

Тема: **ДИЭЛЕКТРИКИ** **В**
ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ
ПОЛЕ

7.1. Поляризация диэлектриков;

7.2. Различные виды диэлектриков:

7.2.1. Сегнетоэлектрики;

7.2.2. Пьезоэлектрики;

7.2.3. Пироэлектрики;

7.3. Вектор электрического смещения \vec{D} .

7.4. Поток вектора электрического смещения.

Теорема Гаусса для вектора \vec{D} .

7.5. Изменение \vec{E} и \vec{D} на границе раздела двух диэлектриков.

4.1. Поляризация диэлектриков

- Все известные в природе вещества, в соответствии с их способностью проводить электрический ток, делятся на

три основных класса:

- *диэлектрики* $\rho_{\text{д}} = 10^8 - 10^{18} \text{ Ом/м}$

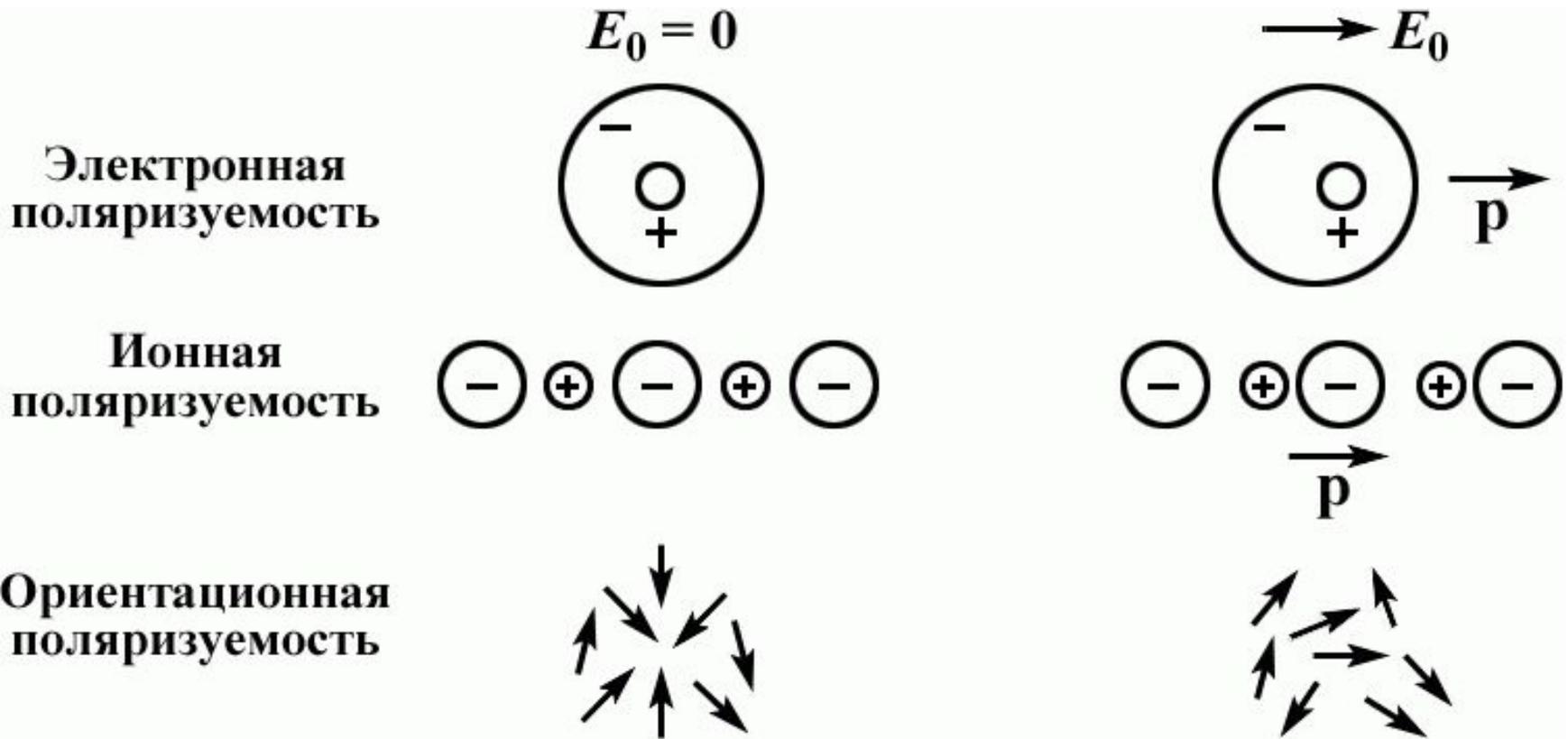
- *полупроводники* $\rho_{\text{д}} > \rho_{\text{п/п}} > \rho_{\text{пр}}$.

- *проводники* $\rho_{\text{пр}} = 10^{-6} - 10^{-8} \text{ Ом/м}$

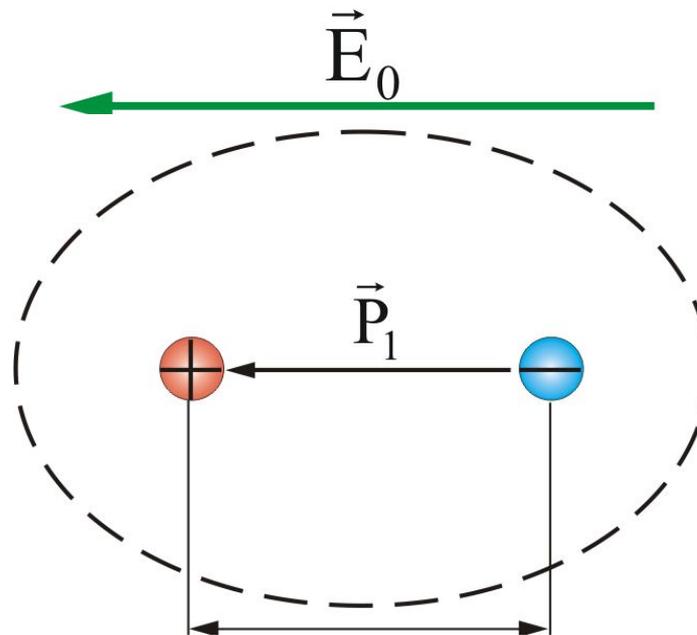
- **В идеальной диэлектрике свободных зарядов**, то есть способных перемещаться на значительные расстояния (превосходящие расстояния между атомами), **нет**.
- Но это не значит, что диэлектрик, помещенный в электростатическое поле, не реагирует на него, что в нем ничего не происходит.

- *Смещение электрических зарядов вещества под действием электрического поля называется **поляризацией**.*
- *Способность к поляризации является **основным свойством диэлектриков**.*

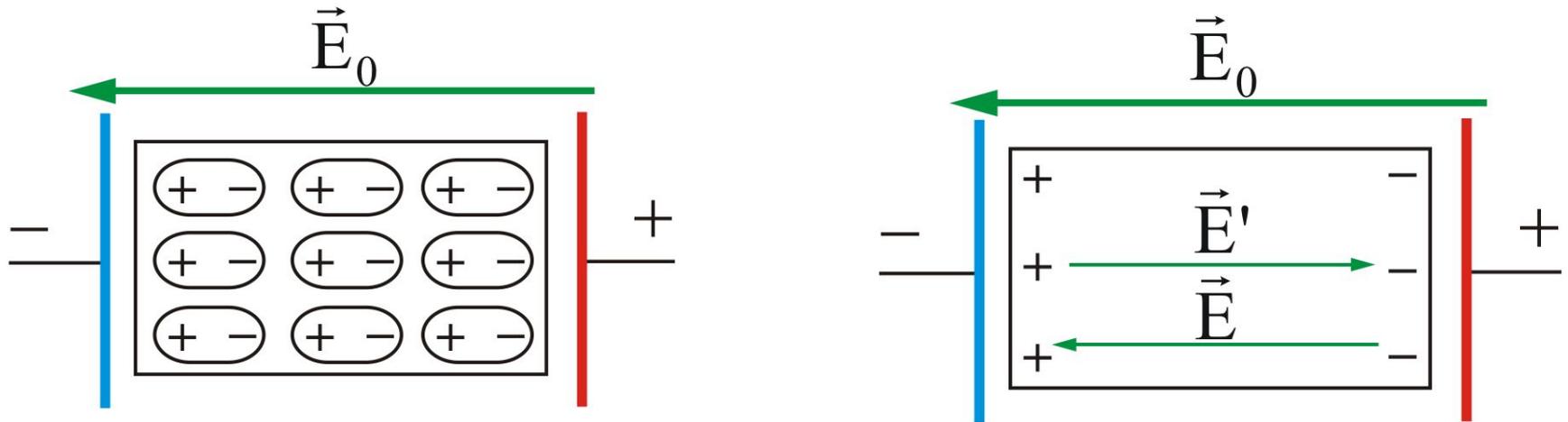
Поляризуемость диэлектрика включает составляющие – электронную, ионную и ориентационную (дипольную).



