

4.5. Силы инерции

4.5.1. Уравнение Ньютона для неинерциальных систем отсчета

Законы инерции выполняются в инерциальной системе отсчета. А как описать движение тела в неинерциальной системе?

Рассмотрим пример: вы стоите в троллейбусе спокойно. Вдруг троллейбус резко трогается, и вы невольно отклонитесь назад. Что произошло? Кто вас толкнул?

С точки зрения наблюдателя на Земле (в инерциальной системе отсчета), в тот момент, когда троллейбус тронулся, вы остались стоять на месте — в соответствии с первым законом Ньютона.

С точки зрения сидящего в троллейбусе — вы начали двигаться назад, как если бы кто-нибудь вас толкнул. На самом деле, никто не толкнул, просто ваши ноги, связанные силами трения с троллейбусом «поехали» вперед из-под вас и вам пришлось падать назад.

Можно описать ваше движение в инерционной системе отсчета. Но это не всегда просто, так как обязательно нужно вводить силы, действующие со стороны **связей**.

Они могут быть самыми разными и ведут себя по разному – нет единого подхода к их описанию.

Можно и в неинерциальной системе воспользоваться законами Ньютона, если ввести силы инерции. Они *фиктивны*. Нет тела или поля под действием которого вы начали двигаться в троллейбусе. Силы инерции вводят специально, чтобы воспользоваться уравнениями Ньютона в неинерциальной системе.

Силы инерции обусловлены не взаимодействием тел, а свойствами самих неинерциальных систем отсчета. На силы инерции законы Ньютона не распространяются.

Найдем количественное выражение для силы инерции при *поступательном движении* неинерциальной системы отсчета.

Введем обозначения:

$\vec{a}'$ — ускорение тела относительно неинерциальной системы;
 $\vec{a}^*$ — ускорение неинерциальной системы относительно инерциальной (относительно Земли).

Тогда ускорение тела относительно инерциальной системы:

$$\vec{a} = \vec{a}^* + \vec{a}'. \quad (4.5.1)$$

Ускорение в инерциальной системе можно выразить через второй закон Ньютона

$$\frac{\vec{F}}{m} = \vec{a}_* + \vec{a}',$$

где m – масса движущегося тела, или

$$\vec{a}' = \frac{\vec{F}}{m} - \vec{a}_*.$$

Мы можем и $\vec{a}_*$ представить в соответствии с законом Ньютона (формально)

$$\vec{a}' = \frac{\vec{F}}{m} + \frac{\vec{F}_{ин}}{m},$$

где $\vec{F}_{ин}$ – сила, направленная в сторону, противоположную ускорению неинерциальной системы.

$$\vec{F}_{ин} = -m\vec{a}^*$$

тогда получим

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{ин}$$

– **уравнение Ньютона для неинерциальной системы отсчета.**

Здесь $\vec{F}_{ин}$ – фиктивная сила, обусловленная свойствами системы отсчета, необходимая нам для того, чтобы иметь возможность описывать движения тел в неинерциальных системах отсчета с помощью уравнений Ньютона.

Поясним наше утверждение следующим примером. Рассмотрим тележку с укрепленным на ней кронштейном, к которому подвешен на нити шарик (рис.1). Пока тележка покоится или движется без ускорения, нить расположена вертикально и сила тяжести P уравновешивается реакцией нити F_r . Теперь приведем тележку в поступательное движение с ускорением a . Нить отклонится от вертикали на такой угол, чтобы результирующая сил P и F_r сообщала шарiku ускорение, равное a . Относительно системы отсчета, связанной с тележкой, шарик покоится, несмотря на то, что результирующая сил P и F_r отлична от нуля. Отсутствие ускорения шарика по отношению к этой системе отсчета можно формально объяснить тем, что, кроме сил P и F_r равных в сумме ma , на шарик действует еще и сила инерции $F_{in} = -ma$.

Рис.1

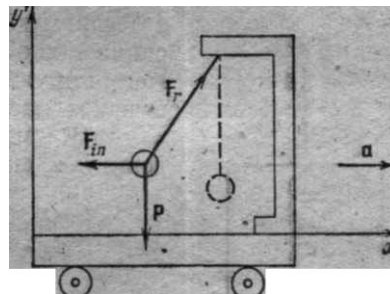
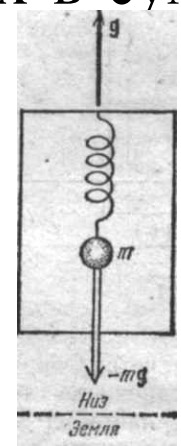


