Доказательство существования электромагнитных волн.

В 1865 г. Максвелл доказал, что колеблющиеся заряды образуют в окружающем пространстве последовательность взаимных превращений электрического и магнитного полей, распространяющихся от точки к точке пространства…

Доказжем, что существование ЭМВ является следствием ур-ий Максвелла.

Для нейтральной, непроводящей среды:

$j = 0, \quad \rho = 0.$

1. $rot\, \vec{E} = -\mu\mu_0 \dfrac{\partial \vec{H}}{\partial t}$

2. $rot\, \vec{H} = \varepsilon\varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

3. $div\vec{E} = 0$

4. $div\vec{H} = 0$

$$rot \;\; rot\, \vec{E} = rot\,(-\mu\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}) =$$

$$= -\frac{\partial}{\partial t}\mu\mu_0 rot\, \vec{H} = -\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\boxed{rot\, rot\, \vec{A} = grad\; div\, \vec{A} - \Delta\vec{A}}$$

$$rot\, rot\, \vec{E} = grad\; div\vec{E} - \Delta\vec{E} = 0 - \Delta\vec{E}$$

$$\boxed{\Delta\vec{E} = \mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}}$$

Аналогично:

$$\boxed{\Delta\vec{H} = \mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}}$$

$$\Delta\vec{E} = \mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \Rightarrow \Delta\xi = \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \Leftarrow \Delta\vec{H} = \mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$$

Электромагнитное поле может существовать в виде волны, распространяющейся со скоростью, Зависящей от электромагнитных свойств среды:

1).
$$\boxed{\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0}}}$$

1888г.Герц…

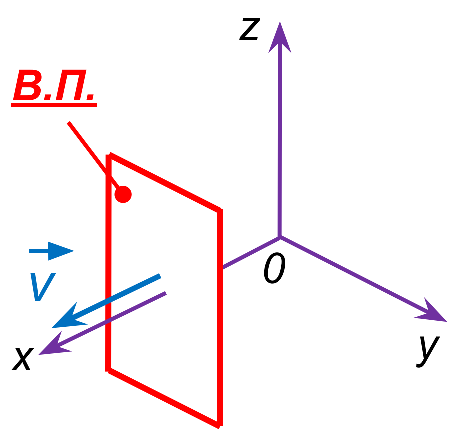
В вакууме: $\Rightarrow$ $\varepsilon = 1$, $\mu = 1$ $\Rightarrow$ $c = \dfrac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = 3\cdot10^8\,м/c$ $\Rightarrow$ $\boxed{\upsilon = \dfrac{c}{\sqrt{\mu\varepsilon}}}$

$\varepsilon_0 = 8{,}85419 \cdot 10^{-12}$ Ф/м,

$\mu_0 = 1{,}25664 \cdot 10^{-6}$ Гн/м.

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 2{,}99792458 \cdot 10^8 \text{ м/с} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Свойства плоской бегущей электромагнитной волны.



Пусть: $\vec{\upsilon} \uparrow\uparrow ox$

Во всех точках В.П. $\vec{E}$ и $\vec{H}$ одинаковы.

Все $\dfrac{\partial}{\partial y}$ и $\dfrac{\partial}{\partial z}$ равны 0

Перепишем и упростим ур-ия Максвелла:

$$\boxed{1.\ rot\,\vec{E} = -\mu\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}}$$

$$\boxed{2.\ rot\,\vec{H} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$$

$$rot\vec{E} = \left(\cancel{\frac{\partial E_z}{\partial y}} - \cancel{\frac{\partial E_y}{\partial z}}\right)\vec{i} + \left(\cancel{\frac{\partial E_x}{\partial z}} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \cancel{\frac{\partial E_x}{\partial y}}\right)\vec{k} = -\frac{\partial E_z}{\partial x}\vec{j} + \frac{\partial E_y}{\partial x}\vec{k}$$

Аналогично

Ox: $1.1\ -\mu\mu_0 \dfrac{\partial H_x}{\partial t} = 0$

Oy: $1.2\ -\mu\mu_0 \dfrac{\partial H_y}{\partial t} = -\dfrac{\partial E_z}{\partial x}$