- Главное в поляризации – смещение зарядов в электростатическом поле. В результате, каждая молекула или атом образует электрический момент P

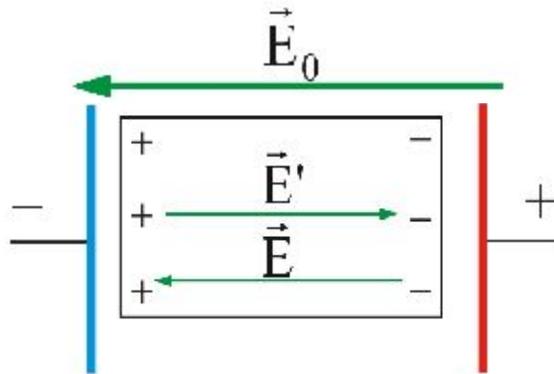


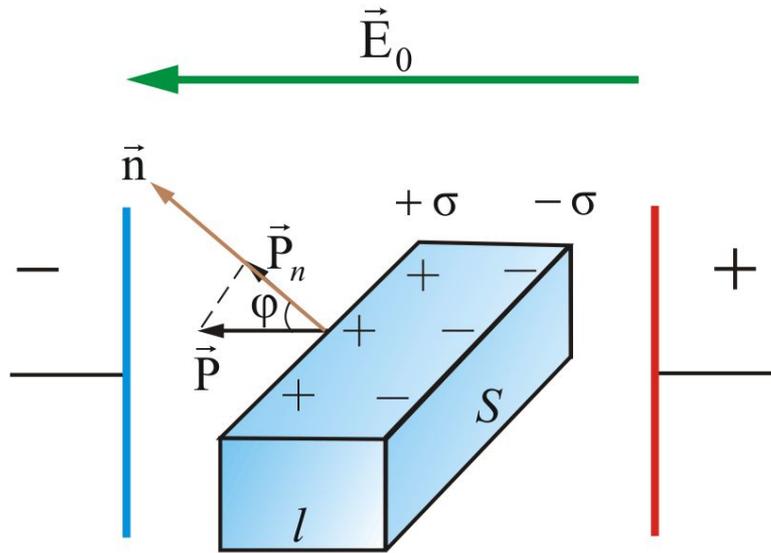
- **Внутри диэлектрика** электрические заряды диполей компенсируют друг друга. Но на внешних поверхностях диэлектрика, прилегающих к электродам, появляются заряды противоположного знака (**поверхностно связанные заряды**).



- Обозначим E' – **электростатическое поле связанных зарядов**. Оно направлено всегда против внешнего поля E_0
- Следовательно, **резльтирующее электростатическое поле внутри диэлектрика**

$$E = E_0 - E'$$





- Поместим диэлектрик в виде параллелепипеда в электростатическое поле \vec{E}_0
- Электрический момент тела, можно найти по формуле:
- $P = ql = \sigma' S l$, или $P = \sigma' S l \cos \varphi$, ^(7.1.3)
- σ' – поверхностная плотность связанных зарядов.

- Введем новое понятие – **вектор поляризации – электрический момент единичного объема.**

- $$\underline{\mathbf{P}} = \sum_k^n \mathbf{P}_{1k} = n\mathbf{P}_1, \quad (7.1.4)$$

- где n – концентрация молекул в единице объема,
- \mathbf{P}_1 – электрический момент одной молекулы.

- С учетом этого обстоятельства,
- $$\underline{P} = \underline{PV} = \underline{PSl} \cos \varphi \quad (7.1.5)$$
- (т.к. $V = Sl \cos \varphi$ – объем параллелепипеда).
- Приравняем (7.1.3.) и (7.1.5) и учтем, что – проекция \underline{P} на направление \underline{n} – вектора нормали,

$$\underline{P} \cos \varphi = P_n$$

- тогда

$$\sigma' = P_n$$

$$\sigma' = \underline{P}_n$$

- **Поверхностная плотность** поляризационных зарядов равна нормальной составляющей **вектора поляризации** в данной точке поверхности.
- Отсюда следует, что **индуцированное в диэлектрике электростатическое поле** E' будет влиять только на нормальную составляющую вектора напряженности электростатического поля \vec{E} .

- Вектор поляризации можно представить так:

- $$\underline{\underline{P}} = n\underline{\underline{P}}_1 = n\alpha\varepsilon_0\underline{\underline{E}} = \chi\varepsilon_0\underline{\underline{E}}, \quad (4.1.7)$$

- где α – поляризуемость молекул,

- $\chi = n\alpha$ **диэлектрическая восприимчивость** – макроскопическая безразмерная величина, характеризующая поляризацию единицы объема.

Следовательно, и у результирующего поля \vec{E} изменяется, по сравнению с \vec{E}_0 , только нормальная составляющая.

Тангенциальная составляющая поля остается без изменения.

- В векторной форме результирующее поле можно представить так:

- $$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'. \quad (4.1.8)$$

- Результирующая электростатического поля в диэлектрике равно внешнему полю, деленному на диэлектрическую проницаемость среды ϵ :

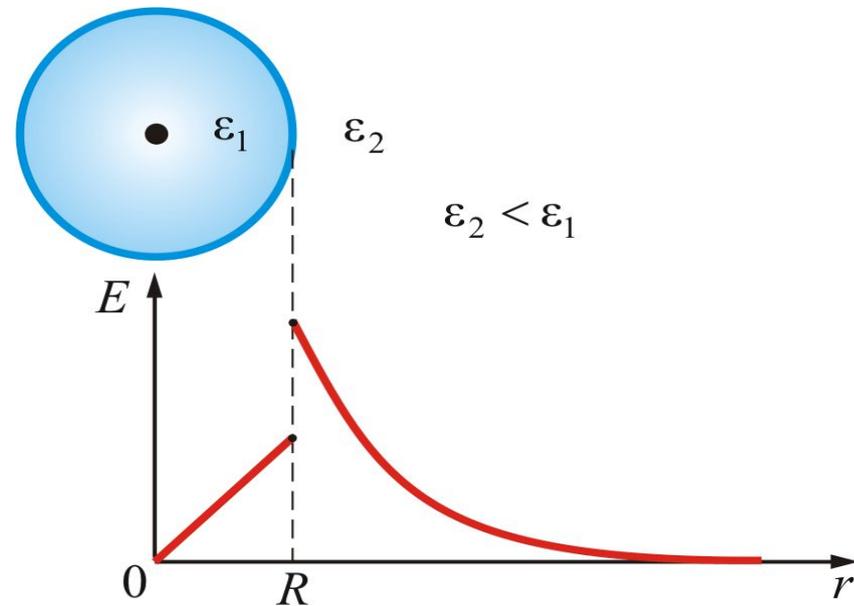
- $$E = \frac{E_0}{\epsilon} \quad (4.1.9)$$

- Величина $\varepsilon = 1 + \chi$ характеризует электрические свойства диэлектрика.

- Физический смысл диэлектрической проницаемости среды ε – величина, показывающая во сколько раз электростатическое поле внутри диэлектрика меньше, чем в вакууме:

- $$\varepsilon = \frac{E_0}{E}. \quad (4.1.10)$$

- График зависимости напряженности электростатического поля шара от радиуса, с учетом диэлектрической проницаемости двух сред (ϵ_1 и ϵ_2), показан на рисунке
- Как видно из рисунка, напряженность поля изменяется скачком при переходе из одной среды в другую .

