

отношение $\frac{R}{r} \approx 1$, так как $R \approx r$ можно рассчитать B по формуле:

(18.9.3)

$$B = \mu\mu_0 nI.$$

В тороиде магнитное поле однородно только по величине, т.е. по модулю, но направление его в каждой точке различно.

18.10. Работа по перемещению проводника с током в

МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Рассмотрим контур с током, образованный неподвижными проводами и скользящей по ним подвижной перемычкой длиной l (рис. 18.14). Этот контур находится во внешнем однородном магнитном поле \mathbf{B} , перпендикулярном к плоскости контура. При показанном на рисунке направлении тока I , получим \mathbf{B} сонаправлено с \mathbf{n} .

На элемент тока I (подвижный провод) длиной l действует сила Ампера направленная вправо $F = IlB$. Пусть проводник l переместится параллельно самому себе на расстояние dx . При этом совершится работа:

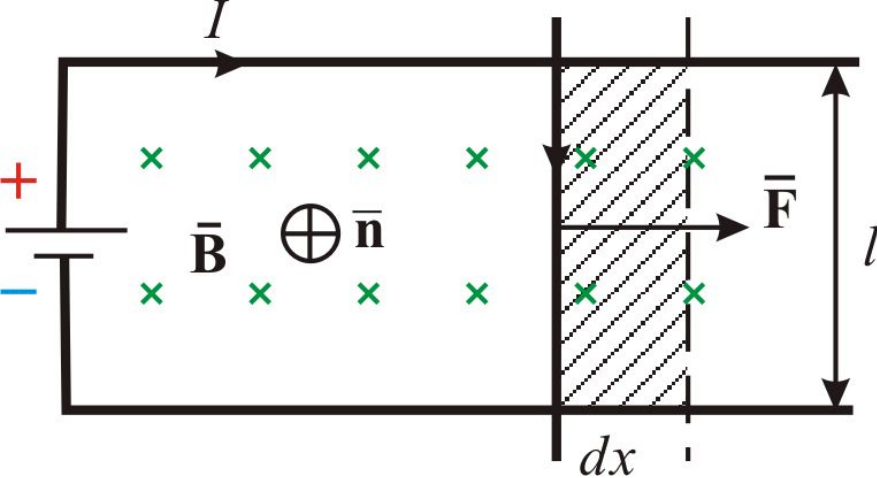


Рис. 18.14

$$dA = F dx = IBl dx = IB dS = I d\Phi$$

Итак $dA = I d\Phi$ (18.10.1)

Работа совершаемая проводником с током, при перемещении, численно равна произведению тока на магнитный поток, пересечённый этим проводником.

Формула остаётся справедливой, если проводник любой формы движется под любым углом к линиям вектора магнитной индукции.

Выведем выражение для работы по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле.

Рассмотрим прямоугольный контур с током 12341 (Рис. 18.15). Магнитное поле направлено от нас перпендикулярно плоскости контура. Магнитный поток Φ_1 , пронизывающий контур направлен по нормали к контуру, поэтому $\Phi_1 > 0$.

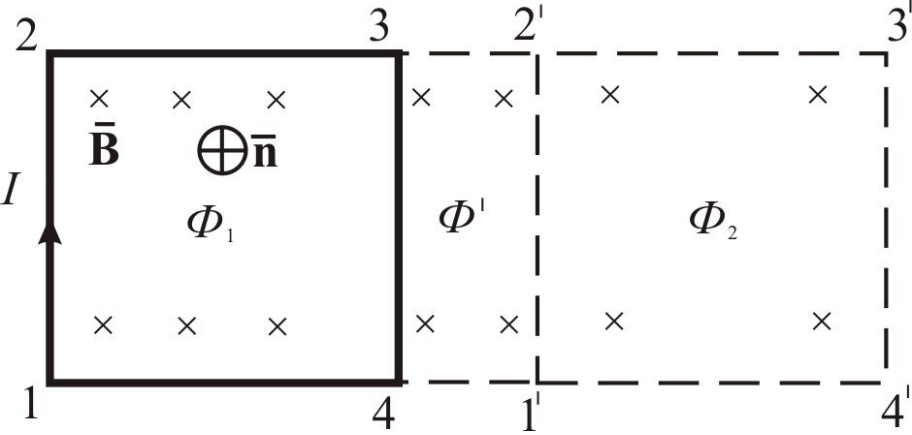


Рис. 18.15

Переместим этот контур параллельно самому себе в новое положение 1'2'3'4'1'. Магнитное поле в общем случае может быть неоднородным и новый контур будет пронизан магнитным потоком Φ_2 .

Площадка 432'1'4, расположенная между старым и новым контуром, пронизывается потоком Φ' .

Полная работа по перемещению контура в магнитном поле равна алгебраической сумме работ, совершаемых при перемещении каждой из четырех сторон контура:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} \quad (18.10.2)$$

где A_{23} , A_{41} равны нулю, т.к. эти стороны не пересекают магнитного потока, при своём перемещении (очерчивают нулевую площадку).

$$A_{34} = I(\Phi' + \Phi_2) \quad (18.10.3)$$

Провод 12 перерезает поток $(\Phi_1 + \Phi')$, но движется против сил действия магнитного поля. $A_{12} = -I(\Phi_1 + \Phi')$ (18.10.4)

Тогда, общая работа по перемещению контура $A = I(\Phi_2 - \Phi_1)$,
 $A = I \Delta\Phi$, здесь $\Phi_2 - \Phi_1 = \Delta\Phi$ – это *изменение магнитного потока сцепленного с контуром. Работа совершаемая при перемещении замкнутого контура с током в магнитном поле, равна произведению величины тока на изменение магнитного потока сцепленного с этим контуром.* Элементарную работу по бесконечно малому перемещению контура в магнитном поле можно найти по формуле

$$dA = I d\Phi \quad (18.10.5)$$

Выражения (10.10.1) и (10.10.5) внешне тождественны, но *физический смысл* величины $d\Phi$ различен. *Соотношение (18.10.5) выведенное нами для простейшего случая, остаётся справедливым для контура любой формы в произвольном магнитном поле.* Более того, если контур неподвижен, а \mathbf{B} меняется, то при изменении магнитного потока в контуре на величину $d\Phi$, магнитное поле совершает

Тема: ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Содержание лекции:

- 1. Явление электромагнитной индукции.
Опыты Фарадея. Правило Ленца**
- 2. ЭДС индукции для подвижного и неподвижного проводника**
- 3. Природа ЭДС индукции**
- 4. Циркуляция вектора напряженности вихревого электрического поля**
- 5. Бетатрон**

- 6. Токи Фуко (вихревые токи)**
- 7. Скин-эффект**
- 8. Взаимная индукция. Трансформатор**
- 9. Самоиндукция**
- 10. Индукционный ускоритель электронов – бетатрон**

19.1. Явление электромагнитной индукции.

Опыты Фарадея. Правило Ленца

С момента открытия связи магнитного поля с током (что является подтверждением симметрии законов природы), делались многочисленные попытки получить *ток* с помощью магнитного поля. Задача была решена Майклом Фарадеем в 1831г. (Американец Джозеф Генри тоже открыл ЭТО явление, но опубликовал свои результаты позже Фарадея. Ампер также претендовал на открытие, но не смог представить свои результаты).

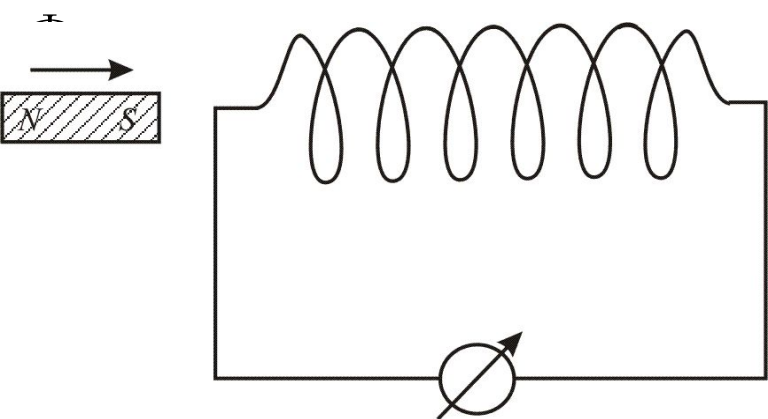


ФАРАДЕЙ Майкл (1791 – 1867) – знаменитый английский физик. Исследования в области электричества, магнетизма, магнитооптики, электрохимии. Создал лабораторную модель электродвигателя. Открыл экстротоки при замыкании и размыкании цепи и установил их направление. Открыл законы электролиза, первый ввел понятия поля и диэлектрической проницаемости, в 1845

употребил термин «магнитное поле». Кроме всего прочего М. Фарадей открыл явления диа- и парамагнетизма. Он установил, что все материалы в магнитном поле ведут себя по-разному:

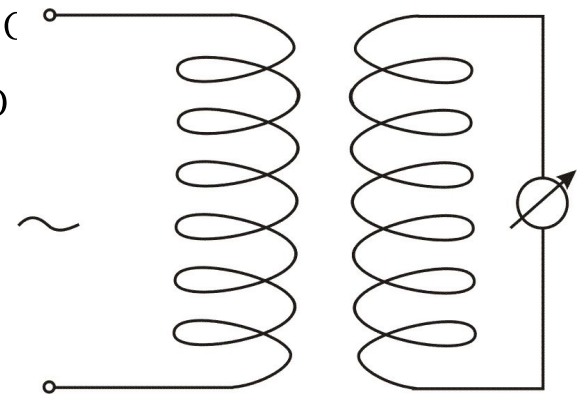
ориентируются по полю (пара и ферромагнетики) или поперек поля — диамагнетики.

Из школьного курса физики опыты



орошо
посто

Рис.19.1



стны:
гнит

Рис.19.2

Если вдвигать магнит в катушку или выдвигать, то в катушке возникнет электрический ток. То же самое с двумя близко расположенными катушками: если одной из катушек подключить

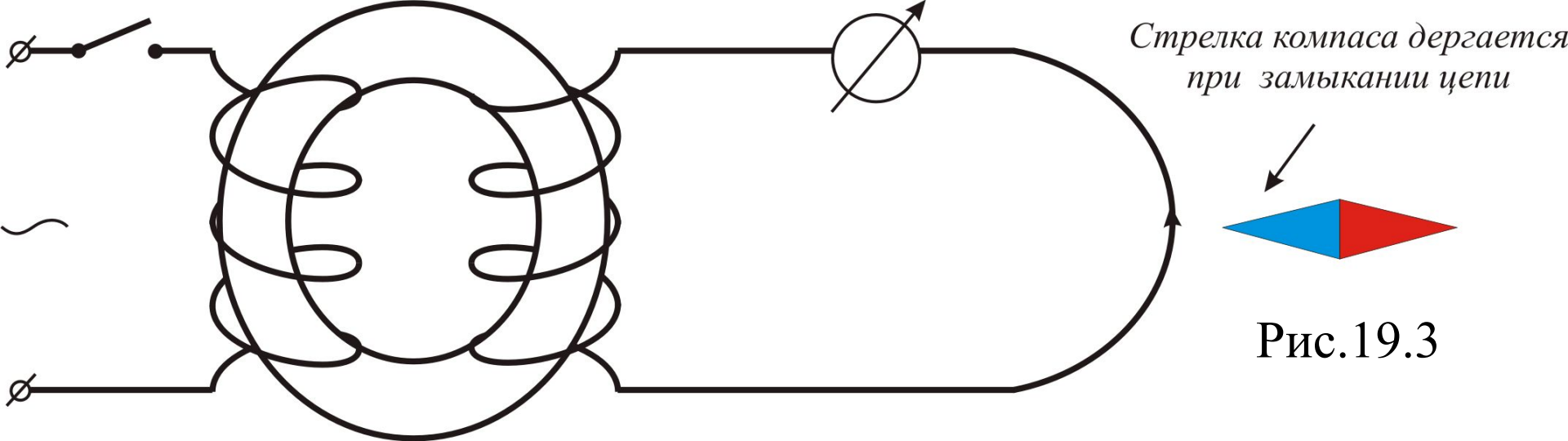


Рис.19.3

По определению Фарадея общим для этих опытов является то, что: **если поток вектора индукции, пронизывающий замкнутый, проводящий контур меняется, то в контуре возникает электрический ток.**

Это явление называют **явлением электромагнитной индукции, а ток — индукционным.** При этом, явление совершенно не зависит от способа изменения потока вектора магнитной индукции!!!

Итак, движущиеся заряды (ток) создают

Для каждого конкретного случая Фарадей указывал направление индукционного тока. В 1833 г. Ленц установил общее **правило нахождения направления тока - правило**

Ленца : индукционный ток всегда направлен так, что магнитное поле этого тока препятствует изменению магнитного потока, вызывающего индукционный ток.

