

Элементарные процессы

Как получить плазму? \longrightarrow Нагреть газ

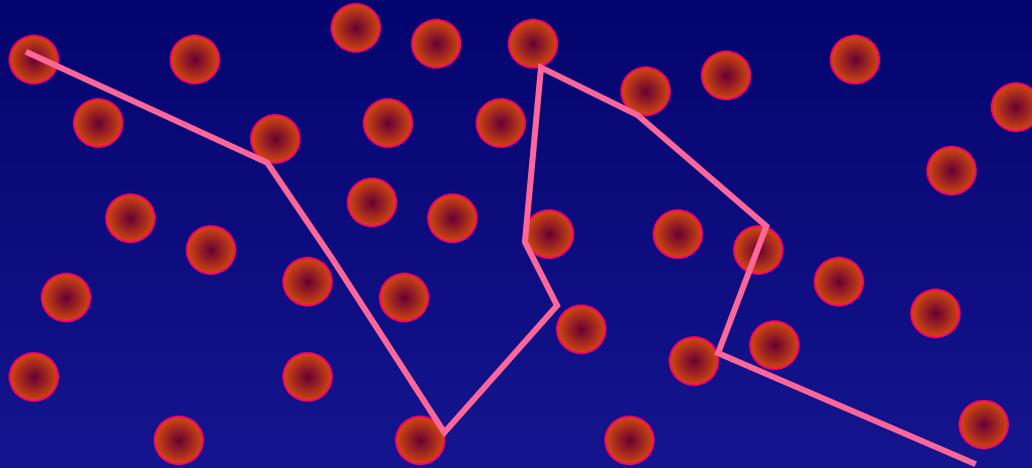
Водород. Потенциал ионизации = 13.6эВ

$$1\text{эВ}=11600\text{К} \quad T = 160\ 000\text{К} ?$$



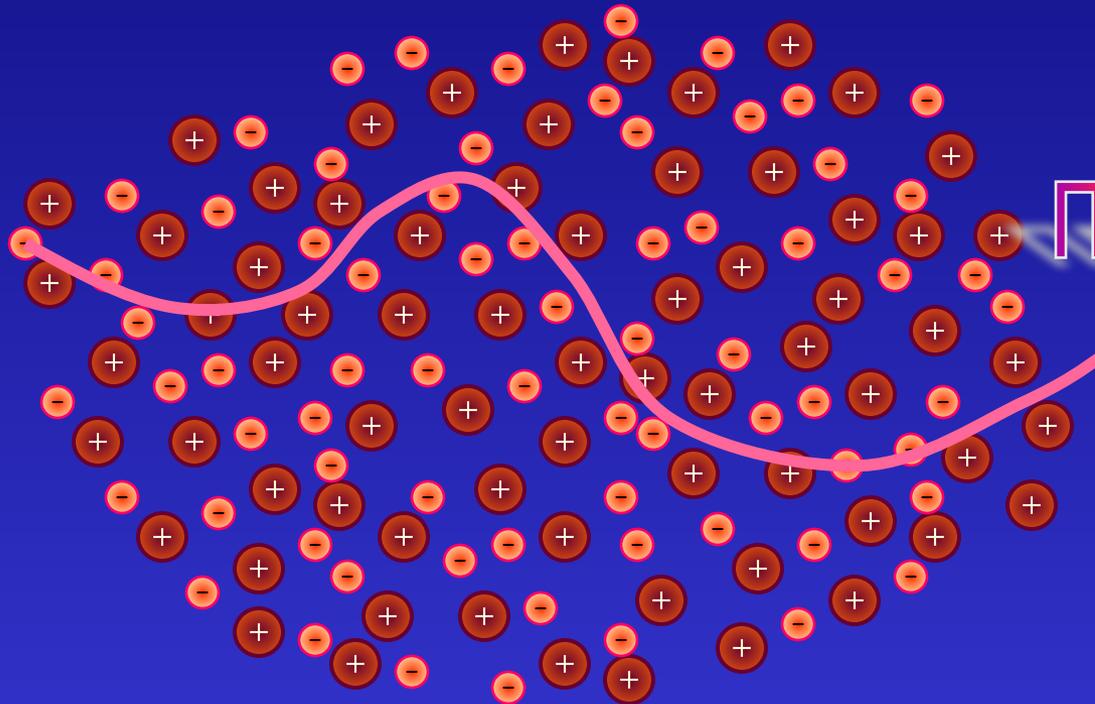
Неужели в люминесцентной лампе такая температура?

Столкновения и траектории частиц в плазме.