Oz: $1.3\ -\mu\mu_0 \dfrac{\partial H_z}{\partial t} = \dfrac{\partial E_y}{\partial x}$

Ox: $2.1\ \varepsilon\varepsilon_0 \dfrac{\partial E_x}{\partial t} = 0$

Oy: $2.2\ \varepsilon\varepsilon_0 \dfrac{\partial E_y}{\partial t} = -\dfrac{\partial H_z}{\partial x}$

Oz: $2.3\ \varepsilon\varepsilon_0 \dfrac{\partial E_z}{\partial t} = \dfrac{\partial H_y}{\partial x}$

$$\boxed{3.\ div\vec{E} = 0}$$

$$\boxed{4.\ div\vec{H} = 0}$$

$$div\vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \cancel{\frac{\partial E_y}{\partial y}} + \cancel{\frac{\partial E_z}{\partial z}} = \frac{\partial E_x}{\partial x}$$

$$div\vec{H} = \frac{\partial H_x}{\partial x} + \cancel{\frac{\partial H_y}{\partial y}} + \cancel{\frac{\partial H_z}{\partial z}} = \frac{\partial H_x}{\partial x}$$

$$3.\ \frac{\partial E_x}{\partial x} = 0$$

$$4.\ \frac{\partial H_x}{\partial x} = 0$$

$$1.1 - \mu\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} = 0$$

$$2.1\ \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} = 0$$

$$1.2 - \mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} = -\frac{\partial E_z}{\partial x}$$

$$2.2\ \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} = -\frac{\partial H_z}{\partial x}$$

$$1.3 - \mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{\partial E_y}{\partial x}$$

$$2.3\ \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{\partial H_y}{\partial x}$$

$$1.1\ -\mu\mu_0\frac{\partial H_x}{\partial t}=0 \qquad 4.\ \frac{\partial H_x}{\partial x}=0 \quad \Rightarrow \quad H_x = const. \quad \Rightarrow \quad \boxed{H_x = 0 \quad \vec{H}\perp ox}$$

$$1.2\ -\mu\mu_0\frac{\partial H_y}{\partial t}=-\frac{\partial E_z}{\partial x}$$

$$1.3\ -\mu\mu_0\frac{\partial H_z}{\partial t}=\frac{\partial E_y}{\partial x}$$

Если нет стационарных полей…

$$2.1\ \varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial E_x}{\partial t}=0 \qquad 3.\ \frac{\partial E_x}{\partial x}=0 \quad \Rightarrow \quad E_x = const. \quad \Rightarrow \quad \boxed{E_x = 0 \quad \vec{E}\perp ox}$$