Рис.2

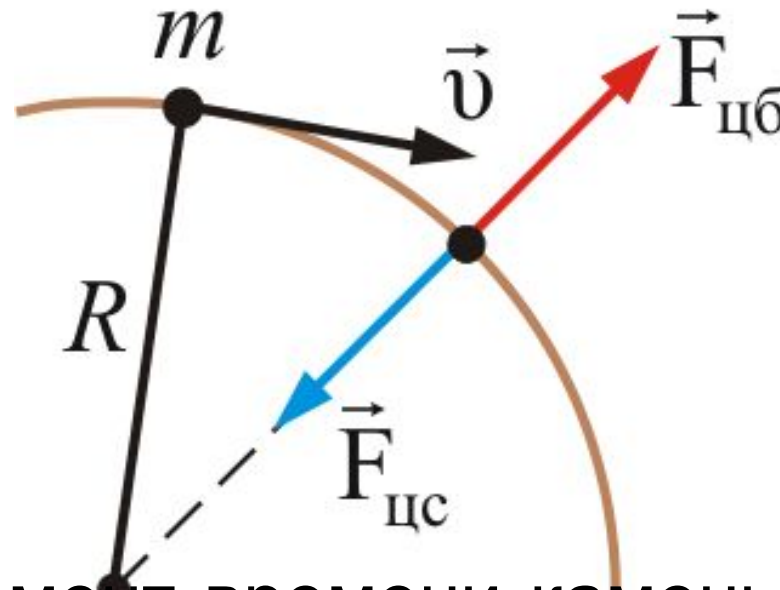


Характерным свойством сил инерции является их пропорциональность массе тела. Благодаря этому свойству силы инерции оказываются аналогичными силам тяготения. Представим себе, что мы находимся в удаленной от всех внешних тел закрытой кабине, которая движется с ускорением g в направлении, которое мы назовем «верхом» (рис. 2). Тогда все тела, находящиеся внутри кабины, будут вести себя так, как если бы на них действовала сила инерции — mg . В частности, пружина, к концу которой подвешено тело массы m , растянется так, чтобы упругая сила уравновесила силу инерции — mg . Однако такие же явления наблюдались бы и в том случае, если бы кабина была неподвижной и находилась вблизи поверхности Земли. Не имея возможности «выглянуть» за пределы кабины, никакими опытами, проводимыми внутри кабины мы не смогли бы установить, чем обусловлена сила — mg — ускоренным движением кабины или действием гравитационного поля Земли. На этом основании говорят об эквивалентности сил инерции и тяготения. Эта эквивалентность лежит в основе общей теории относительности Эйнштейна.

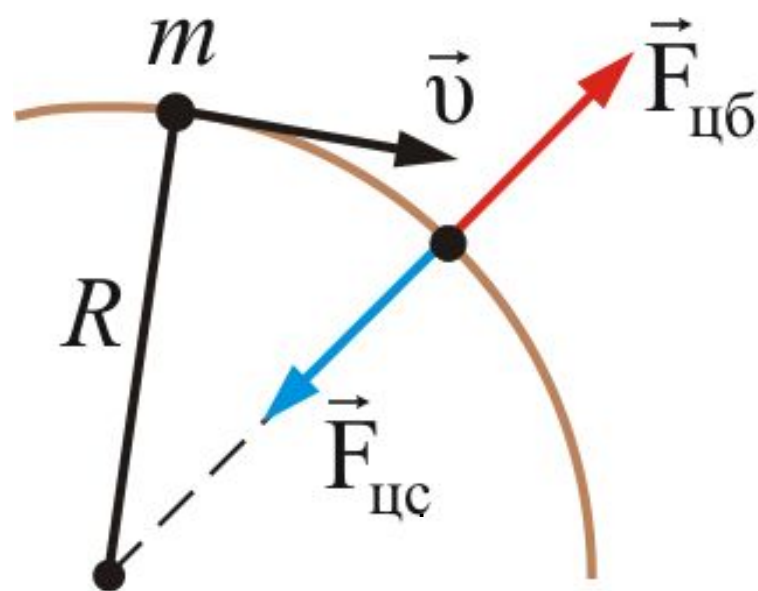
Силы инерции неинвариантны относительно перехода из одной системы отсчета в другую. Они не подчиняются закону действия и противодействия. Движения тела под действием сил инерции аналогично движению во внешнем силовом поле. Силы инерции всегда являются внешними по отношению к любому движению системы материальных тел.

4.5.2. Центроостремительная и Центробежная силы

Рис.4.8



В каждый момент времени камень должен был бы двигаться прямолинейно по касательной к окружности. Однако он связан с осью вращения веревкой. Веревка растягивается, появляется упругая сила, действующая на камень, направленная вдоль веревки к центру вращения. Это и есть **центроостремительная сила** (при вращении Земли вокруг оси в качестве центроостремительной силы выступает сила гравитации)



$$\vec{F}_{\text{цс}} = m \vec{a}_{\text{цс}},$$

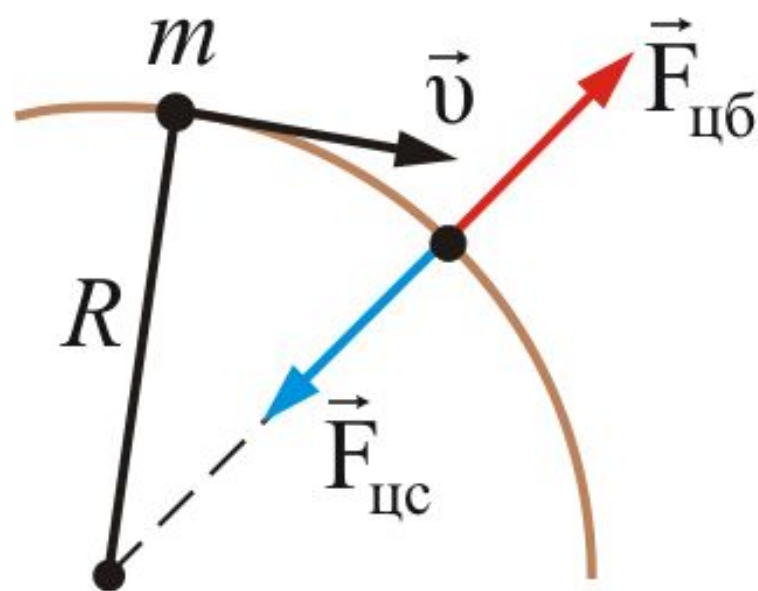
$$\vec{a}_{\text{цс}} = \vec{a}_n,$$

$$\vec{F}_{\text{цс}} = m \vec{a}_n, \tag{4.5.}$$

2)