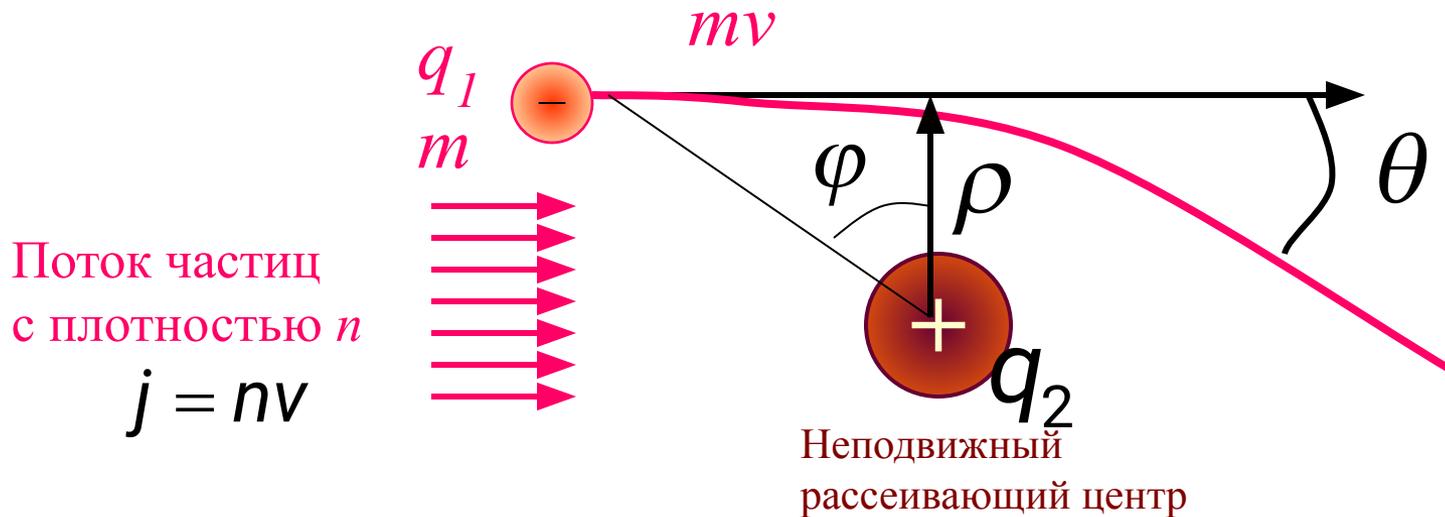
газ

Траектории частиц



плазма

Столкновения частиц в плазме. Кулоновский логарифм.



Определим среднюю силу, действующую на неподвижный заряд

$$F = ma = \frac{d}{dt} p_{\parallel}$$

$$F = \frac{d}{dt} (mNv) p_{\parallel} = m \frac{dN}{dt} \Delta v_{\parallel}$$

$$F = mv(1 - \cos\theta) jS$$

$$= jS = nvS$$

$$F_z = \int_0^{\infty} \underbrace{mv(1 - \cos\theta)}_{\text{force per particle}} \underbrace{j 2\pi\rho d\rho}_{\text{area element}}$$

$$F_z = mvj\sigma_{tr}$$

Столкновения частиц в плазме. Кулоновский логарифм.

транспортное сечение.

$$\sigma_{tr} \stackrel{\text{def}}{=} \int_0^\infty (1 - \cos \theta(\rho)) 2\pi \rho d\rho$$

При малых θ :

$$\theta(\rho) = \frac{\Delta p_\perp}{mv} = \frac{1}{mv} \int F_\perp dt = \frac{1}{mv} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \underbrace{\frac{q_1 q_2}{\rho^2} \cos^2 \varphi}_{|F|} \overbrace{\cos \varphi}^{F_\perp} \underbrace{\frac{d\rho \operatorname{tg} \varphi}{v}}_{dt} =$$

$$(dt = dz/v = d\rho \operatorname{tg} \varphi / v) = \frac{q_1 q_2}{mv^2 \rho} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \varphi d\varphi = \frac{2q_1 q_2}{mv^2 \rho}.$$

Ср. точная формула Резерфорда: $\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{q_1 q_2}{mv^2 \rho}$

$$\theta \sim 1 \quad \text{при} \quad \rho \sim \frac{q_1 q_2}{mv^2}$$

Параметр ближнего взаимодействия

$$\sigma_{tr} \stackrel{\text{def}}{=} \int_0^\infty (1 - \cos \theta(\rho)) 2\pi \rho d\rho \quad \text{транспортное сечение.}$$

$$1 - \cos \theta = \frac{1}{2} \theta^2 \quad \sigma_{tr} \approx \int \frac{\theta^2}{2} 2\pi \rho d\rho = \frac{4\pi q_1^2 q_2^2}{m^2 v^4} \int \frac{d\rho}{\rho} =$$

$$= (\text{расходимость}) = \frac{4\pi q_1^2 q_2^2}{m^2 v^4} \ln \frac{\rho_{max}}{\rho_{min}}.$$

Если заряд находится в плазме, то

- $\rho_{min} \sim \frac{q_1 q_2}{mv^2}$ (нарушается приближение $\theta \ll 1$)
- $\rho_{max} \sim r_D$ (на больших радиусах поле экспоненциально спадает)
- $mv^2 \sim T, \quad |q_1| \sim |q_2| \sim e$
- $\frac{\rho_{max}}{\rho_{min}} \sim \frac{\sqrt{T}}{\sqrt{4\pi n e^2}} \cdot \frac{T}{e^2} \sim nr_D^3 \sim N_D \gg 1$

Кулоновский логарифм:

$$\Lambda \stackrel{\text{def}}{=} \ln \frac{\rho_{max}}{\rho_{min}} \sim \ln N_D$$

транспортное сечение.

$$\sigma_{tr} = \frac{4\pi \Lambda q_1^2 q_2^2}{m^2 v^4}$$

Это сечение падает обратно пропорционально квадрату энергии налетающих частиц $E = mv^2/2$. Принимая $Z_1 = Z_2 = 1$ и $\Lambda = 15$, получим практическую формулу

$$\sigma_{tr} \simeq \frac{10^{-12}}{E^2[\text{эВ}]} \text{см}^2.$$

Замечания о логарифмической точности:

- Ошибка в 2 раза при определении ρ_{min} или ρ_{max} :

$$\Lambda \rightarrow \Lambda - \ln 2, \quad \text{относительная ошибка} \sim \frac{1}{\Lambda}.$$

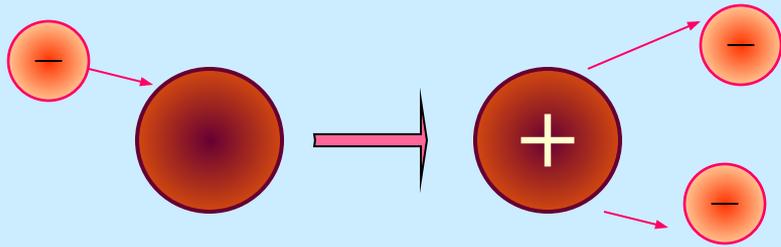
- Вклад рассеяния на большие углы ($\theta \sim 1$):

$$\Delta\sigma_{tr} \sim \pi \rho_{min}^2 \sim \frac{4\pi q_1^2 q_2^2}{m^2 v^4} \sim \frac{\sigma_{tr}}{\Lambda} \ll \sigma_{tr}.$$

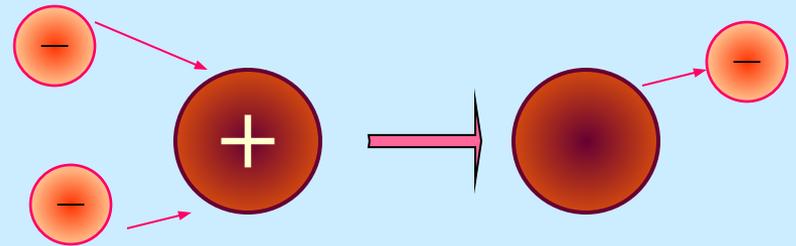
Элементарные процессы в плазме

= Процессы, происходящие при столкновениях атомов, ионов, электронов и фотонов (важны для плазмы, не находящейся в термодинамическом равновесии).

ионизация
электронным ударом



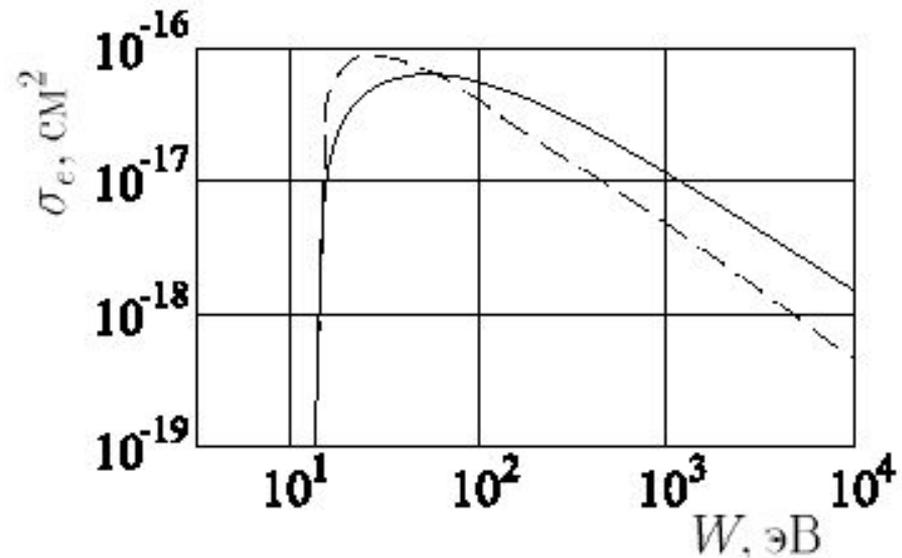
рекомбинация
тройная



Изменение числа электронов:

$$\left(\frac{dn_e}{dt}\right)_{\text{эл}} = n_e n_a \langle \sigma_e v \rangle - \beta n_e^2 n_i.$$

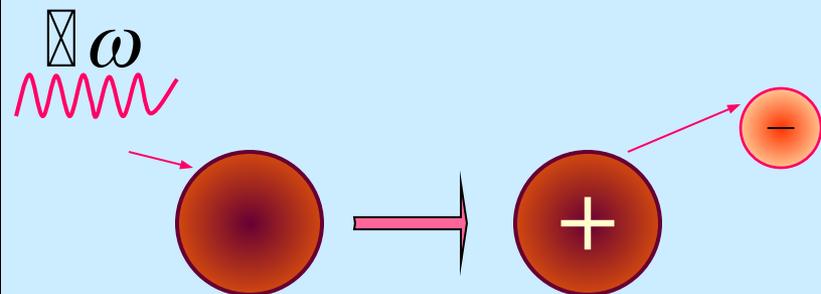
Зависимость сечения ионизации водорода от энергии налетающего электрона. Эксперимент (сплошная линия) и аппроксимация формулой Томсона (19) (прерывистая).