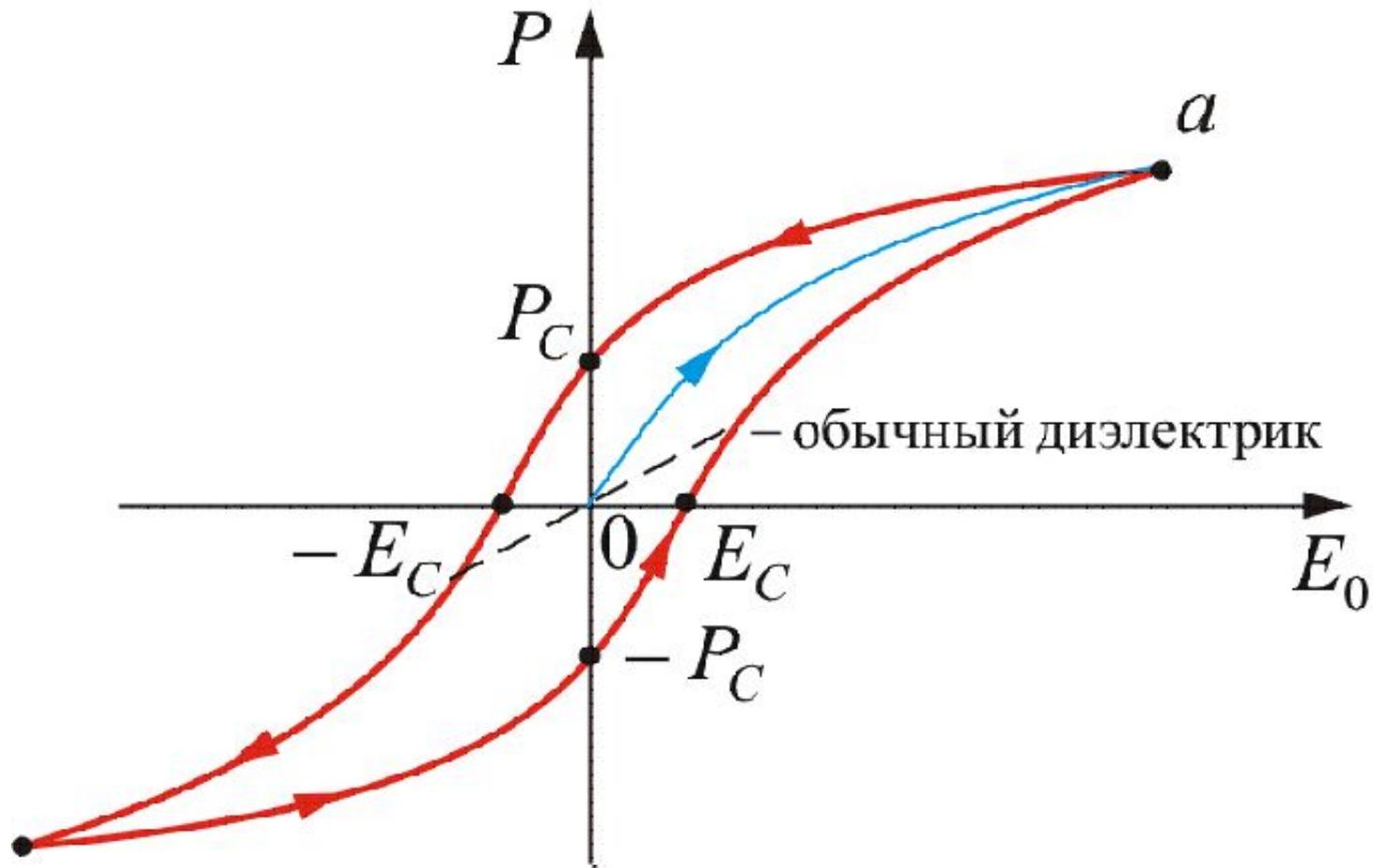


4.2. Различные виды диэлектриков

- В 1920 г. была открыта **спонтанная** (самопроизвольная) **поляризация**.
- Всю группу веществ, называли **сегнетоэлектрики** (или *ферроэлектрики*).
- Все сегнетоэлектрики обнаруживают резкую анизотропию свойств (сегнетоэлектрические свойства могут наблюдаться только вдоль одной из осей кристалла). У изотропных диэлектриков поляризация всех молекул одинакова, у анизотропных – поляризация, и следовательно, вектор поляризации в разных направлениях разные.

- Рассмотрим **основные свойства сегнетоэлектриков**:
- 1. Диэлектрическая проницаемость ϵ в некотором температурном интервале велика ($\epsilon \sim 10^3 - 10^4$)
- 2. Значение ϵ зависит не только от внешнего поля E_0 , но и от предыстории образца.
- 3. Диэлектрическая проницаемость ϵ (а следовательно, и P) – нелинейно зависит от напряженности внешнего электростатического поля (**нелинейные диэлектрики**).

- Это свойство называется *диэлектрическим гистерезисом*
- Здесь точка *a* – состояние насыщения.

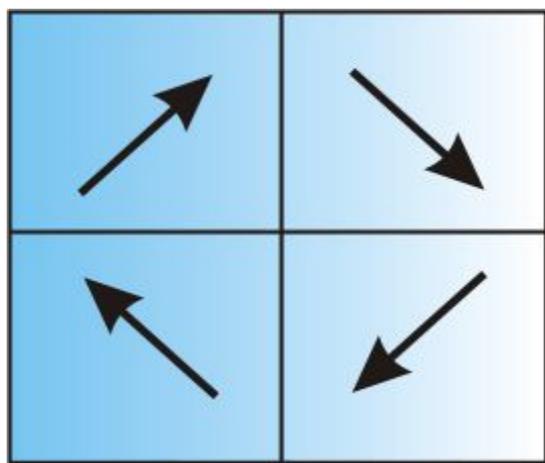


- 4. Наличие точки Кюри – температуры, при которой (и выше) сегнетоэлектрические свойства пропадают. При этой температуре происходит фазовый переход 2-го рода.

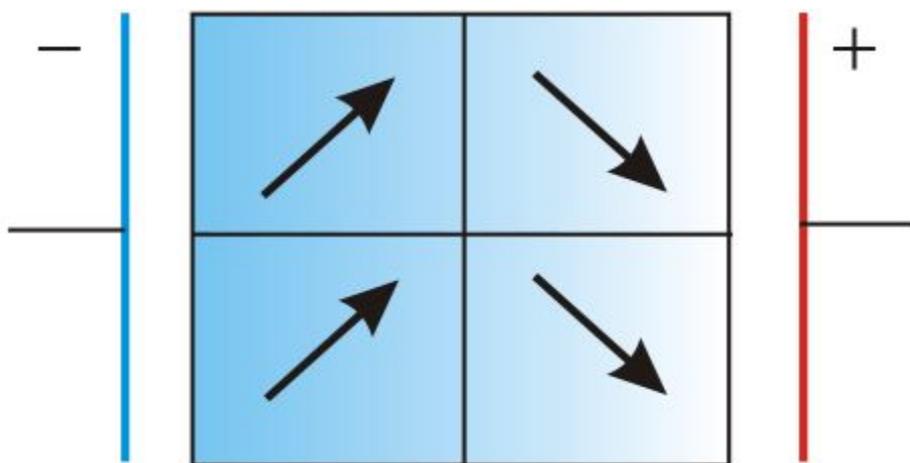
Например,

- титанат бария: 133°C ;
- сегнетова соль: $-18 + 24^{\circ}\text{C}$;
- ниобат лития 1210°C .

- Стремление к минимальной потенциальной энергии и наличие дефектов структуры приводит к тому, что сегнетоэлектрик разбит на **домены**



$$P = 0$$



$$P \sim E$$

- Среди диэлектриков есть вещества, называемые **электреты** – диэлектрики, длительно сохраняющие поляризованное состояние после снятия внешнего электростатического поля (аналоги постоянных магнитов).

Пьезоэлектрики

Некоторые диэлектрики поляризуются не только под действием электрического поля, но и под действием механической деформации. Это явление называется ***пьезоэлектрическим эффектом***.

- Явление открыто братьями Пьером и Жаком Кюри в 1880 году.
- Если на грани кристалла наложить металлические электроды (обкладки) то при деформации кристалла на обкладках возникнет разность потенциалов.
- Если замкнуть обкладки, то потечет