Заполнение всего пространства однородным магнетиком приводит при прочих равных условиях к увеличению индукции в μ раз. Этот факт подтверждает то, что индукционный ток обусловлен $\nabla \cdot \mathbf{B}$ изменением потока вектора магнитной индукции \mathbf{B} , а не потока вектора напряженности \mathbf{E} .

Расшифруйте эту фразу к следующему занятию (цена –20 баллов)

19.2. ЭДС индукции для подвижного и неподвижного проводника

Для создания тока в цепи необходимо наличие электродвижущей силы. Поэтому явление электромагнитной индукции свидетельствует о том, что при изменении магнитного потока в контуре возникает электродвижущая сила индукции. Наша *задача*, используя законы сохранения энергии, найти величину ЭДС индукции и выяснить ее природу.

Рассмотрим перемещение подвижного участка $1 - 2$ контура с током в магнитном поле (рис. 19.4).

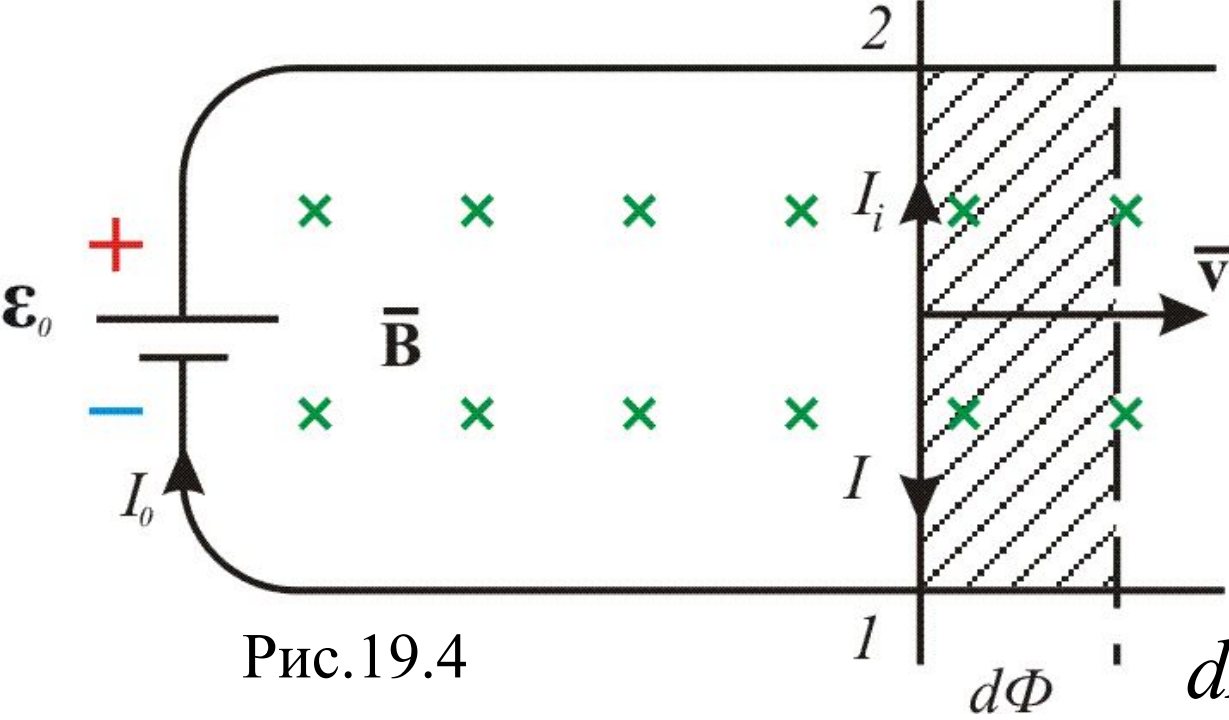


Рис.19.4

Пусть сначала магнитное поле \vec{B} отсутствует. Батарея с ЭДС равной \mathcal{E}_0 создает ток I_0 . За время dt , батарея совершает работу

$$dA = \mathcal{E}_0 \cdot I_0 dt \quad (19.2.1)$$

– эта работа будет переходить в тепло которое можно найти по закону Джоуля-Ленца:

$$Q = dA = \mathcal{E}_0 I_0 \cdot dt = I_0^2 \cdot R dt,$$

здесь $I_0 = \mathcal{E}_0 / R$, где R -полное сопротивление всего контура. Поместим контур в однородное магнитное поле с индукцией \vec{B} . Линии $\vec{B} \parallel \vec{n}$ связаны с направлением тока правилом буравчика. Поток Φ , сцепленный с контуром – положителен.

Каждый элемент контура испытывает механическую силу $d\vec{F}$. Подвижная сторона рамки будет испытывать силу \vec{F}_0 . Под действием этой силы участок 1 – 2 будет перемещаться со скоростью $v = dx/dt$. При этом изменится и поток магнитной индукции.

Тогда в результате электромагнитной индукции ток в контуре изменится и станет равным $I = I_0 - I_i$

Изменится и сила \vec{F}_0 которая теперь станет равна \vec{F} (сила \vec{F} – не добавочная, а результирующая). Эта сила за время dt произведет работу $dA: dA = Fdx = Id\Phi$.

Как и в случае, когда все элементы рамки неподвижны, источником работы является E_0 .

При неподвижном контуре эта работа сводилась только лишь к выделению тепла. В нашем случае тепло тоже будет выделяться, но уже в другом количестве, так как ток изменился. Кроме того, совершается механическая работа. Общая работа за время dt , равна: $E_0 I dt = I^2 R dt + I d\Phi$

(19.2.2)

Умножим левую и правую часть этого выражения на $\frac{1}{IRdt}$,
получим

$$\frac{\mathcal{E}_0}{R} = I + \frac{1}{R} \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{\mathcal{E}_0 - \frac{d\Phi}{dt}}{R} \quad (19.2.3)$$

Полученное выражение мы вправе рассматривать как закон Ома для контура, в котором кроме источника действует \mathcal{E}_i , которая равна:

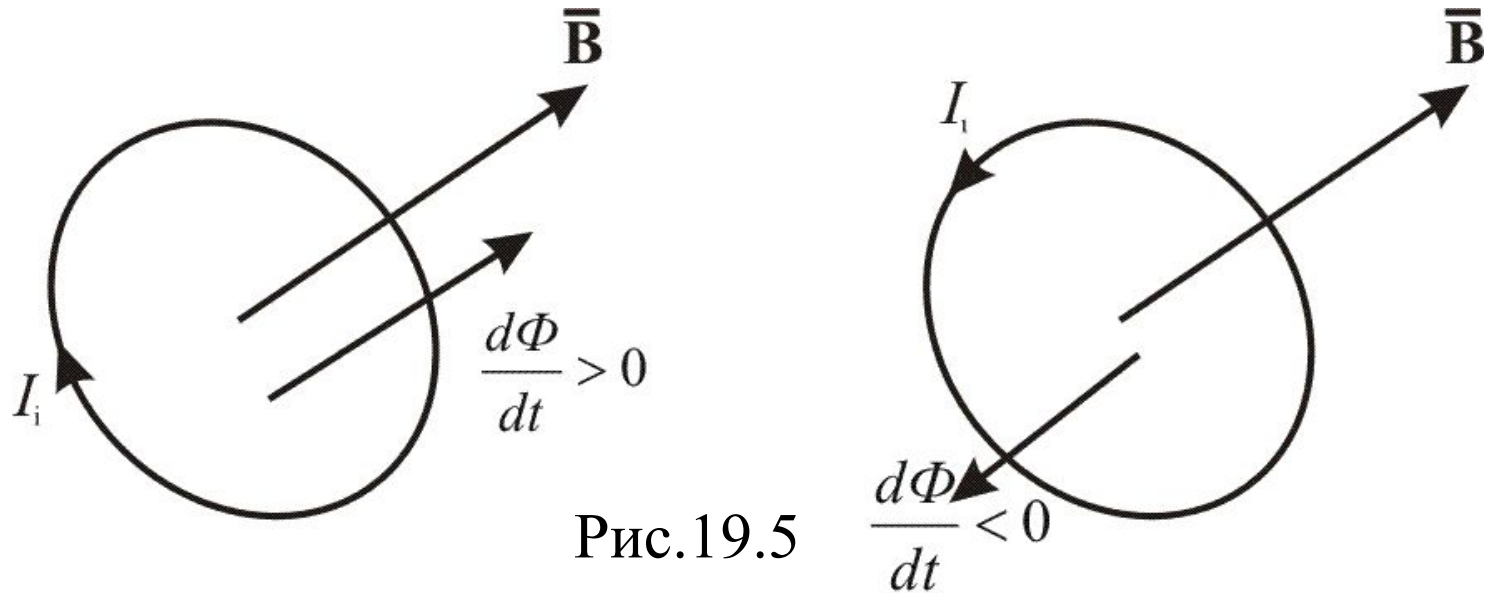
$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (19.2.4)$$

ЭДС индукции контура \mathcal{E}_i равна скорости изменения потока магнитной индукции, пронизывающей этот контур.

Это выражение для ЭДС индукции контура является совершенно универсальным, не зависящим от способа изменения потока магнитной индукции и носит название **закон Фарадея**.

Знак (-) – математическое выражение *правила Ленца* о направлении индукционного тока: **индукционный ток всегда направлен так, чтобы своим полем противодействовать изменению начального магнитного поля.**

Направление индукционного тока и направление $d\Phi/dt$ связаны *правилом буравчика* (рис. 19.5).



Размерность ЭДС индукции: $[E_i] = \frac{[\Phi]}{[t]} = \frac{Bc}{c} = B.$

Если контур состоит из нескольких витков, то надо пользоваться понятием **потокосцепления** (полный магнитный поток): $\Psi = \Phi \cdot N$,

где N – число витков. Итак, если

$$\mathbf{E}_i = -\sum_{i=1}^N \frac{d\Phi_i}{dt} = \frac{d}{dt} \sum \Phi_i \quad \text{и} \quad \sum \Phi = \Psi,$$

Тогда

$$\mathbf{E}_i = -\frac{d\Psi}{dt} \quad (19.2.5)$$

19.3. Природа ЭДС индукции

Ответим на вопрос, что является причиной движения зарядов, причиной возникновения индукционного тока? Рассмотрим рисунок 19.6.

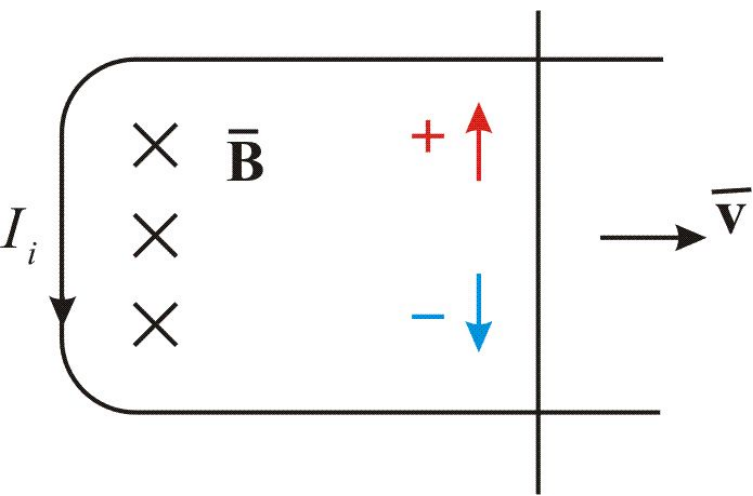


Рис.19.6

1) Если перемещать проводник в однородном магнитном поле, то под действием силы Лоренца, электроны будут отклоняться вниз, а положительные заряды вверх – возникает разность потенциалов. Это и будет - **сторонняя сила**, под действием которой течет ток. Как мы знаем, для положительных зарядов

$$F_{л} = q^+ [\vec{v}, \vec{B}]; \text{ для электронов } F_{л} = -e^- [\vec{v}, \vec{B}]$$

2) Если проводник неподвижен, а изменяется магнитное поле, какая сила возбуждает индукционный ток в этом случае? Возьмем обыкновенный трансформатор (рис.19.7).

Как только мы замкнули цепь первичной обмотки, во вторичной обмотке сразу возникает ток. Но ведь сила Лоренца здесь ни причем, ведь она действует на движущиеся заряды, а они в начале покоились (находились в тепловом движении – хаотическом, а здесь нужно направленное движение).

