



З Д Р А В С Т В У Й Т Е !

## 15.4. Напряженность магнитного поля.

Итак, мы с вами выяснили, что магнитное поле – это одна из форм проявления электромагнитного поля, особенностью которого является то, что это поле действует только на движущиеся частицы и тела, обладающие электрическим зарядом, а также на намагниченные тела.

Магнитное поле создается проводником с током, движущимися электрическими заряженными частицами и телами, а так же переменными электрическими полями.

Силовой характеристикой магнитного поля служит вектор магнитной индукции  $\vec{\mathbf{B}}$ , определяемый по формуле:

$$\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{\mathbf{v}}, \vec{\mathbf{r}}]}{r^3} \quad (15.4.1)$$

для одного заряда в вакууме.

Еще одной характеристикой магнитного поля является *напряженность*.

*Напряженностью магнитного поля называют векторную величину  $\vec{H}$ , характеризующую магнитное поле и определяемую следующим образом:*

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} \quad (15.4.2)$$

Тогда напряженность магнитного поля заряда  $q$ , движущегося в вакууме равна:

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3} \quad (15.4.3)$$

Это выражение показывает закон Био-Савара-Лапласа для  $\vec{H}$ .  
Напряженность магнитного поля  $\vec{H}$  является как бы аналогом электрического смещения  $\vec{D}$  в электростатике.

## 15.5. Теорема Гаусса для вектора магнитной индукции

Итак мы с вами говорили, что в природе нет магнитных зарядов. В свое время Дирак высказал предположение о существовании магнитных зарядов (названные монополии Дирака). Однако до сих пор они не найдены. Это приводит к тому, что линии вектора

**В** не имеют ни начала ни конца. А как же поток вектора через поверхность? Мы знаем, что поток любого вектора  $\Phi = N_{нач.} - N_{оканч.}$ , т.е. разность числа линий начинающихся у поверхности и числа линий заканчивающихся внутри поверхности.

В соответствии с вышеизложенным, можно сделать заключение, что поток вектора **В** через замкнутую поверхность должен быть равен нулю. Таким образом для любого магнитного поля и произвольной замкнутой поверхности  $S$  имеет место условие:

$$\Phi_B = \oint_S B dS = 0 \quad (15.5.1)$$

Это теорема Гаусса для  $\Phi_B$  (в интегральной форме): *поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю.*

Этот результат является математическим выражением того, что в природе нет магнитных зарядов — источников магнитного поля на которых начинались бы и заканчивались линии магнитной индукции.

Заменяя поверхностный интеграл в (15.5.1) объемным, получим:

$$\int \nabla B dV = 0 \quad (15.5.2)$$

Это условие должно выполняться для любого произвольного объема  $V$ , а это в свою очередь возможно, если подынтегральная функция в каждой точке поля равна нулю. *Таким образом магнитное поле обладает тем свойством, что его дивергенция всюду равна нулю*

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \quad \text{или} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (15.5.3)$$

В этом его отличие от электростатического поля, которое является потенциальным и может быть выражено скалярным потенциалом  $\varphi$ , **магнитное поле – вихревое, или соленоидальное.**

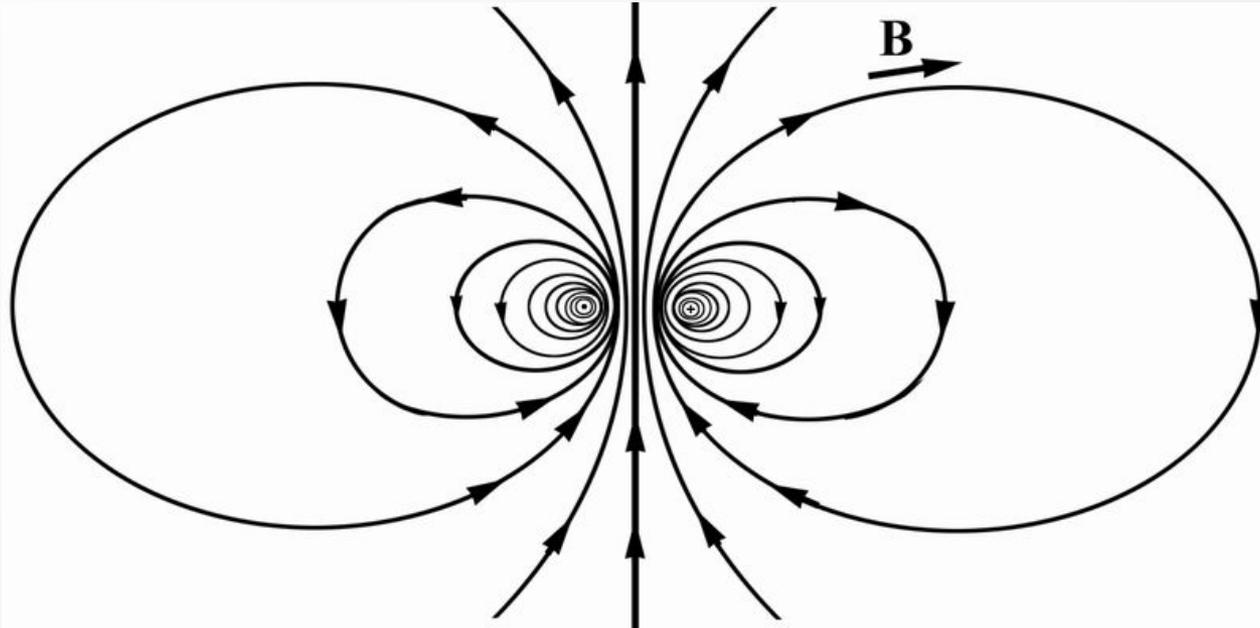


Рис. 15.8. Магнитное поле  $B$ , создаваемое зарядом, движущимся по круговому контуру

Сегодня: \*

# Лекция 16

## **Тема: СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ДВИЖУЩИЕСЯ ЗАРЯДЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ**

### **Содержание лекции:**

**16.1. Закон Ампера;**

**16.2. Взаимодействие двух параллельных бесконечных проводников с током;**

**16.3. Воздействие магнитного поля на рамку с током;**

**16.4. Единицы измерения магнитных величин;**

**16.5. Сила Лоренца;**

**16.6. Эффект Холла;**

**16.7. Циркуляция вектора магнитной индукции.**

**16.8. Магнитное поле соленоида;**

**16.9. Магнитное поле тороида.**

## **16.1. Закон Ампера**

В 1820 г. А. М. Ампер экспериментально установил, что два проводника с током взаимодействуют друг с другом с силой:

$$F = k \frac{I_1 I_2}{b} \quad (16.1.1)$$

где  $b$  – расстояние между проводниками, а  $k$  – коэффициент пропорциональности зависящий от системы единиц.

В первоначальное выражение закона Ампера не входила никакая величина характеризующая магнитное поле. Потом разобрались,

что взаимодействие токов осуществляется через магнитное поле и следовательно в закон должна входить характеристика магнитного поля.

