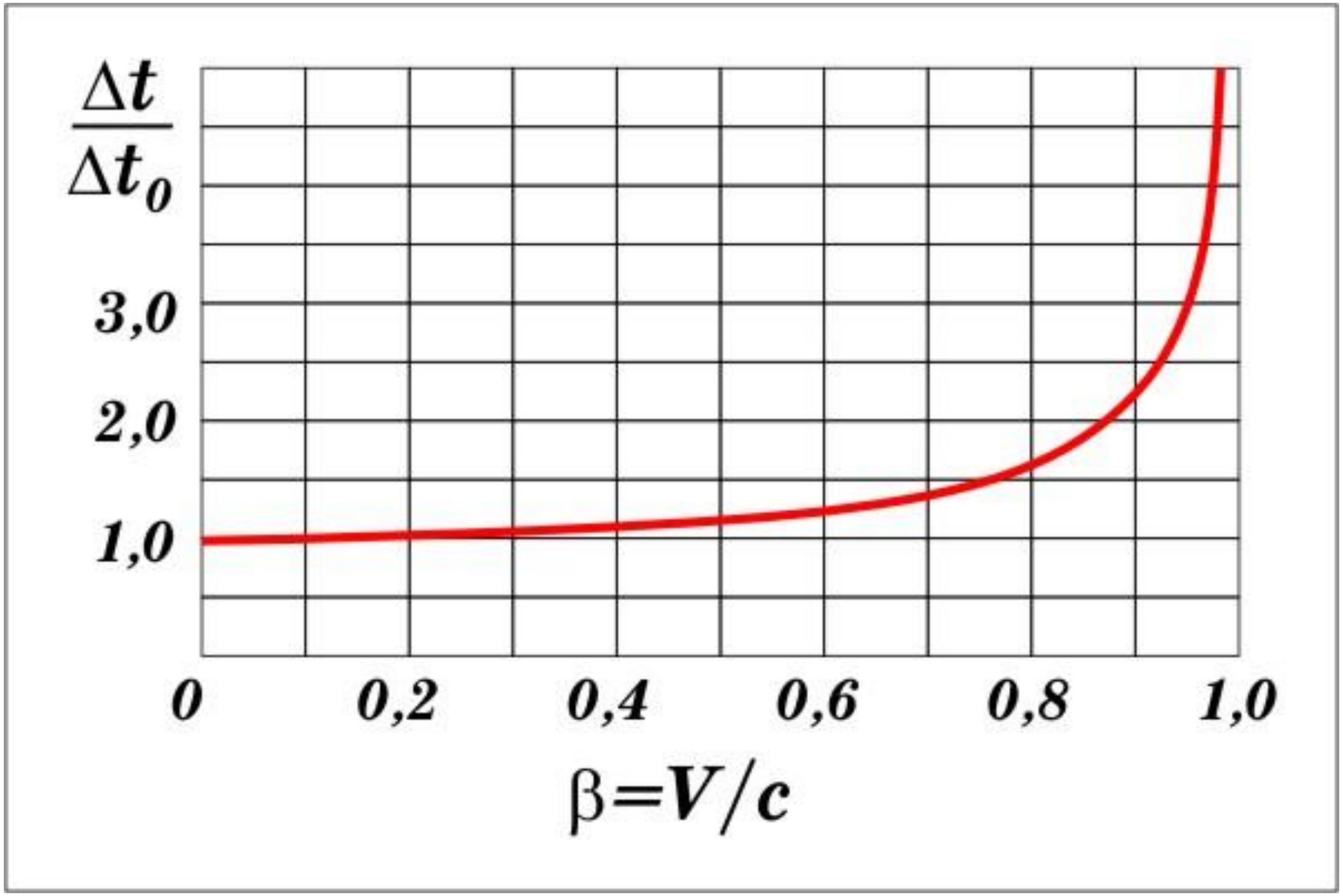
Так как $x'_1 = x'_2$, тогда из преобразова-ний Лоренца:

$$t_2 - t_1 = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \text{или}$$

$$\boxed{\Delta t = \frac{\tau}{\sqrt{1-\beta^2}}} \qquad (8.4.7)$$

Из этого уравнения следует, что ***собственное время* – *минимально*** (*движущиеся часы идут медленнее покоящихся*). Таким образом, вспышка на Земле будет казаться длиннее.

Этот вывод имеет множество экспериментальных подтверждений.



$\frac{\Delta t}{\Delta t_0}$
3,0
2,0
1,0
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1,0
β=V/c

Так, нестабильные элементарные частицы – пионы, рождающиеся в верхних слоях атмосферы, на высоте 20 – 30 км, при воздействии на нее космических лучей, имеют собственное время жизни $\tau \sim 2 \cdot 10^{-6}$ с За это время они могут пройти путь $S = c \cdot \tau = 600$ м. Но, в результате того, что они двигаются с очень большими скоростями, сравнимыми со скоростью света, их время жизни увеличивается и они до своего распада способны достичь поверхности Земли. Отсюда следует вывод, что у движущихся пионов секунды «длиннее» земных секунд.

