

# Лекция 2.

# ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

2.1. Электростатическое поле. Напряженность поля

2.2. Сложение электростатических полей.  
Принцип суперпозиции

2.3. Электростатическое поле диполя

2.4. Взаимодействие диполей

# 1.3. Электростатическое поле. Напряженность электростатического поля

- Почему заряды взаимодействуют?  
Имеет место борьба двух теорий:
- *теория дальнего действия* – Ньютон, Ампер
- *теория ближнего действия* – Фарадей, Максвелл и т.д.
- Для электростатического поля справедливы обе эти теории.

- *Вокруг заряда всегда есть электрическое поле, основное свойство которого заключается в том, что на всякий другой заряд, помещенный в это поле, действует сила.*
- **Электрические** и **магнитные** поля – частный случай более общего – **электромагнитного поля** (ЭМП).
- Они могут порождать друг друга, превращаться друг в друга. Если заряды не движутся, то магнитное поле не возникает.

- *ЭМП – есть не абстракция, а объективная реальность – форма существования материи, обладающая определенными физическими свойствами, которые мы можем измерить.*
- Не существует статических электрических полей, не связанных с зарядами, как не существует «голых», не окруженных полем зарядов.

- *Силовой характеристикой поля, создаваемого зарядом  $q$ , является отношение силы действующей на заряд к величине этого заряда называемое **напряженностью электростатического поля**, т.е.*

$$E = \frac{F}{q} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

- Или в векторной форме

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\vec{\mathbf{r}}}{r}$$

- здесь  $r$  – расстояние от заряда до точки, где мы изучаем это поле.

- Тогда 
$$\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{E}}$$

- При  $q = +1$  
$$\vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{E}}$$

- **Вектор напряженности электростатического поля равен силе, действующей в данной точке на помещенный в нее пробный единичный положительный заряд.**
- **Единица измерения напряженности электростатического поля – ньютон на кулон (Н/Кл).**
- **1 Н/Кл – напряженность такого поля, которое на точечный заряд 1 Кл действует с силой в 1 Н.**

- В СИ

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

- размерность напряженности

$$[E] = \frac{\mathbf{Н}}{\mathbf{Кл}} \quad \text{или} \quad \frac{\mathbf{В}}{\mathbf{м}}$$



# 1.4. Сложение электростатических полей. Принцип суперпозиции

- *Если поле создается несколькими точечными зарядами, то на пробный заряд  $q$  действует со стороны заряда  $q_k$  такая сила, как если бы других зарядов не было.*

- Результирующая сила определится выражением:

$$\vec{F} = \sum_k \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_k}{r_k^2} \frac{\vec{r}_k}{r_k} = \sum_k \vec{F}_k$$

- – ***это принцип суперпозиции или независимости действия сил***

- т.к.  $\vec{F} = q\vec{E}$  то  $\vec{E}$  – результирующая напряженность поля в точке, где расположен пробный заряд, так же **подчиняется принципу**

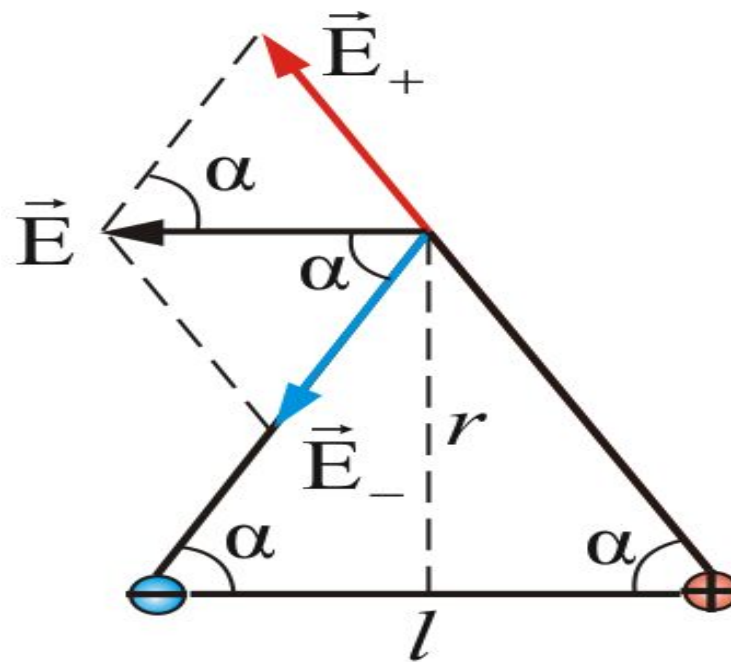
**суперпозиции:**

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots \sum_k \vec{E}_k.$$

- Это соотношение выражает **принцип наложения** или **суперпозиции электрических полей** и представляет важное свойство электрического поля.