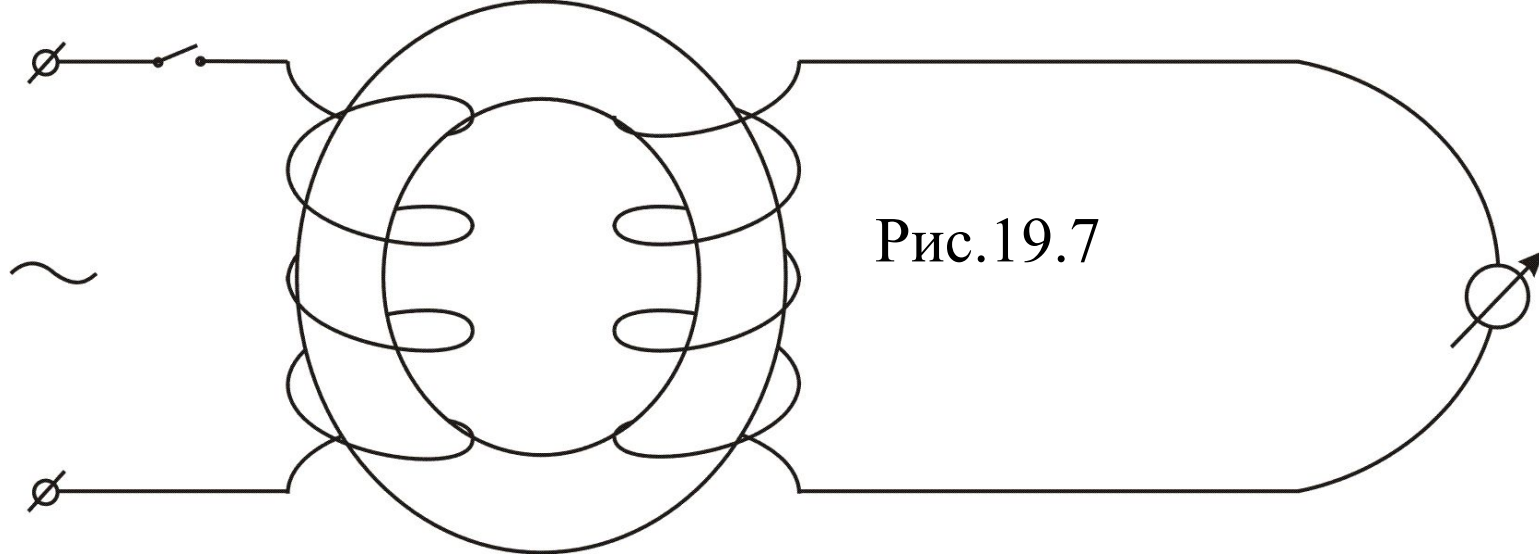


Рис.19.7

Ответ был дан Дж. Максвеллом в 1860 г.: *всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле (E')*. Оно и является причиной возникновения индукционного тока в проводнике. То есть E' возникает только при наличии переменного магнитного поля (на постоянном токе трансформатор не работает). *Сущность явления электромагнитной индукции* совсем не в появлении индукционного тока (ток появляется тогда, когда есть заряды и замкнута цепь), а *в возникновении вихревого электрического поля* (не только в проводнике, но и в окружающем пространстве, в вакууме).

Это поле имеет совершенно иную структуру, нежели поле, создаваемое зарядами. Так как оно не создается зарядами, то силовые линии не могут начинаться и заканчиваться на зарядах, как это было у нас в электростатике. Это поле вихревое, силовые линии его замкнуты.

Раз это поле перемещает заряды, следовательно, оно обладает силой. Введем вектор напряженности вихревого электрического поля \mathbf{E}' . Сила с которой это поле действует на заряд q

$$\mathbf{F}' = q\mathbf{E}'$$

Но когда заряд q движется в магнитном поле, на него действует сила Лоренца $\mathbf{F}'_L = q[\mathbf{v}, \mathbf{B}]$. Эти силы должны быть равны в силу закона сохранения энергии:

$$q\mathbf{E}' = -q[\mathbf{v}, \mathbf{B}], \text{ отсюда } \mathbf{E}' = -[\mathbf{v}, \mathbf{B}] \quad (19.3.1)$$

здесь \mathbf{v} - скорость движения заряда q относительно \mathbf{B} . Но для явления электромагнитной индукции важна скорость изменения магнитного поля $\dot{\mathbf{B}}$. Поэтому можно записать:

$$\mathbf{E}' = -[\dot{\mathbf{B}}, \mathbf{B}] \quad (19.3.2)$$

Где \vec{v}_B – скорость движения магнитного поля \vec{B} относительно заряда. Так как $E_i = -\frac{d\Phi}{dt}$ и если $S = \text{const}$, то $E_i = -S \frac{dB}{dt}$, где

$\frac{dB}{dt}$ – есть скорость изменения B .

19.4. Циркуляция вектора напряженности вихревого электрического поля

Чему равна циркуляция вектора \vec{E} в случае изображенном на рисунке 19.8?

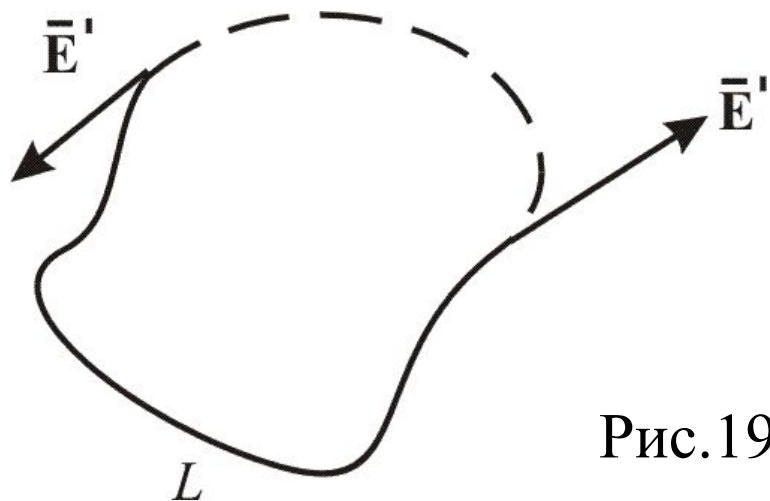


Рис.19.8

Работу вихревого электрического поля по перемещению заряда можно подсчитать по формуле

$$dA = q \oint \vec{E}' d\vec{l}.$$

Вспомним: работа L по перемещению единичного заряда вдоль замкнутой цепи равна ЭДС, действующей в этой цепи. Следовательно,

$$\oint_L \mathbf{E}' d\mathbf{l} = E_i, \quad (19.4.1)$$

так как никаких других сторонних сил в цепи, где течет индукционный ток, нет. Тогда

$$\oint_L \mathbf{E}' d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (19.4.2)$$

Эти выражения справедливы всегда, независимо от того, выполнен контур в виде линейного проводника, диэлектрика или речь идет о контуре (**мысленном**) в вакууме.

Если контур выполнен из диэлектрика, то каждый элемент его поляризуется в соответствии с действующим электрическим полем.

Если заряд движется в вакууме по контуру, то при каждом обходе контура механическая энергия его возрастает на величину

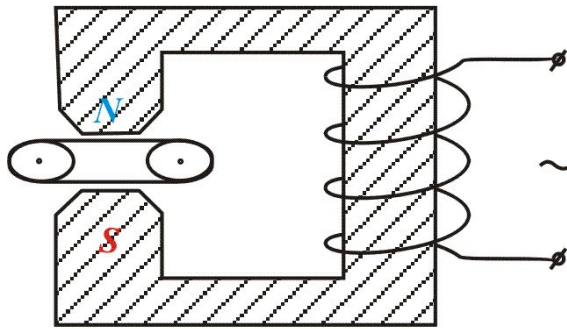
$$\frac{mv^2}{2} = \oint_L q \mathbf{E}' d\mathbf{l} = qE_i; \quad (19.4.3)$$

(при движении заряда в проводнике из-за сопротивления устанавливается динамическое равновесие).

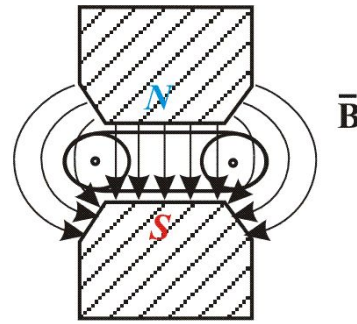
На использовании этого факта основан оригинальный ускоритель электронов – *бетатрон*.

19.5. Бетатрон.

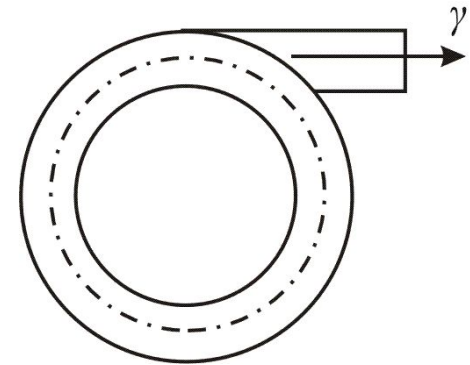
Так называют индукционный ускоритель электронов, в котором ускорение осуществляется вихревым электрическим полем (рис.19.9, а).



а)



б)



в)

Прибор состоит из тороидальной вакуумной камеры (рис.19.9, в), помещающейся между полюсами электромагнита специальной формы (рис.19.9, б). Обмотка электромагнита питается переменным током с частотой (рис. 11.9) $\nu \approx 100$ Гц.

Переменное магнитное поле выполняет две функции: во-первых, создает вихревое электрическое поле, ускоряющее электроны внутри тороида; во-вторых, удерживает электроны на орбите (силовые линии располагаются так, чтобы пучок электронов

находился в состоянии устойчивого равновесия в центре тора). За время порядка 10^{-3} с электроны успевают сделать до 10^6 оборотов и приобрести энергию до 500 МэВ (сотни МэВ в разных ускорителях). При такой энергии скорость электронов близка к скорости света ($v \approx c$). Кроме того, сам же пучок электронов в данном случае выполняют роль вторичной обмотки трансформатора. В конце цикла ускорения включается дополнительное магнитное поле, которое отклоняет электроны от стационарной орбиты и направляет их на специальную мишень, расположенную внутри камеры. Попадая на мишень электроны тормозятся в ней и испускают жесткие γ – лучи или рентген, которые используются в ядерных исследованиях при неразрушающих методах контроля, в медицине и т.д. Был даже создан специальный институт для разработки и исследования бетатронов – НИИИН при ТПУ

19.6. Токи Фуко (вихревые токи)

До сих пор мы рассматривали индукционные токи в линейных проводниках. Но индукционные токи будут возникать и в толще сплошных проводников при изменении в них потока вектора магнитной индукции. Они будут циркулировать в веществе проводника (напомним, что линии – замкнуты). Так как электрическое поле вихревое и токи называются вихревыми.

Именно поэтому сердечник трансформатора делают не сплошным, а из пластин изолированных друг от друга иначе сердечник сильно бы грелся – это вредное действие токов Фуко.

Вихревые токи имеют и полезное применение:

- 1) Демпфирования механических колебаний различных приборов;
- 2) Нагрев металлов в индукционных печах, где используется ВЧ-генератор: металл разогревается, а тигель из диэлектрика – остается холодным.

19.7. Скин-эффект

В проводниках, по которым текут токи высокой частоты (ВЧ), также возникают вихревые токи, существенно изменяющие картину распределения плотности тока по сечению проводника.

При этом вихревые токи по оси проводника текут против направления основного тока, а на поверхности – в том же направлении (рис. 19.10).

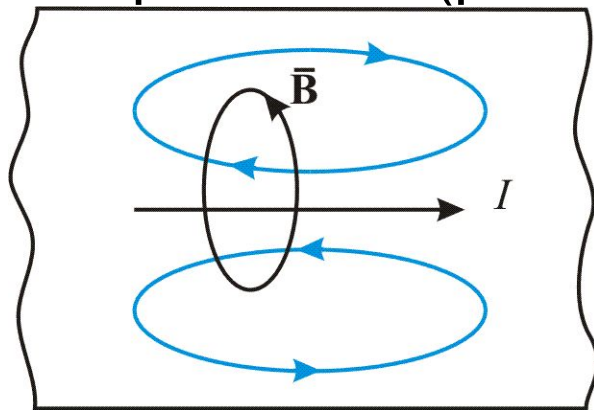


Рис. 19.10

Ток как бы вытесняется на поверхность. Это и есть *скин-эффект*. Поэтому проводники в ВЧ- схемах нет смысла делать сплошными: в ВЧ-генераторах

проводники выполнены в виде - волноводов - полых трубок. Поверхностный слой проводника, по которому текут вихревые токи, называется – *скинслоем*. ВЧ-токи используются для закалки поверхностей деталей: поверхностный слой разогревается быстро в ВЧ поле, закаливается и становится прочным, но не

хрупким, так как внутренняя часть детали – не разогревалась и не закаливалась.