В современной записи в системе СИ, закон Ампера выражается формулой:

$$d\mathbf{F} = I [d\mathbf{l}, \mathbf{B}] \quad (16.1.2)$$

*Это сила, с которой магнитное поле действует на бесконечно малый проводник с током  $I$ .*

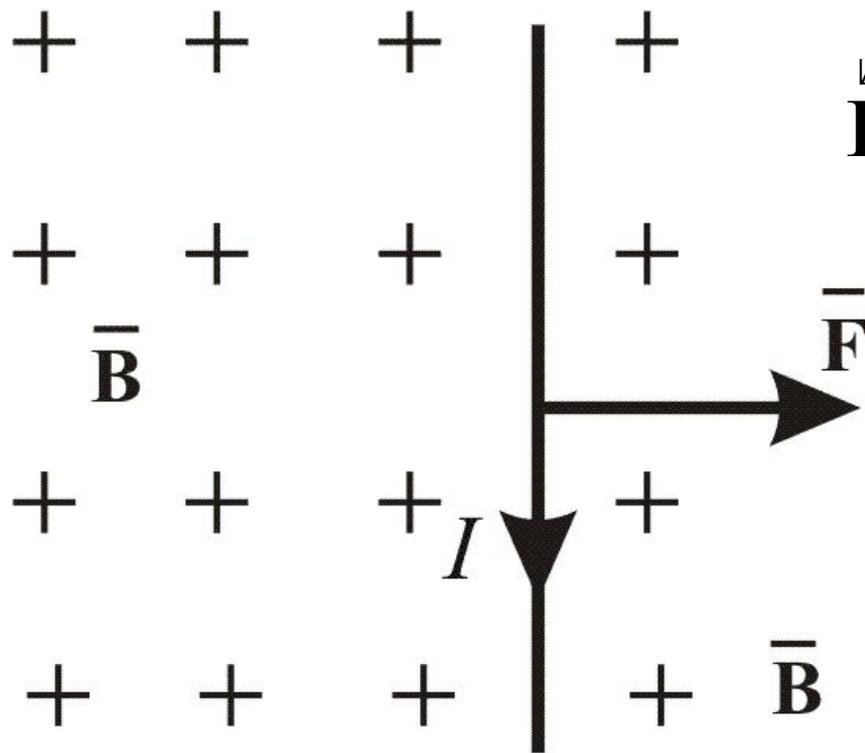
Модуль силы действующей на проводник

$$dF = IBdl \sin(\angle d\mathbf{l}, \mathbf{B}). \quad (16.1.3)$$

Если магнитное поле однородно и проводник перпендикулярен силовым линиям магнитного поля, то

$$F = IB, \quad (16.1.4)$$

где  $I = qnv_{dr} S$  – ток через проводник сечением  $S$ .



$\nabla$   $\vec{F}$  Направление силы определяется направлением векторного произведения или правилом левой руки (что одно и то же). Ориентируем пальцы по направлению первого вектора, второй вектор должен входить в ладонь и большой палец показывает направление векторного произведения.

Рис. 16.1

Закон Ампера – это первое открытие фундаментальных сил, зависящих от скоростей. *Сила зависящая от движения!*  
 Такого еще не было.

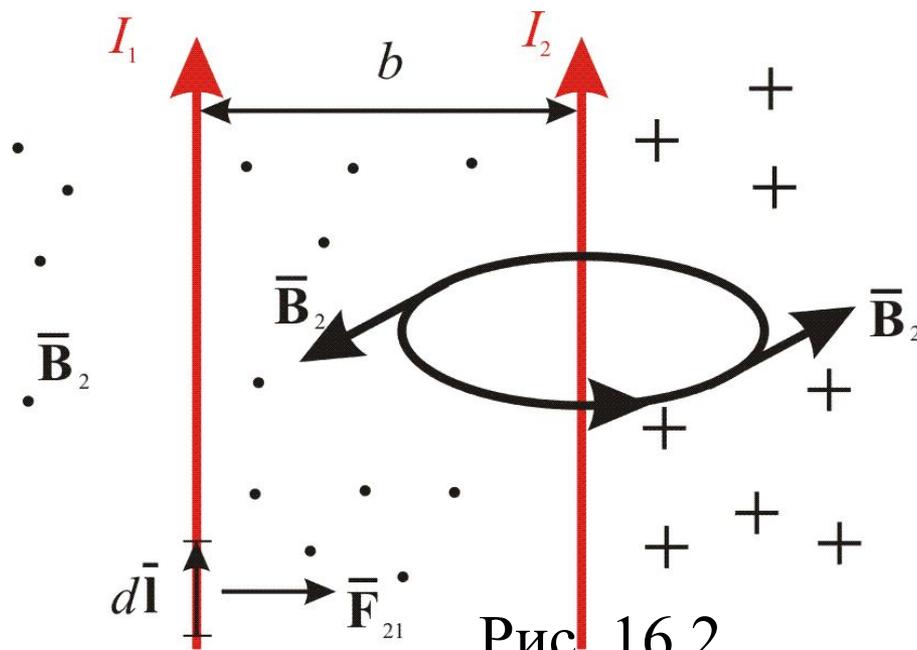
## 16.2. Взаимодействие двух параллельных бесконечных проводников с током

Пусть  $b$  – расстояние между проводниками. Задачу следует решать так: один из проводников  $I_2$  создаёт магнитное поле, второй  $I_1$  находится в этом поле.

Магнитная индукция, создаваемая током  $I_2$  на расстоянии  $b$  от него:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi b} \quad (16.2.1)$$

Если  $I_1$  и  $I_2$  лежат в одной плоскости, то угол между  $B_2$  и  $I_1$  прямой, следовательно



$\sin(\vec{\Gamma}, \vec{B}) = 1$  тогда, сила, действующая на элемент тока  $I_1 dl$

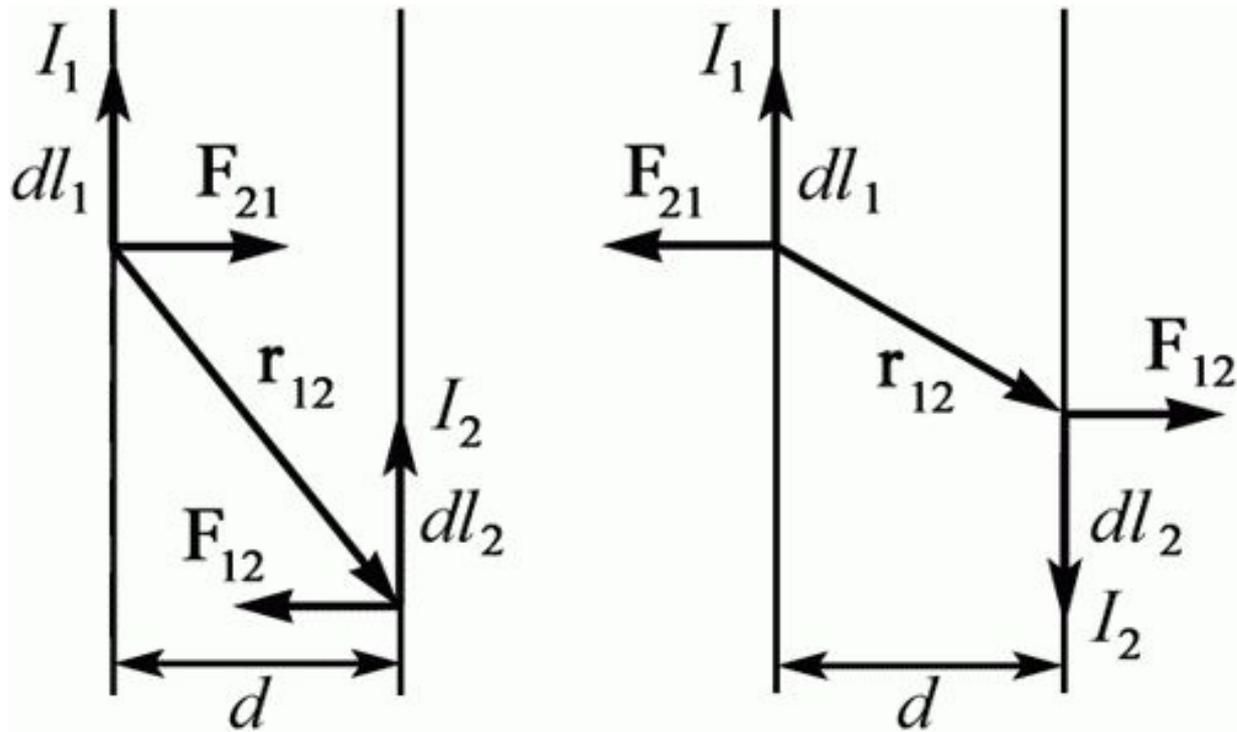
$$F_{21} = B_2 I_1 dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2 dl}{2\pi b}. \quad (16.2.2)$$