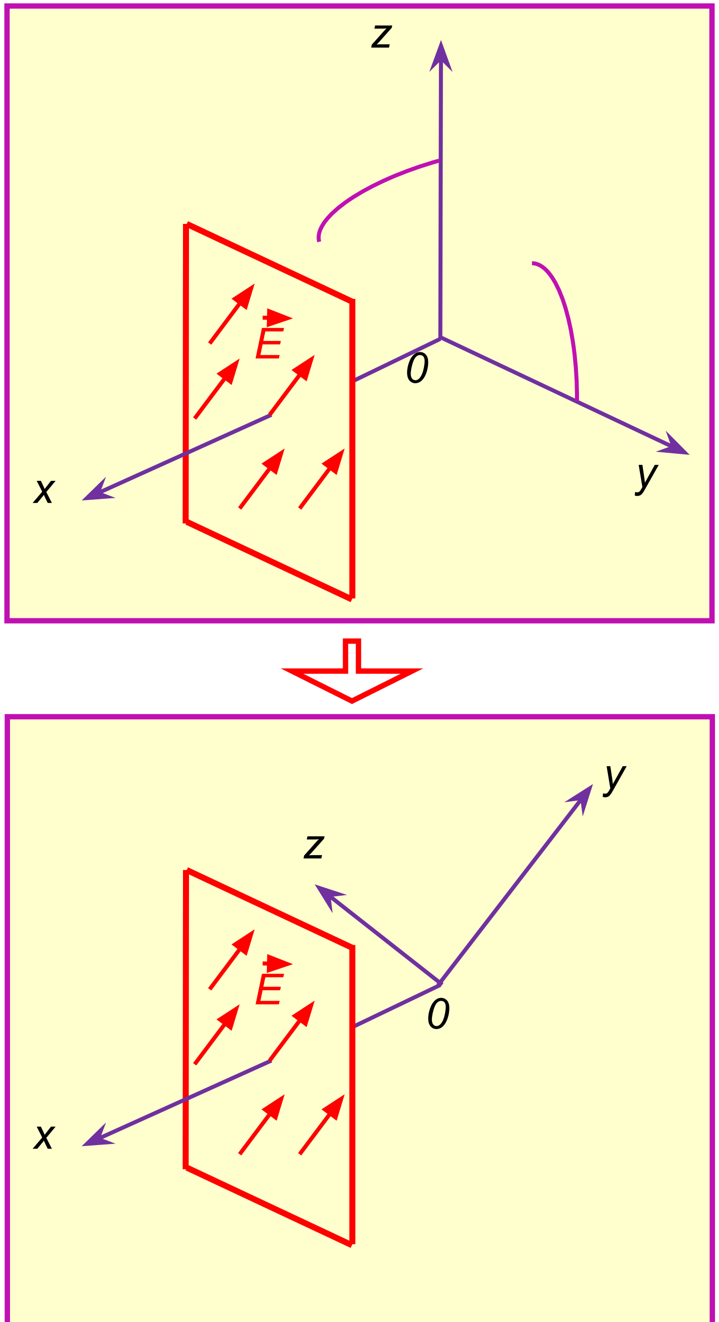
$$2.2\ \varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial E_y}{\partial t}=-\frac{\partial H_z}{\partial x}$$

$$2.3\ \varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial E_z}{\partial t}=\frac{\partial H_y}{\partial x}$$

2).

«Поперечность ЭМВ»

Колебания векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ происходят в плоскости, перпендикулярной направлению распространения ЭМВ.



Повернем оси OZ и OY вокруг оси OX

так, чтобы $\vec{E}$ было направлено вдоль

оси OY… $\Rightarrow$ $E_z = 0$

$$\boxed{\begin{aligned} &1.2 - \mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} = -\frac{\partial E_z}{\partial x} = 0 \\ &2.3\ \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{\partial H_y}{\partial x} = 0 \end{aligned}}$$

$$H_y = const. \qquad H_y = 0$$

3).

$$\boxed{\begin{gathered} \vec{E} \parallel OY,\ \vec{H} \parallel OZ \\ \vec{E} \perp \vec{H} \end{gathered}}$$

Итак, плоская бегущая ЭМВ распространяется вдоль оси OX… $\vec{\upsilon} \uparrow\uparrow OX$

$\vec{E}(O, E_y, O)$ $\qquad E(t,x) = E_y = E_m \cos(\omega t - kx + \alpha_1)$

$\vec{H}(O, O, H_z)$ $\qquad H(t,x) = H_z = H_m \cos(\omega t - kx + \alpha_2)$

$$1.3 - \mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{\partial E_y}{\partial x} \rightarrow +\mu\mu_0 H_m \omega \sin(\omega t - kx + \underline{\alpha_2}) = +E_m k \sin(\omega t - kx + \underline{\alpha_1}) \quad ^{*)}$$

$$2.2\ \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} = -\frac{\partial H_z}{\partial x} \rightarrow -\varepsilon\varepsilon_0 E_m \omega \sin(\omega t - kx + \underline{\alpha_1}) = -H_m k \sin(\omega t - kx + \underline{\alpha_2}) \quad ^{**)}$$

4).