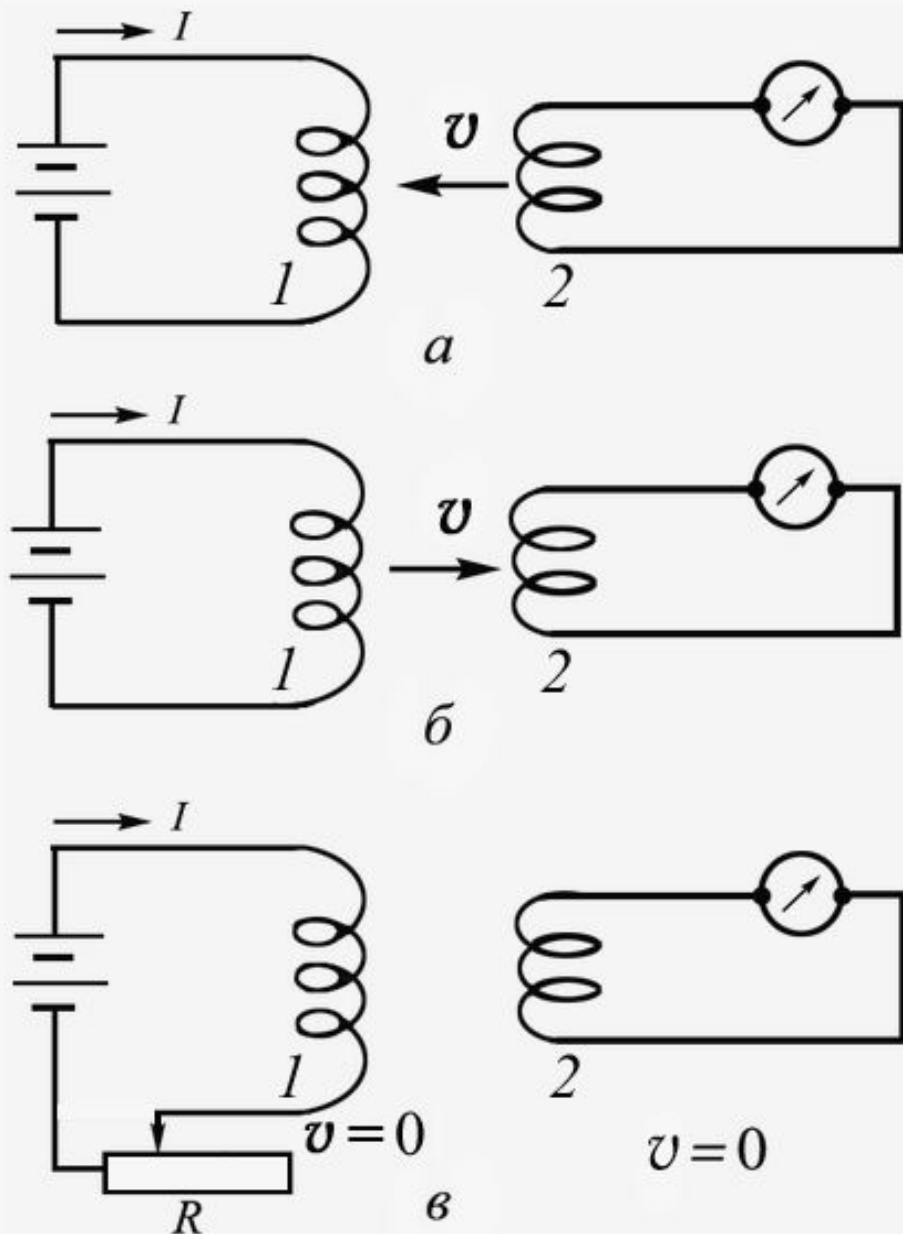
Дальнейшие исследования показали, что в замкнутом контуре при любом изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур, возбуждается электрический ток – ток индукции, или индукционный ток. Величина этого тока тем больше, чем выше скорость изменения магнитного потока в замкнутом контуре(рис. 3).

Рис. 3. Возникновение ЭДС индукции:

а – при движении зарядов контура 2 в магнитном поле контура 1;

б – при изменении потока вектора магнитной индукции в контуре 2 при движении к нему контура 1. ЭДС индукции не отличается от случая (*а*);

в – ток в контуре 1 нарастает таким образом, чтобы изменение магнитного потока в контуре 2 совпадало со случаем (*а*) и (*б*)



Но если магнитный поток, пронизывающий замкнутый проводящий контур, остается постоянным, то никакого электрического тока не наблюдается.

Отсутствие тока в проводниках, размещенных в статическом магнитном поле, не позволяло долгое время обнаружить возможность получения с помощью магнитных полей электрического тока.

Если мы начнем вращать рамку с проводом в постоянном магнитном поле и будем при помощи скользящих контактов замыкать цепь, то обнаружим, что во внешней цепи и по рамке течет ток, т.е. в цепи поддерживается электродвижущая сила. Таким образом, мы

получили

генератор

переменного

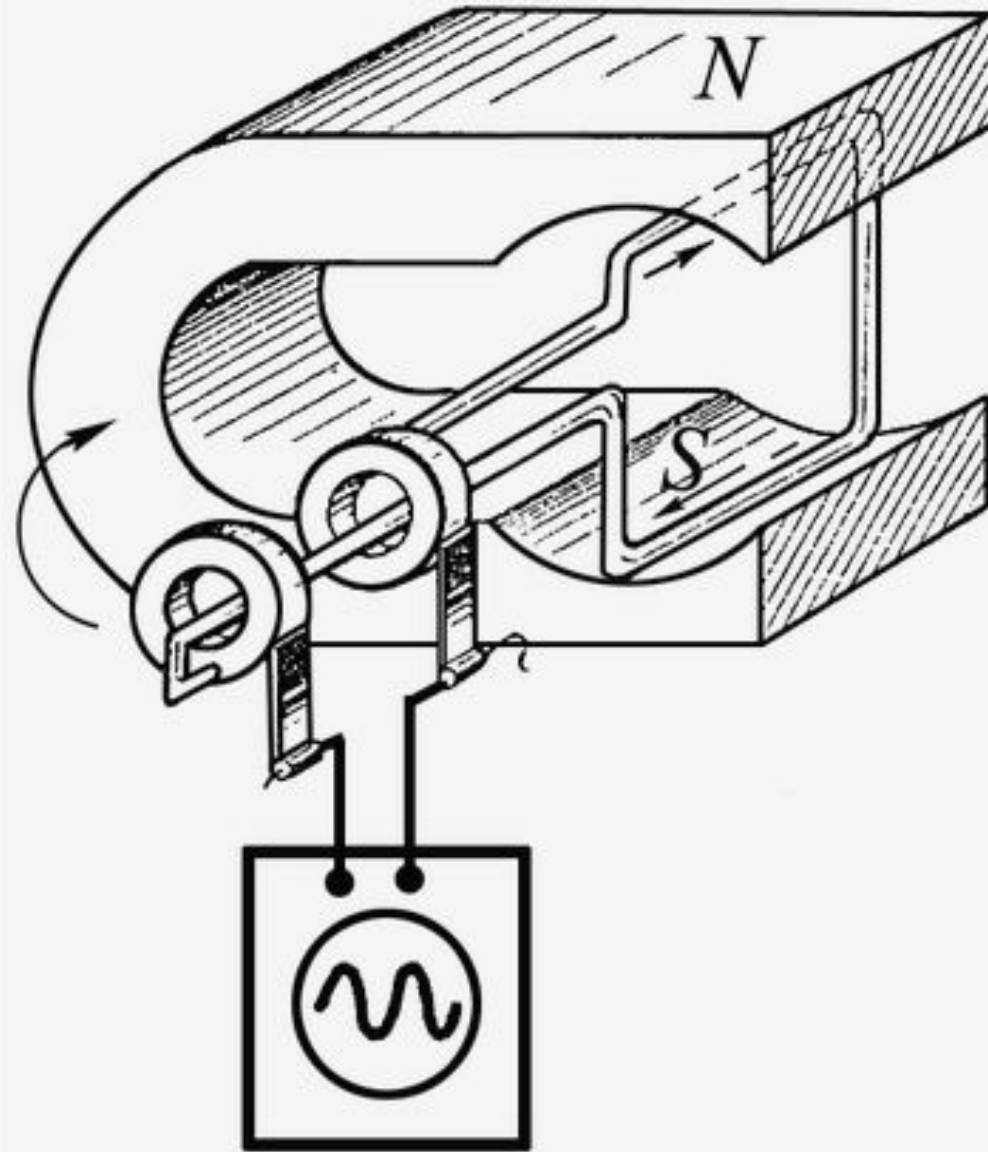


Рис. 4

Фарадей открыл, что величина ЭДС индукции пропорциональна скорости изменения потока вектора магнитной индукции Φ , пронизывающего рамку:

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Поток вектора магнитной индукции равен скалярному произведению вектора магнитной индукции \mathbf{B} на площадь рамки \mathbf{S}

$$\Phi = (\mathbf{B}\mathbf{S})$$

Знак «минус» в этой формуле говорит о том, что ЭДС индукции порождает в замкнутой цепи индукционный ток, направленный таким образом, чтобы препятствовать изменению магнитного потока в замкнутом контуре.

Это правило, определяющее знак в формуле для ЭДС индукции и направление индукционного тока, было установлено в 1833 г. петербургским академиком Ленцем и называется правилом Ленца.

Явление электромагнитной индукции лежит и в основе принципа работы телефона – аппарата, передающего речь на расстоянии.

Первоначально телефон состоял из двух одинаковых «слухофонов», соединенных длинными проводами. Принцип устройства состоит в том, что звуковые колебания воздуха передаются металлической мембране, замыкающей полюса магнитов, на которых намотана катушка с проволокой. Движение мембраны под действием волн изменяет величину магнитного поля в сердечнике. В результате в катушке, намотанной на сердечник, возникает ЭДС.

Если концы катушки присоединить ко второму точно такому же «слухофону», то в нем электрический ток, являющийся электрическим изображением звука первого слухофона, будет изменять силу притяжения мембраны к магниту.

Она начнет совершать колебания и породит звуковые волны, подобные тем, что заставляли колебаться первую мембрану. Так, человеческий голос был впервые передан Беллом по проводам (рис. 5).

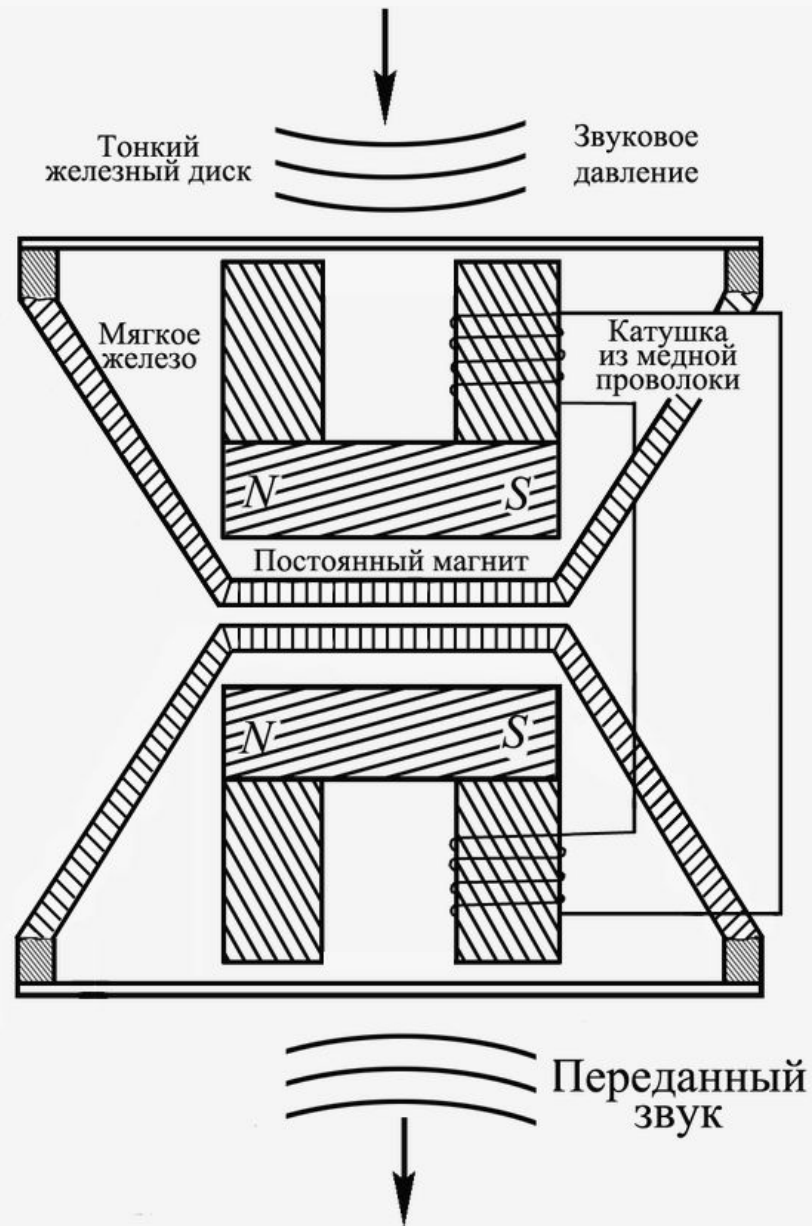


Рис. 5. Устройство телефона Белла

В настоящее время в качестве источника звука в телефонах применяется устройство, подобное описанному. В качестве приемника звука – микрофона используется угольный микрофон, изменяющий сопротивление угольного порошка в месте контакта с угольной мембраной под действием звукового давления, что приводит к изменению тока в цепи, питаемой от внешних батарей.