На каждую единицу длины проводника действует сила

$$F_{21ed} = \frac{F_{21}}{dl} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi b} \quad (16.2.3)$$

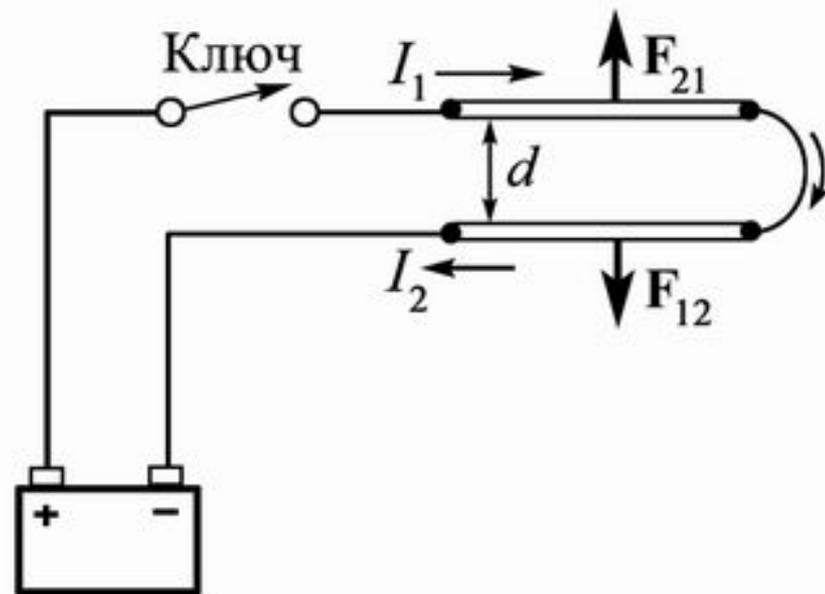
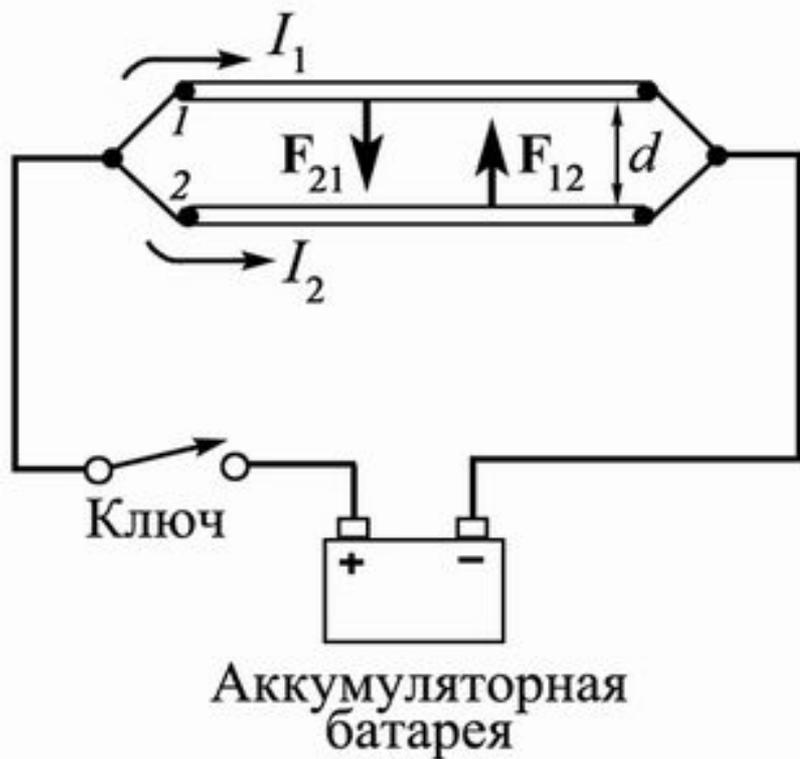
(разумеется, со стороны первого проводника на второй действует точно такая же сила).

Результирующая сила равна одной из этих сил! Если эти два проводника будут воздействовать на третий, тогда их магнитные поля нужно сложить **векторно!!!**.



Взаимодействие бесконечно малых элементов  $dl_1$ ,  $dl_2$  параллельных токов  $I_1$  и  $I_2$ :

- токи, текущие в одном направлении притягиваются;**
- токи, текущие в разных направлениях, отталкиваются**



Близко расположенные два незаряженных проводника при включении батареи **притягиваются (а)** или **отталкиваются (б)** в зависимости от того, текут ли в них токи в одном или противоположном направлениях.

По величине силы отталкивания или притяжения, действующей на единицу длины проводника, можно определить силу тока, идущего по проводникам.

При  $I_1 = I_2 = 1 \text{ А}$ ,  $d = 1 \text{ м}$   $F = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Н/м}$

$$\frac{F}{l} = \frac{F_{1 \rightarrow 2}}{l} = \frac{F_{2 \rightarrow 1}}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$

Силе неизменяющегося тока в 1 ампер соответствует ток, при прохождении которого по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади кругового поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии одного метра, соответствует сила магнитного взаимодействия на каждый метр длины проводников, равная  **$2 \cdot 10^{-7}$  Н.**

Таким образом, на основе закона Ампера устанавливается эталон единицы силы тока в СИ.

## 16.3. Воздействие магнитного поля на рамку с током

Рамка с током  $I$  находится в однородном магнитном поле  $\vec{B}$ ,  $\alpha$  — угол между  $\vec{B}$  и  $\vec{n}$  (направление нормали связано с направлением тока правилом буравчика).

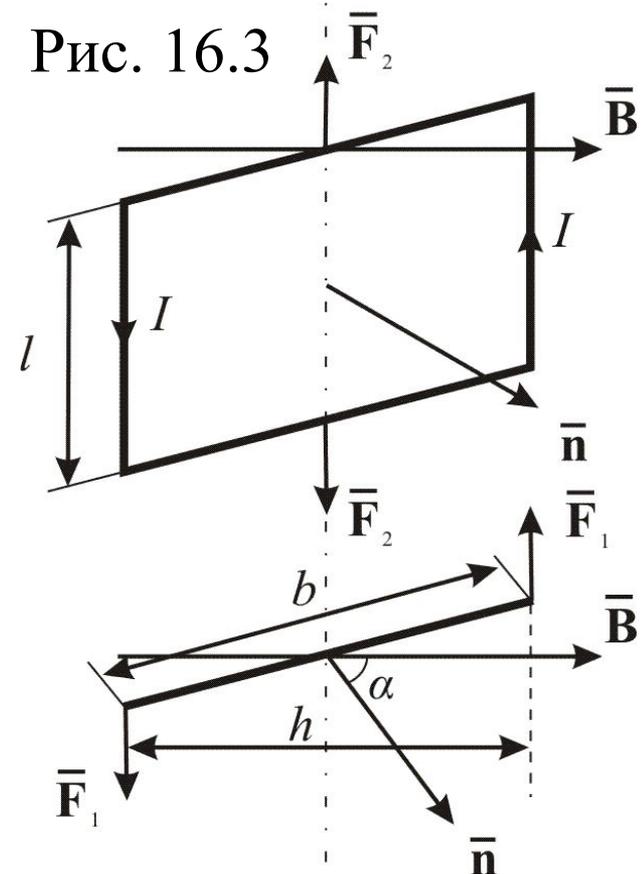
Сила Ампера действующая на сторону рамки длиной  $l$  равна:

$$\vec{F}_1 = I\vec{l} \times \vec{B} \quad (\vec{B} \perp \vec{l})$$

На другую сторону длиной  $l$  действует такая же сила. Получается «пара сил» или «вращающий момент».

$$M = F_1 h = IlBbsin\alpha, \quad (16.3.1)$$

где плечо  $h = bsin\alpha$ . Так как  $lb = S$  — площадь рамки, тогда можно записать



$$M = IBs \sin \alpha = P_m \sin \alpha. \quad (16.3.2)$$

Вот откуда мы писали с вами выражение для магнитной индукции:

$$B = \frac{M}{P_m \sin \alpha} \quad \text{или} \quad B = \frac{M_{\text{макс}}}{P_m} \quad (16.3.3)$$

где  $M$  – вращающий момент силы,  $P$  – магнитный момент.