Выполняется, когда $\boxed{\alpha_1 = \alpha_2}$, *т.е. начальные фазы колебаний векторов* $\vec{E}$ *и* $\vec{H}$ *совпадают.*

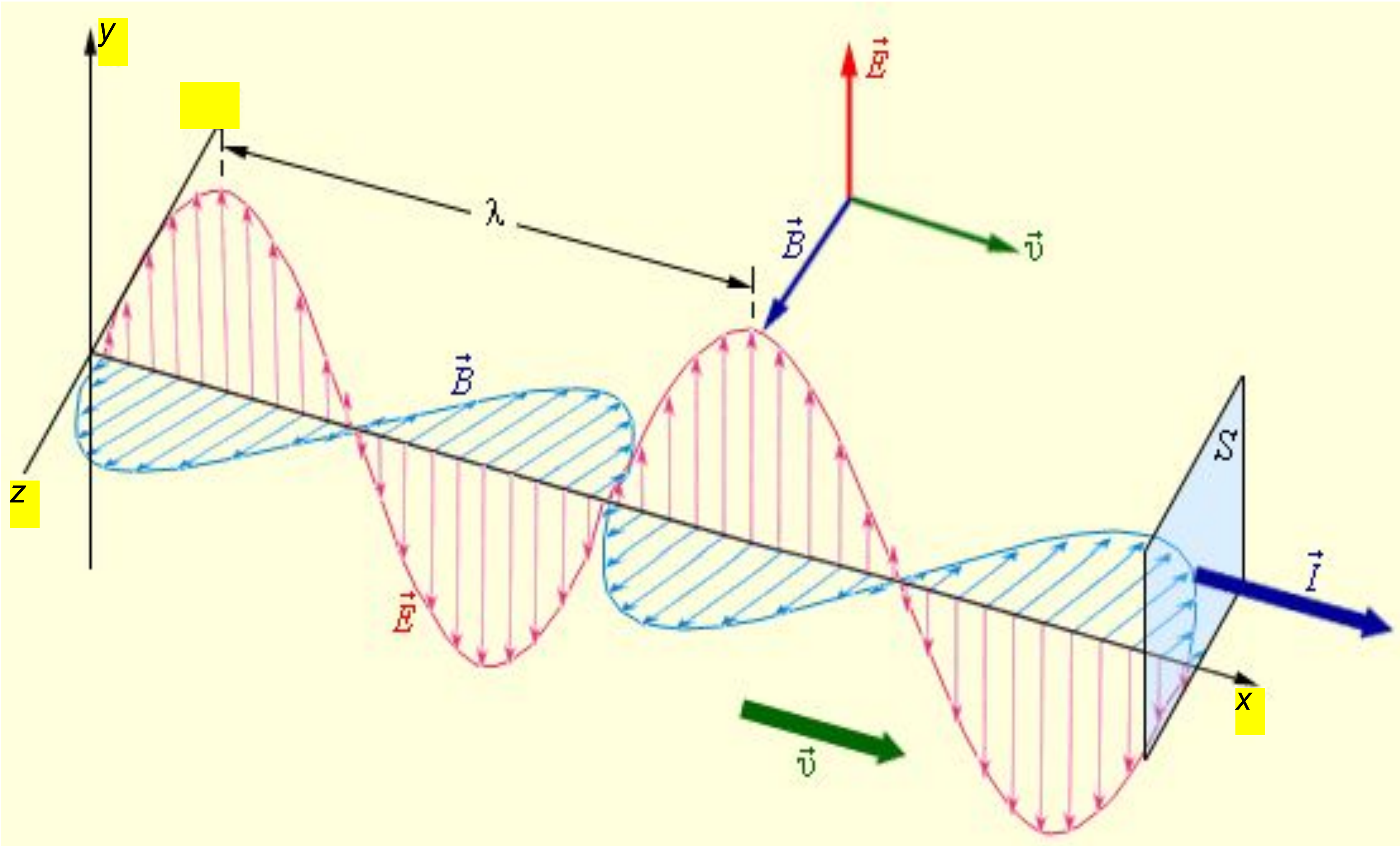
5).

$$\frac{*)}{**)} \Rightarrow \frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}\frac{H_m}{E_m} = \frac{E_m}{H_m}$$

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} E_m = \sqrt{\mu\mu_0} H_m$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} E = \sqrt{\mu\mu_0} H}$$



y
$\vec{E}$
λ
$\vec{B}$
$\vec{v}$
$\vec{B}$
z
S
$\vec{I}$
$\vec{E}$
x
$\vec{v}$

Плотность потока энергии ЭМВ. Вектор Умова Пойтинга.