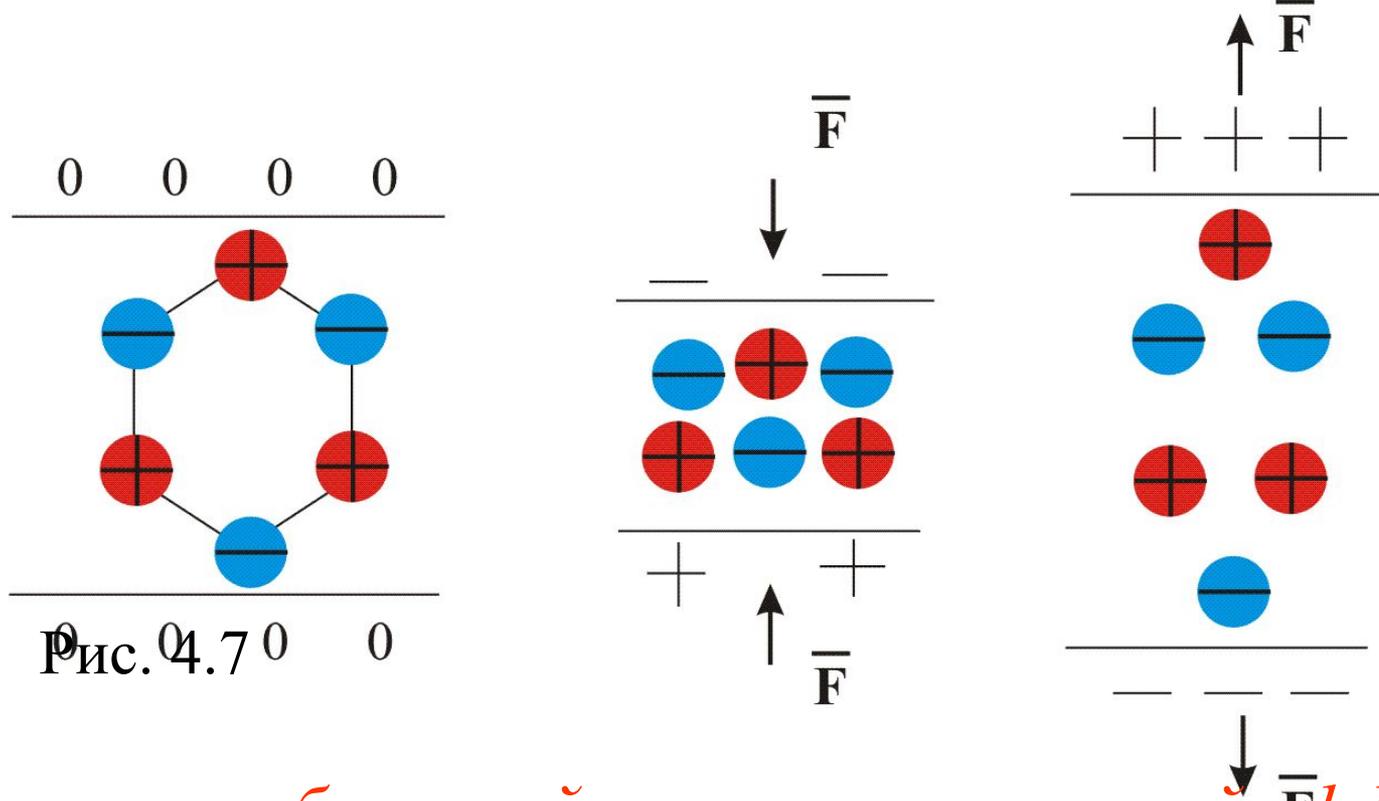


Рис. 4.70

Возможен и обратный пьезоэлектрический эффект:

- Возникновение поляризации сопровождается механическими деформациями.
- Если на пьезоэлектрический кристалл подать напряжение, то возникнут механические деформации кристалла, причем, деформации будут пропорциональны приложенному электрическому полю E

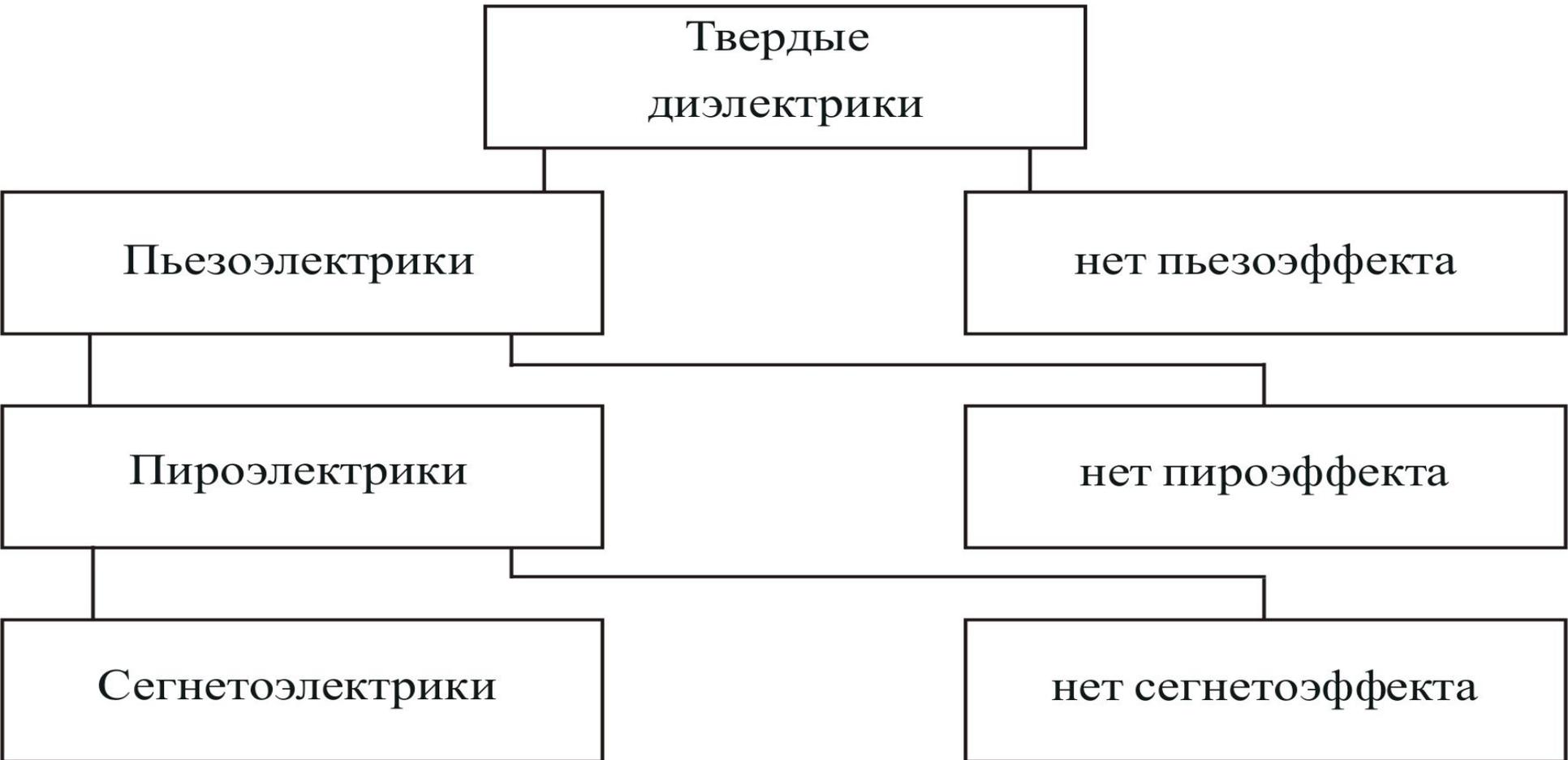
- Сейчас известно более 1800 пьезокристаллов.
- Все сегнетоэлектрики обладают пьезоэлектрическими свойствами
- Используются в пьезоэлектрических адаптерах и других устройствах).

4.2.3. Пироэлектрики

Пироэлектричество – появление электрических зарядов на поверхности некоторых кристаллов при их нагревании или охлаждении.

- При нагревании один конец диэлектрика заряжается положительно, а при охлаждении он же – отрицательно.
- Появление зарядов связано с изменением существующей поляризации при изменении

Все пирозэлектрики являются пьезоэлектриками, но не наоборот. Некоторые пирозэлектрики обладают сегнетоэлектрическими свойствами.



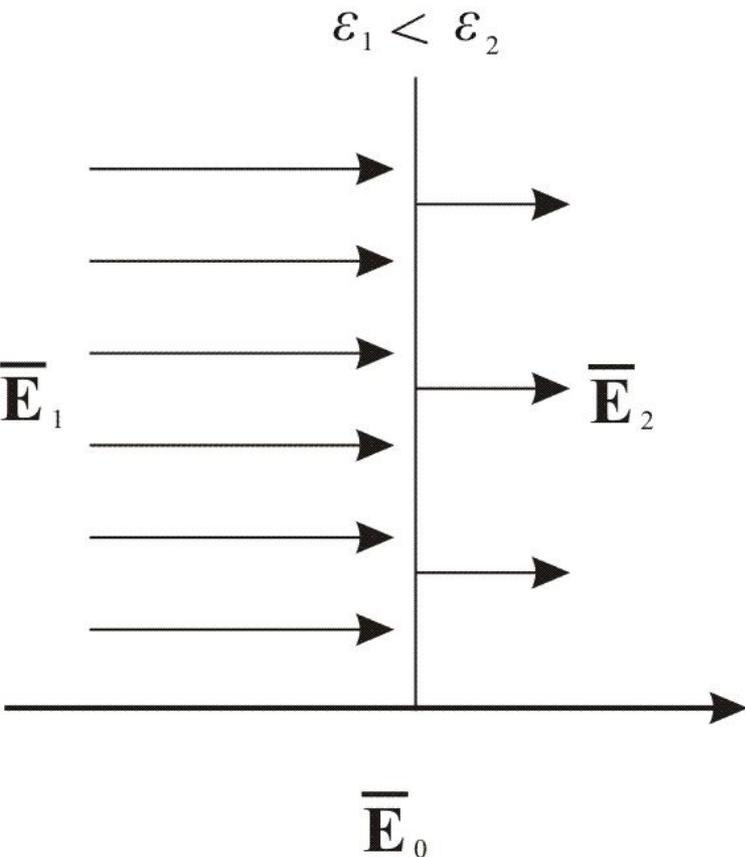
В качестве **примеров** использования различных диэлектриков можно привести: **сегнетоэлектрики** – электрические конденсаторы, ограничители предельно допустимого тока, позисторы, запоминающие устройства;

пьезоэлектрики – генераторы ВЧ и пошаговые моторы, микрофоны, наушники, датчики давления, частотные фильтры, пьезоэлектрические адаптеры;

пироэлектрики – позисторы, детекторы ИК-излучения, болометры (датчики инфракрасного излучения), электрооптические модуляторы.