Физический смысл магнитной индукции  $B$  – величина численно равная силе, с которой магнитное поле действует на проводник единичной длины по которому течет единичный ток.

$$B = \frac{F}{I \cdot l}; \quad \text{Размерность индукции } [B] = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}}.$$

Итак, под действием этого вращательного момента рамка повернется так, что  $\vec{n} \parallel \vec{B}$ . На стороны длиной  $b$  тоже действует сила Ампера  $F_2$  – растягивает рамку и так как силы равны по величине и противоположны по направлению рамка не смещается, в этом случае  $M = 0$ , состояние устойчивого равновесия

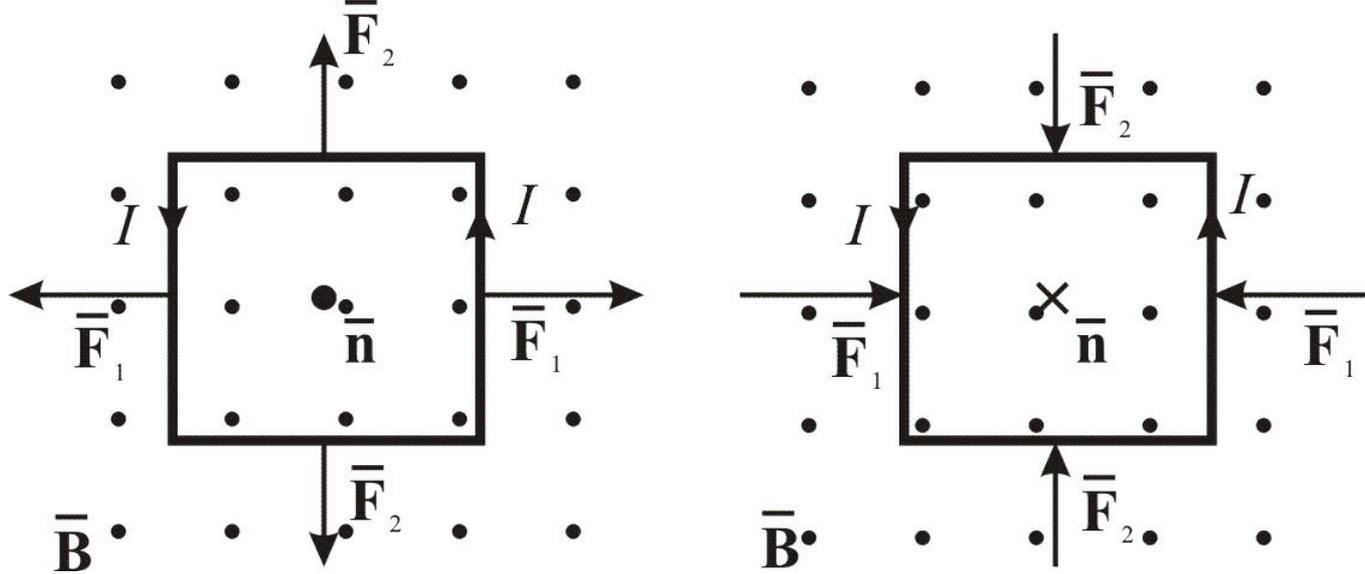


Рис. 16.4

Когда  $\vec{n}$  и  $\vec{B}$  антипараллельны,  $M = 0$  (так как плечо равно нулю), это состояние, неустойчивого равновесия. Рамка сжимается и, если чуть сместится, сразу возникает вращающий момент такой что она повернется так, что  $\vec{n} \parallel \vec{B}$  (рис. 16.4).

В неоднородном поле рамка повернется и будет втягиваться в область более сильного поля

## 16.4. Единицы измерения магнитных величин

Как вы догадываетесь, именно закон Ампера используется для установления единицы силы тока – ампера [А].

*Итак, ампер – сила тока неизменного по величине, который, проходя по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого сечения, расположенным на расстояние один метр, один от другого в вакууме вызывает между этими проводниками силу в  $2 \cdot 10^{-7} \frac{Н}{м}$*

$$\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 I_2}{b} \quad (16.4.1)$$

где  $dl = 1 \text{ м}$ ;  $b = 1 \text{ м}$ ;  $I_1 = I_2 = 1 \text{ А}$ ;  $\frac{dF}{dl} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{Н}{м}$

Определим отсюда размерность и величину :

$$\text{В СИ: } 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Н}}{\text{м}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot 2A^2 \Rightarrow \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Н}}{\text{А}^2} \text{ или } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$$

$$\text{В СГС: } \mu_0 = 1$$

Из закона Био-Савара-Лапласа, для прямолинейного проводника с током  $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b}$  можно найти размерность индукции магнитного поля:

$$[\text{В}] = \frac{\text{Н}}{\text{А}^2} \frac{\text{А}}{\text{м}} = \frac{\text{Н}}{\text{А м}} = 1 \text{ Тл}$$

Один тесла  $1 \text{ Тл} = 10^4 \text{ Гс}$ . *Гаусс* – единица измерения в Гауссовой системе единиц (СГС). *1 Тл (один тесла равен магнитной индукции однородного магнитного поля, в котором) на плоский контур с током, имеющим магнитный момент  $1 \text{ А} \cdot \text{м}^2$  действует вращающий момент  $1 \text{ Н} \cdot \text{м}$ . Единица измерения названа в честь сербского ученого Николы Тесла (1856 – 1943 г.), имевшего огромное количество изобретений. Другое определение: 1 Тл равен магнитной индукции при которой магнитный поток сквозь площадку  $1 \text{ м}^2$ , перпендикулярную направлению поля равен  $1 \text{ Вб}$ .*

Единица измерения магнитного потока Вб, получила свое название в честь немецкого физика Вильгельма Вебера (1804 – 1891 г.) – профессора университетов в Галле, Геттингеме, Лейпциге.

Как мы уже говорили, *магнитный поток  $\Phi$ , через поверхность  $S$  – одна из характеристик магнитного поля* (рис. 16.5)

$$d\Phi_B = B d\mathbf{S} \cos\alpha (\mathbf{dn}, \mathbf{B})$$

$$\Phi = \int_S B_n dS$$

*Единица измерения  $\int_S$  магнитного поток*

$\text{Тл} \cdot \text{м}^2 = \text{Вб}$  (вебер), а так как  $1 \text{ Тл} = 10^4 \text{ Гс}$ , то  $1 \text{ Вб} = 10^4 \text{ Гс} \cdot 10^4$

$\text{см}^2 = 10^8 \text{ Мкс}$  Здесь Максвелл (Мкс) – единица измерения

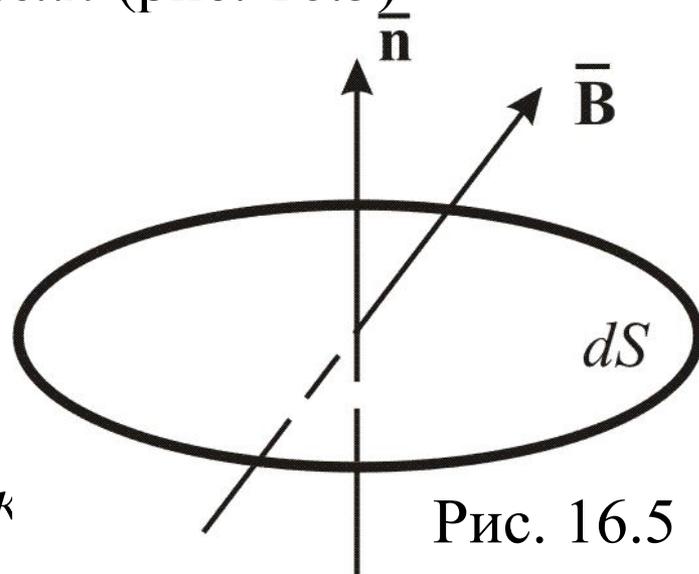


Рис. 16.5

магнитного потока в СГС названа в честь знаменитого ученого Джеймса Максвелла (1831 – 1879 г.), создателя теории электромагнитного поля.