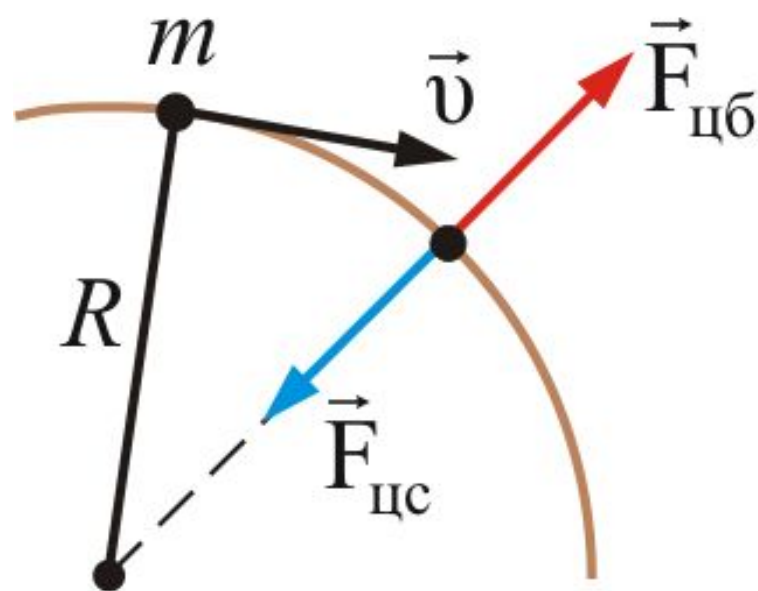
$$F_{\text{цс}} = m \frac{v^2}{R}. \tag{4.5.}$$

3)



Центростремительная сила возникла в результате действия камня на веревку, т.е. это **сила, приложенная к телу** – **сила инерции второго рода**. **Сила, приложенная к связи** и направленная по радиусу от центра, называется **центробежной**.

Т.о. центростремительная сила приложена к вращающему телу, а центробежная сила – к связи. Центробежная сила – **сила инерции первого рода**.



$$\vec{F}_{\text{цб}} = -m \vec{a}_n,$$

$$F_{\text{цб}} = -m \frac{v^2}{R},$$

$$a_n = \omega^2 R$$

т.к.

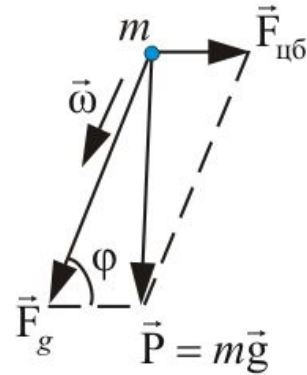
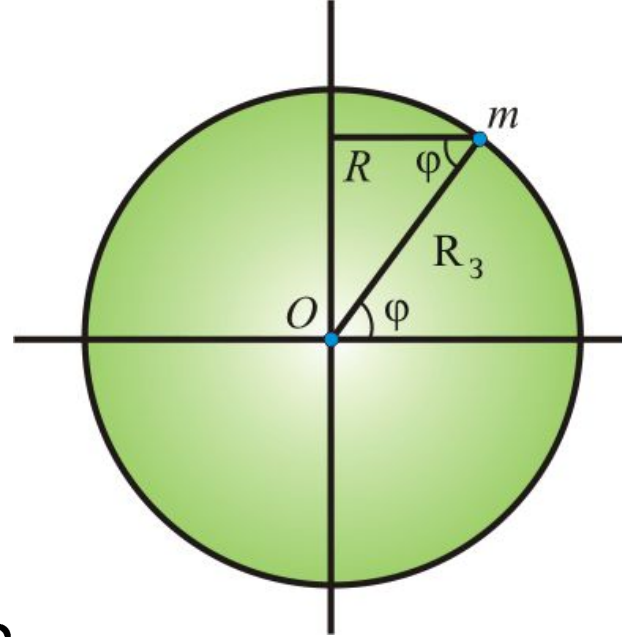
(здесь ω – угловая скорость вращения камня, а v – линейная), то

$$F_{\text{цб}} = m\omega^2 R. \quad (4.5.4)$$

Рис. 4.

$$R = R_3 \cos \varphi$$

(φ – широта местности)



$$F_{\text{цб}} = m\omega^2 R = m\omega^2 R_3 \cos \varphi,$$

где ω – угловая скорость вращения

Земли. **Сила тяжести есть результат сложения** $\vec{F}_g$ и $\vec{F}_{\text{цб}}$

$\vec{g}$ (а значит и $m\vec{g}$) зависят от широты местности

$$\vec{P} = m\vec{g} = \vec{F}_g + \vec{F}_{\text{цб}}$$

$g = 9,80665 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения тела. Направлено $\vec{g}$ к центру только на полюсе и на

Сила тяжести и вес тела

Вес P тела массой m

$$\vec{P} = -\vec{N}$$

Тогда, учитывая, что $\vec{F}_{цн} = -m\vec{a}_ц = m\vec{\rho}\omega^2$

где ρ – радиус окружности, по которой движется частица вместе с Землей, получим

$$\vec{P} = m\vec{g} + m\vec{\rho}\omega^2$$

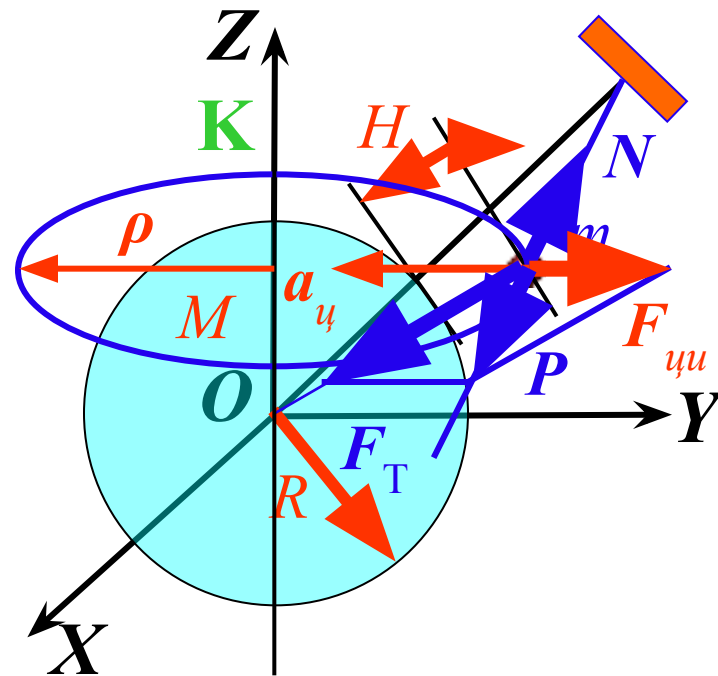
Введем обозначение

$$\vec{g}_R = \vec{g} + \vec{\rho}\omega^2$$

Таким образом вес тела массой m

$$\vec{P} = m\vec{g}_R$$

где $\vec{g}_R$ – ускорение свободного падения на широте, на которой расположена частица



4.5.3. Сила Кориолиса

При движении тела относительно вращающейся системы отсчета, кроме центростремительной и центробежной сил, появляется еще одна сила, называемая **силой Кориолиса** или **кориолисовой силой инерции** (Г. Кориолис (1792 – 1843) французский физик).