- ***Напряженность результирующего поля системы точечных зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, созданных в данной точке каждым из них в отдельности.***

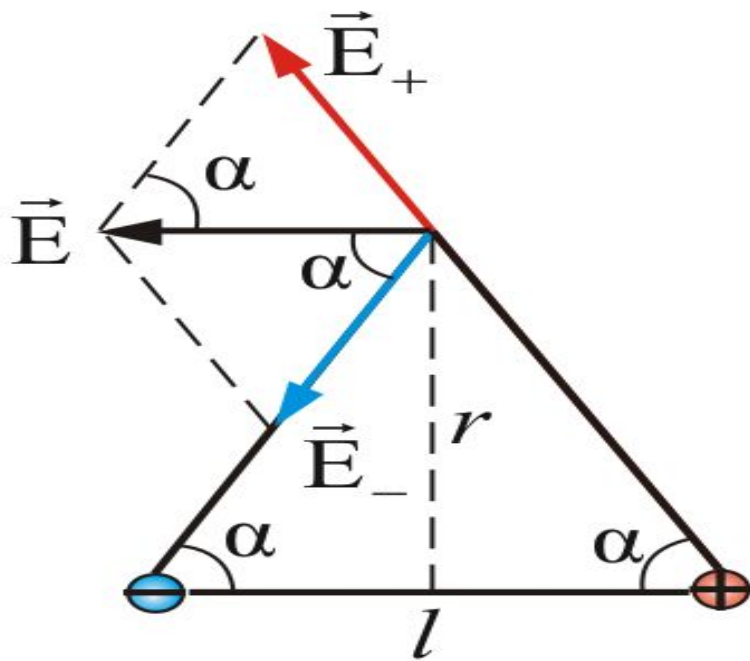
# Пример 1



- $$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots = \sum_k \vec{E}_k \quad \text{т. е.} \quad \vec{E} = \sum_k \vec{E}_k$$

- $$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- \quad |\vec{E}_+| = |\vec{E}_-| \quad E_{\text{и}} = 2E_+ \cos \alpha$$

задача симметрична



• В данном случае:

$$E_- = E_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)}$$

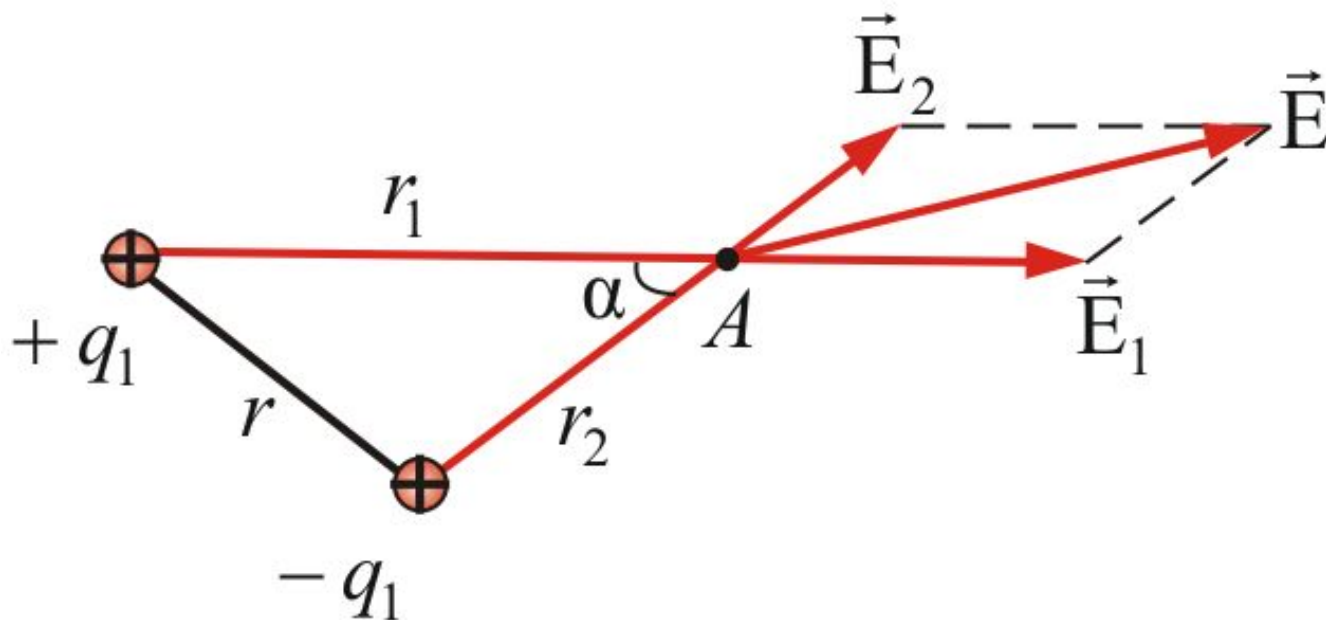
и

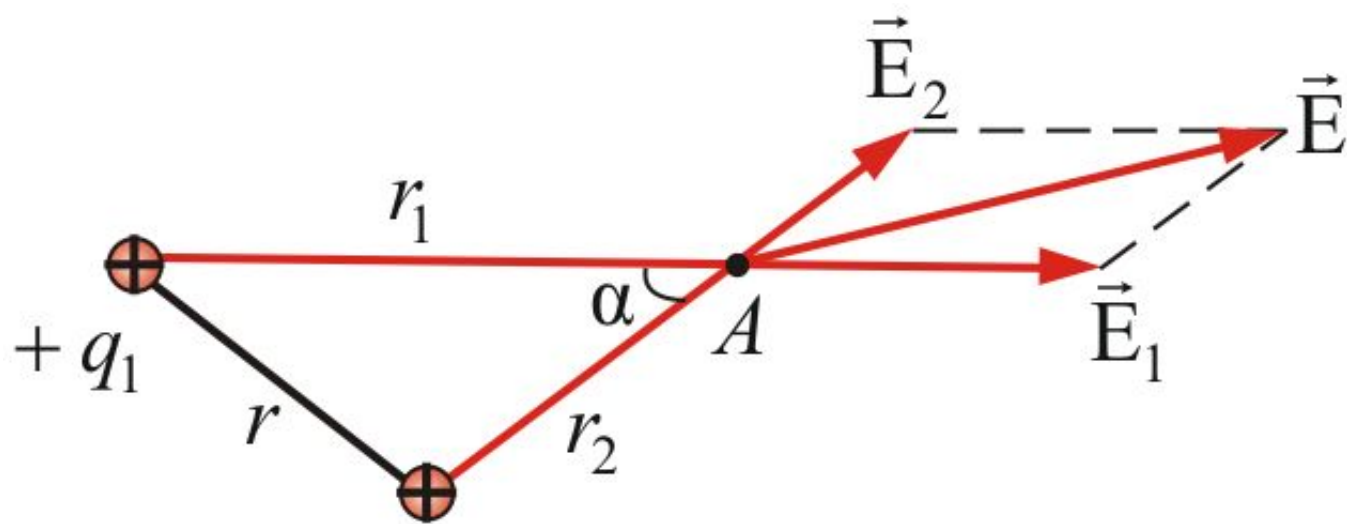
$$\cos \alpha = \frac{l}{2\sqrt{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)}}$$

Следовательно,

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}.$$

- Рассмотрим другой пример. Найдем напряженность электростатического поля  $E$ , создаваемую двумя положительными зарядами  $q_1$  и  $q_2$  в точке  $A$ , находящейся на расстоянии  $r_1$  от первого и  $r_2$  от второго зарядов





$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}$$

$$E_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}$$

Воспользуемся теоремой косинусов:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos(\pi - \alpha)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} + \frac{2q_1q_2}{r_1^2 r_2^2} \cos\alpha},$$

где

$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - r^2}{2r_1 r_2}.$$



- Если поле создается *не точечными зарядами*, то используют обычный в таких случаях прием. Тело разбивают на бесконечно малые элементы и определяют напряженность поля создаваемого каждым элементом, затем интегрируют по всему телу:

$$\vec{E} = \int d\vec{E},$$

- где  $d\vec{E}$  – напряженность поля, обусловленная заряженным элементом. Интеграл может быть в зависимости от формы тела линейным, по площади или по объему.

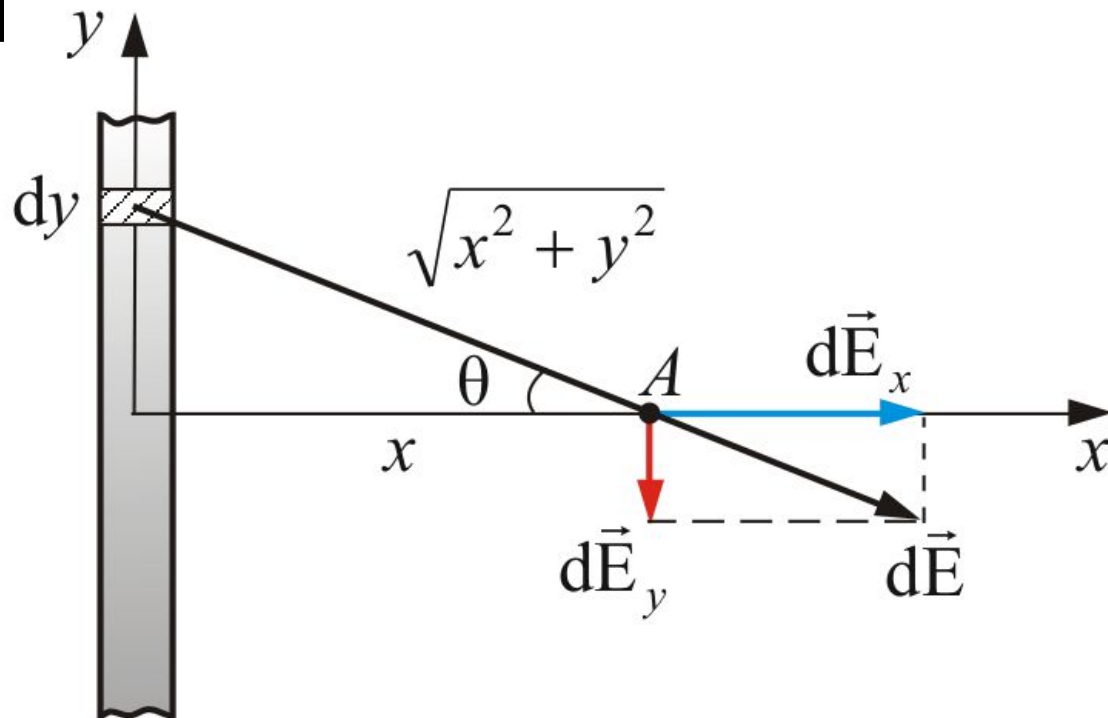
- Для решения подобных задач пользуются соответствующими значениями плотности заряда:

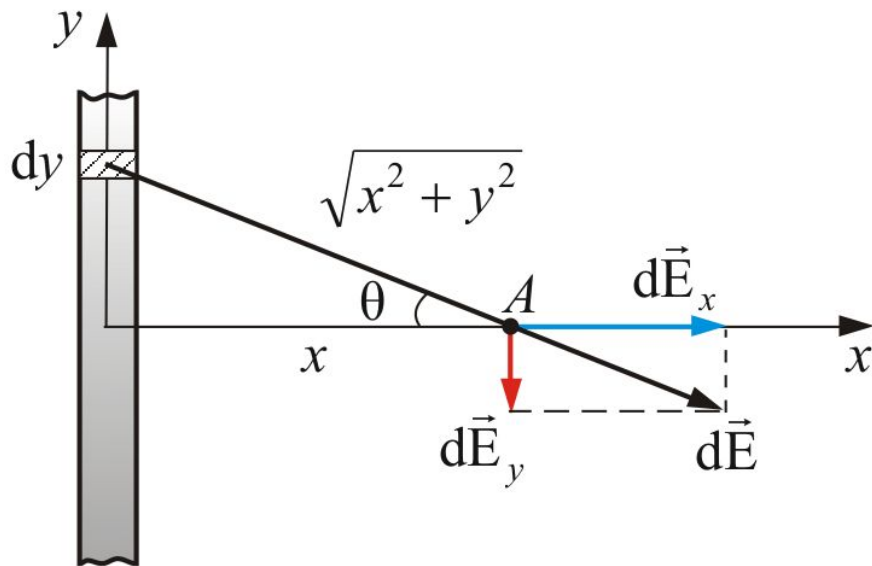
- $\lambda = dq / dl$  – линейная плотность заряда, измеряется в Кл/м;

- $\sigma = dq / dS$  – поверхностная плотность заряда измеряется в Кл/м<sup>2</sup>;

- $\rho = dq / dV$  – объемная плотность заряда, измеряется в Кл/м<sup>3</sup>.

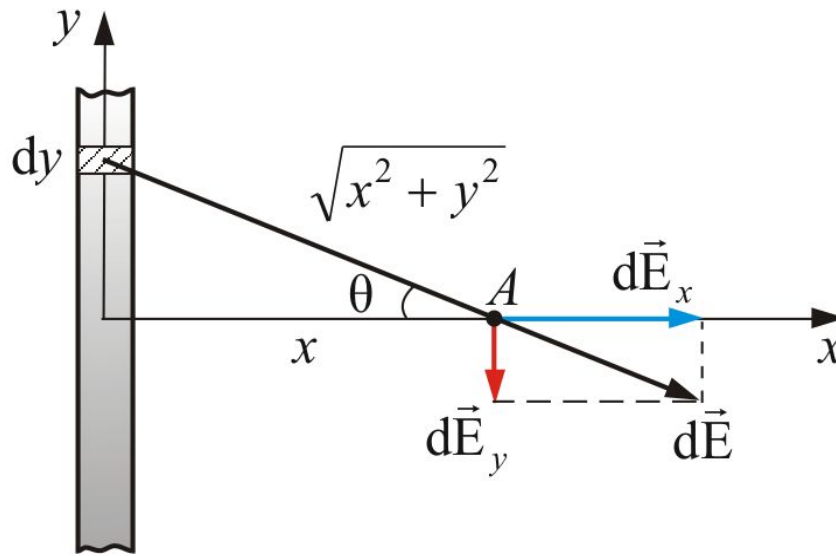
- Определим напряженность электрического поля в точке  $A$  на расстоянии  $x$  от бесконечно длинного, линейного, равномерно распределенного заряда. Пусть  $\lambda$  – заряд, приходящийся на единицу длины.