4.3. Вектор электрического смещения \mathbf{D}

Имеем границу раздела двух сред с ϵ_1 и ϵ_2 , так что, $\epsilon_1 < \epsilon_2$ (рис. 4.8).



$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \quad \text{или} \quad E_1 = E_2 \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$

Напряженность электрического поля E изменяется скачком при переходе из одной среды в другую.

Рис. 4.8

- Главная задача электростатики – расчет электрических полей, то есть \vec{E} в различных электрических аппаратах, кабелях, конденсаторах,.....
- Эти расчеты сами по себе не просты да еще наличие разного сорта диэлектриков и проводников еще более усложняют задачу.

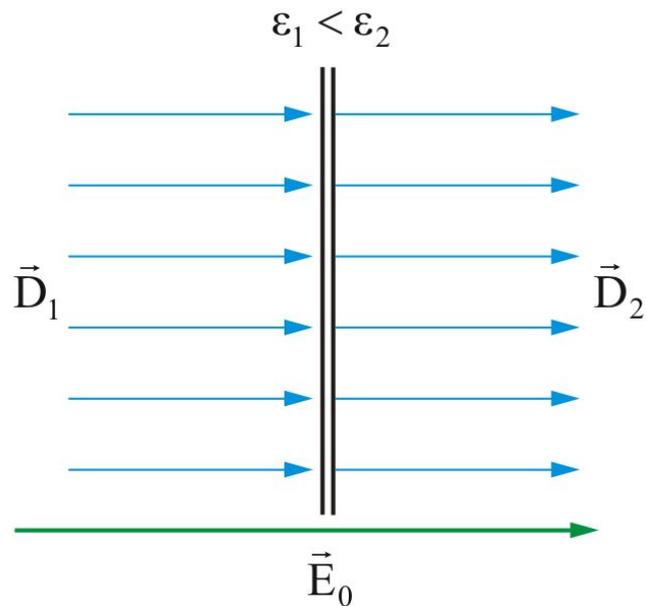
- Для упрощения расчетов была введена новая векторная величина – **вектор электрического смещения** (электрическая индукция).

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} \quad (4.3.1)$$

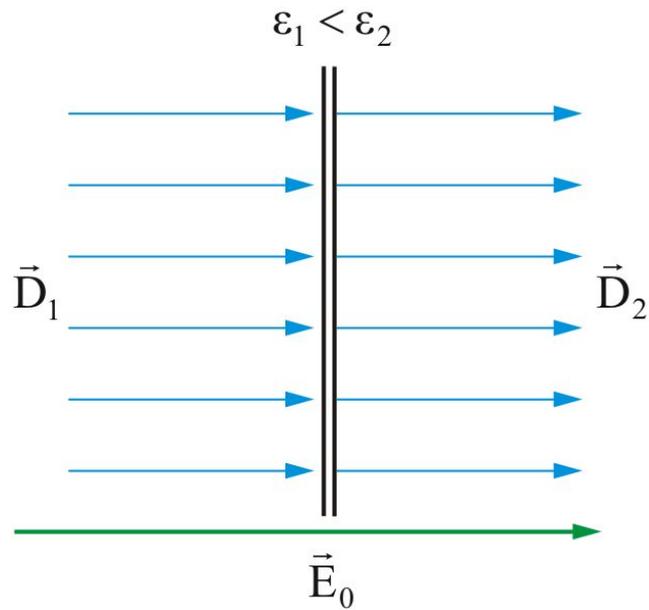
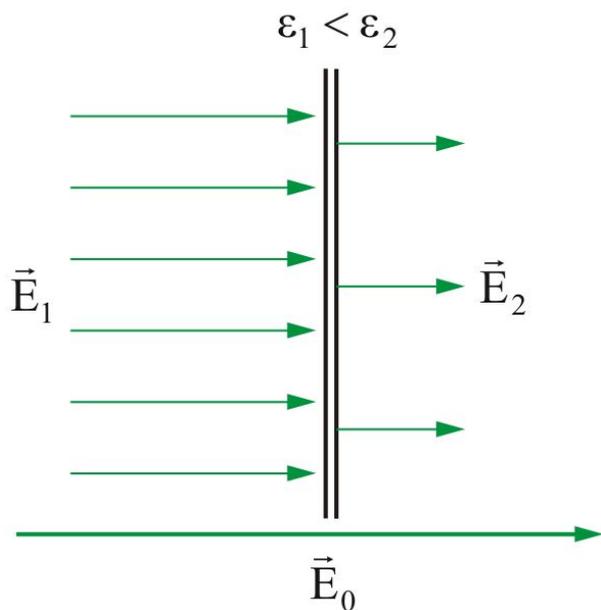
- Из предыдущих рассуждений $E_1 \varepsilon_1 = \varepsilon_2 E_2$ тогда $\varepsilon_0 \varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_2 E_2$ отсюда и

$$D_{n1} = D_{n2}$$

$$D_{n1} = D_{n2}$$



Таким образом, вектор \vec{D} остается неизменным при переходе из одной среды в другую и это облегчает расчет \vec{D} .



Зная \vec{D} и ϵ , легко рассчитывать

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon_0 \epsilon}.$$

$$\underline{\underline{D}} = \epsilon \epsilon_0 \underline{\underline{E}} = (1 + \chi) \epsilon_0 \underline{\underline{E}} = \epsilon_0 \underline{\underline{E}} + \chi \epsilon_0 \underline{\underline{E}}$$

отсюда можно записать:

$$\underline{\underline{D}} = \epsilon_0 \underline{\underline{E}} + \underline{\underline{P}}, \quad (4.3.3)$$

где $\underline{\underline{P}}$ - вектор поляризации,

χ – диэлектрическая восприимчивость среды, характеризующая поляризацию единичного объема среды.

- Для точечного заряда в вакууме

$$D = \frac{q}{4\pi r^2}.$$

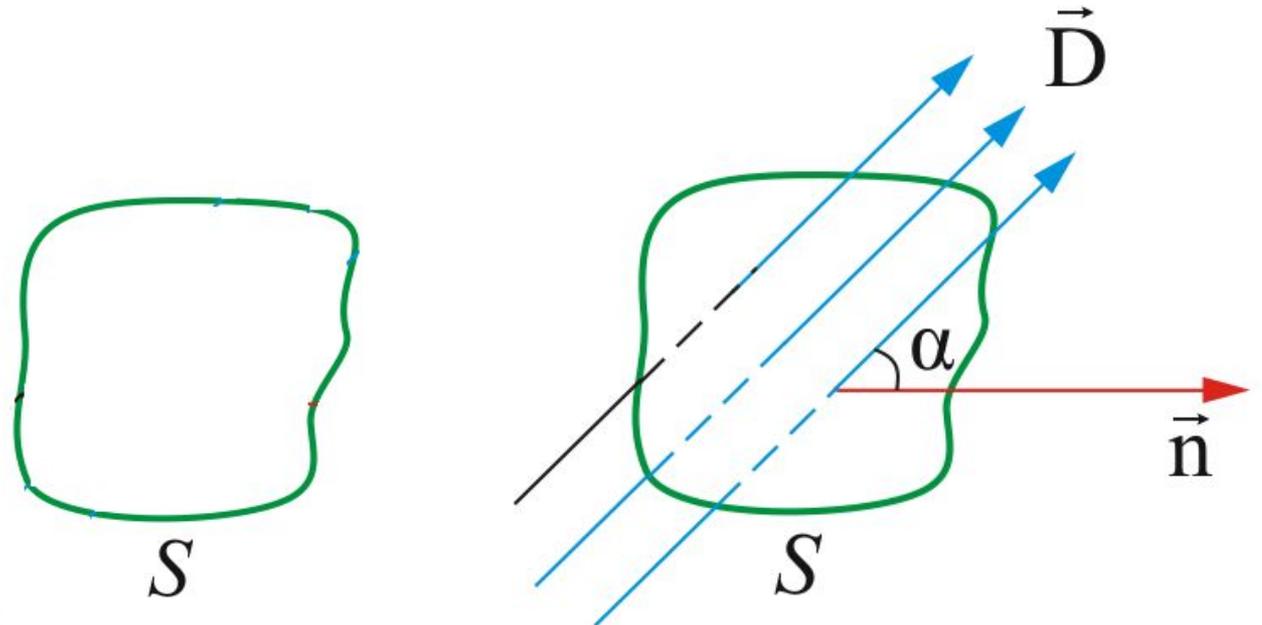
- Для \vec{D} имеет место принцип суперпозиции, как и для \vec{E} , т.е.

$$\vec{D} = \sum_{k=1}^n \vec{D}_k.$$

4.4. Поток вектора электрического смещения.