Напряженность магнитного поля  $H$  измеряется в  $\frac{A}{M}$

$$1 \text{ Э} = 79,6 \approx 80 \frac{A}{M} ; \quad 1 \frac{A}{M} = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-3} \text{ Э}$$

Сведем в одну таблицу основные характеристики магнитного поля:

Наименование	Обозначение	СИ	СГС	СИ/СГС
Магнитная индукция	$B$	$\text{Тл} \left( \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} \right)$	Гс	$10^4$
Напряженность магнитного поля	$H$	А/м	Э	$4\pi \cdot 10^{-3}$
Магнитная постоянная	$\mu_0$	$\frac{\text{Н}}{\text{А}^2}; \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$	1	$4\pi \cdot 10^{-7}$
Поток магнитной индукции	$\Phi_B$	Вб (Тл·м <sup>2</sup> )	Макс	$10^8$

## 16.5. Сила Лоренца

Как мы говорили, *ток* это совокупность большого числа движущихся зарядов. Найдем силу действующую на один заряд со стороны магнитного поля. По закону Ампера, сила действующая на проводник с током в магнитном поле

$$d\vec{F} = I [d\vec{l}, \vec{B}] \quad (16.5.1)$$

Но ток  $I = j S$ , причем  $j = q n \vec{v}_{др}$

$$\text{Тогда } d\vec{F} = q \cdot n \cdot S \cdot \vec{v} [I, \vec{B}] = q \cdot n \cdot S \cdot dl [\vec{v}, \vec{B}] \quad , \quad (16.5.2)$$

так как  $(d\vec{l} \parallel \vec{v})$ , но  $n S dl$  – число зарядов в объёме  $S dl$ , тогда

$$\frac{d\vec{F}}{n S dl} = q [\vec{v}, \vec{B}] \quad \text{т. е. для одного заряда} \quad \vec{F}_л = q [\vec{v}, \vec{B}] \quad (16.5.3)$$

*Сила Лоренца* – сила действующая со стороны магнитного поля на движущийся со скоростью  $\vec{v}$  положительный заряд (здесь  $\vec{v}$  – скорость упорядоченного движения носителей положительного заряда).

Модуль Лоренцевой силы: 
$$F_l = qvB \sin \alpha \quad (16.5.4)$$

$\alpha$  – угол между  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$  Следовательно заряд движущийся вдоль линии – не испытывает силы ( $\sin 0^\circ = 0$ ).

Направлена сила Лоренца перпендикулярно к плоскости в которой лежат вектора  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$  (к движущимся центральному положительному заряду применимо правило левой руки или правило правого буравчика: вращать от  $\vec{v}$  к  $\vec{B}$  (рис. 16.6)

Поступательное движение в направлении силы  $\vec{F}$ . Направление действия силы для отрицательного заряда – противоположно).

Следовательно к  $e^-$  применимо правило правой руки.

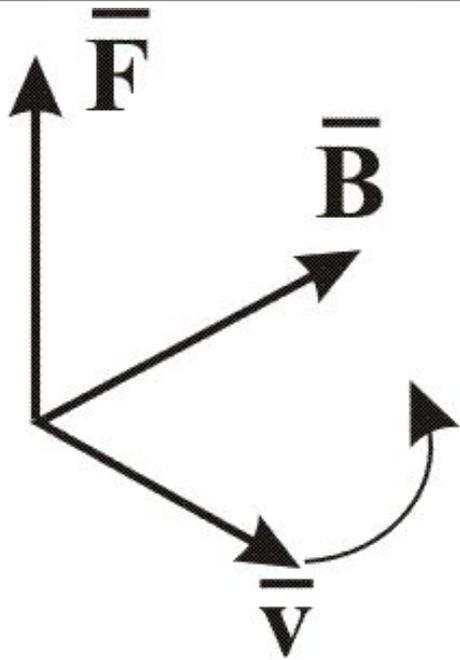


Рис. 16.6

Поскольку сила Лоренца всегда направлена перпендикулярно движущемуся заряду, т.е. перпендикулярно  $\mathbf{v}$ , **она работы над частицей не совершает**. Следовательно, действуя на заряженную частицу сила Лоренца не может изменить кинетическую энергию частицы.

Часто Лоренцевой силой называют сумму электрических и магнитных сил.

$$\mathbf{F}_L = q\mathbf{E} + q[\mathbf{v}, \mathbf{B}] \quad (16.5.5)$$

здесь электрическая сила  $q\mathbf{E}$  ускоряет частицу, т.е. изменяет ее энергию.

## 16.6. Эффект Холла

Рассмотрим своеобразный эффект обусловленный действием Лоренцевой силы  $\mathbf{f}$  на свободные заряды в проводнике. Представим себе проводник в виде плоской ленты, расположенной в магнитном поле с индукцией  $\mathbf{B}$  направленной от нас (рис. 16.7).

В случае а) верхняя часть проводника будет заряжаться отрицательно, в случае б) положительно.

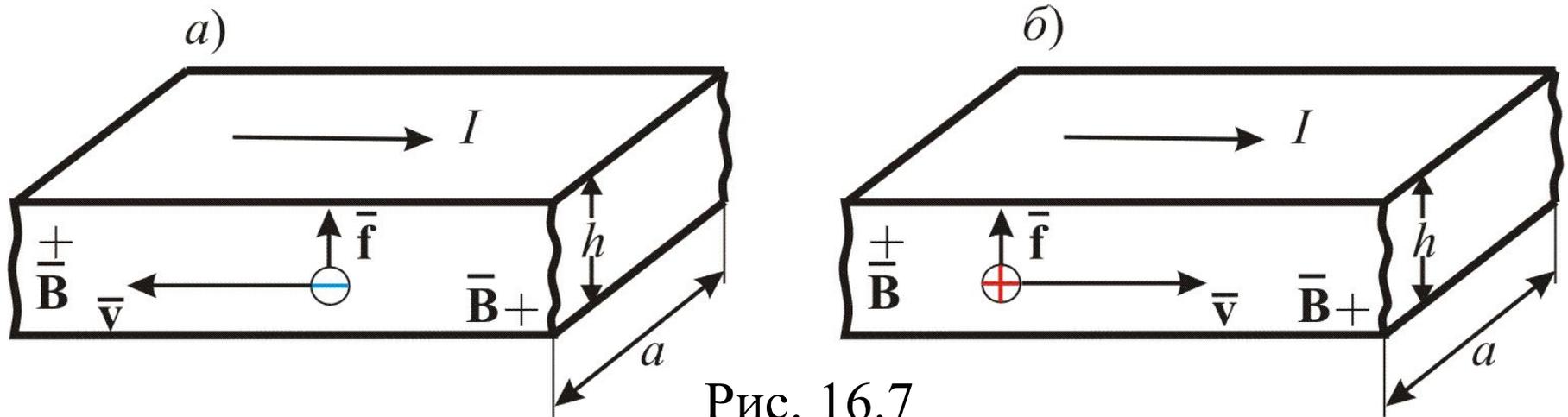


Рис. 16.7

Это позволяет экспериментально определить знак носителя заряда в проводнике.

При равной концентрации носителей заряда обоих знаков возникает Холловская разность потенциалов, если различна подвижность, т.е. дрейфовая скорость носителей заряда.

Подсчитаем величину Холловской разности потенциалов ( $U_x$ ).