- Считаем, что  $x$  – мало по сравнению с длиной проводника. Элемент длины  $dy$ , несет заряд  $dq = dy \lambda$ . Создаваемая этим элементом напряженность электрического поля в точке  $A$ :

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$



- Вектор  $d\vec{E}$  имеет проекции  $dE_x$  и  $dE_y$  причем
 
$$dE_x = dE \cos \theta; \quad dE_y = dE \sin \theta.$$
- Т.к. проводник бесконечно длинный, а задача симметричная, то  $y$  – компонента вектора  $d\vec{E}$  обратится в ноль (скомпенсирруется), т.е. .

$$E_y = \int dE \sin \theta = 0$$

тогда  $E = E_x = \int dE \cos \theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\cos \theta dy}{x^2 + y^2}$

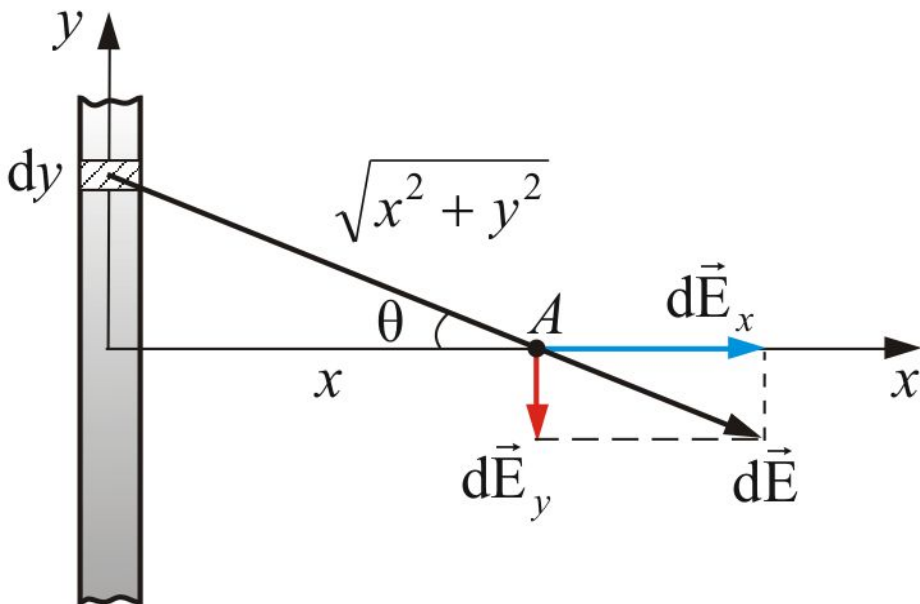
Теперь выразим  $y$  через  $\theta$ . Т.к.  $y = x \operatorname{tg} \theta$ ,