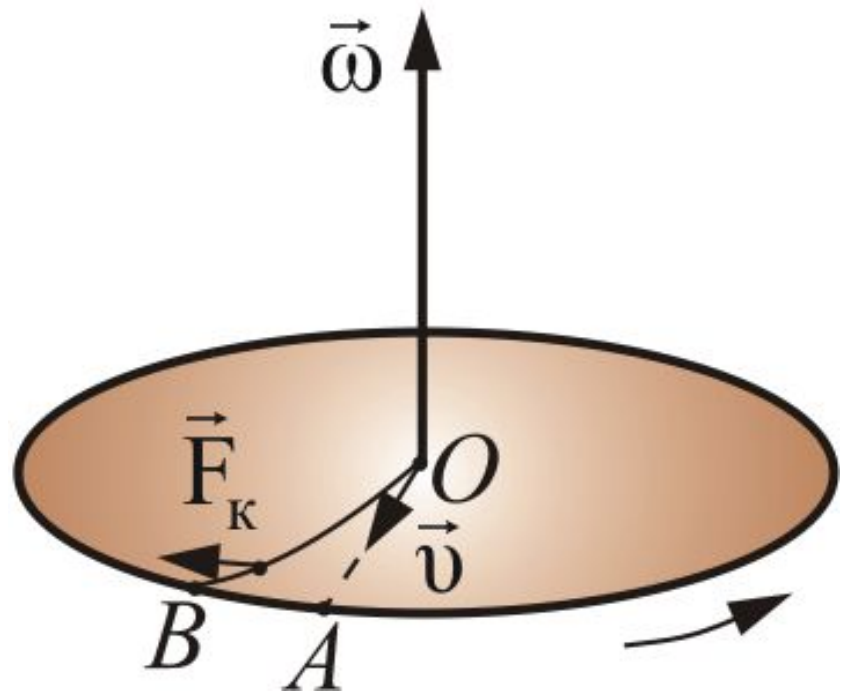


Рис. 5

Появление кориолисовой силы можно обнаружить на следующем примере. Возьмем горизонтально расположенный диск, который может вращаться вокруг вертикальной оси. Прочертим на диске радиальную прямую OA (рис. 5). Запустим в направлении от O к A шарик со скоростью v' . Если диск не вращается, шарик будет катиться вдоль прочерченной нами прямой. Если же диск привести во вращение в направлении, указанном стрелкой, то шарик будет катиться по изображенной пунктиром кривой OB , причем его скорость относительно диска v' будет изменять свое направление. Следовательно, по отношению к вращающейся системе отсчета шарик ведет себя так, как если бы на него действовала сила F_K , перпендикулярная к скорости v' .

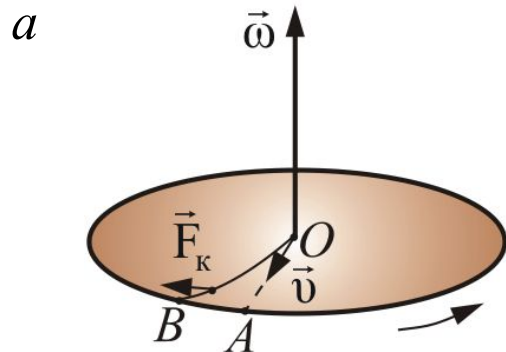
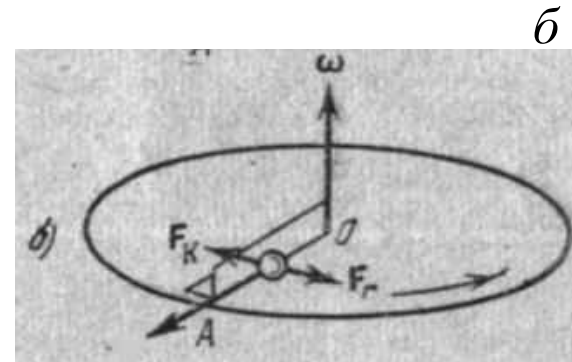


Рис. 5



Чтобы заставить шарик катиться по вращающемуся диску вдоль радиальной прямой, нужно сделать направляющую, например, в виде ребра OA (рис. 5, б). При качении шарика направляющее ребро действует на него с некоторой силой F_r . Относительно вращающейся системы (диска) шарик движется с постоянной по направлению скоростью. Это можно формально объяснить тем, что сила F_r уравнивается приложенной к шарiku силой инерции F_K , перпендикулярной к скорости v' . Сила F_K и есть кориолисова сила инерции.

Найдем сначала выражение силы Кориолиса для частного случая, когда частица m движется относительно вращающейся системы отсчета равномерно по окружности, лежащей в плоскости, перпендикулярной к оси вращения, с центром, находящимся на этой оси (рис. 6). Скорость частицы относительно вращающейся системы обозначим v' . Скорость "частицы относительно неподвижной (инерциальной) системы отсчета v равна по величине $v' + \omega R$ в случае (а) и $|v' - \omega R|$ в случае (б), где ω — угловая скорость вращающейся системы, R — радиус окружности.