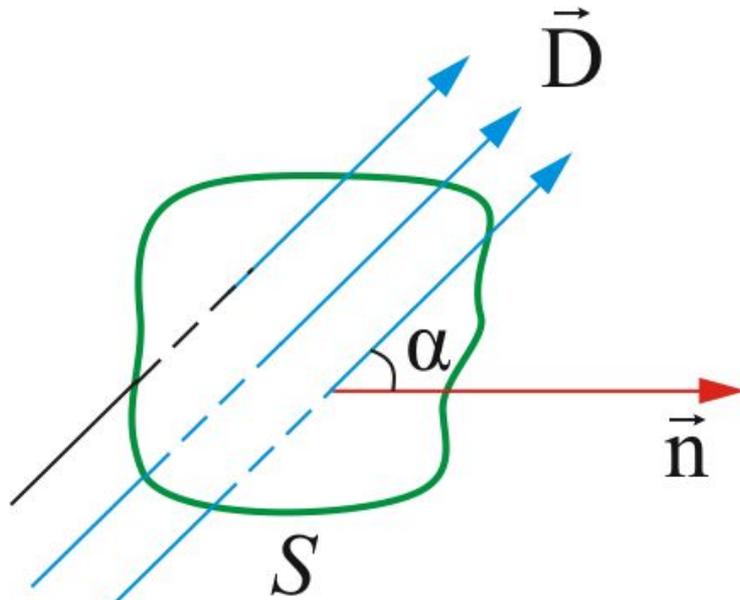
Теорема Остроградского-Гаусса для вектора \vec{D}

Пусть произвольную площадку S пересекают линии вектора электрического смещения \vec{D} под углом α к нормали:



В однородном электростатическом поле
поток вектора \vec{D} равен:

$$\Phi_D = DS \cos \alpha = D_n S.$$



Теорему Остроградского-Гаусса для вектора \mathbf{D} получим из теоремы Остроградского-Гаусса для вектора \mathbf{E} :

•

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{\sum q_k}{\epsilon_0 \epsilon} \quad E_n = \frac{D_n}{\epsilon_0 \epsilon}$$

$$\frac{1}{\epsilon_0 \epsilon} \oint_S D_n dS = \frac{\sum q_k}{\epsilon_0 \epsilon}$$

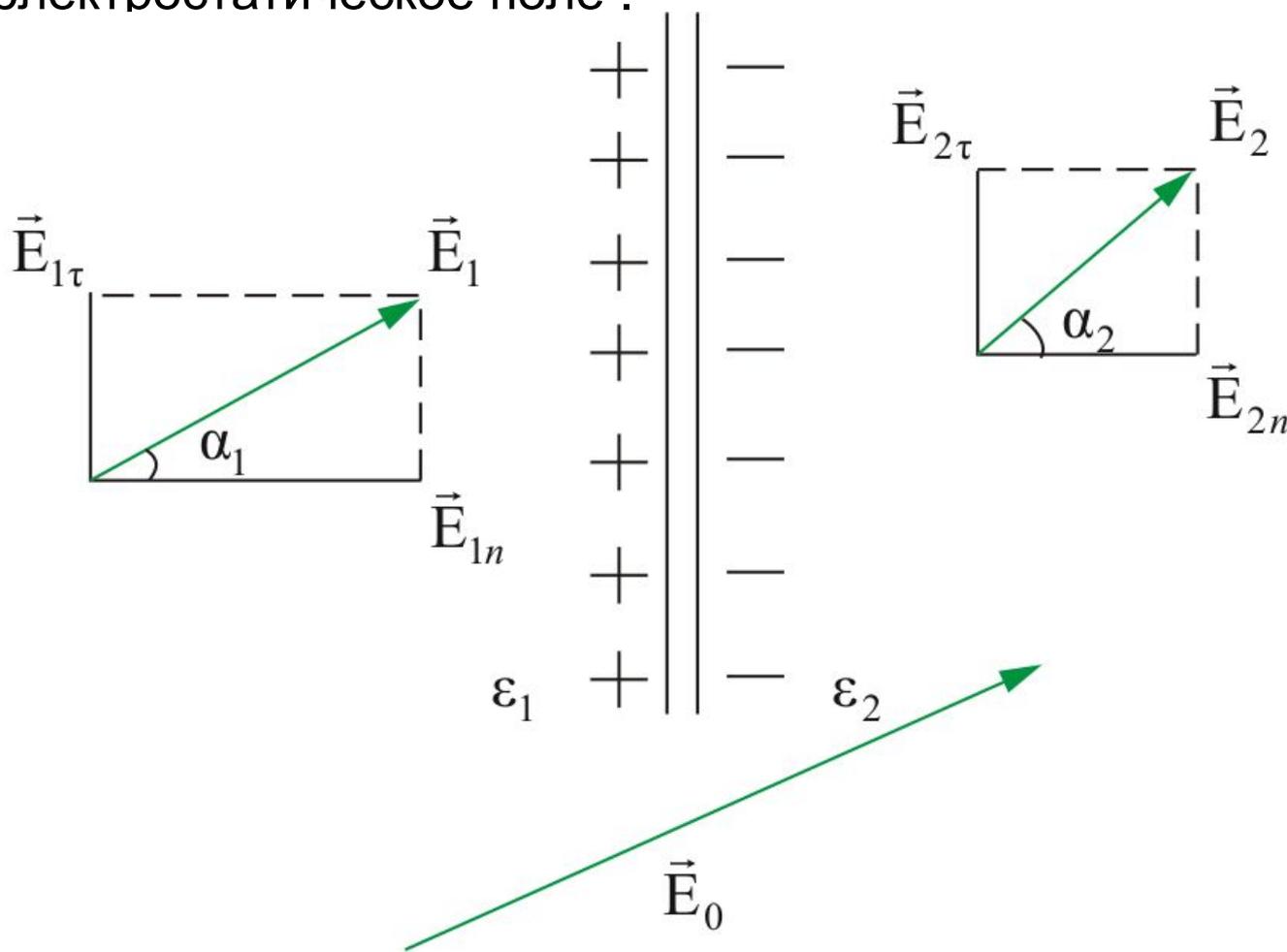
- Теорема Остроградского-Гаусса для \vec{D}

$$\Phi_D = \oint_S D_n dS = \sum q_k \quad (4.4.1)$$

- Поток вектора \vec{D} через любую замкнутую поверхность определяется **только свободными зарядами**, а не всеми зарядами внутри объема, ограниченного данной поверхностью.
- Это позволяет не рассматривать связанные (поляризованные) заряды, влияющие на \vec{E} и упрощает решение многих задач.
- В этом смысл введения вектора \vec{D} .

4.5. Изменение \vec{E} и \vec{D} на границе раздела двух диэлектриков

- Рассмотрим простой случай (рисунок 7.12): два бесконечно протяженных диэлектрика с ϵ_1 и ϵ_2 , имеющих общую границу раздела, пронизывает внешнее электростатическое поле.

