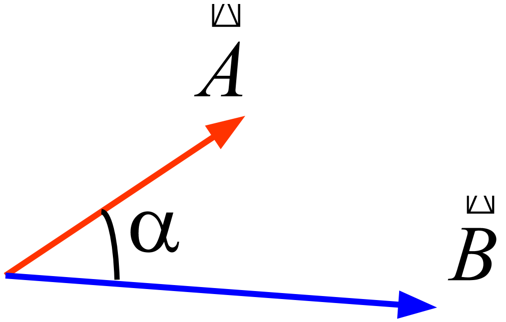
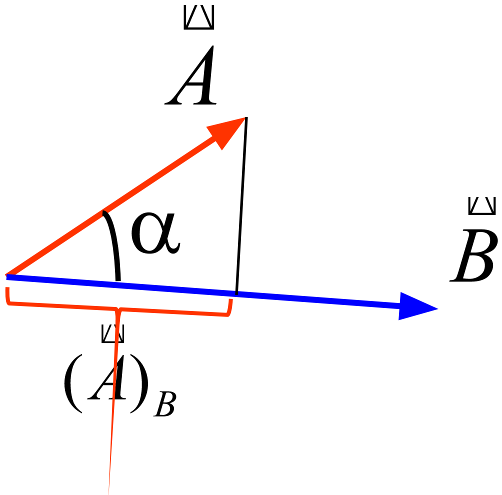
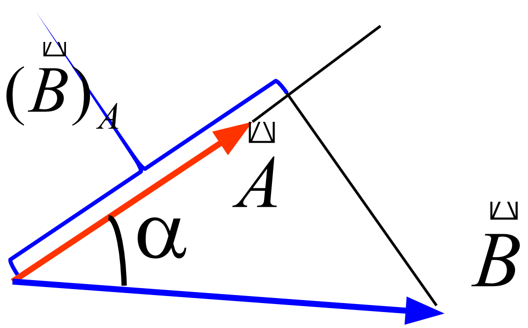
Скалярное произведение



$$(\vec{A}\vec{B}) = AB\cos\alpha$$



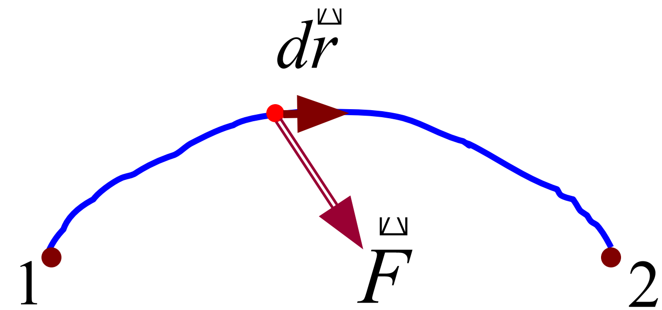
$$(\vec{A}\vec{B}) = (\vec{A})_B B = A_B B$$



$$(\vec{A}\vec{B}) = A(\vec{B})_A = AB_A$$

11. Работа и мощность. Работа силы как приращение кинетической энергии м.т.

Мера действия силы, зависящая от величины и направления силы, и от перемещения точки ее приложения.



$$\delta A = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Элементарная работа силы *на элементарном перемещении.*

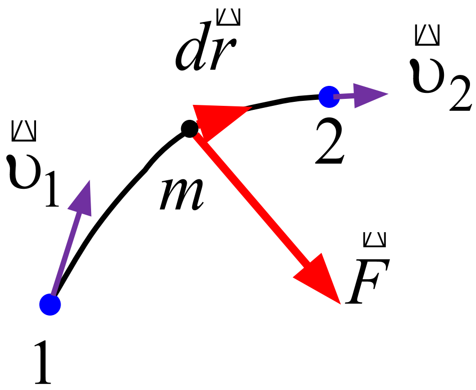
$$A = \int_{(1)}^{(2)} \vec{F} \cdot d\vec{r}.$$