Пл-ть потока эн-ии упр. волны.

$$\boxed{j = \frac{dW}{dS_\perp dt}} \quad Вт/м^2$$

dW – энергия за dt через $S_\perp$

$$dS_\perp \perp \vec{\upsilon}$$

$$\boxed{\vec{j} = w\vec{\upsilon}}$$

$$I = \langle j \rangle = \langle w \rangle \upsilon = 1/2\, \rho a^2 \omega^2 \upsilon$$

$$w = w_E + w_H = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$$

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}E = \sqrt{\mu\mu_0}H$$

Пл-ть энергии:

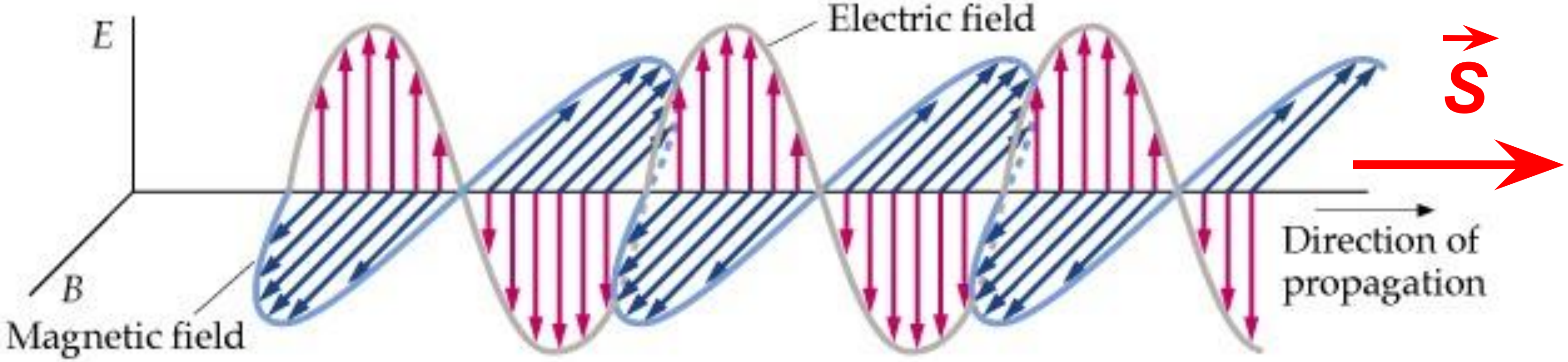
$$\boxed{w = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2 = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0}EH}$$

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0}}$$

$$j = w\upsilon = \frac{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}EH = EH\sin\frac{\pi}{2}$$

Плотность потока энергии ЭМВ.
Вектор Умова Пойтинга:

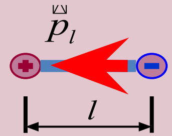
$$\boxed{\vec{j} = \vec{S} = \left[\vec{E} \times \vec{H}\right]} \quad \vec{S} \uparrow\uparrow \vec{j} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}$$



E
Electric field
B
Magnetic field
Direction of propagation
S

Излучение ЭМВ электрическим диполем.