то  $dy = x d\theta / \cos^2 \theta$

$x^2 + y^2 = x^2 / \cos^2 \theta$

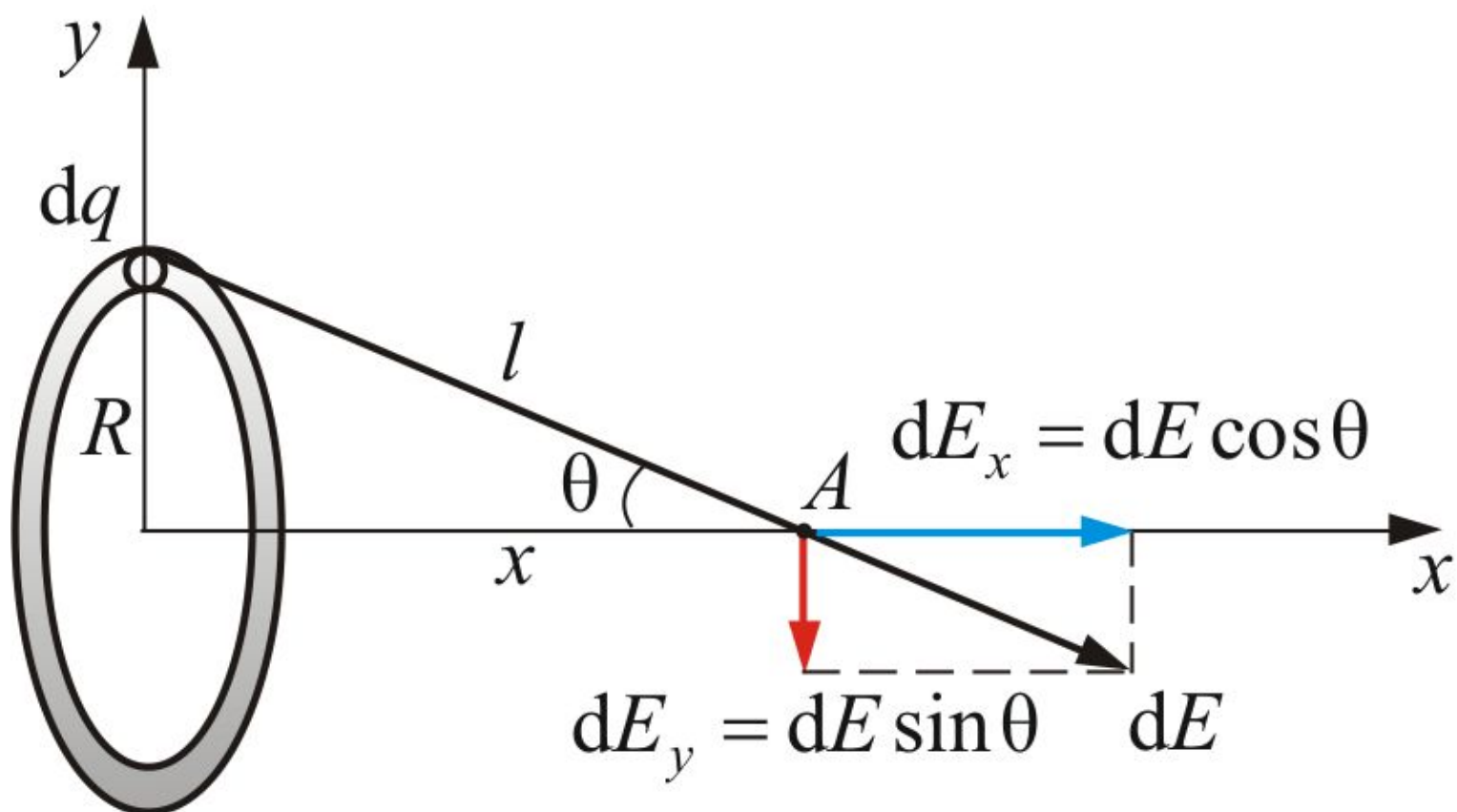
И

тогда  $E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{x} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta d\theta = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x}$ .



- *Таким образом, напряженность электрического поля линейно распределенных зарядов изменяется обратно пропорционально расстоянию до заряда.*

- Задание: по тонкому кольцу радиуса  $R$  равномерно распределен заряд  $q$ .  
Определить  $E$  в точке  $A$