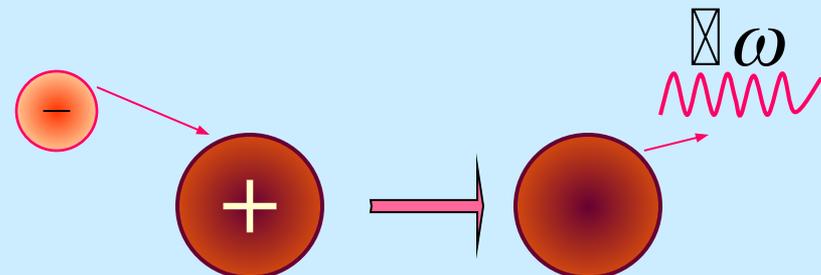
$$\sigma_e = \pi a_B^2 \frac{4I(W - I)}{W^2}. \quad (19)$$

I — потенциал ионизации, W — энергия электрона,
 a_B — радиус Бора.

фотоионизация



фоторекомбинация

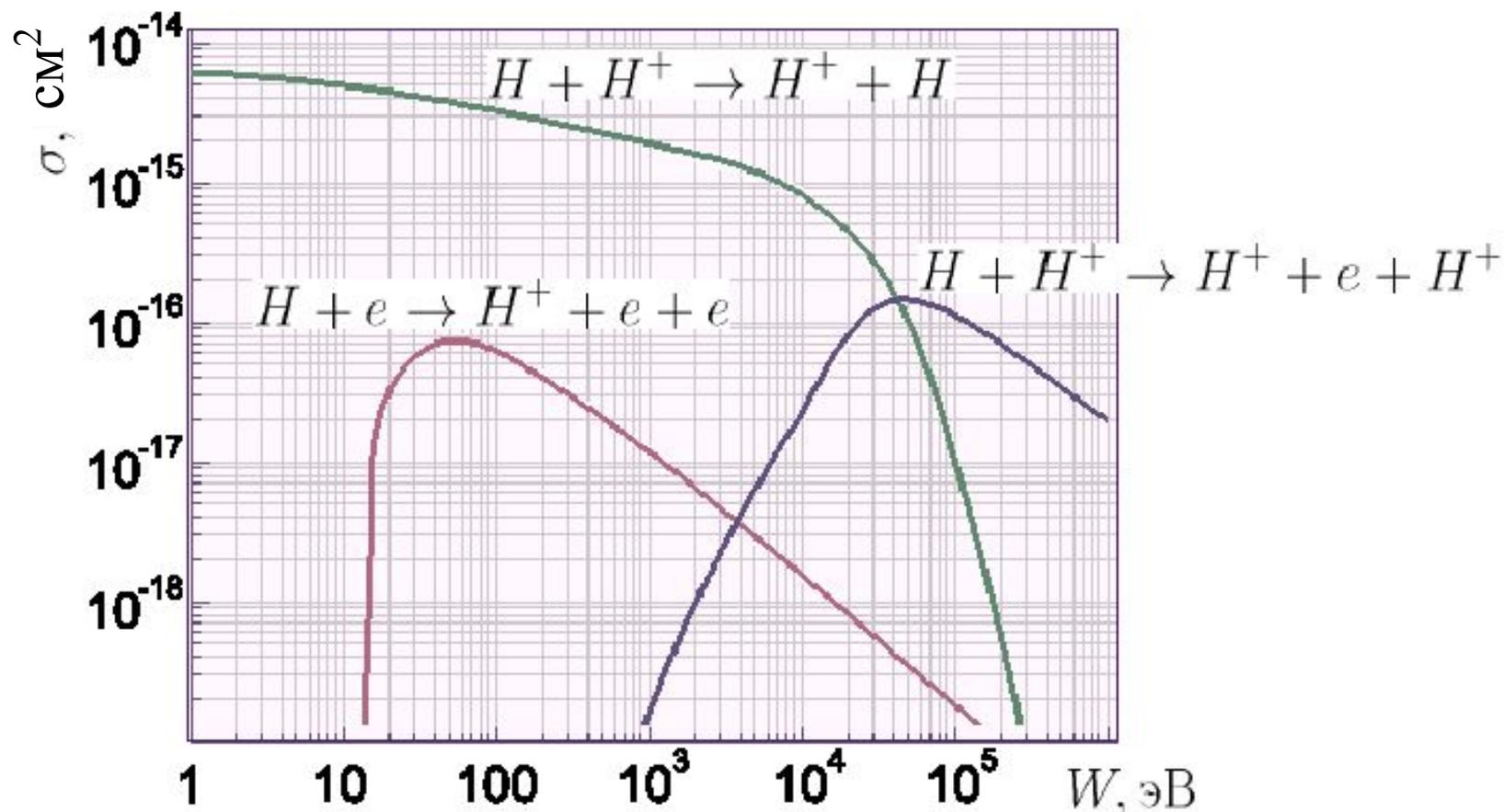


Изменение числа электронов:

$$\left(\frac{dn_e}{dt}\right)_{\text{фото}} = \mu n_a - \gamma n_i n_e.$$

Элементарные процессы в плазме

Перезарядка: $H + H^+ \rightleftharpoons H^+ + H$,

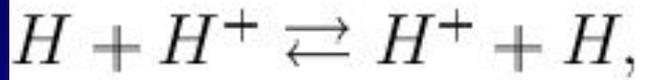


Ионизация ионами и тройная рекомбинация: $H + H^+ \rightleftharpoons H^+ + e + H^+$.