Работа силы *при перемещении м.т. из т.(1) в т.(2).*

$$P = \frac{\delta A}{dt}$$

$$P = \frac{\delta A}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{\upsilon}$$

Кинетическая энергия материальной точки



Эл. работа **результирующей** всех сил $\vec{F}$, действующих на м.т. на эл. перемещении $d\vec{r}$

⇩

$$\delta A_F = \vec{F}d\vec{r} = m\vec{a}d\vec{r} = m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}d\vec{r} = m\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)d\vec{\upsilon} = m\vec{\upsilon}d\vec{\upsilon} = m\upsilon(d\vec{\upsilon})_{\upsilon} = m\upsilon d\upsilon$$

⇩

$$A_F = \int_{(1)}^{(2)} m\upsilon d\upsilon = \int_{\upsilon_1}^{\upsilon_2} m\upsilon d\upsilon = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2}$$

⇩

$$\boxed{A_F = W_{\text{к}2} - W_{\text{к}1}}$$

$$\delta A_F = dW_к$$

$$A_F = W_{к2} - W_{к1}$$

<u>*изменение кинетической энергии*</u> *равно* <u>*работе результирующей всех сил,*</u> *действующих на материальную точку.*

Кинетическая энергия – величина ***<u>относительная</u>*** *и может быть определена с точностью до постоянной*

$$W_к = \frac{m\upsilon^2}{2} + \text{const}$$

$$\boxed{Пусть \Rightarrow W_к(\upsilon = 0) = 0 \Rightarrow const = 0}$$

<u>*Кинетическая энергия материальной точки*</u>

$$W_к = \frac{m\upsilon^2}{2}$$

12. Кинетическая энергия поступательного и вращательного движения тела.

Кинетическая энергия для системы N материальных точек:

$$W_{к} = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i \upsilon_i^2}{2}$$

Кинетическая энергия поступательного движения тела

$\upsilon_i = \upsilon$

$$W_{к} = \frac{\upsilon^2}{2} \sum_{i=1}^{N} m_i = \frac{m\upsilon^2}{2}$$

Кинетическая энергия вращательного движения абс.тв.тела

$\upsilon_i = \omega R_i$

$$W_{к} = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^{N} \Delta m_i R_i^2 = \frac{I_z \omega^2}{2}$$

Работа при вращательном движении

Поступательное дв-ие

$$d\vec{r}$$

$$\vec{p} = m\vec{\upsilon}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$A = \int_{(1)}^{(2)} \vec{F} d\vec{r}$$

Вращательное дв-ие

$$d\vec{\varphi}$$

$$\vec{L}_z = I_z \vec{\omega}$$

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}_z}{I_z}$$

?????

Поступательное дв-ие

$$d\vec{r}$$

$$\vec{p} = m\vec{\upsilon}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$A = \int_{(1)}^{(2)} \vec{F} d\vec{r}$$

Вращательное дв-ие

$$d\vec{\varphi}$$

$$\vec{L}_z = I_z \vec{\omega}$$

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}_z}{I_z}$$

$$\boxed{\int_{(1)}^{(2)} \vec{M}_z d\vec{\varphi}}$$

ДОКАЖЕМ !!!

$$\vec{M}_z d\vec{\varphi} = M_z d\varphi = \frac{dL_z}{dt} d\varphi = d(I_z\omega)\frac{d\varphi}{dt} = I_z d\omega \cdot \omega$$

$$\int\limits_{\omega_1}^{\omega_2} I_z \omega d\omega = I_z \int\limits_{\omega_1}^{\omega_2} \omega d\omega = I_z\left(\frac{\omega_2^2}{2} - \frac{\omega_1^2}{2}\right) = \frac{I_z\omega_2^2}{2} - \frac{I_z\omega_1^2}{2} = W_{к2} - W_{к1} = \Delta W_к$$

Так как $\Delta W_к = A$, то $$\boxed{A = \int\limits_{(1)}^{(2)} \vec{M}_z d\vec{\varphi}}$$

Работа результирующего момента сил при вращательном движении абс.тв.тела относительно неподвижной оси