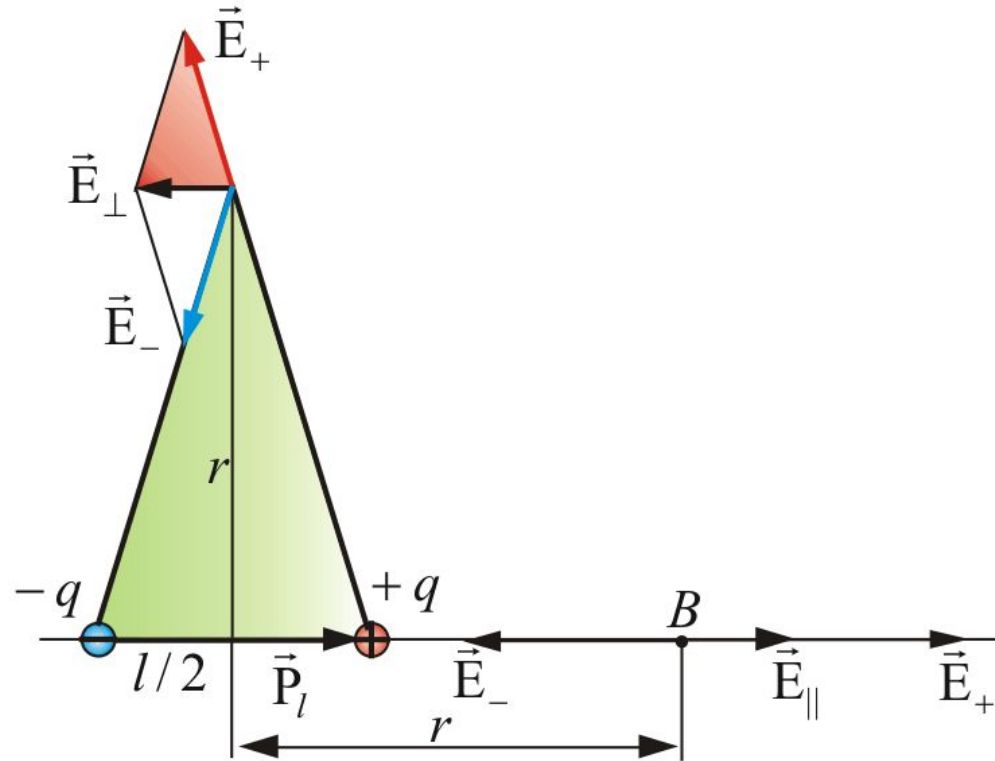




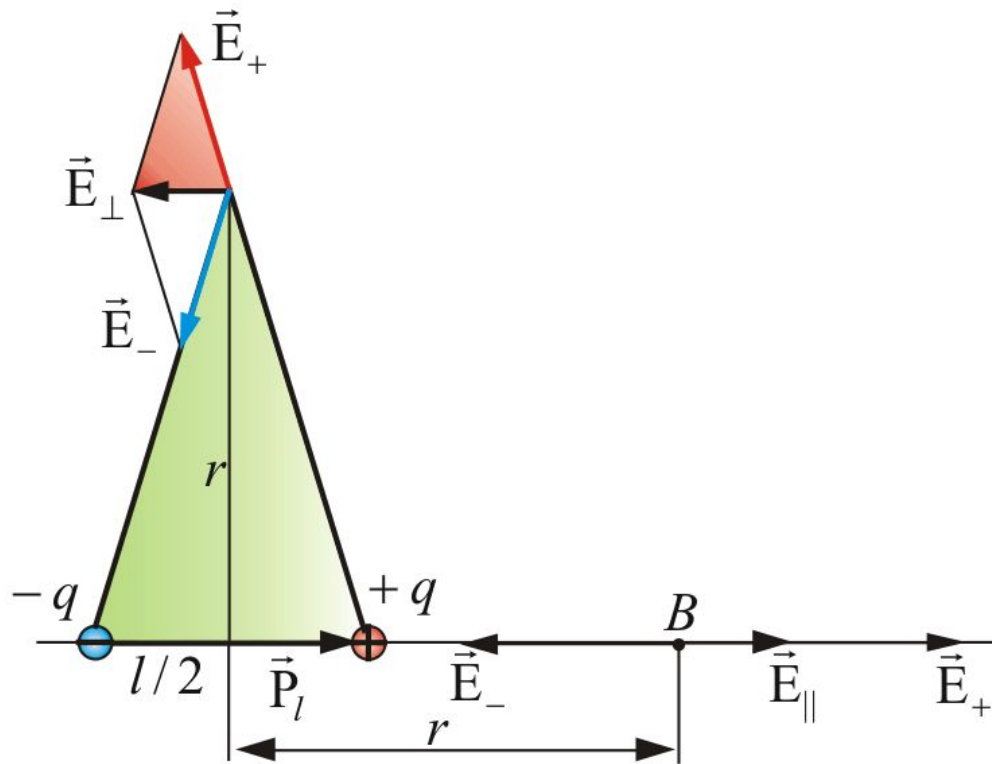
# 1.5. Электростатическое поле диполя

- **Электрическим диполем** называется система двух одинаковых по величине, но разноименных точечных зарядов, расстояние между которыми значительно меньше расстояния до тех точек, в которых определяется поле системы
- **Плечо диполя** – вектор, направленный от отрицательного заряда к положительному и численно равный расстоянию между зарядами.

- Пример 1. Найдем  $E_{\perp}$  в точке  $A$  на прямой, проходящей через центр диполя и перпендикулярной к оси.



$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad \text{т.к. } l \ll r$$



- Из подобия заштрихованных треугольников можно записать:

$$\frac{E_\perp}{E_+} = \frac{l}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}}} \approx \frac{l}{r} \quad \text{отсюда}$$

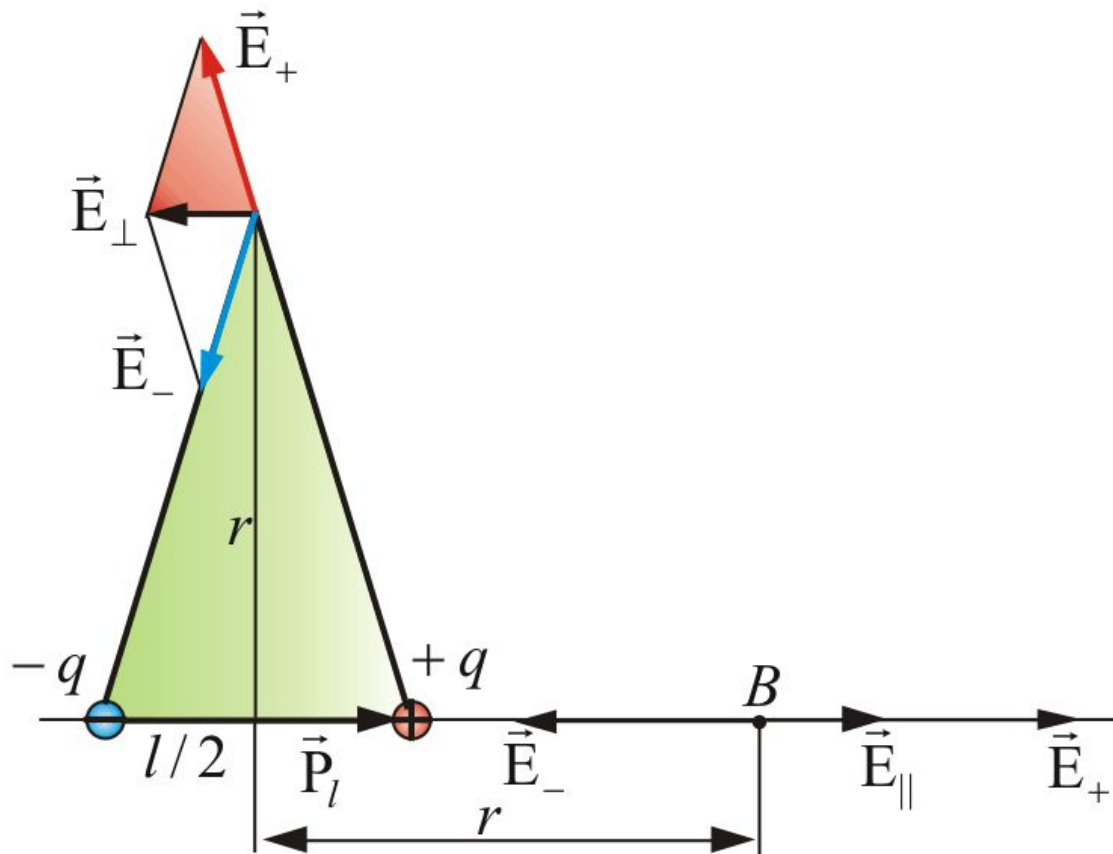
- Обозначим вектор:  $\vec{P} = q\vec{l}$   
*электрический момент диполя* (или *дипольный момент*) – произведение *положительного заряда диполя на плечо  $\vec{l}$*
- Направление  $\vec{P}$  совпадает с направлением  $\vec{l}$ , т.е. от отрицательного заряда к положительному.