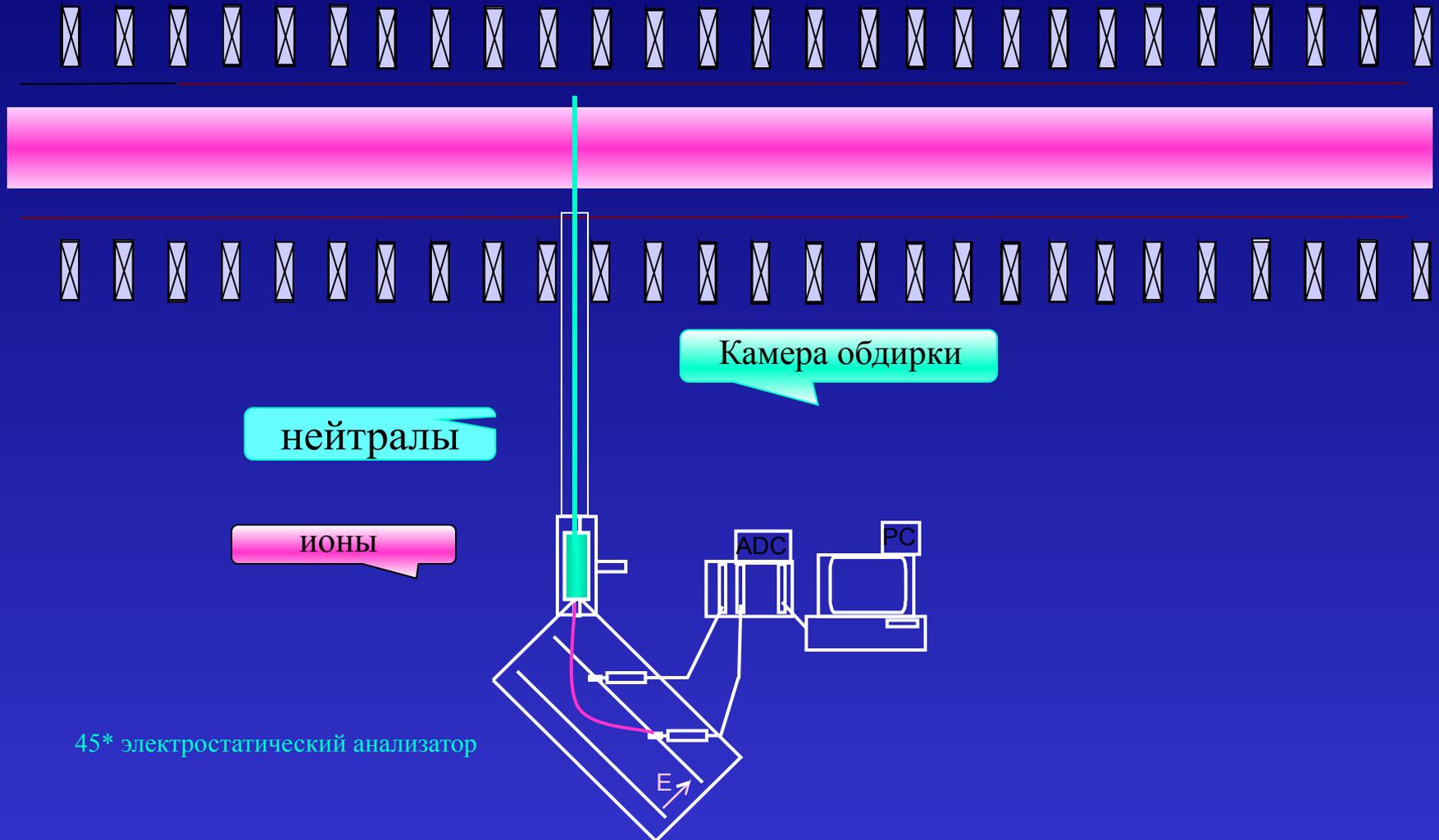
Многоступенчатая ионизация: $H + e \rightleftharpoons H^* + e$, $H^* + e \rightleftharpoons H^+ + e + e$.

Туннельная ионизация: $H + N \hbar\omega \rightleftharpoons H^+ + e$, $\hbar\omega \ll I$