Для того чтобы частица двигалась относительно неподвижной системы по окружности со скоростью $v=v'+\omega R$, на нее должна действовать направленная к центру окружности сила F , например, сила натяжения нити, которой частица привязана к центру окружности (см. рис. 6, *a*). Величина этой силы равна

$$F = m\omega_n = \frac{mv^2}{R} = \frac{m(v' + \omega R)^2}{R} = \frac{mv'^2}{R} + 2m\omega v' + m\omega^2 R.$$

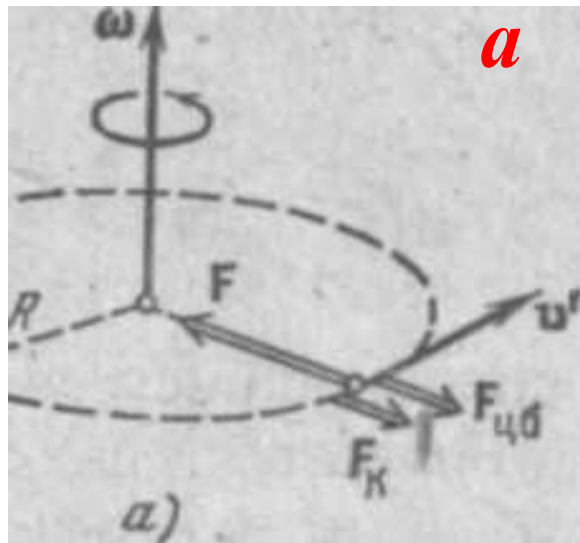
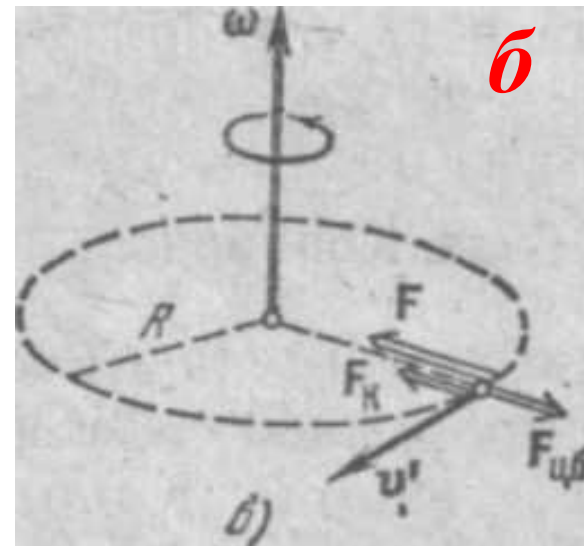


Рис. 6



Относительно вращающейся системы частица в этом случае движется с ускорением $\omega'_n = v'^2 / R$, т. е. так, как если бы на нее действовала сила

$$m\omega'_n = \frac{m\nu'^2}{R} = F - 2m\nu'\omega + m\omega^2 R.$$

Таким образом, во вращающейся системе частица ведет себя так, как если бы на нее, кроме направленной к центру окружности силы F , действовали еще две направленные от центра силы: $F_{цб} = m\omega^2 R$ и F_K , модуль которой равен $2m\nu'\omega$ (рис. 6, а). Легко сообразить, что силу F_K можно представить в виде

$$\mathbf{F}_K = 2m[\mathbf{v}'\boldsymbol{\omega}].$$

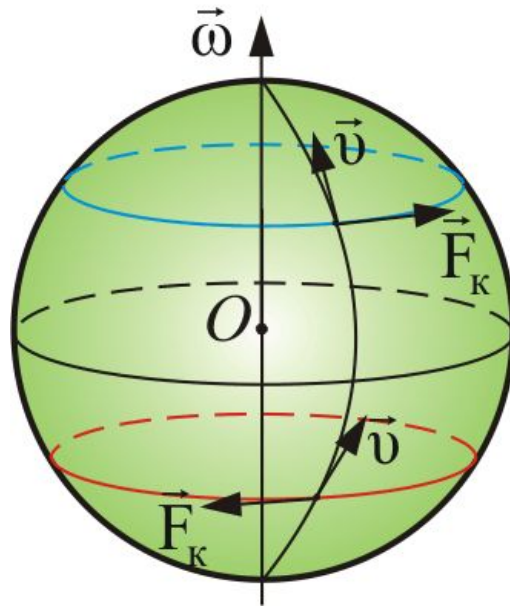
Эта сила и есть кориолисова сила инерции. При $\mathbf{v}' = 0$ эта сила отсутствует. Сила $F_{цб}$ не зависит от ν' — она, как мы уже отмечали, действует как на покоящиеся, так и на движущиеся тела. В случае, изображенном на рис. 6, б

$$F = \frac{m\nu^2}{R} = \frac{m(\nu' - \omega R)^2}{R} = \frac{m\nu'^2}{R} - 2m\nu'\omega + m\omega^2 R.$$

Соответственно

$$m\omega'_n = \frac{m\nu'^2}{R} = F + 2m\nu'\omega + m\omega^2 R.$$

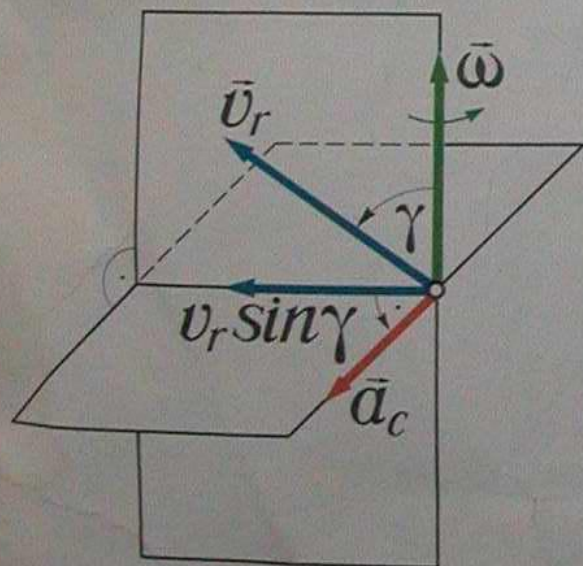
Следовательно, во вращающейся системе частица ведет себя так, как если бы на нее действовали две "направленные к центру окружности силы: F и F_K , а также направленная от центра сила $F_{цб} = m\omega^2 R$ (см. рис. 6, б). Сила F_r и в этом случае может быть представлена в виде векторного выражения.