- Тогда, учитывая что  $ql = P$  получим:

$$E_{\perp} = \frac{P}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad \text{или} \quad \vec{E}_{\perp} = \frac{-\vec{P}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

• Пример 2. На оси диполя, в точке  $B$   
или

$$\vec{E}_{\parallel} = \frac{2ql}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad \text{или} \quad \vec{E}_{\parallel} = \frac{2\vec{P}}{4\pi\epsilon_0 r^3}.$$



- Пример 3.  
где

В произвольной точке  $C$

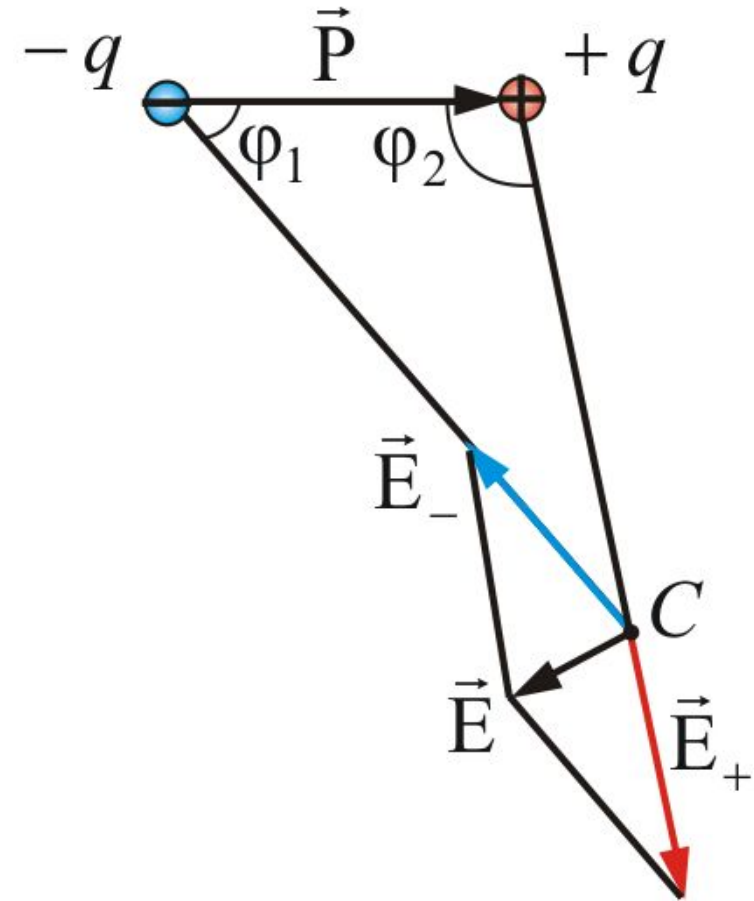
$$E = \frac{P}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sqrt{3 \cos^2 \varphi + 1},$$

где  $\varphi \approx \varphi_1 \approx \varphi_2$

При :

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\pi}{2}, \quad E_1 = \frac{P}{4\pi\epsilon_0 r^3};$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 = 0, \quad E_2 = \frac{2P}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$





- Электрическое поле диполя.

- Из приведенных примеров видно, что *напряженность электрического поля системы зарядов равна геометрической сумме напряженностей полей каждого из зарядов в отдельности* (принцип суперпозиции).