В 60 – 70 гг. замедление времени наблюдалось не только с помощью нестабильных микрочастиц, но и проводились прямые измерения с использованием высокоточных часов, основанных на эффекте Мёссбауэра. Двое таких часов показывают одно и то же время с точностью до 10^{-16} с.

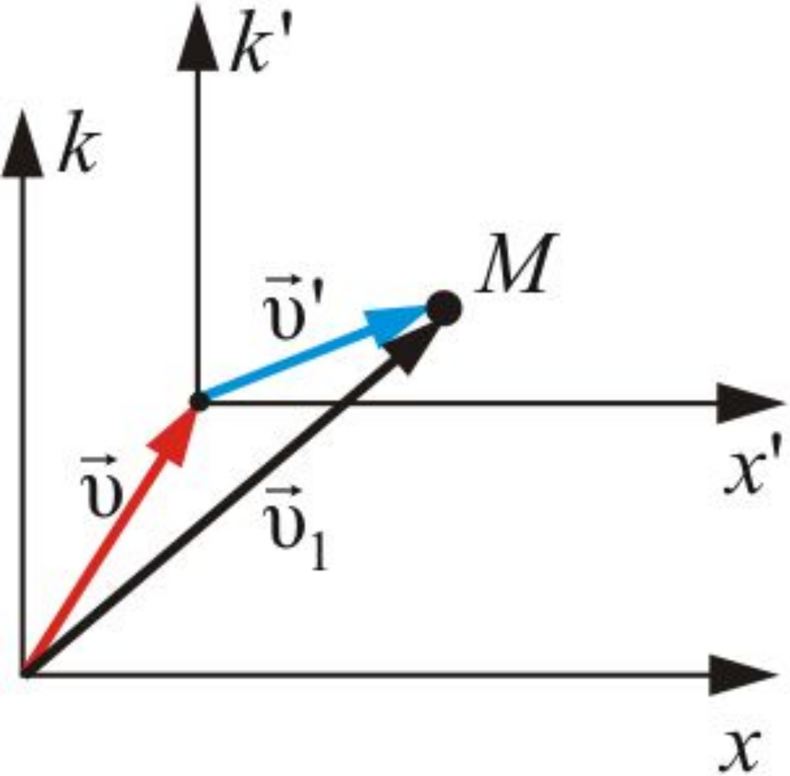
В 1971 г. Хафель и Китинг осуществили прямое измерение замедления времени, отправив два экземпляра атомных часов в кругосветное путешествие на реактивном самолете. Потом их показания сравнили с показаниями таких же часов, оставленных на Земле, в лаборатории ВМС США. Время запаздывания составило $273 \cdot 10^{-9}$ с, что в пределах ошибок согласуется с теорией.

4. Сложение скоростей в релятивистской механике

Пусть тело внутри космического корабля движется со скоростью $\upsilon' = 200\,000$ км/с и сам корабль движется с такой же скоростью $\upsilon = 200\,000$ км/с.

Чему равна скорость υ_x тела относительно Земли?

Используем для рассмотрения примера рисунок 8.2.



Классическая механика ответит на этот вопрос просто: в соответствии с преобразованиями Галилея, скорость тела относительно Земли будет:

$$\boxed{\upsilon_x = \upsilon' + \upsilon = 4 \cdot 10^5 \text{ км/с},}$$

что, конечно же противоречит положению СТО о том, что ***скорость света является предельной скоростью переноса информации, вещества и взаимодействий:*** $\boxed{c = 2{,}998 \cdot 10^8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.}$

Оценим скорость тела, используя преобразования Лоренца.

Внутри корабля перемещение dx' за время dt' равно $\mathrm{d}x' = \upsilon' \mathrm{d}t'$. Найдем d$x$ и dt с точки зрения наблюдателя на Земле, исходя из преобразований Лоренца:

$$\boxed{\mathrm{d}x = \frac{\upsilon' t' + \upsilon \mathrm{d}t}{\sqrt{1-\beta^2}}} \qquad \mathrm{d}y = \mathrm{d}y'; \quad \mathrm{d}z = \mathrm{d}z'; \quad (8.4.8)$$

$$\mathrm{d}t = \frac{\mathrm{d}t' + \dfrac{\upsilon \upsilon' \mathrm{d}t'}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (8.4.9)$$

Так как $\upsilon_x = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ то:

$$\upsilon_x = \frac{\upsilon'\mathrm{d}t' + \upsilon\mathrm{d}t'}{\mathrm{d}t' + \dfrac{\upsilon\upsilon'\mathrm{d}t'}{c^2}};$$

$$\boxed{\upsilon_x = \frac{\upsilon' + \upsilon}{1 + \dfrac{\upsilon\upsilon'}{c^2}}.} \qquad (8.4.10)$$

Эта формула выражает ***правило сложения скоростей*** *в релятивистской кинематике.*

Подсчитаем скорость тела в нашем примере в соответствии полученной формулой:

$$\upsilon_x = \frac{2\cdot 10^5 + 2\cdot 10^5}{1+\dfrac{4\cdot 10^{10}}{9\cdot 10^{10}}} = 2{,}8\cdot 10^5 \text{ км/с.}$$

Полученный результат не противоречит положению СТО о предельности скорости света.