Обозначим  $E_x$  – напряженность электрического поля обусловленного ЭДС Холла,  $h$  – толщина ленты проводника.

$$U_x = E_x h \quad (16.6.1)$$

Перераспределение зарядов прекратится когда сила  $q \cdot E_x$  уравновесит Лоренцеву силу, т.е.

$$q \cdot E_x = q \cdot B \cdot v \text{ или } E_x = B \cdot v \quad (16.6.2)$$

Плотность тока  $j = n \cdot v \cdot q$  отсюда  $v = \frac{j}{nq}$ . Тогда  $E_x = B \frac{j}{nq}$ .

Подставим  $E_x$  в (16.6.1) и найдем  $U_x$

$$U_x = \frac{jBh}{nq} \text{ или } U_x = \frac{BhI}{nqS} = \frac{BI}{qna} \quad (16.6.3)$$

Исследование ЭДС Холла привели к удивительным выводам. Металлы могут обладать проводимостью  $P$ -типа (Zn, Cd – у них дырки более подвижные, чем  $e$ ). Это металлы с чуть перекрывающимися знаками, т.е. полуметаллы.

Из формулы 10.6.3 можно вывести найти число носителей заряда.

$$n = \frac{IB}{qaU_x} \quad (16.6.4)$$

Итак, измерение Холловской разности потенциалов позволяет определить: 1) знак заряда; 2) количество носителей.

## 16.7. Циркуляция вектора магнитной индукции

Возьмем контур  $l$ , охватывающий прямой ток и вычислим для него циркуляцию вектора магнитной индукции  $\vec{B}$ , т. е.  $\oint B_l dl$

Вначале рассмотрим случай (рис. 16.8), когда контур лежит в плоскости перпендикулярно потоку (ток  $I$  направлена за чертеж). В каждой точке контура  $\vec{B}$  направлен по касательной к окружности, проходящей через эту точку (линии  $\vec{B}$  прямого тока – окружности).

Воспользуемся свойствами скалярного произведения

векторов.  $B_l dl = B dl_B$ ,

где  $dl_B$  – проекция  $dl$  на вектор  $\vec{B}$ ,

но  $dl_B = R d\alpha$ , где

$R$  – расстояние от прямой тока  $I$  до  $dl$ .

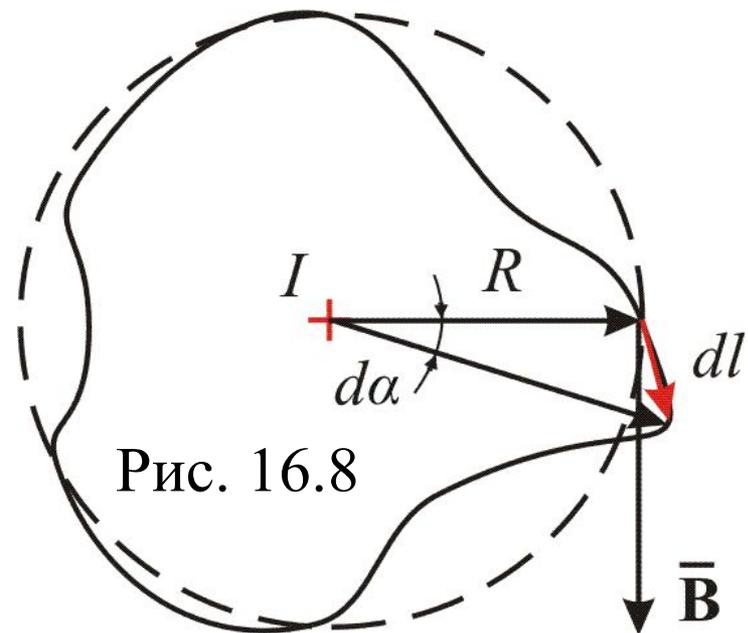


Рис. 16.8

Тогда

$$B_l dl = B \cdot dl_B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi R} R \cdot d\alpha = \frac{\mu_0 \mu \cdot I d\alpha}{2\pi} ;$$

Тогда

$$\oint B_l dl = \frac{\mu \mu_0 I}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\alpha = \mu \mu_0 I \quad (16.7.1)$$

*т.е. циркуляция вектора магнитной индукции равна току, охваченному контуром.*

Иначе обстоит дело, если ток не охватывается контуром (рис. 16.9). В этом случае

при обходе радиальная прямая поворачивается сначала в одном направлении (1-2), а потом в другом (2-1).

Поэтому  $\oint d\alpha = 0$  и, следовательно

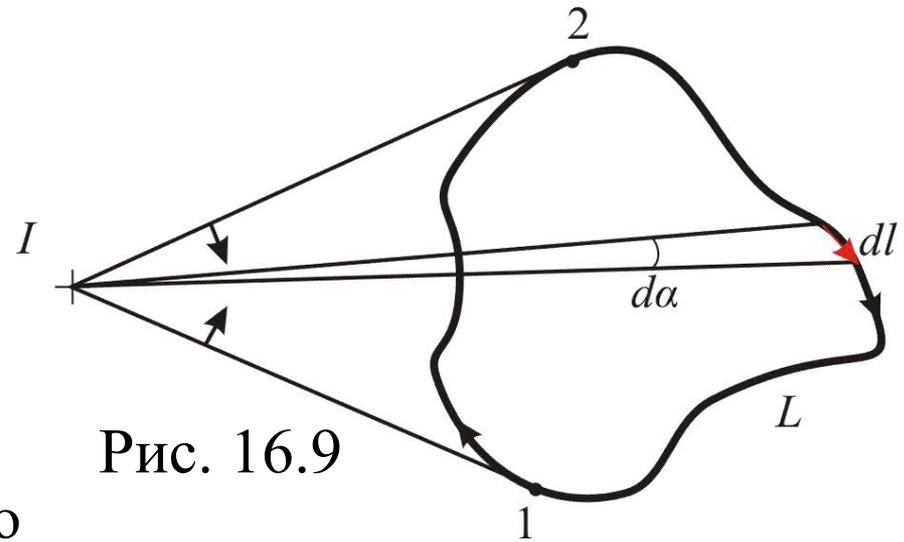
$$\oint \mathbf{B} d\mathbf{l} = 0 \quad (16.7.2)$$


Рис. 16.9

Итак,  $\int B_l dl = \mu\mu_0 I$ ,  $I$  – ток, охватывающий контур  $L$   
*Эта формула справедлива и для тока произвольной формы и для контура произвольной формы.*

*Если контур охватывает несколько токов, то:*

$$\oint B_l dl = \mu\mu_0 \sum I_i \quad (16.7.3)$$

*т.е. циркуляция вектора равна алгебраической сумме токов, охваченных контуром произвольной формы.*

Итак, циркуляция вектора магнитной индукции отлична от нуля, если контур охватывает ток (сравните с циркуляцией  $\nabla \times \mathbf{E}$  :

$$\oint E_l dl = 0 \text{ ).}$$

Такие поля, как мы уже говорили называются вихревыми или соленоидальными.

Магнитному полю нельзя приписывать потенциал, как у электрического поля. Этот потенциал не был бы однозначным – после каждого обхода по контуру он получал бы приращение  $\mu_0 I$ .

Линии напряженности *электрического поля* начинаются и заканчиваются на зарядах. А *магнитных* зарядов в природе нет.

Опыт показывает, что линии  $\nabla \mathbf{B}$  *всегда замкнуты*. Поэтому теорему Гаусса для вектора магнитной индукции  $\nabla \mathbf{B}$  можно записать так:

$$\oint_S \nabla \mathbf{B} d\mathbf{l} = 0 \quad (16.7.4)$$

## 16.8. Магнитное поле соленоида

Применим теорему о циркуляции  $\vec{B}$ ,  $(\oint B dl = \mu\mu_0 \sum I_i)$ , для вычисления простейшего магнитного поля – бесконечно длинного соленоида представляющий собой тонкий провод намотанный плотно виток к витку на цилиндрический каркас (рис.16.10).