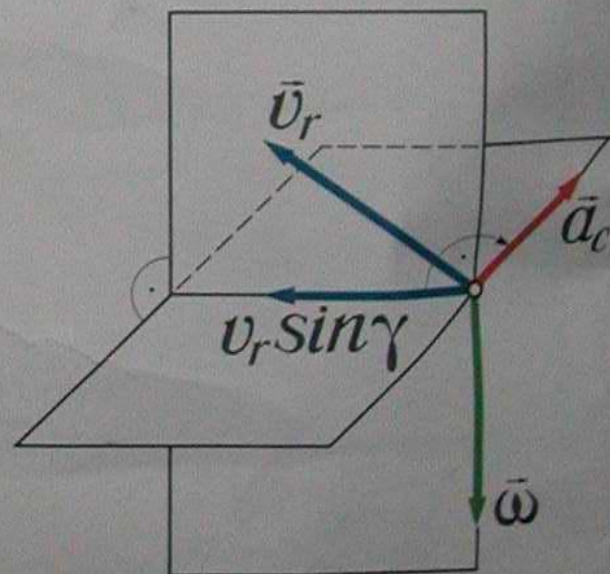
Сила Кориолиса, действует на тело, *движущееся вдоль меридиана* в северном полушарии **вправо** и в южном — **влево**.

Это приводит к тому, что у рек подмывается всегда правый берег в северном полушарии и левый — в южном. Эти же причины объясняют неодинаковый износ рельсов железнодорожных путей.

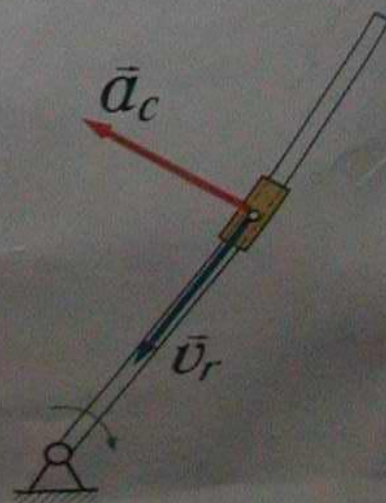
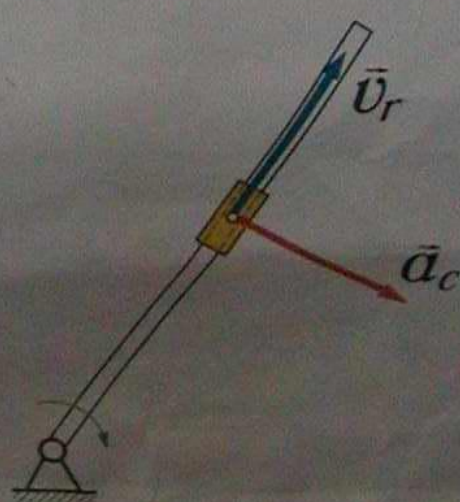
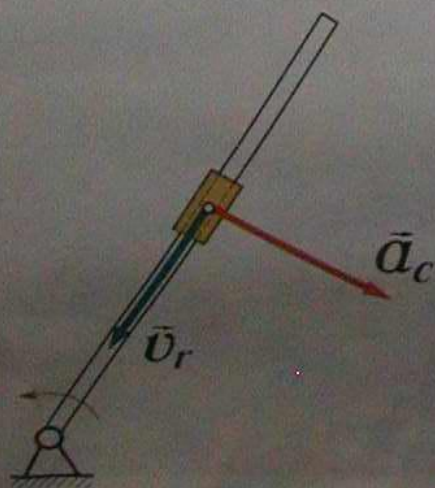
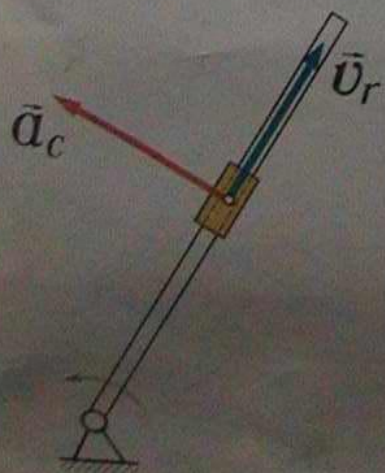
ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРАВЛЕНИЯ УСКОРЕНИЯ КОРИОЛИСА НАДО:



1. СПРОЕКТИРОВАТЬ $\vec{v}_r$ НА ПЛОСКОСТЬ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНУЮ $\vec{\omega}$;
2. ПОВЕРНУТЬ ПРОЕКЦИЮ В ЭТОЙ ПЛОСКОСТИ В СТОРОНУ ПЕРЕНОСНОГО ВРАЩЕНИЯ НА 90°



ЕСЛИ $\vec{v}_r \perp \vec{\omega}$, ТО ПОВЕРНУТЬ $\vec{v}_r$ НА 90° В СТОРОНУ ПЕРЕНОСНОГО ВРАЩЕНИЯ



Силы Кориолиса проявляются и при качаниях маятника (**маятник Фуко**). Для простоты предположим, что маятник расположен на полюсе:

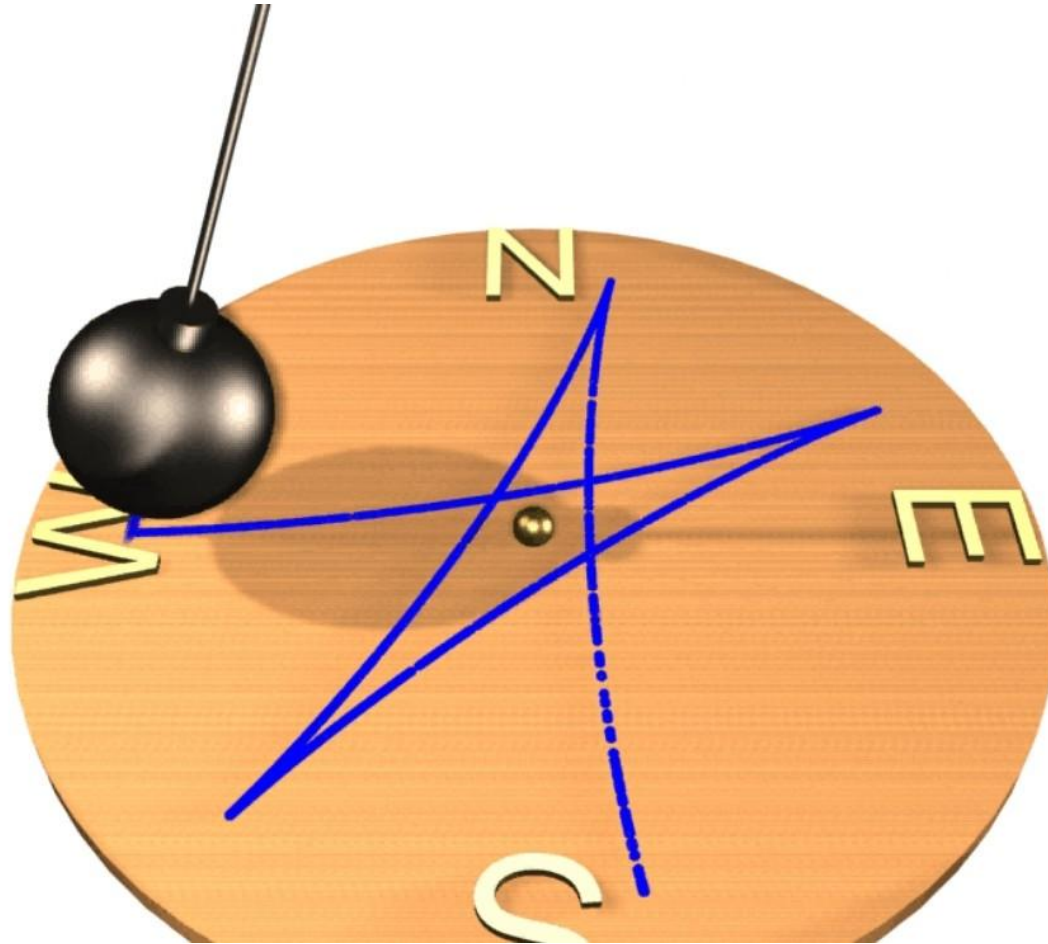


Рис. 4.12

С учетом всех сил инерции, уравнение Ньютона для неинерциальной системы отсчета примет вид:

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{\text{ин}} + \vec{F}_{\text{цб}} + \vec{F}_{\text{к}}, \quad (4.5.7)$$

$\vec{F}_{\text{ин}}$ – сила инерции, обусловленная поступательным движением неинерциальной системы отсчета;

$\vec{F}_{\text{цб}} + \vec{F}_{\text{к}}$ – две силы инерции, обусловленные вращательным движением системы отсчета;

$\vec{a}'$ – ускорение тела относительно неинерциальной системы от

$$\vec{F}_{\text{ин}} = -m\vec{a},$$

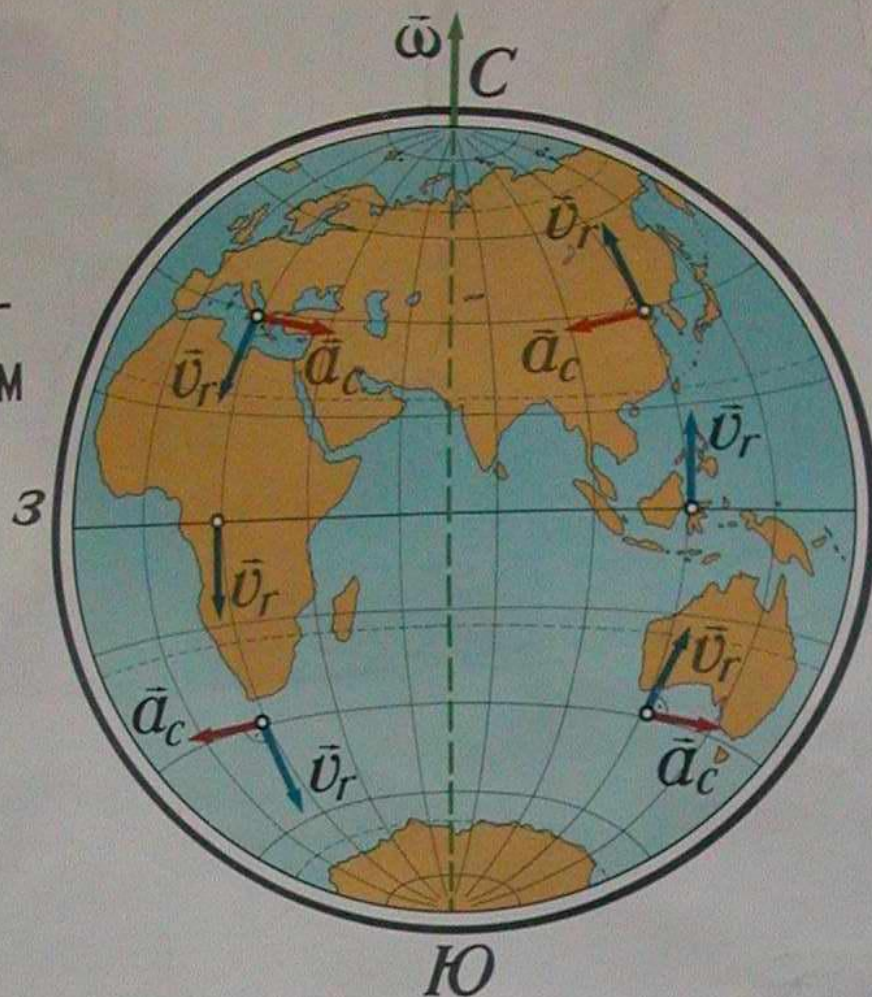
$$\vec{F}_{\text{к}} = 2m[\vec{v}, \vec{\omega}],$$