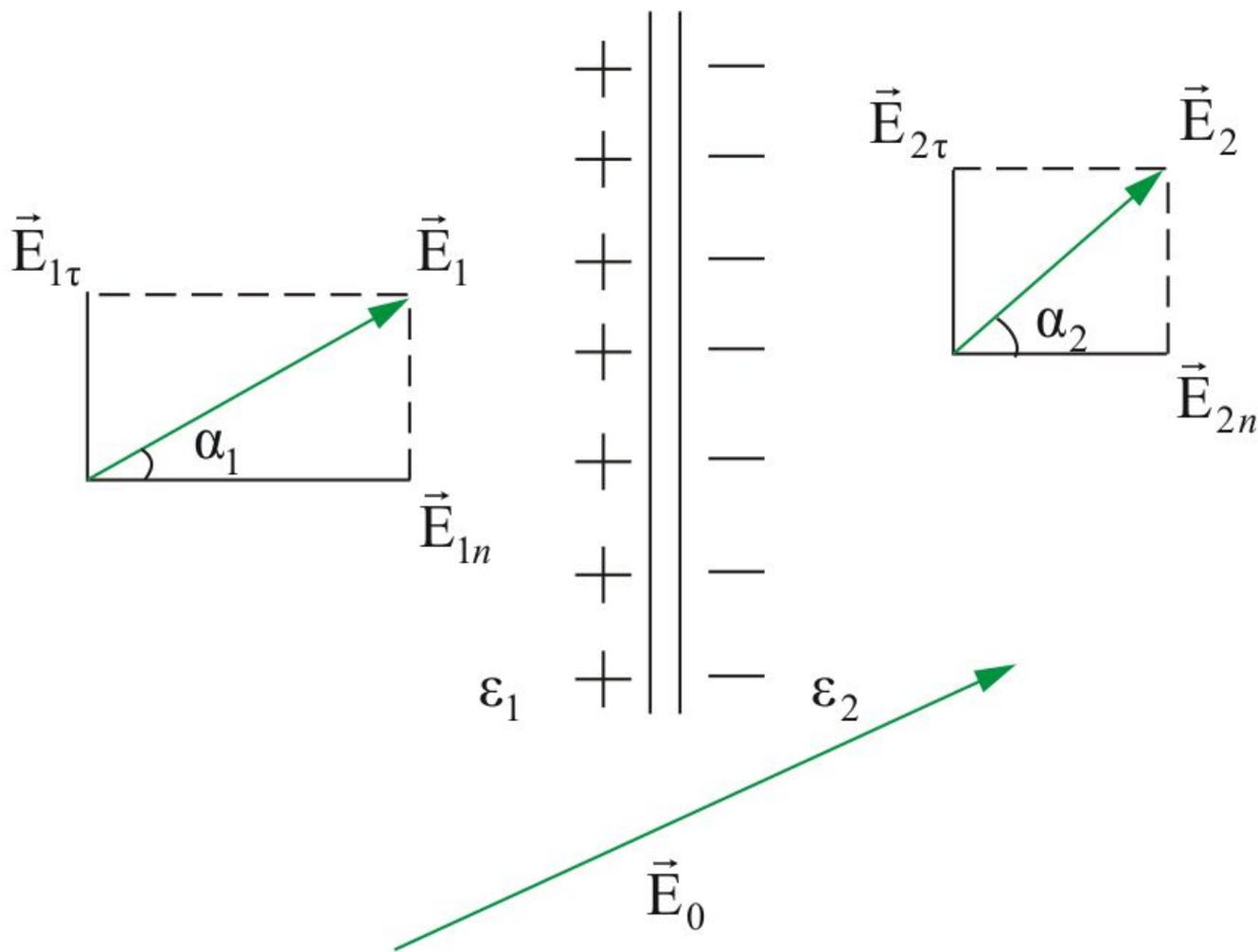


• Пусть $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$.

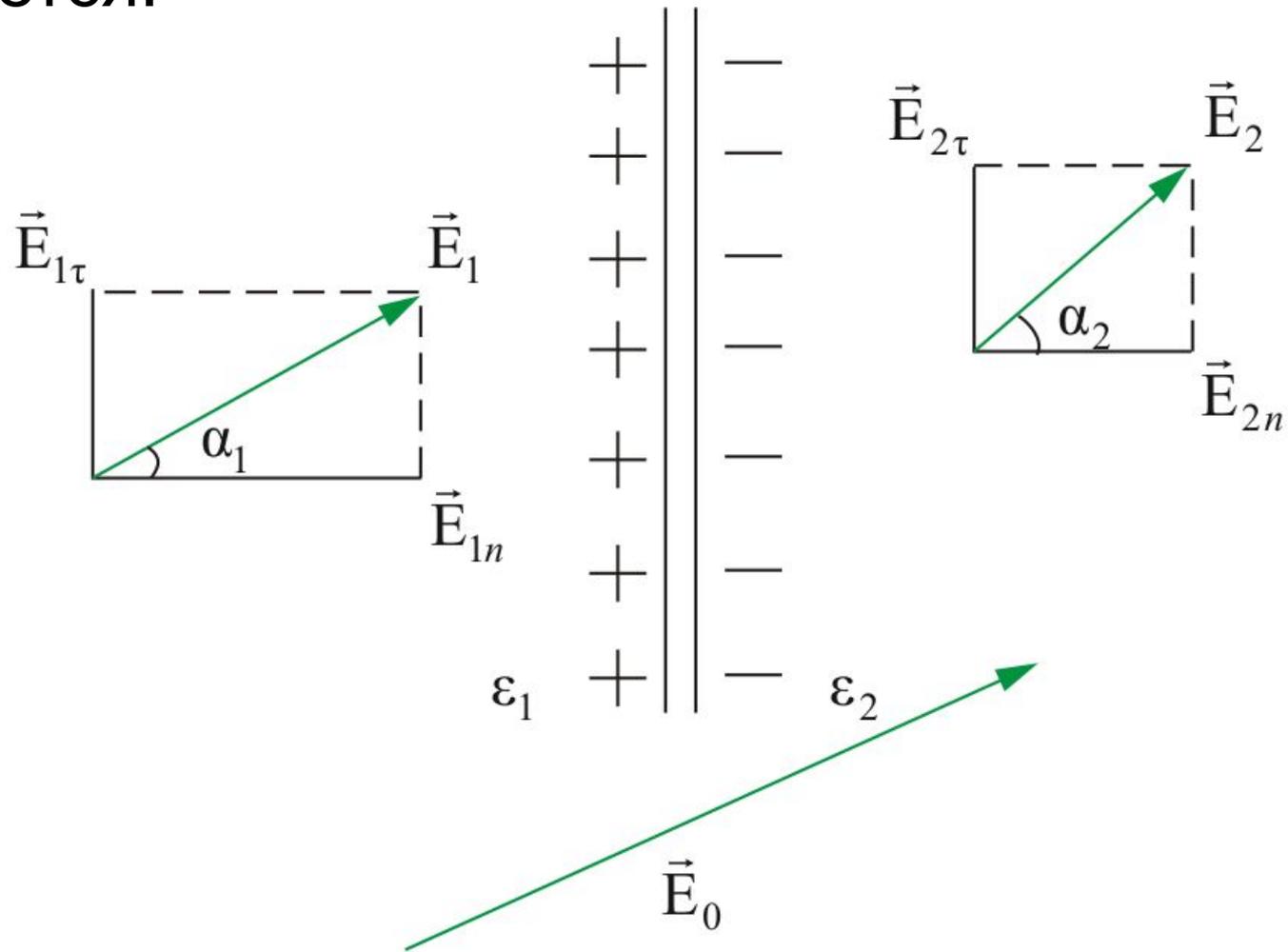
• Из п. 4.3 мы знаем, что

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}$$

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \quad \text{и}$$



- **Образовавшиеся поверхностные заряды изменяют только нормальную составляющую** \vec{E}
 а тангенциальная составляющая остается постоянной, в результате направление вектора \vec{E} \vec{E}
 изменяется:



- То есть направление вектора E

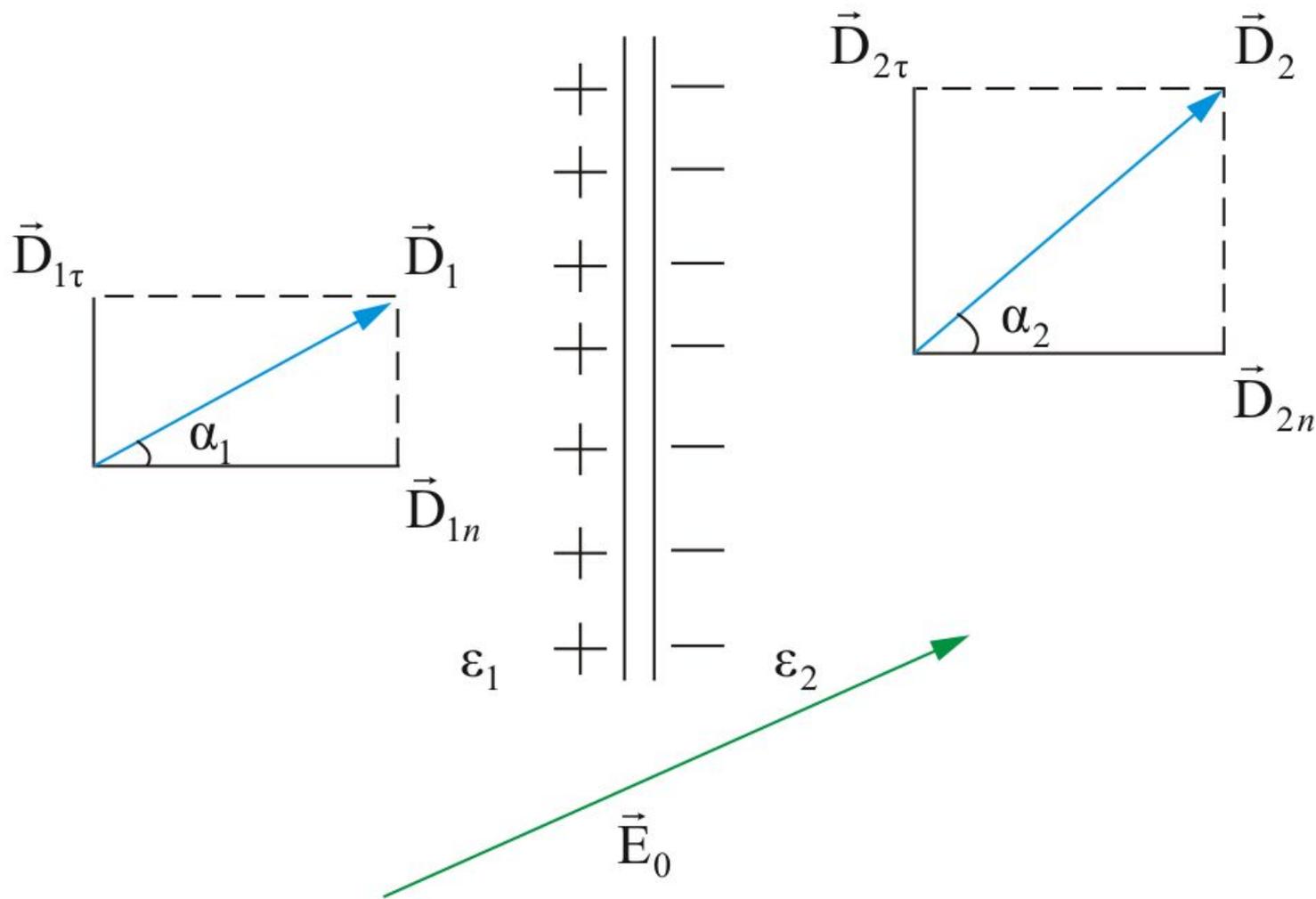
изменяется:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{E_{2\tau} E_{1n}}{E_{2n} E_{1\tau}} = \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1},$$