Диагностика плазмы по нейтралам перезарядки



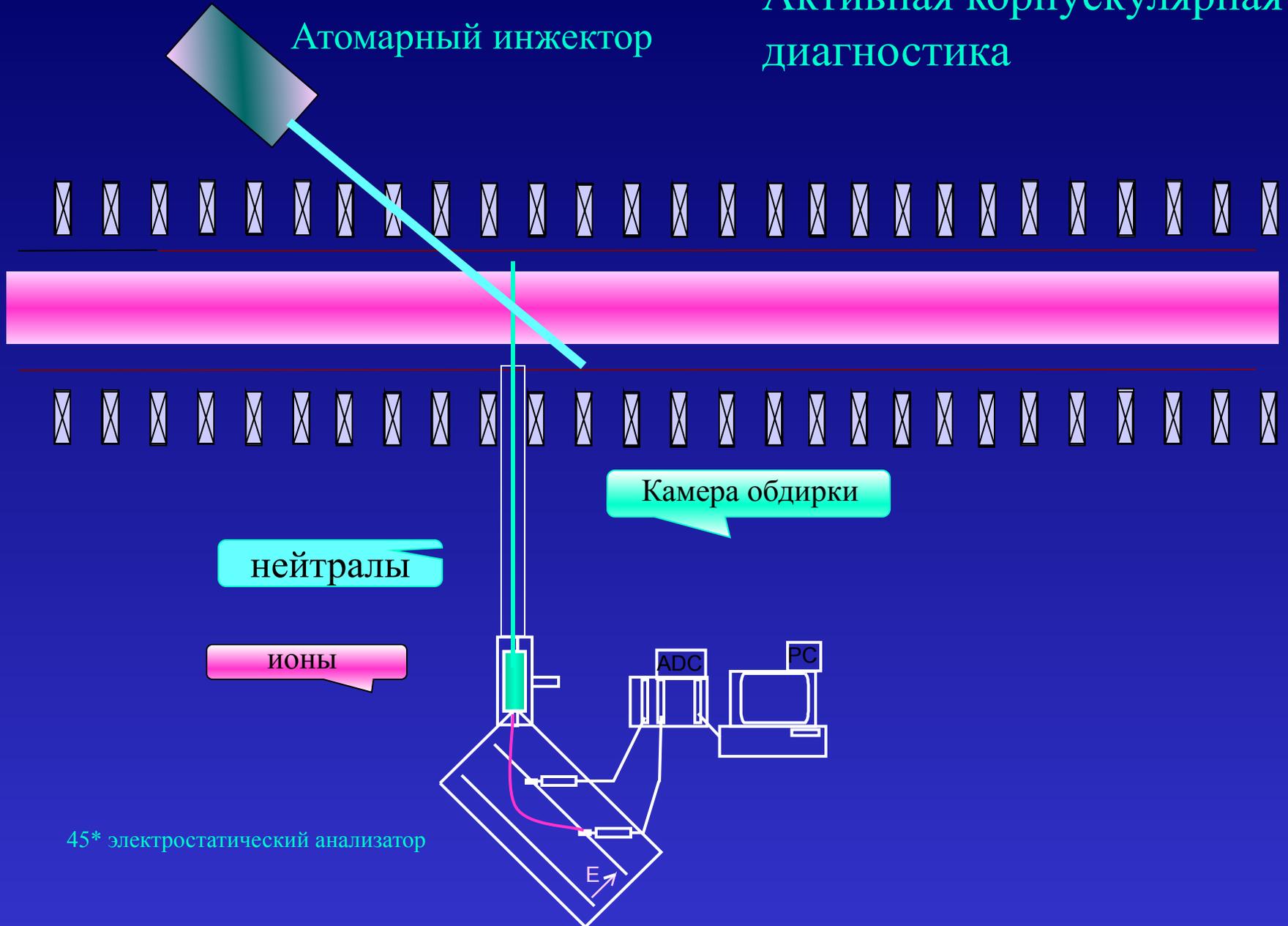
Хол. Гор. Хол. Гор.