*Соленоид можно представить в виде системы одинаковых круговых токов с общей прямой осью.*

Бесконечно длинный соленоид симметричен любой, перпендикулярной

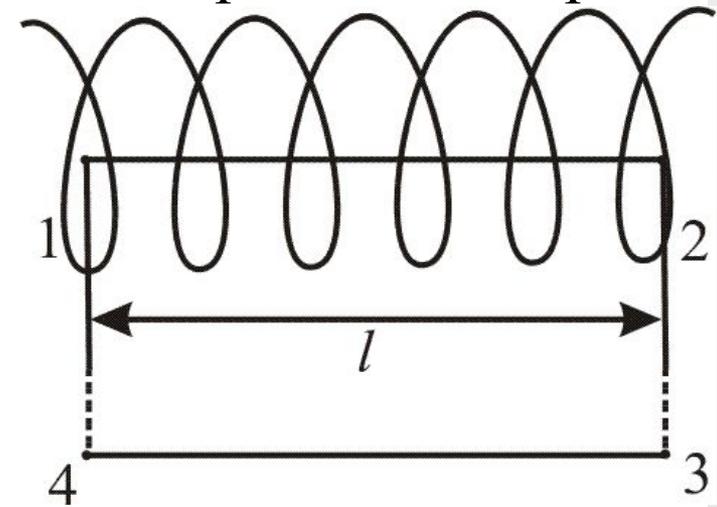


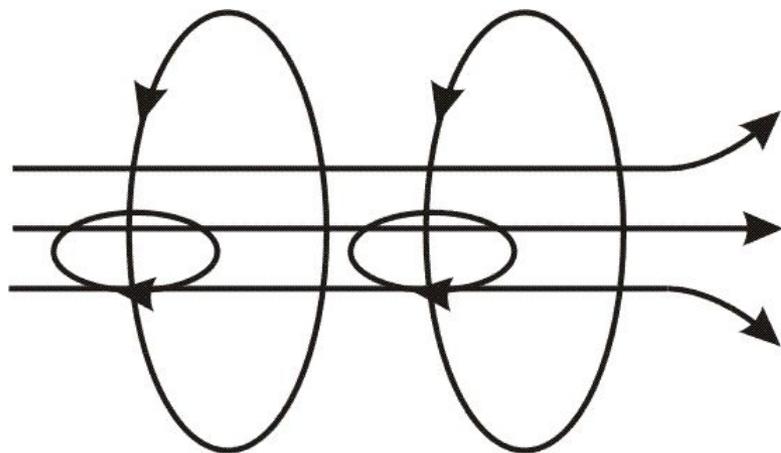
Рис. 16.10

к его оси плоскости. Взятые попарно (рис. 16.16) симметричные относительно такой плоскости витки создают поле, в котором  $\vec{B}$  перпендикулярна плоскости витка, т.е.  $\vec{B}$  имеет направление

только параллельно оси соленоида внутри и вне его.

Из параллельности вектора  $\vec{B}$  оси соленоида, вытекает, что поле как внутри, так и вне соленоида должно быть однородным.

Возьмём прямоугольный контур 1–2–3–4–1 (рис. 16.10).



$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_1^2 B_l dl = \int_2^3 B_l dl = \int_3^4 B_l dl = \int_4^1 B_l dl$$

Второй и четвёртый интеграл равны нулю, т.к.  $\vec{B}$

перпендикулярно направлению

обхода, т.е.  $B_l = 0$ . Возьмём участок 3–4 – на большом расстоянии от соленоида, где поле стремится к нулю; и пренебрежём третьим интегралом, тогда

$$\oint B_l dl = \int_1^2 B_l dl = \mu\mu_0 \sum I_i$$

где  $B_l = B$  – магнитная индукция на участке 1 – 2 – внутри соленоида.

Если отрезок 1 – 2 внутри соленоида, контур охватывает ток:

$n l I = \sum I_i$ , где  $n$  – число витков на единицу длины,  $I$  – ток в соленоиде (в проводнике).

Поэтому  $B = \mu \mu_0 n I$ . (16.8.1)

Полученный результат справедлив внутри соленоида.

Вне соленоида

$\sum I_i = 0$  и  $\oint B_l dl = B l = 0$ , т. е.  $B = 0$

Бесконечно длинный соленоид аналогичен плоскому конденсатору и тут, и там поле однородно и сосредоточено внутри. Произведение  $n I$  – называется число ампер витков на метр. У конца полубесконечного соленоида, на его оси магнитная индукция равна:

$$B = \frac{1}{2} \mu \mu_0 n I \quad (16.8.1)$$

Практически, если длина соленоида много больше чем его диаметр, формула (16.8.1) справедлива для точек вблизи середины, формула (16.8.2) для точек около конца.

Если же катушка короткая, что обычно и бывает на практике, то магнитная индукция в любой точке  $A$ , лежащей на оси соленоида направлена вдоль оси (по правилу буравчика) и численно равна алгебраической сумме индукций магнитных полей создаваемых в точке  $A$  всеми витками:

1. Максимальным будет магнитное поле внутри соленоида в точке лежащей на середине его оси:

$$B_{\text{макс}} = \mu_0 \mu n I \frac{L}{\sqrt{4R^2 + L^2}} \quad (16.8.2)$$

2. В конечном соленоиде в произвольной точке (рис. 16.12) магнитную индукцию можно найти по формуле:

$$B = \frac{1}{2} \mu_0 \mu n I (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \quad (16.8.2)$$

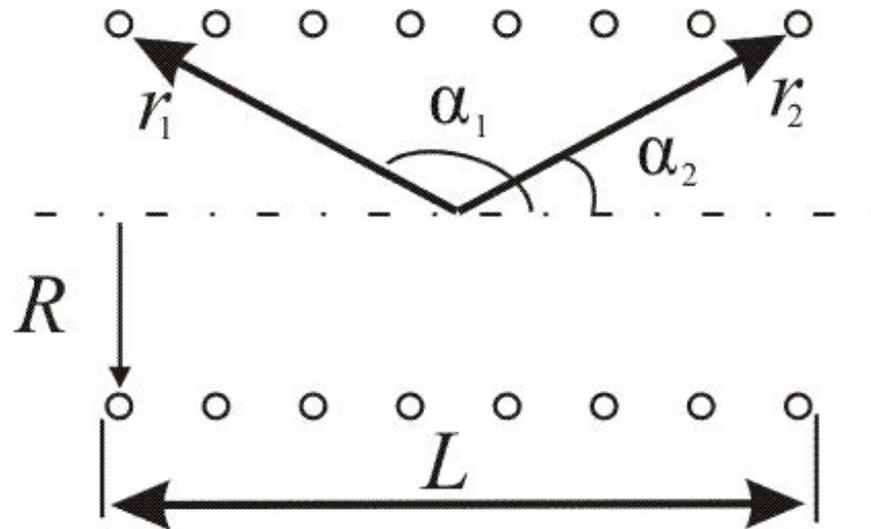


Рис. 16.12

## 16.9. **Магнитное поле тороида**

Тороид представляет собой тонкий провод, плотно (виток к витку) намотанный на каркас в форме тора (бублика) (рис. 16.13).

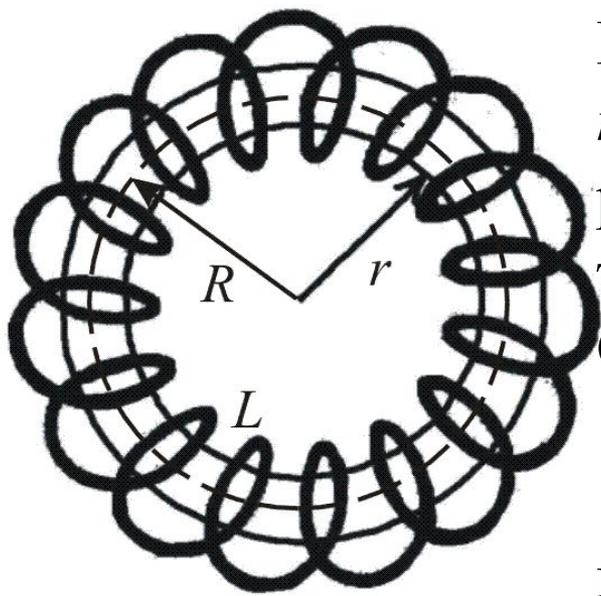


Рис. 16.13

Возьмём контур в виде окружности радиуса  $r$ , центр которого совпадает с центром тора радиуса  $R$ . В силу симметрии,  $\mathbf{B}$  в каждом токе направлен по касательной к контуру.