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1},$$

!!! Это закон преломления вектора напряженности электростатического поля!!!

- Рассмотрим изменение вектора \vec{D} и его проекций D_n и D_τ



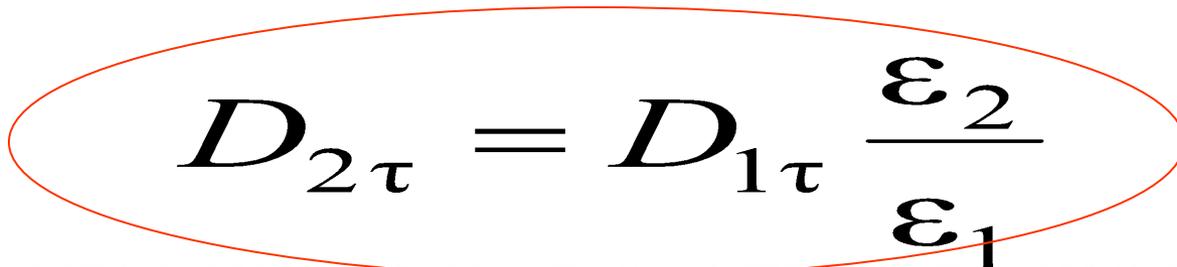
• Т.к. $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}$, то имеем:

• $D_{1n} = \varepsilon_1 \varepsilon_0 E_{1n} \quad D_{2n} = \varepsilon_2 \varepsilon_0 E_{2n}$

• $\frac{D_{1n}}{D_{2n}} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0 E_{1n}}{\varepsilon_2 \varepsilon_0 E_{2n}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_0 \varepsilon_2 \varepsilon_1} = 1$

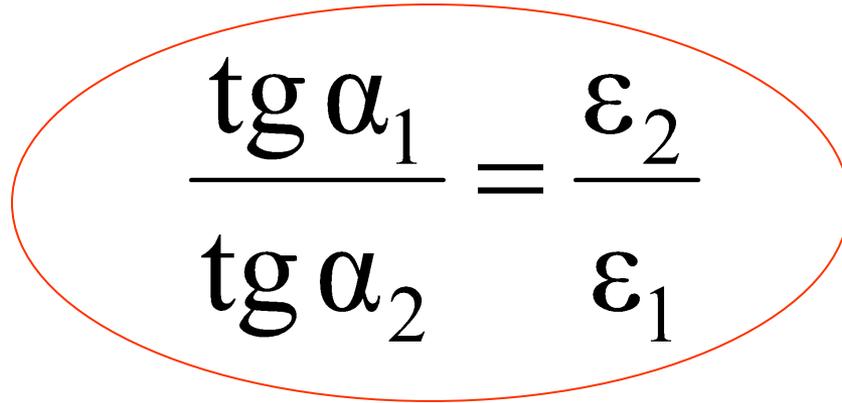
• т.е. $D_{1n} = D_{2n}$ – нормальная составляющая вектора не изменяется.

• $\frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0 E_{1\tau}}{\varepsilon_2 \varepsilon_0 E_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2};$


$$D_{2\tau} = D_{1\tau} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

• т.е. тангенциальная составляющая вектора увеличивается в $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$ раз

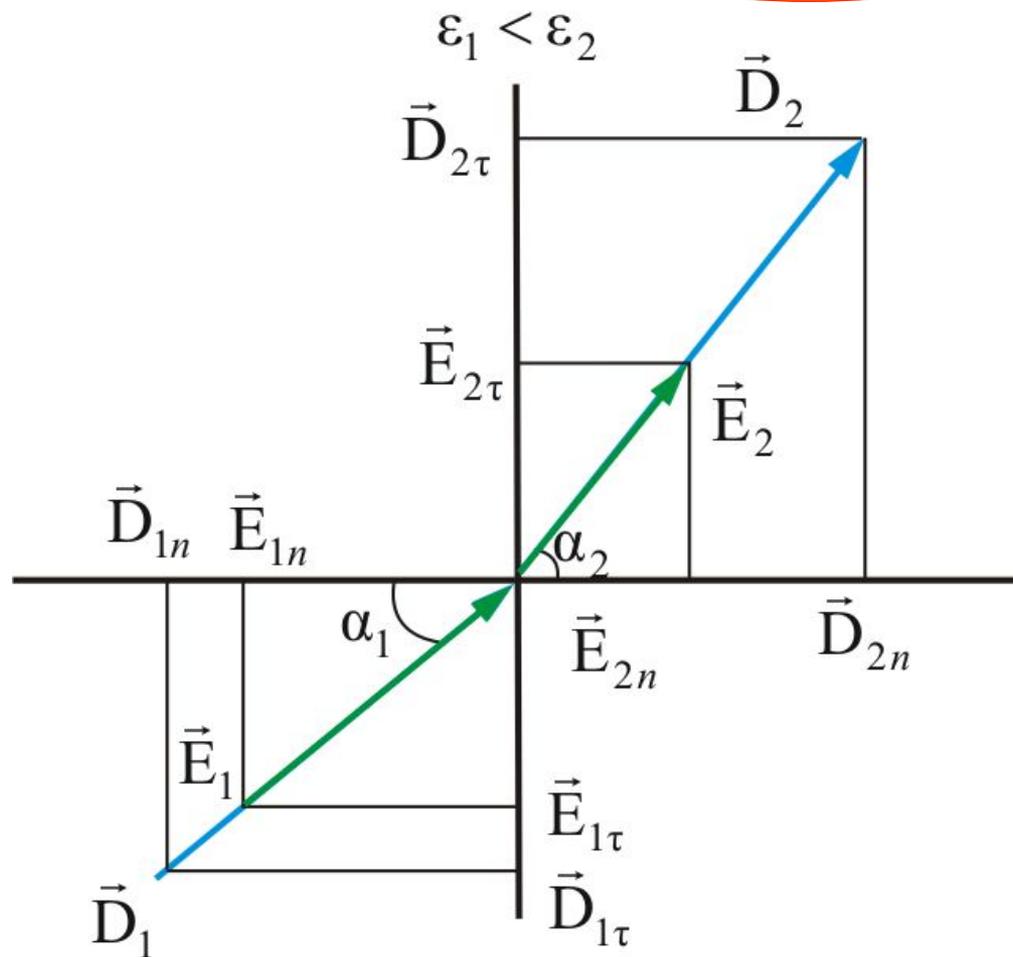
$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{D_{2\tau} D_{1n}}{D_{2n} D_{1\tau}} = \frac{D_{2\tau}}{D_{1\tau}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$


$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

- **закон преломления вектора D .**

- Объединим рисунки 4.12 и 4.13 и проиллюстрируем **закон преломления для векторов E и D** :

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$



- Как видно из рисунка, при переходе из одной диэлектрической среды в другую вектор \vec{D} преломляется на тот же угол, что и \vec{E}

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$$

- Входя в диэлектрик с большей диэлектрической проницаемостью, линии \vec{D} и \vec{E} удаляются от нормали.