Закон Фарадея может быть получен, исходя из закона сохранения энергии.

Работа при перемещении контура с током I в магнитном поле равна

$$\delta A = -I d\Phi,$$

где $d\Phi$ – изменение потока магнитной индукции в контуре при его перемещении в магнитном поле.

Затрачиваемая работа идет в нашем случае на перемещение зарядов по замкнутому контуру и определяется законом Джоуля – Ленца

$$\delta A = \varepsilon I dt,$$

где ε – ЭДС, I - ток, возбуждаемые в контуре.

Приравнивая эти два соотношения, получаем для ЭДС электромагнитной индукции закон Фарадея

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

– ЭДС индукции со знаком «минус» равна скорости изменения магнитного потока в магнитном контуре.

2. Правило Ленца

Индукционный ток в замкнутом контуре всегда имеет такое направление, что он ослабляет действие причины, возбуждающей этот ток. Это правило установлено в 1834 г. Ленцем.

Правило Ленца можно продемонстрировать с помощью соленоида с металлическим сердечником, на который надето алюминиевое кольцо (рис. 6).

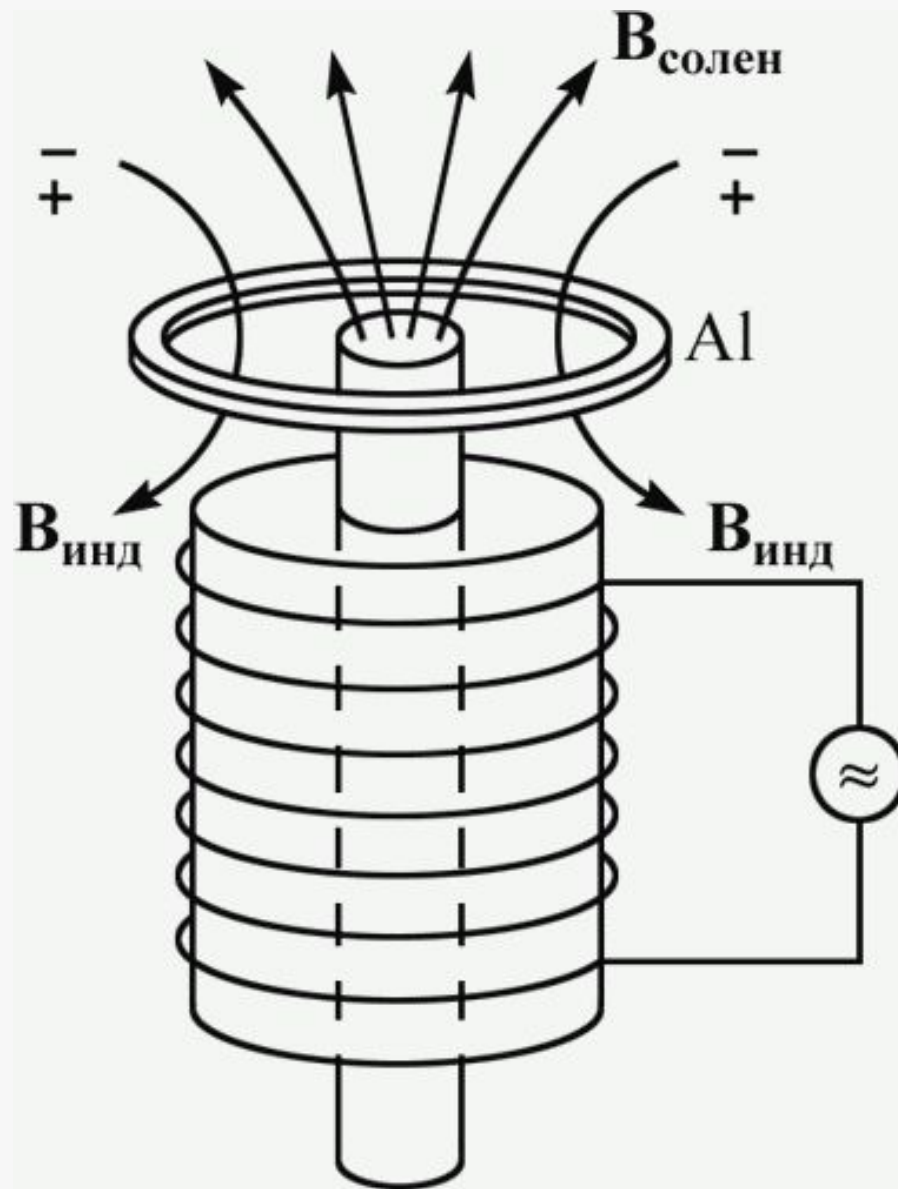


Рис. 6

Если соленоид подключить к источнику переменного тока, то алюминиевое кольцо зависает над сердечником. Необходимую для этого силу порождают индукционные токи, возбуждаемые в кольце.

Тот факт, что кольцо выталкивается с сердечника, говорит о том, что индукционные токи в нем препятствуют изменению магнитного поля, проходящего через кольцо. Кольцо отталкивается от катушки, как отталкиваются одноименные полюса магнитов. Если в кольце сделать разрез по радиусу, то ток в кольце исчезнет и кольцо не будет отталкиваться.

Этот опыт показывает, что сила отталкивания обусловлена индукционными токами в кольце.

Индукционные токи возбуждаются в массивных проводниках, движущихся в магнитных полях. Эти вихревые индукционные токи называются токами Фуко.

Если медную пластину отклонить от положения равновесия и отпустить так, чтобы она вошла со скоростью v в пространство между полосами магнита, то пластина практически остановится в момент ее вхождения в магнитное поле (Рис. 7). Замедление движения связано с возбуждением в пластине вихревых токов, препятствующих изменению потока вектора магнитной индукции.

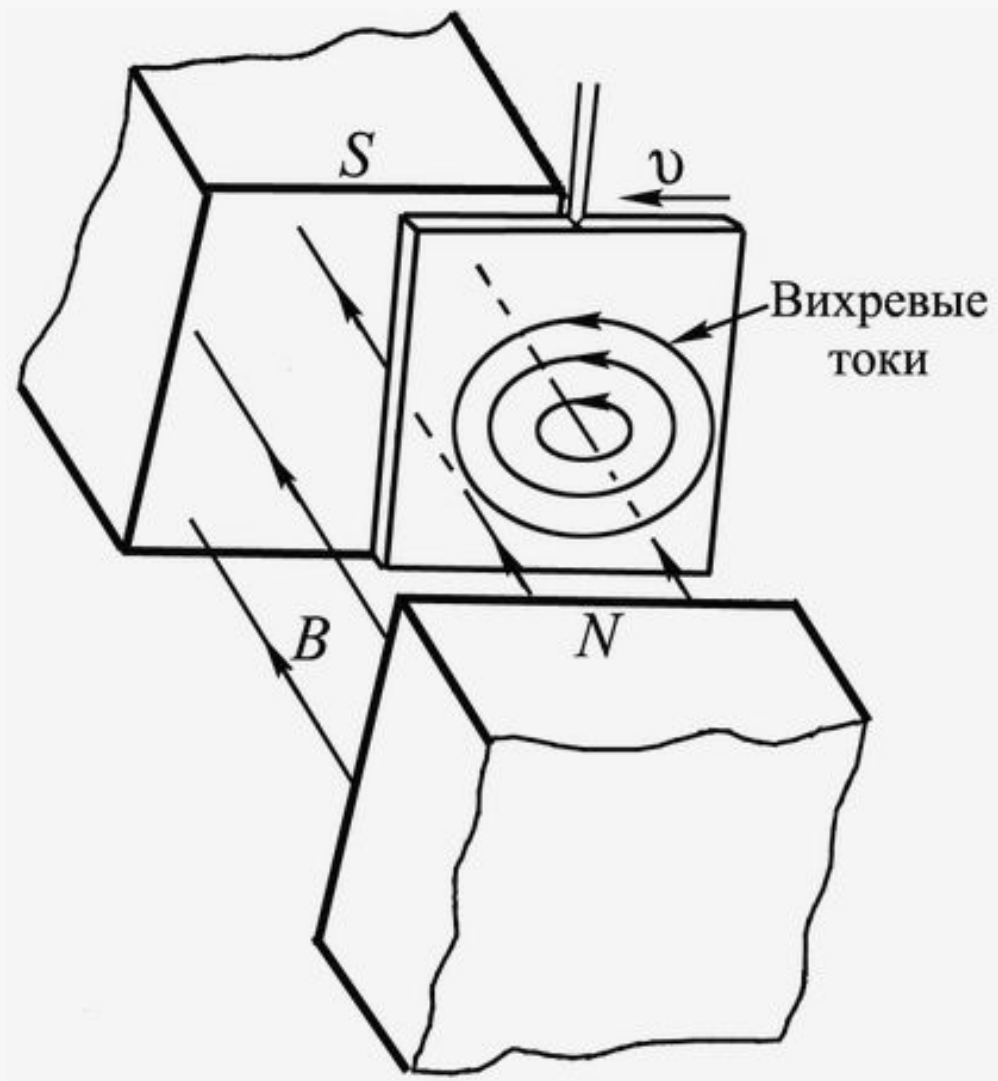


Рис. 7

Тормозящее действие тока Фуко используется для создания магнитных успокоителей — демпферов.

Если под качающейся в горизонтальной плоскости магнитной стрелкой расположить массивную медную пластину, то возбуждаемые в медной пластине токи Фуко будут тормозить колебание стрелки. Магнитные успокоители такого рода используются в сейсмографах, гальванометрах и других приборах.

Токи Фуко применяются в электрометаллургии для плавки металлов. Металл помещают в переменное магнитное поле, создаваемое током частотой 500÷2000 Гц. В результате индуктивного разогрева металл плавится, например, при подведенной мощности 600 кВт тонна металла плавится за 40–50 минут.

Если быстропеременный высокочастотный ток протекает по проводнику, то индуцируемые в проводнике вихревые токи препятствуют равномерному распределению плотности тока по поперечному сечению проводника. Плотность тока на оси провода оказывается меньше, чем у его поверхности. Ток как бы вытесняется на поверхность провода (рис. 8).

Это явление называется скин-эффектом (от англ. *skin* – кожа, оболочка).

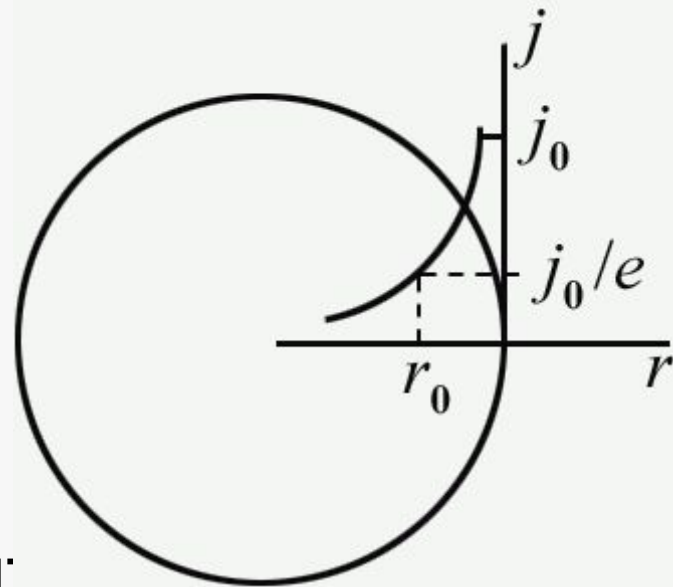
При нарастании тока в проводе ЭДС индукции направлена против тока.

Электрическое поле самоиндукции максимально на оси провода, что приводит к неравномерному распределению плотности тока.