$q_+ = |q_-| = q$

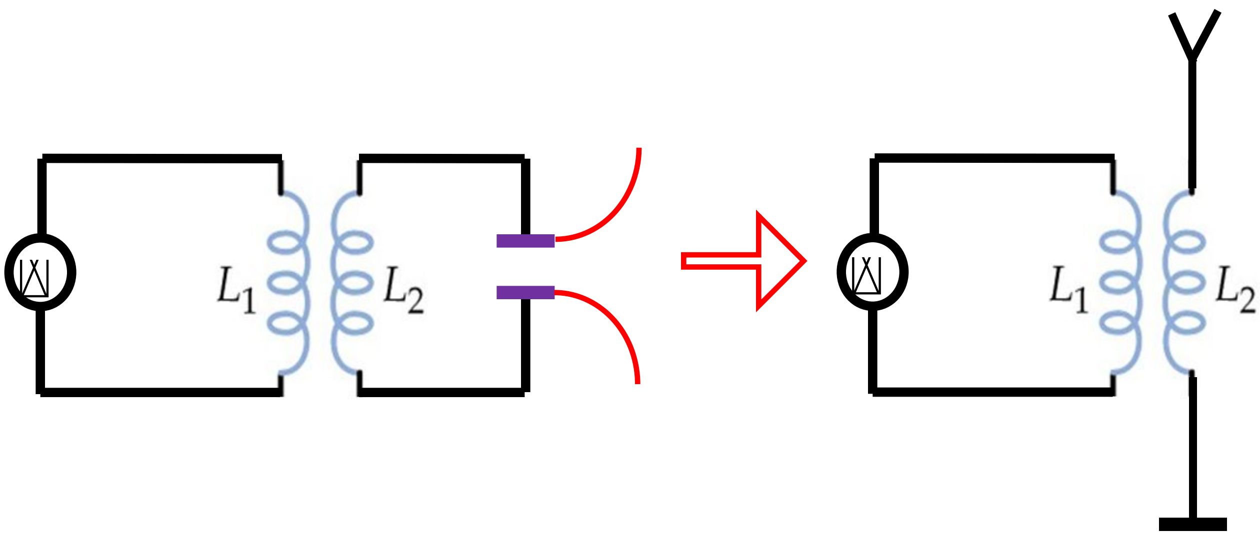


$l << r$

плечо диполя

Электрический момент диполя

$\vec{p}_l \qquad |\vec{p}_l| = ql$

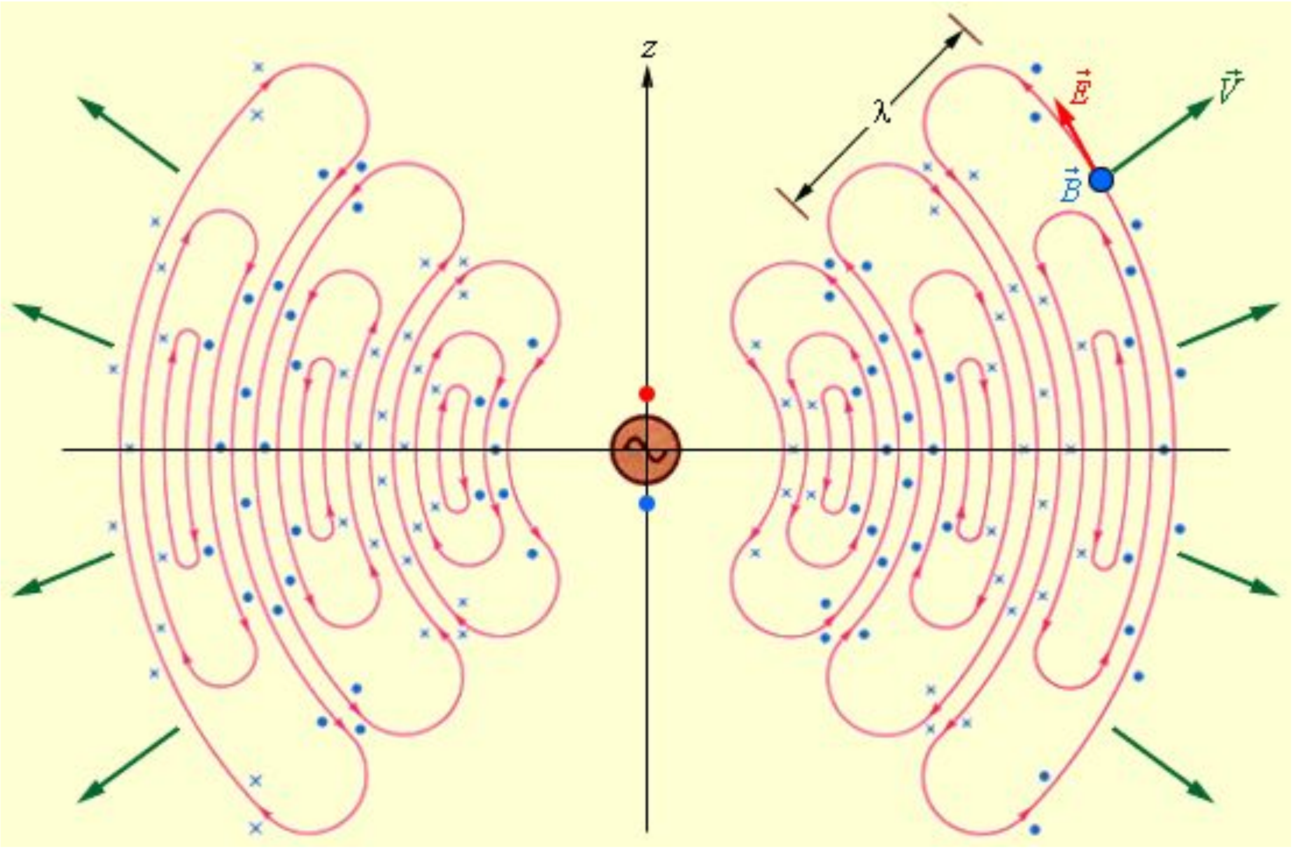


Модель излучающего диполя

$U = U_m \cos\omega t \rightarrow q = q_m \cos\omega t \rightarrow \boxed{p_l = q_m l \cos\omega t} \rightarrow$ **ЭМВ**

Формирование сферической ЭМВ.