Следовательно

$$\oint B_l dl = B 2\pi r = Bl$$

$$(16.9.1)$$

где  $l = 2\pi r$ ;  $l$  – длина контура.

Если контур проходит внутри тороида, он охватывает ток  $2\pi R n I$  ( $n$  – число витков на единицу длины).

Тогда по *теореме о циркуляции вектора*  $\mathbf{B}$ .  $B 2\pi r = 2\pi R n I \mu \mu_0$

Отсюда следует:  $B = \mu \mu_0 n I \frac{R}{r}$  (16.9.2)

Контур вне тороида токов не охватывает, поэтому  $B = 0$ .

Для тороида, где радиус намного больше радиуса витка,

отношение  $\frac{R}{r} \approx 1$ , так как  $R \approx r$  можно рассчитать  $B$  по формуле:

$$B = \mu\mu_0 nI. \quad (16.9.3)$$

*В тороиде магнитное поле однородно только по величине, т.е. по модулю, но направление его в каждой точке различно.*

## 16.10. Работа по перемещению проводника с токами в магнитном поле

Рассмотрим контур с током, образованный неподвижными проводами и скользящей по ним подвижной перемычкой длиной  $l$  (рис. 16.14). Этот контур находится во внешнем однородном магнитном поле  $\vec{B}$ , перпендикулярном к плоскости контура. При показанном на рисунке направлении тока  $I$ , получим  $\vec{B}$  сонаправлено с  $\vec{n}$ .

На элемент тока  $I$  (подвижный провод) длиной  $l$  действует сила Ампера направленная вправо  $F = IlB$ . Пусть проводник  $l$  переместится параллельно самому себе на расстояние  $dx$ . При этом совершится работа:

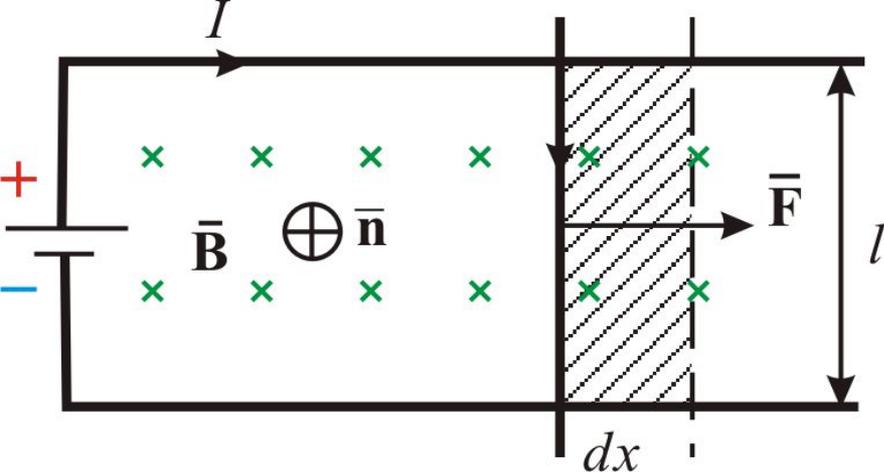


Рис. 16.14

$$dA = F dx = IBl dx = IB dS = I d\Phi$$

Итак  $dA = I d\Phi$  (16.10.1)

*Работа совершаемая проводником с током, при перемещении, численно равна произведению тока на магнитный поток, пересечённый этим проводником.*

Формула остаётся справедливой, если проводник любой формы движется под любым углом к линиям вектора магнитной индукции.

*Выведем выражение для работы по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле.*

Рассмотрим прямоугольный контур с током 12341 (Рис. 16.15). Магнитное поле направлено от нас перпендикулярно плоскости контура. Магнитный поток  $\Phi_1$  пронизывающий контур направлен по нормали  $\vec{n}$  контуру, поэтому  $\Phi_1 > 0$ .

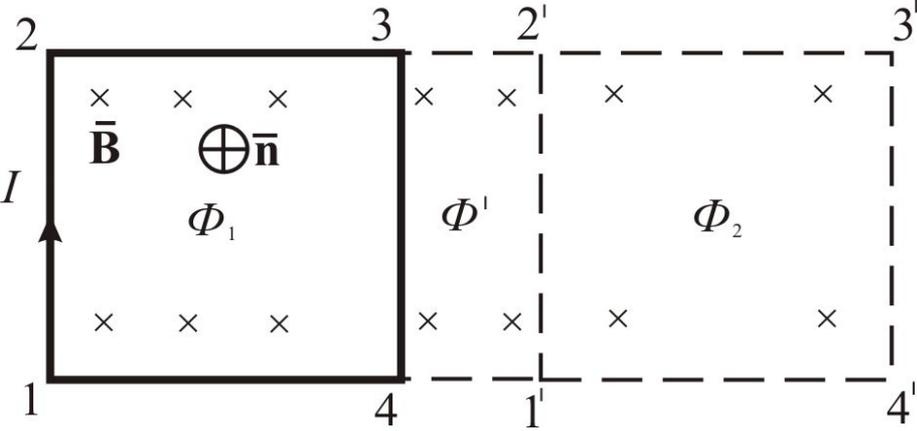


Рис. 16.15

Переместим этот контур параллельно самому себе в новое положение 1'2'3'4'1'. Магнитное поле в общем случае может быть неоднородным и в новый контур будет пронизан магнитным потоком  $\Phi_2$ .

Площадка 432'1'4, расположенная между старым и новым контуром, пронизывается потоком  $\Phi'$ .

Полная работа по перемещению контура в магнитном поле равна алгебраической сумме работ, совершаемых при перемещении каждой из четырех сторон контура:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} \quad (16.10.2)$$

где  $A_{23}$ ,  $A_{41}$  равны нулю, т.к. эти стороны не пересекают магнитного потока, при своём перемещении (очерчивают нулевую площадку).

$$A_{34} = I(\Phi' + \Phi_2) \quad (16.10.3)$$

Провод 12 перерезает поток  $(\Phi_1 + \Phi')$ , но движется против сил действия магнитного поля.  $A_{12} = -I(\Phi_1 + \Phi')$  (16.10.4)

Тогда, общая работа по перемещению контура  $A = I(\Phi_2 - \Phi_1)$ ,

$A = I \Delta\Phi$ , здесь  $\Phi_2 - \Phi_1 = \Delta\Phi$  – это изменение магнитного потока сцепленного с контуром. Работа совершаемая при перемещении замкнутого контура с током в магнитном поле, равна произведению величины тока на изменение магнитного потока сцепленного с этим контуром. Элементарную работу по бесконечно малому перемещению контура в магнитном поле можно найти по формуле

$$dA = I d\Phi \quad (16.10.5)$$

Выражения (10.10.1) и (10.10.5) внешне тождественны, но физический смысл величины  $d\Phi$  различен. Соотношение (16.10.5) выведенное нами для простейшего случая, остаётся справедливым для контура любой формы в произвольном магнитном поле. Более того, если контур неподвижен, а меняется  $\mathbf{B}$ , то при изменении магнитного потока в контуре на величину  $d\Phi$ , магнитное поле совершает ту же работу  $dA = I d\Phi$ .

**Сегодня: \***

Лекция окончена.

До свидания!

**УРА! УРА! УРА!**

**Сегодня: \***

Лекция окончена.

До свидания!

**УРА! УРА! УРА!**

**Сегодня: \***

Лекция окончена.

До свидания!

**УРА! УРА! УРА!**