Плотность тока убывает от поверхности к оси провода примерно по экспоненциальному закону

$$j = j_0 \exp(-\alpha r),$$

где α коэффициент затухания



Например, для меди глубина проникновения тока – расстояние, на котором плотность тока

уменьшается в e раз, равна $r_0 = \frac{1}{\alpha} = \frac{66}{\sqrt{\nu}}$ мм, где частота ν берется в герцах.

При частоте $\nu = 50$ Гц $r_0 = 10$ мм – ток практически равномерно распределен по объему проводов, исключая очень толстые кабели. Но при высокочастотных колебаниях $\nu \approx 100$ МГц $= 10^8$ Гц глубина проникновения равна $r_0 \approx 7 \cdot 10^{-3}$ мм – ток почти целиком течет по поверхности провода.

По этой причине с целью уменьшения потерь поверхность высокочастотных контуров серебрят.

3. Вихревое электрическое поле

Закон Фарадея говорит, что изменение потока вектора магнитной индукции вызывает появление в замкнутом контуре электрического тока.

Если контур замкнут, то в нем возникает ЭДС индукции. **Электрическое поле способно перемещать заряды по замкнутому контуру, совершая при этом над ними работу.**

Максвелл первым понял, что главное в явлении электромагнитной индукции – это возникновение в пространстве электрического поля под действием переменного магнитного поля. Причем наличие проводников не является для этого обязательным.

Переменное магнитное поле может породить вихревое электрическое поле и в свободном от проводников пространстве, в том числе и в вакууме.

Порождаемое переменным магнитным полем \mathbf{B} электрическое поле \mathbf{E} является вихревым.

Поскольку его работа по перемещению единичного положительного заряда по замкнутому контуру L ,

$\mathcal{E} = \oint_{\Gamma} (\mathbf{E}, d\mathbf{l})$, не равна нулю, а равна со знаком Γ

«минус» ЭДС (закон Фарадея).

Математически это можно записать в виде уравнения

$$\oint (\mathbf{E}, d\mathbf{l}) = - \frac{\partial}{\partial t} \int (\mathbf{B}, d\mathbf{S})$$

где S – поверхность, ограниченная замкнутым контуром L , а частная производная $\partial/\partial t$ означает, что контур L и поверхность S не изменяются со временем.

Последнее уравнение может быть приведено к дифференциальной форме.

Для этого воспользуемся теоремой Стокса и преобразуем контурный интеграл от вектора \mathbf{E} к поверхностному:

$$\oint_{\Gamma} (\mathbf{E}, d\mathbf{l}) = \int_S (\text{rot } \mathbf{E}, d\mathbf{S}) = - \int_S \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, d\mathbf{S} \right)$$

(ротором или вихрем называется величина, равная векторному произведению $[\nabla, \mathbf{C}]$ и обозначается как $\text{rot}\mathbf{C}$.)

Поскольку контур L и поверхность S произвольны, то последнее равенство имеет место лишь при условии

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

Это соотношение является дифференциальной формой закона электромагнитной индукции и представляет одно из основных уравнений теории электромагнитного поля (уравнение Максвелла).

Как мы видели в электростатике, для неподвижных зарядов электрическое поле являлось потенциальным и может быть выражено через энергетическую характеристику электростатического поля – потенциал :

$$\mathbf{E} = -\text{grad}\phi,$$

и оно не могло обеспечить движение зарядов по замкнутым проводам, поскольку в этом случае

$$\oint_{\Gamma} (\mathbf{E}, d\mathbf{l}) = \int_S \text{rot}(-\text{grad}\phi) d\mathbf{S} = 0$$

– его работа по перемещению единичного заряда по замкнутому контуру равна нулю.

Но электрическое поле, порождаемое переменным магнитным полем, не потенциально, а является вихревым полем.

Оно имеет конечную тангенциальную составляющую при перемещении заряда по замкнутому контуру и способно вызвать непрерывное течение электричества в замкнутых проводниках, т.е. появление ИНДУКЦИОННЫХ ТОКОВ.

Если электрическое поле создается одновременно неподвижными зарядами q , для которых

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}_q = 0,$$

и переменным магнитным полем \mathbf{B} , в соответствии с уравнением Максвелла,

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}_B = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

то полное поле $\mathbf{E} = \mathbf{E}_q + \mathbf{E}_B$ также удовлетворяет уравнению Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

Поскольку изменение со временем вектора **\mathbf{V}** приводит к появлению вихревого электрического поля, способного вызвать индукционные токи в замкнутых проводниках, то вектор **\mathbf{V}** и получил название вектора магнитной индукции.

4. Самоиндукция

Если ток в обмотке катушки или соленоида меняется, то меняется и магнитный поток, пронизывающий каждый виток.

Согласно закону Фарадея, в каждом витке обмотки индуцируется ЭДС, во всей катушке величина ЭДС индукции, вызванная изменением тока в этой катушке, – ЭДС самоиндукции

$$\varepsilon = - \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

Где $\Psi = \sum_{i=1}^N \Phi_i$

- полный магнитный поток (потокосцепление), охватывающий всю катушку; N – число витков в катушке

Явление возникновения ЭДС индукции в проводящем контуре при изменении в нем силы тока называется самоиндукцией.

Самоиндукция представляет частный случай электромагнитной индукции.

Направление ЭДС самоиндукции препятствует возрастанию тока в цепи при его увеличении и его убыванию при уменьшении тока в цепи.

Самоиндукция подобна инерции в механическом движении.

Поток вектора магнитной индукции Ψ , посылаемый током I через свой собственный контур, равен

$$\Psi = LI,$$

где L – коэффициент самоиндукции произвольного замкнутого контура.

Величина индуктивности L определяется геометрией контура, числом витков N , магнитными свойствами окружающей среды.

В частности, для соленоида с магнитным сердечником

$$L = \mu\mu_0 \left(\frac{N}{l} \right)^2 V$$

где μ – магнитная проницаемость сердечника;
 N , l , V – полное число витков, длина и объем соленоида.

Таким образом, ЭДС самоиндукции равна

$$\varepsilon = - \frac{d(LI)}{dt}$$

Если индуктивность контура постоянна, то ЭДС самоиндукции пропорциональна скорости изменения тока в цепи

$$\varepsilon = -L \frac{dI}{dt}$$

За единицу индуктивности в СИ принимается индуктивность такого проводника, у которого при силе тока 1 А возникает связанный с ним магнитный поток Ψ , равный 1 Вб. Эту единицу называют Генри (Гн)

$$[L](\text{Гн}) \cdot [I](\text{А}) = [\Psi](\text{Вб}).$$

5. Токи при замыкании и размыкании цепи

В электрической цепи, содержащей постоянную ЭДС, при замыкании цепи сила тока за счет ЭДС самоиндукции устанавливается не мгновенно, а через некоторый промежуток времени.

При выключении источника тока, но в замкнутой цепи, ток не прекращается мгновенно. Возникающая при размыкании цепи ЭДС может многократно превышать ЭДС источника тока.

Пусть в цепь с источником постоянного тока ε и полным омическим сопротивлением R

Рассмотрим изменение тока в такой цепи при включении и выключении источника постоянного тока. При этом цепь всегда остается замкнутой

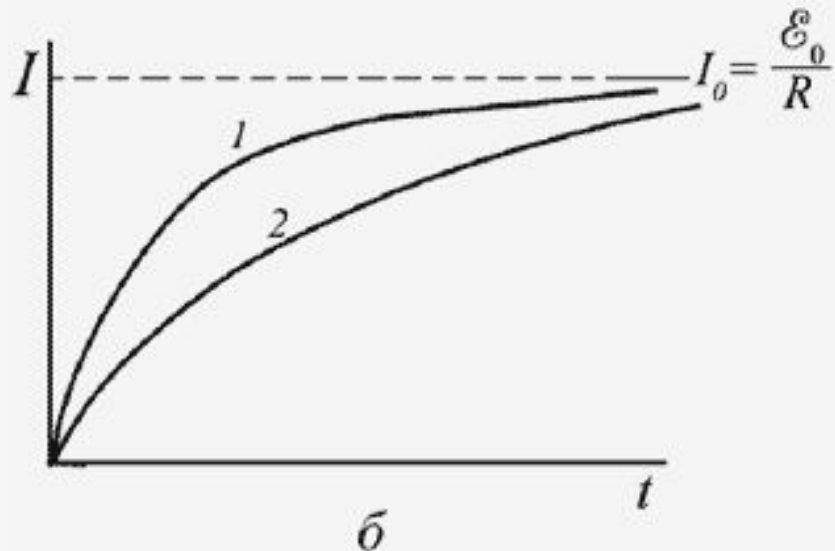
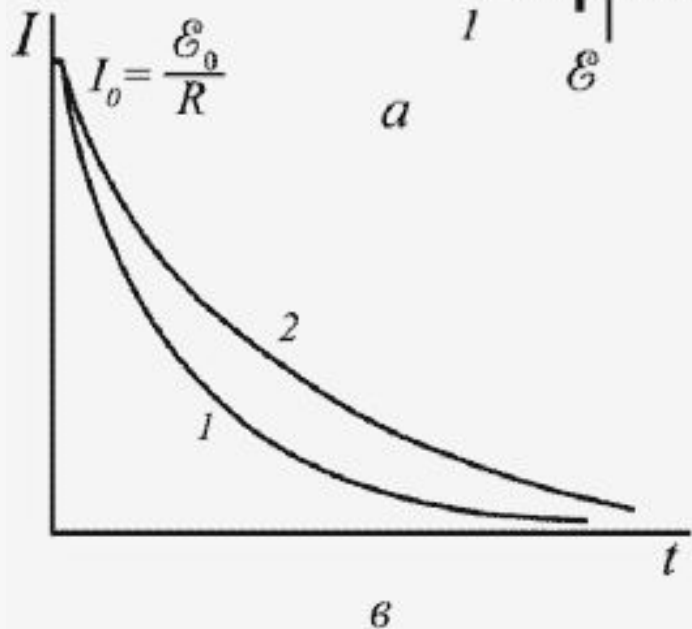
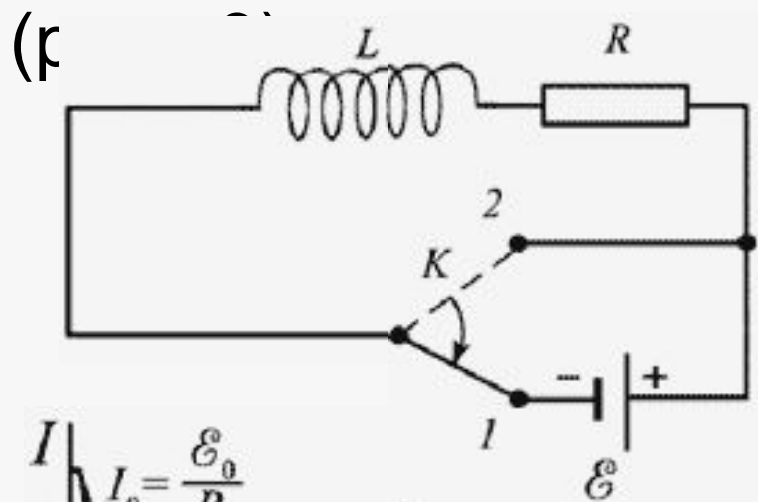


Рис. 9.

Величина тока, согласно закону Ома, равна

$$I = \frac{\mathbf{E} + \mathbf{E}_L}{R}$$

где ε_L – ЭДС самоиндукции:

$$\varepsilon_L \equiv -\frac{d(LI)}{dt}$$

Пусть индуктивность контура при подключении ЭДС остается постоянной, тогда

$$\varepsilon_L \equiv -L \frac{dI}{dt}$$

Для определения закона нарастания тока в цепи мы получаем следующее уравнение:

$$IR = \varepsilon - L \frac{dI}{dt}$$

решением которого при нулевом начальном токе в цепи $I_0 = 0$, является зависимость

$$I(t) = \frac{\mathbf{E}}{R} \left(1 - e^{-t/\tau} \right)$$

$\tau = L/R$ – постоянная времени установления тока (рис. 9б).

Время τ тем меньше, чем меньше индуктивность цепи и выше сопротивление.

6. Взаимная индукция. Трансформатор

Пусть рядом находятся две катушки Γ_1 и Γ_2 , состоящие из N_1 и N_2 витков, по которым текут токи I_1 и I_2 (рис. 10).