Диагностика плазмы по нейтралам перезарядки

Активная корпускулярная диагностика

Атомарный инжектор



нейтралы

ионы

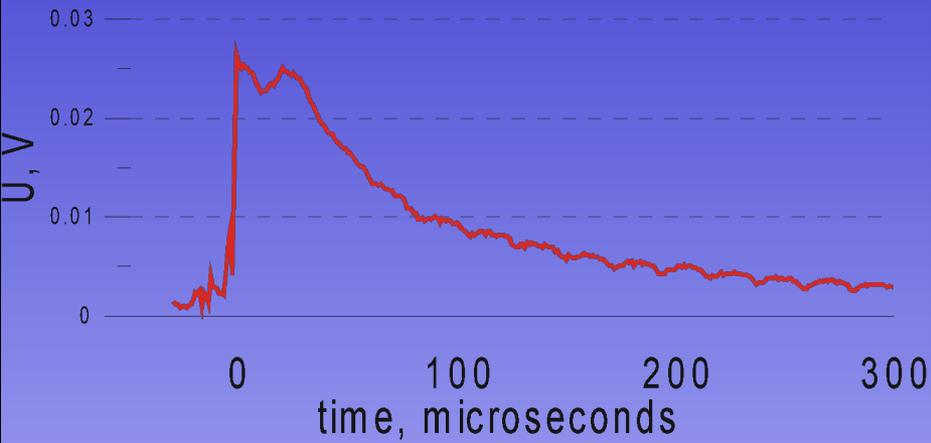
Камера обдирки

45* электростатический анализатор

E

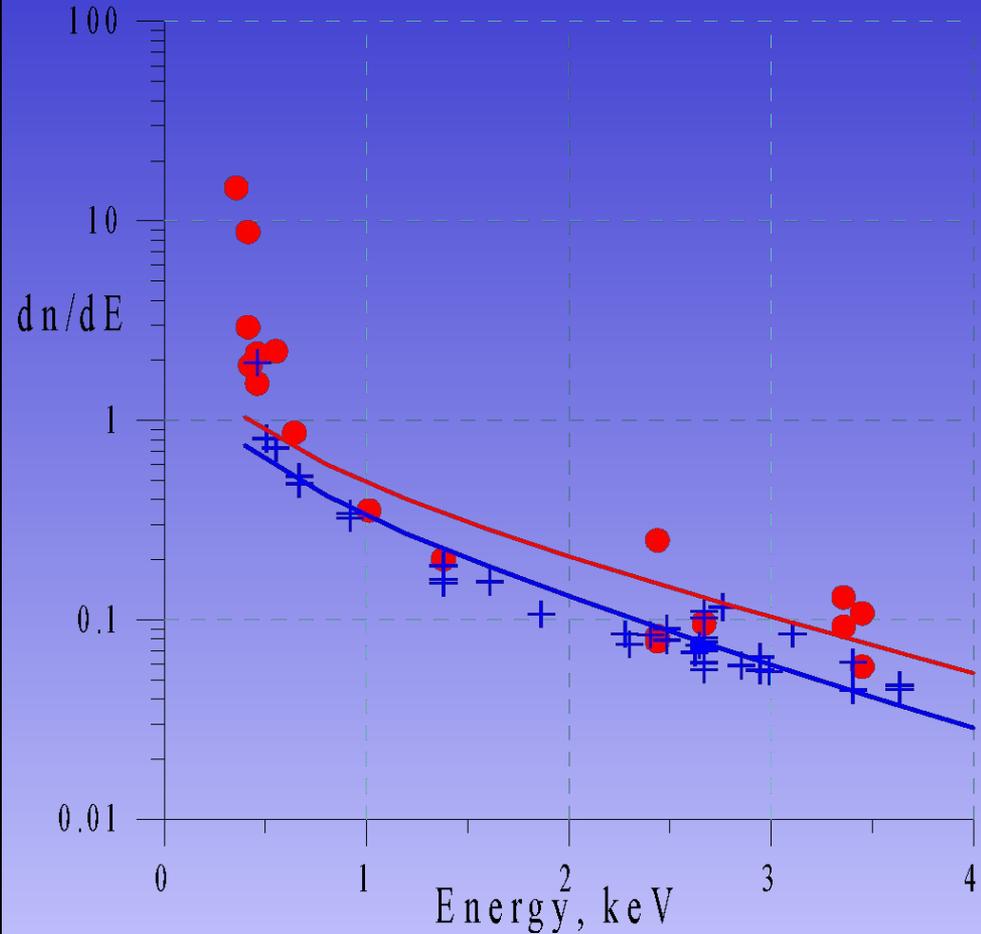
Регистрация нейтралов перезарядки

Осциллограмма



Эмиссия нейтралов начинается
во время инъекции пучка

Спектр нейтралов



$$T_i = 1.5 \pm 0.5$$

Модели плазмы

Корональная модель

Модель термодинамического равновесия

Модель- ЛТР

(ЛТР-локальное термодинамическое равновесие)

Корональное равновесие

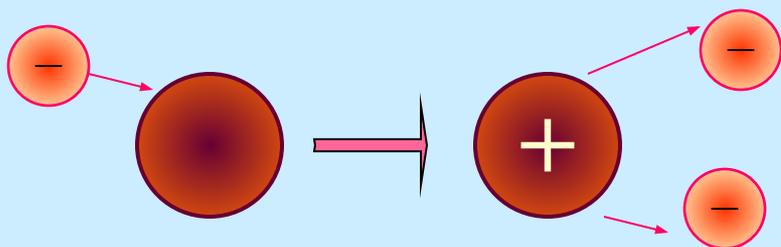


ионизация
электронным ударом \longleftrightarrow фоторекомбинация

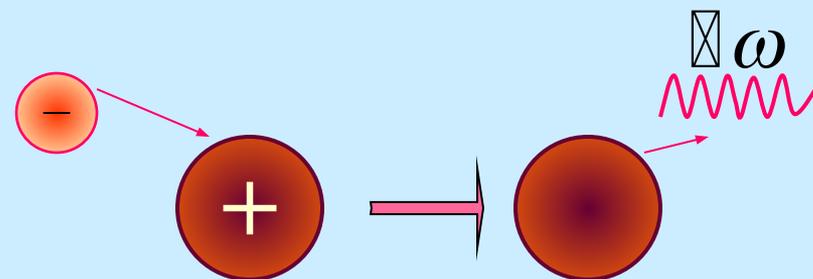
Корональное равновесие

ионизация

электронным ударом



фоторекомбинация



ионизация
электронным ударом



фоторекомбинация

Корональное равновесие

В редкой плазме малых размеров трехчастичная рекомбинация мала, излучение легко уходит из системы:

$$\frac{dn_e}{dt} = n_e n_a \langle \sigma_e v \rangle - \gamma n_i n_e.$$

и может реализоваться корональное равновесие:

$$\alpha = \frac{n_i}{n_a} = \frac{\langle \sigma_e v \rangle}{\gamma}$$

(формула Эльверта) — степень ионизации не зависит от плотности.

Степень ионизации. Формула Саха.

Найдем плотность электронов (n_e), ионов (n_i) и нейтральных атомов (n_a) для водородной плазмы в **термодинамическом равновесии**.

Электрон находится в состоянии с энергией ε_k с вероятностью

$$w_k = A \exp\left(-\frac{\varepsilon_k}{T}\right), \quad \text{причем} \quad \sum_k w_k = 1, \quad \frac{\sum_{\varepsilon_k > 0} w_k}{\sum_{\varepsilon_k < 0} w_k} = \frac{n_i}{n_a}.$$

В атоме водорода $\varepsilon_k = -\frac{me^4}{2\hbar^2 k^2} = -\frac{I}{k^2}$. $I = 13.6$ эВ — потенциал ионизации,
 $k \geq 1$ — номер уровня

Поэтому $\sum_{w < 0} w_k = 2A \left(e^{I/T} + \dots \right)$.