$$\vec{F}_{\text{цб}} = m\vec{a}_n.$$

НАПРАВЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ КОРИОЛИСА

УСКОРЕНИЕ КОРИО-
ЛИСА ВЫРАЖАЕТСЯ
УДВОЕННЫМ ВЕКТОР-
НЫМ ПРОИЗВЕДЕНИЕМ
ВЕКТОРА $\vec{\omega}$ НА
ВЕКТОР $\vec{v}_r$:
$$\vec{a}_c = 2 (\vec{\omega} \times \vec{v}_r)$$

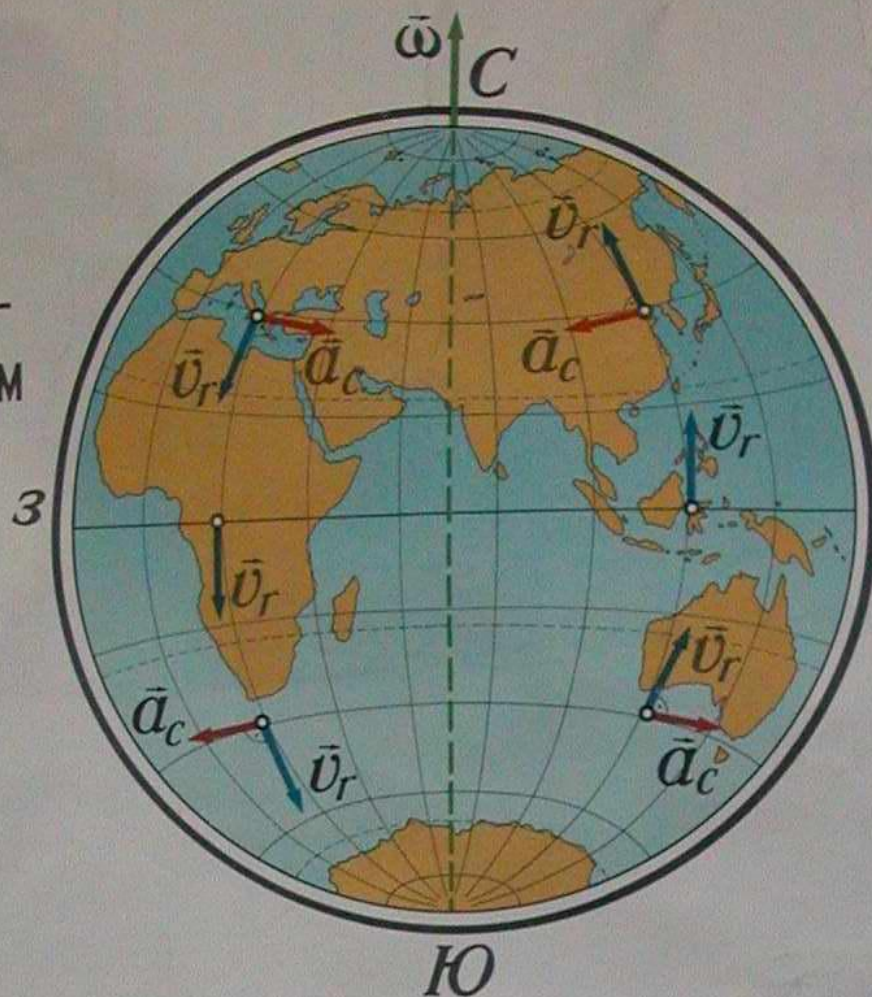
СЛЕДОВАТЕЛЬНО:



$\vec{a}_c$ НАПРАВЛЕНО
ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО
ЭТИМ ВЕКТОРАМ
В ТАКУЮ СТОРОНУ,
ОТКУДА УГОЛ γ ,
СОСТАВЛЯЕМЫЙ $\vec{\omega}$
С $\vec{v}_r$, ПОЛОЖИТЕЛЕН
И МЕНЬШЕ π
$$0 < \gamma < 180^\circ$$

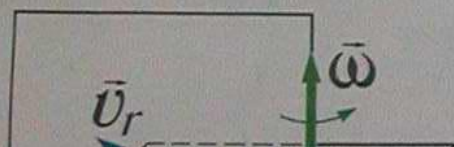
НАПРАВЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ КОРИОЛИСА

УСКОРЕНИЕ КОРИО-
ЛИСА ВЫРАЖАЕТСЯ
УДВОЕННЫМ ВЕКТОР-
НЫМ ПРОИЗВЕДЕНИЕМ
ВЕКТОРА $\vec{\omega}$ НА
ВЕКТОР $\vec{v}_r$:
 $\vec{a}_c = 2 (\vec{\omega} \times \vec{v}_r)$
СЛЕДОВАТЕЛЬНО:



$\vec{a}_c$ НАПРАВЛЕНО
ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО
ЭТИМ ВЕКТОРАМ
В ТАКУЮ СТОРОНУ,
ОТКУДА УГОЛ γ ,
СОСТАВЛЯЕМЫЙ $\vec{\omega}$
С $\vec{v}_r$, ПОЛОЖИТЕЛЕН
И МЕНЬШЕ π
 $0 < \gamma < 180^\circ$

ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРАВЛЕНИЯ УСКОРЕНИЯ КОРИОЛИСА НАДО:



1. СПРОЕКТИРОВАТЬ $\vec{v}_r$ НА
ПЛОСКОСТЬ ПЕРПЕНДИКУ-