Если пространство заполнено однородным магнитным материалом, то магнитные потоки Ψ_1 и Ψ_2 через контуры Γ_1 и Γ_2 равны

$$\Psi_1 = L_1 I_1 + L_{12} I_2, \quad \Psi_2 = L_2 I_2 + L_{21} I_1.$$

Здесь: $L_1 I_1$, $L_2 I_2$ – магнитные потоки, созданные токами I_1 и I_2 в контуре Γ_1 и Γ_2 ;

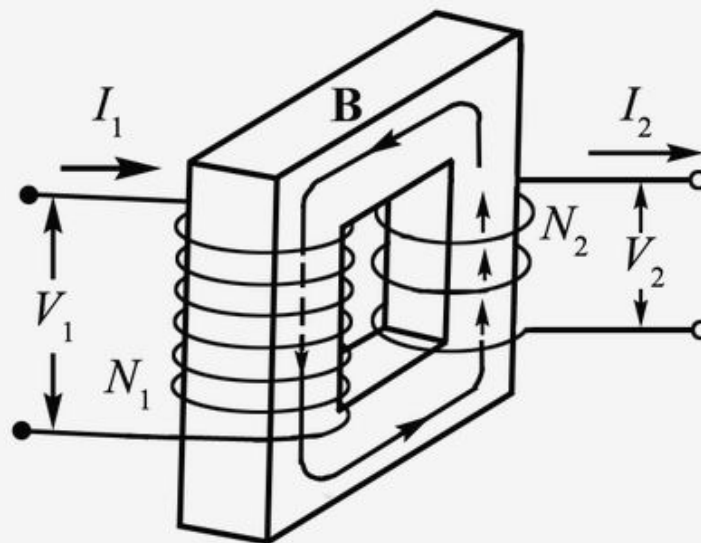
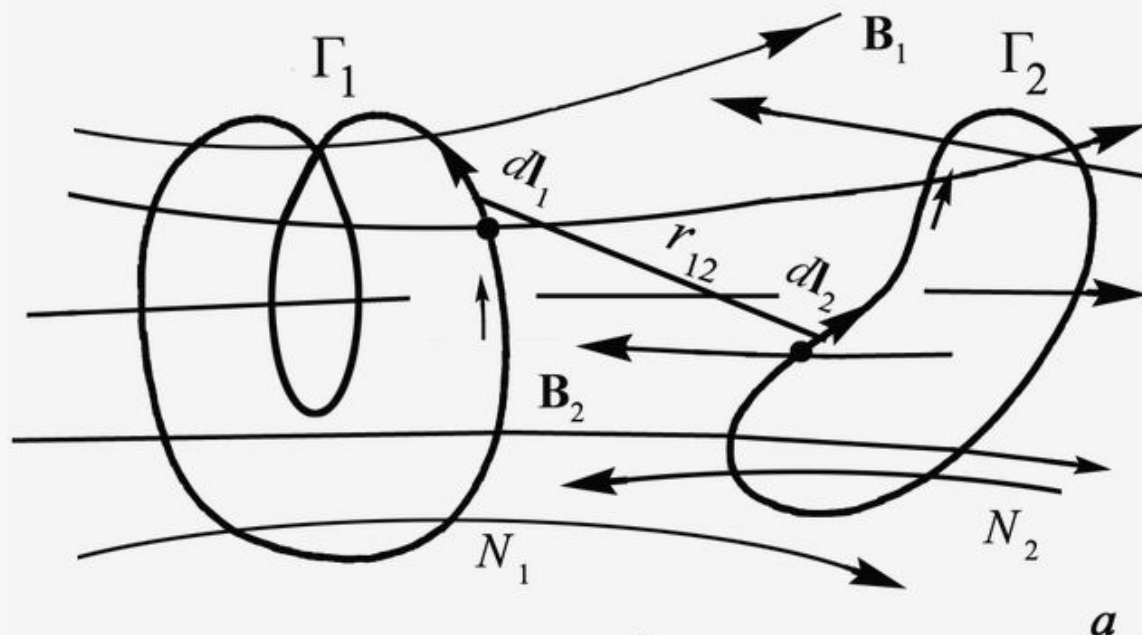
L_1 и L_2 – индуктивности контуров Γ_1 и Γ_2 .

$\Psi_{12} = L_{12} I_2$, $\Psi_{21} = L_{21} I_1$ – магнитные потоки, созданные токами I_2 и I_1 в контурах Γ_1 и Γ_2 , $L_{12} = L_{21}$ – коэффициенты взаимной индукции, равные:

$$L_{12} = L_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_{\Gamma_1} \iint_{\Gamma_2} \frac{d\mathbf{l}_1 \cdot d\mathbf{l}_2}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}|}$$

Рис. 10. Два контура Γ_1 , Γ_2 обладают взаимной индукцией (а).

Явление взаимной индукции используется в трансформаторе для преобразования величины напряжения V_1 в V_2 (б).



а

б

В общем случае изменение тока в контуре Γ_1 индуцирует в контуре Γ_2 , помимо ЭДС самоиндукции, дополнительную ЭДС, равную

$$\varepsilon_{12} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}$$

Аналогично за счет изменения тока в контуре Γ_2 возникает переменный магнитный поток, индуцирующий в контуре Γ_1 дополнительную ЭДС, равную

$$\varepsilon_{21} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

При наличии магнитного взаимодействия между контурами Γ_1 и Γ_2 контуры Γ_1 и Γ_2 называются связанными, а явление возникновения ЭДС в одном из контуров при изменении силы тока в другом называется взаимной индукцией.

Аналогично за счет изменения тока в контуре Γ_2 возникает переменный магнитный поток, индуцирующий в контуре Γ дополнительную ЭДС, равную

$$\varepsilon_{21} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

При наличии магнитного взаимодействия между контурами Γ_1 и Γ_2 контуры Γ_1 и Γ_2 называются связанными, а явление возникновения ЭДС в одном из контуров при изменении силы тока в другом называется взаимной индукцией.

При наличии магнитного взаимодействия между контурами Γ_1 и Γ_2 контуры Γ_1 и Γ_2 называются связанными, а явление возникновения ЭДС в одном из контуров при изменении силы тока в другом называется взаимной индукцией.

Коэффициенты $L_{12} = L_{21}$ называются коэффициентами взаимной индукции или взаимной индуктивностью контуров. В отсутствие ферромагнетиков эти коэффициенты равны. Единицей измерения L_{ik} является Генри (СИ): $[1 \text{ Гн}] = [1 \text{ Вб}]/[1 \text{ А}]$.

Явление взаимной индукции используется в трансформаторе для преобразования величины напряжения V_1 в V_2 (б).

Отношение напряжений в первичной и вторичной обмотках равно отношению числа витков:

$$V_1/V_2 = N_1/N_2$$

в этих обмотках.

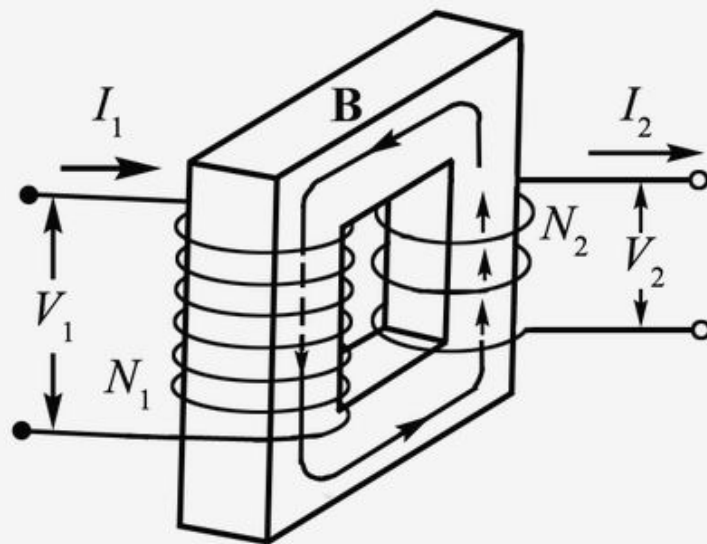
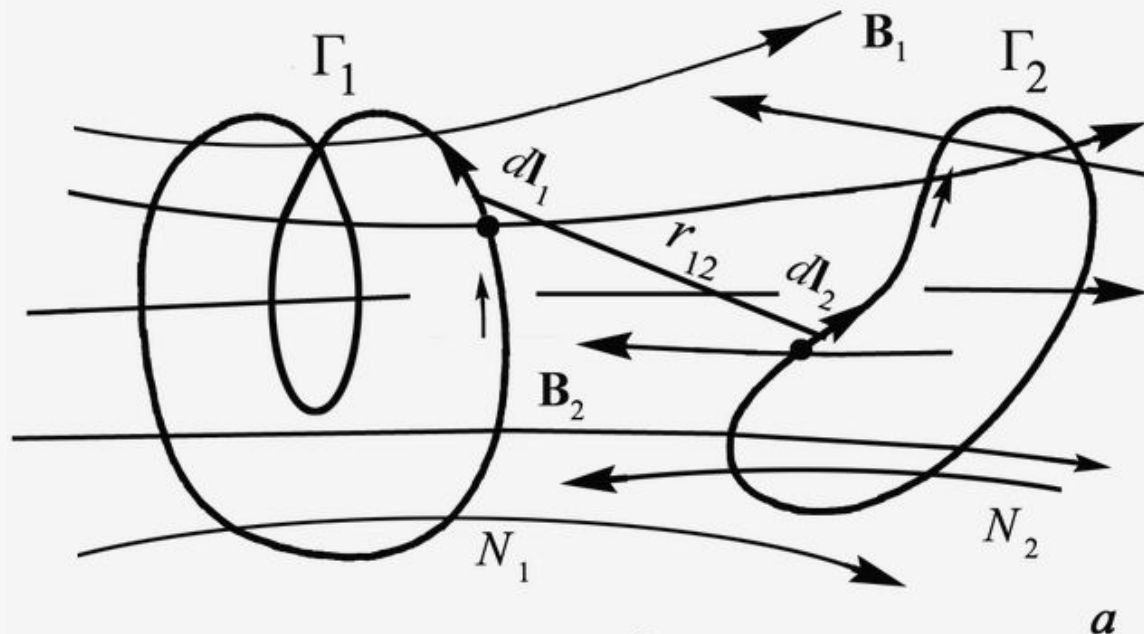
Устройство, состоящее из двух или более катушек, намотанных на один общий сердечник,

называется трансформатором (рис. 10, б).

В большинстве трансформаторов вторичная обмотка наматывается поверх первичной

Рис. 10. Два контура Γ_1 , Γ_2 обладают взаимной индукцией (а).

Явление взаимной индукции используется в трансформаторе для преобразования величины напряжения V_1 в V_2 (б).



Если к первичной обмотке приложить переменное напряжение V_1 , то величина напряжения во вторичной обмотке равна

$$V_2 = -\frac{d\Psi_2}{dt} = -\frac{N_2}{N_1} \frac{d\Psi_1}{dt} = \frac{N_2}{N_1} V_1$$

7. Индукционный ускоритель электронов – бетатрон

Электродвижущая сила индукции, создаваемая переменным магнитным полем, может существовать и в отсутствие проводников.

Энергия, передаваемая вихревым электрическим полем единичному положительному заряду, равна

$$\oint_{\Gamma} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = \frac{d\Phi}{dt}$$

– контурному интегралу по замкнутой траектории Γ от тангенциальной составляющей

вихревого электрического поля

Согласно закону Фарадея, этот интеграл равен изменению магнитного потока через замкнутый контур Γ .

Вихревое электрическое поле может действовать на сгусток электронов,двигающихся в изменяющемся магнитном поле, и ускорять их.

При определенных условиях движение электронов происходит в переменном магнитном поле по орбите постоянного радиуса и является устойчивым.