из-за спина \nearrow \nearrow пренебрегаем уровнями с $k \geq 2$

Для свободных электронов

$$\sum_{\varepsilon_k > 0} w_k = 2A \sum_{\varepsilon_k > 0} \exp\left(-\frac{\varepsilon_k}{T}\right) = 2A \int \frac{d\vec{p} d\vec{r}}{(2\pi\hbar)^3} \exp\left(-\frac{p^2}{2mT}\right) =$$

↙ объем на один электрон, $V = 1/n_e$

$$= \frac{2AV}{(2\pi\hbar)^3} \underbrace{\int_0^\infty 4\pi p^2 \exp\left(-\frac{p^2}{2mT}\right) dp}_{(2\pi mT)^{3/2}} = \frac{2A}{n_e} \left(\frac{mT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}.$$

Формула Саха:

$$\frac{n_e n_i}{n_a} = e^{-I/T} \left(\frac{mT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2},$$

Степень ионизации. Формула Саха

$$\frac{n_e n_i}{n_a} = e^{-I/T} \underbrace{\left(\frac{mT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2}}_{\sim \lambda_{d-B}^{-3}} \stackrel{\text{def}}{=} K(T)$$

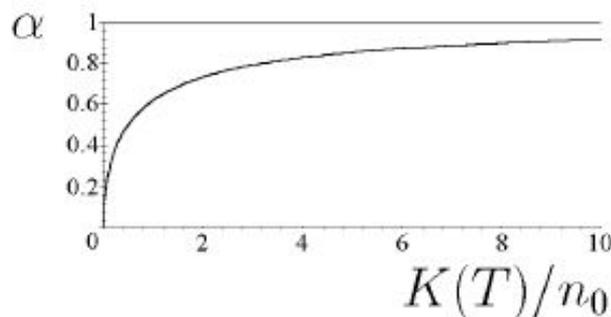
$K(T)$ — константа равновесия

Степень ионизации $\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \frac{n_i}{n_0}$,

$$n_0 = n_i + n_a$$

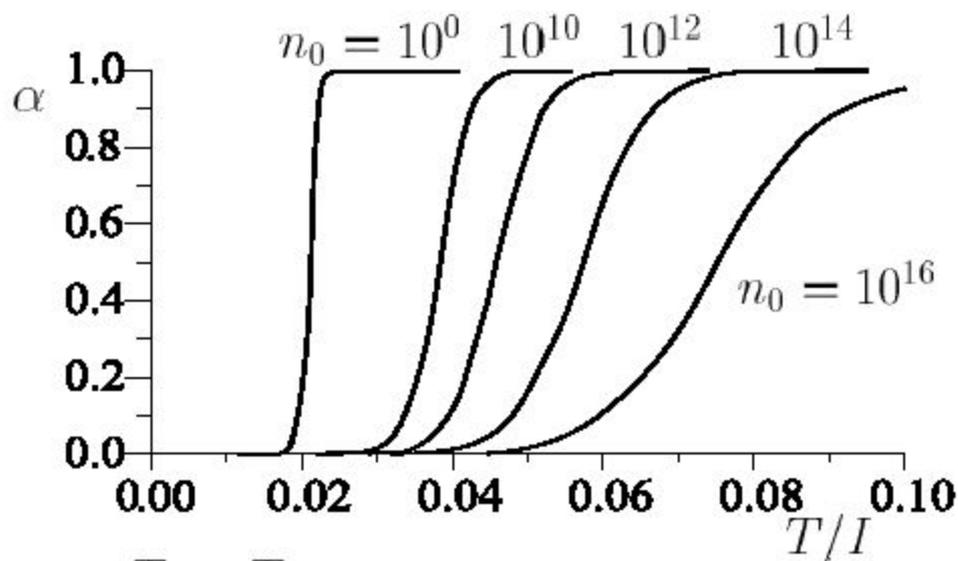
$$K(T) = \frac{\alpha n_0 \alpha n_0}{n_0 - \alpha n_0}$$

$$\frac{K(T)}{n_0} = \frac{\alpha^2}{1 - \alpha}$$



В классической идеальной плазме:

$$\alpha = 0.5 \text{ при } T = T_* \ll I,$$



переход к сильно ионизованной плазме на $\Delta T \ll T_*$.

Замечания:

- При $\alpha = 0.5$ имеем $e^{-I/T_*} \sim n_0 \lambda_{d-B}^3$, откуда

$$\frac{T_*}{I} \sim -\frac{1}{\ln(n_0 \lambda_{d-B}^3)} \sim \frac{1}{\ln(\text{параметр классичности})}.$$

- При $T \sim T_*$:

$$\frac{w_2}{w_1} = \exp\left(\frac{|\varepsilon_2| - I}{T}\right) \sim e^{-3I/4T_*} \sim (n_0 \lambda_{d-B}^3)^{3/4} \ll 1,$$

число электронов на возбужденных уровнях мало по параметру классичности \Rightarrow пренебрежение ими оправдано.

(Электрон с большей вероятностью переходит на один из многих уровней непрерывного спектра, нежели на возбужденный уровень).

- Для сложных атомов равновесная степень ионизации находится аналогично (но с учетом многих, в том числе и вырожденных, уровней).