При медленных движениях, когда $\upsilon << c$ получаем нерелятивистские формулы, соответствующие преобразованиям Галилея. (Проверить самостоятельно)

Если движение происходит со скоростью света, то

$$\upsilon = \frac{c + c}{1 + \frac{c^2}{c^2}} = c. \qquad (8.4.11)$$

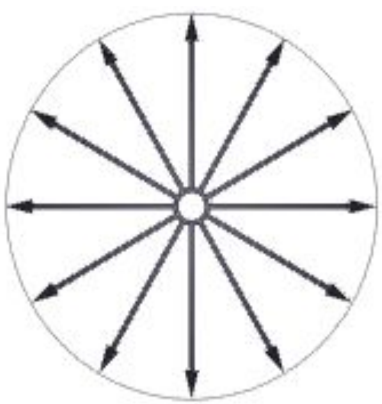
Полученные формулы сложения скоростей запрещают движение со скоростью больше скорости света.

Уравнения Лоренца преобразуют время и пространство так, что свет распространяется с одинаковой скоростью с точки зрения всех наблюдателей, независимо, двигаются они или покоятся.

$$V^* = \frac{V - U}{1 - \frac{VU}{C^2}}$$

Если V=C, то и V=C при любом U*

$$\Delta l^{*} = \Delta l \sqrt{1 - \frac{U^{2}}{C^{2}}}$$



$$\Delta t^{*} = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{U^{2}}{C^{2}}}}$$

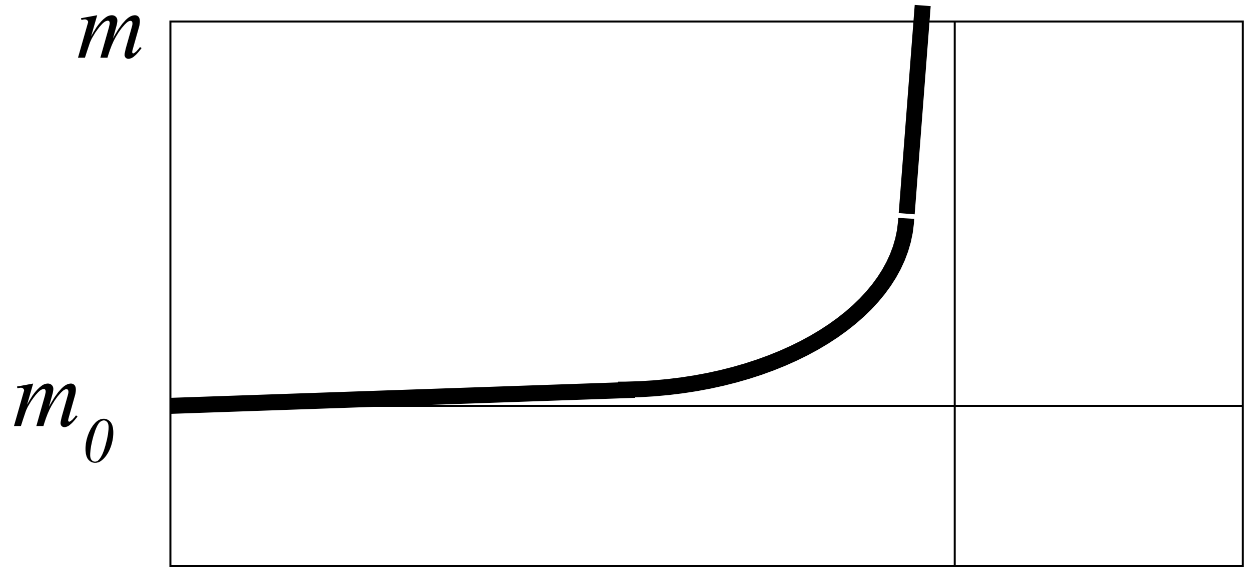
Если $U \Rightarrow C$, то $\Delta t \Rightarrow \infty$

Согласно представлениям классической механики, масса тела есть величина постоянная. Однако в конце XIX столетия на опытах с быстро движущимися электронами было установлено, что масса тела зависит от скорости его движения, а именно возрастает с увеличением скорости по закону

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{C^2}}} \qquad (8.4.12)$$

где m_0 – масса покоя материальной точки, т.е. масса, измеренная в той инерциальной системе отсчета, относительно которой материальная точка находится в покое , с – скорость света в вакууме. Масса m часто называется релятивистской массой.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{C^2}}}$$



Из принципа относительности Эйнштейна, утверждающего инвариантность всех законов природы при переходе от одной ИСО к другой ИСО, следует условие инвариантности уравнений физических законов относительно преобразований Лоренца. Основной закон динамики Ньютона

$$\mathbf{F} = m\frac{\mathbf{d}\boldsymbol{\upsilon}}{\mathbf{d}t}$$

оказывается инвариантен относительно преобразований Лоренца, если в нем использовать выражение (8.4.12) для релятивистской массы.

Никакие частицы вещества не могут двигаться со скоростью света!

Частицы полей - фотоны и гравитоны М О Г У Т !