Энергия электронов увеличивается за счет вихревого электрического поля, создаваемого изменяющимся магнитным потоком,

проникающим орбиту частиц

Циклический индукционный ускоритель электронов данного типа называется *бетатроном*

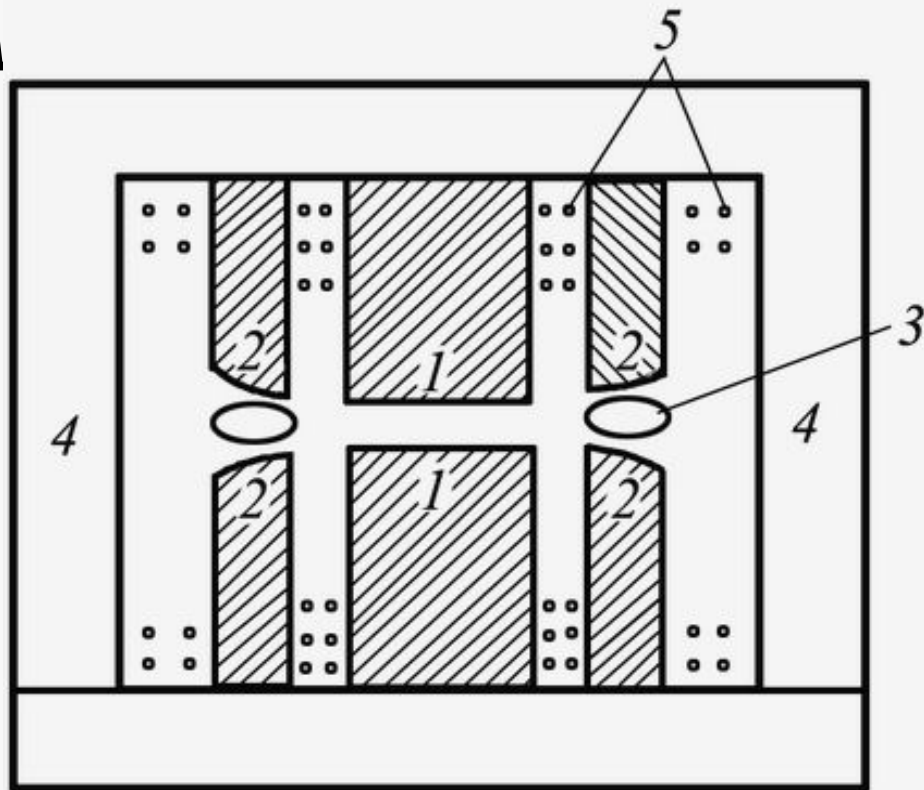
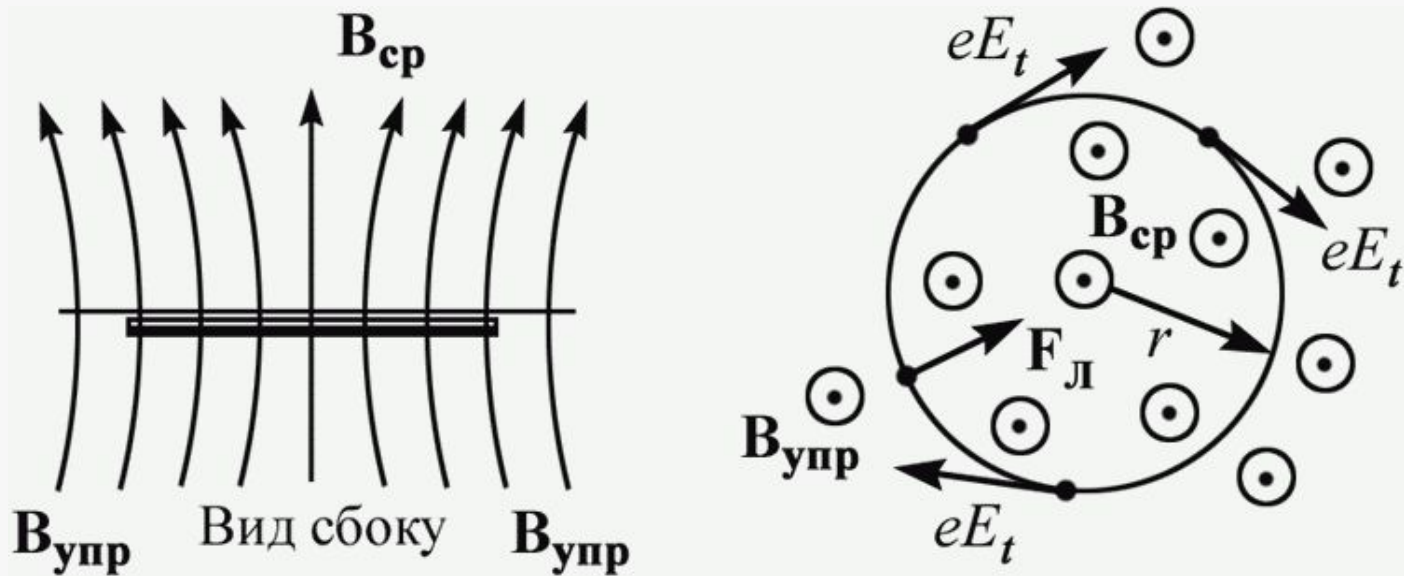


Рис. 11. Схематический разрез бетатрона: 1 – центральный сердечник; 2 – полюсные наконечники; 3 – сечение кольцеобразной вакуумной камеры; 4 – ярмо магнита; 5 – обмотки электромагнита

Переменный центральный магнитный поток B создает в бетатроне вихревую ЭДС индукции, ускоряющую электроны.

Удержание электронов на стационарной круговой орбите осуществляется управляющим магнитным полем $B_{упр}$, определенным образом изменяющимся во времени (рис. 12).

Рис. 12
Камера с
ускоряемыми
электронами
в
переменном
магнитном
поле



Под действием переменного магнитного поля на круговой орбите индуцируется ЭДС индукции, величина которой определяется законом Фарадея

$$\mathbf{E} = E_t 2\pi r = - \frac{d\Phi}{dt}$$

где Φ – поток магнитной индукции через орбиту.

Среднее значение вектора индукции магнитного поля внутри орбиты радиусом r

$$B_{\text{cp}} = \frac{\Phi}{\pi r^2}$$

Напряженность тангенциальной составляющей вихревого электрического поля равна

$$E_t = \frac{r}{2} \frac{dB_{\text{cp}}}{dt}$$

Под действием силы $F = eE_t$ меняется импульс электрона

$$F = \frac{dp}{dt}$$

Интегрируя равенство

$$\frac{re}{2} \frac{dB_{\text{cp}}}{dt} = \frac{dp}{dt}$$

находим приращение импульса электрона

$$\Delta p = p(t) - p_0 = \frac{er}{2} [B_{\text{cp}}(t) - B_{\text{cp}}(0)] = \frac{er}{2} \Delta B_{\text{cp}}$$

где $\Delta B_{\text{cp}} = B_{\text{cp}}(t) - B_{\text{cp}}(0)$ – приращение средней индукции магнитного поля внутри электронной орбиты. Именно изменение индукции магнитного поля внутри орбиты сопровождается увеличением импульса электрона – ускорением электрона.

Если начальной индукцией и импульсом электрона можно пренебречь, то получим

$$p(t) = \frac{er}{2} B_{\text{cp}}(t).$$

– приобретенный электроном импульс определяется средним значением индукции магнитного поля на орбите.

Найдем величину индукции управляющего магнитного поля $B_{\text{упр}}$, при которой движение электрона будет происходить по орбите постоянного радиуса.

Со стороны $B_{\text{упр}}$ на движущийся электрон действует сила Лоренца, искривляющая траекторию движения электрона в окружность с радиусом, определяемым равенством сил Лоренца и центростремительной,

$$evB_{\text{упр}} = \frac{mv^2}{r} = \frac{\Delta p v}{r} = \frac{v}{r} \frac{er}{2} [B_{\text{ср}}(t) - B_{\text{ср}}(0)]$$

Откуда получаем

$$B_{\text{упр}} = \frac{1}{2} [B_{\text{ср}}(t) - B_{\text{ср}}(0)]$$

В результате для равновесной орбиты получаем соотношение ($B_{\text{ср}}(0) = 0$):

$$B_{\text{ср}}(t) = 2B_{\text{упр}}(t).$$

Для работы бетатрона необходимо, чтобы среднее магнитное поле внутри орбиты росло в два раза быстрее магнитного поля на самой орбите.

Это условие
$$\frac{dB_{\text{cp}}(t)}{dt} = 2 \frac{dB_{\text{упр}}(t)}{dt}$$

называют бетатронным условием, условием Видерозэ или «условием 2:1».

Идея бетатрона была запатентована в 1922 г. Дж. Слепяном. В 1928 г. Р. Видероз сформулировал условие существования равновесной орбиты – орбиты постоянного радиуса. Первый действующий бетатрон был создан в 1940 г. Д. Керстом на основе разработанной им совместно с Р. Сербером теории движения электрона и тщательной отработки конструкции ускорителя.

В СССР первые бетатроны были разработаны и созданы учеными Томского политехнического института (ныне университета): профессорами А.А. Воробьевым, Л.М. Ананьевым, В.И.

Горбунцовым

В.А. Москалевым, Б.Н.

В последующие годы в институте интроскопии при ТПУ были разработаны и созданы малогабаритные переносные бетатроны, применяемые в медицине, дефектоскопии и других прикладных и научных исследованиях (профессор В.Л. Чахлов).

Благодаря простоте конструкции, дешевизне и удобству пользования бетатроны нашли особо широкое применение в прикладных целях в диапазоне энергии 20÷50 МэВ. Используется непосредственно сам электронный пучок или тормозное γ -излучение, энергия которого может плавно изменяться.

Основные выводы

При изменении магнитного потока Φ в проводящем контуре возникает ЭДС, величина которой определяется скоростью изменения магнитного потока через этот контур законом Фарадея

$$\mathbf{E} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Знак «минус» в законе Фарадея говорит о том, что ЭДС индукции порождает в замкнутой цепи индукционный ток, направленный таким образом, чтобы препятствовать изменению магнитного потока в замкнутом контуре – правило Ленца.

Если переменный высокочастотный ток протекает по проводнику, то вихревые токи препятствуют равномерному распределению тока по поперечному сечению проводника.

Плотность тока убывает от поверхности к оси по закону $j = j_0 \exp(-\alpha r)$

Где
$$\alpha = \frac{2\pi}{c} \sqrt{\sigma \mu \nu}$$

Работа вихревого поля по замкнутому контуру не равна нулю:

$$\oint_{(\Gamma)} (\mathbf{E}, d\mathbf{l}) = - \frac{\partial}{\partial t} \int_{(S)} (\mathbf{B}, d\mathbf{S})$$

где S – поверхность, ограниченная контуром Γ .

В дифференциальной форме:

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$$

Явление возникновения ЭДС индукции в проводящем контуре при изменении в нем силы тока называется самоиндукцией. ЭДС самоиндукции определяется выражением

$$\mathbf{E} = -\frac{d(LI)}{dt}$$

Здесь L – коэффициент самоиндукции, или ИНДУКТИВНОСТЬ.

Для соленоида длиной l , объемом V , содержащим N витков и магнитный сердечник с магнитной проницаемостью μ ,

$$L = \mu\mu_0 \left(\frac{N}{l} \right)^2 V$$

За единицу индуктивности в СИ 1 Гн [L] принимается индуктивность проводника, у которого при силе тока 1 А [I] возникает связанный с ним магнитный поток в 1 Вб [Ψ]:

$$1 \text{ Гн [L]} \cdot 1 \text{ А [I]} = 1 \text{ Вб [Ψ]}.$$

При включении и выключении тока в замкнутой цепи, содержащей индуктивность L и сопротивление R , нарастание и спад тока происходит по закону

$$I = I_0 \left(1 - e^{-t/\tau} \right)$$

где $\tau = \frac{L}{R}$ — постоянная времени установления;

— стационарный ток в цепи; E — ЭДС источника.

Явление возникновения ЭДС в одном из контуров при изменении силы тока в другом называется взаимной индукцией. ЭДС

взаимной индукции равна

$$\mathbf{E}_{12} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt} \quad \mathbf{E}_{21} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

Коэффициенты $L_{12} = L_{21}$ называются коэффициентами взаимной индукции или взаимной индуктивностью контуров. Для двух

катушек на общем сердечнике

$$L_{12} = L_{21} = \mu\mu_0 \frac{N_1 N_2}{l^2} V$$

где N_1, N_2 – число витков первой и второй катушки;

l – длина катушек; V – объем сердечника

Если магнитные потоки не рассеиваются, то отношение напряжения в первичной V_1 и вторичной V_2 обмотках трансформатора пропорционально отношению числа витков в этих оболочках

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

При вращении рамки площадью S , содержащей N витков с угловой скоростью ω в магнитном поле с индукцией \mathbf{B} ($\mathbf{B} \perp \boldsymbol{\omega}$), в рамке наводится ЭДС

$$\mathbf{E} = NBS\omega \sin\omega t.$$

Данная рамка является прообразом

генератора переменного тока

Приращение импульса электрона в переменном поле

$$\Delta p(t) = \frac{er}{2} \Delta B_{\text{cp}}(t)$$

определяется приращением средней индукции магнитного поля ΔB_{cp} внутри электронной орбиты радиусом r и лежит в основе работы индукционного ускорителя электронов – бетатрона.

Для работы бетатрона необходимо, чтобы среднее магнитное поле внутри орбиты росло в два раза быстрее магнитного поля на самой орбите (условие Вилера – Эрнста)

$$\frac{\partial B_{\text{cp}}}{\partial t} = 2 \frac{\partial B}{\partial t}$$

Вихревое магнитное поле может порождаться не только электрическим током, но и изменяющимся со временем электрическим полем в пространстве, свободном от проводников и зарядов.

Лекция окончена

Нажмите клавишу <ESC> для выхода