$$l << r$$



$$E = E_m(r)\cos(\omega t - kr + \alpha)$$

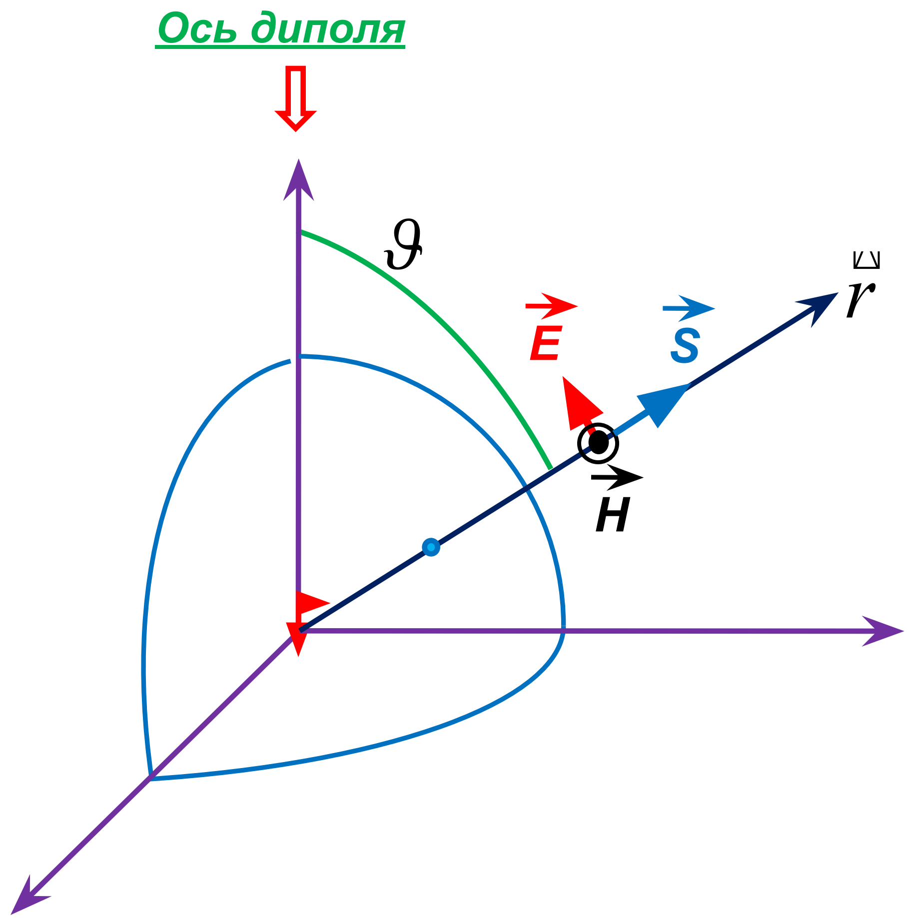
$$E_m(r) = E_{mo}\frac{\sin\vartheta}{r}$$

$$\vartheta = 0$$

$$E = 0$$

$$\vartheta = \frac{\pi}{2}$$

$$E - \max$$



В направлении оси диполя ***излучения нет****; интенсивность излучения* ***максимальна*** *в направлении, перпендикулярном оси диполя.*