Электромагнитные поля и волны

Электромагнитное поле, его свойства.

Электродинамика - это учение об изменении в пространстве и во времени электромагнитных полей при их распространении в различных средах и взаимодействии с материальными объектами.

ЭМ поле - особая форма материи, посредством которой осуществляется взаимодействие между электрически заряженными частицами.

ЭМП в вакууме характеризуется вектором напряжённости электрического поля E и магнитной индукцией B, которые определяют силы, действующие со стороны поля на неподвижные и движущиеся заряженные частицы.

В среде ЭМП характеризуется дополнительно двумя вспомогательными величинами: напряжённостью магнитного поля H и электрической индукцией D.

ЭМП отличается непрерывным распределением в пространстве (ЭМ волны, поле заряженных частиц), имеет дискретную структуру (фотоны), характеризуется в свободном состоянии способностью распространения в вакууме (при отсутствии сильных гравитационных полей) со скоростью, близкой к 3 • 108 м/с, оказывает на заряженные частицы силовое воздействие, зависящее от их скорости.

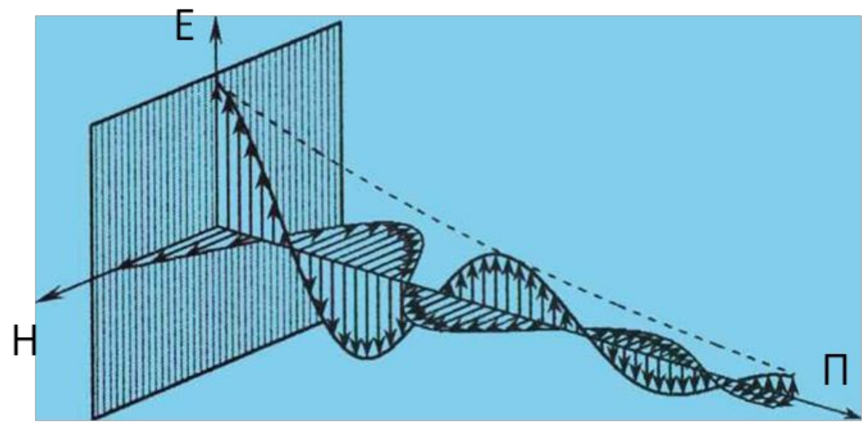
Электрический заряд есть свойство частиц материи (вещества) или тел, характеризующее их взаимосвязь с собственным ЭМП и их взаимодействие с внешним ЭМП; имеет два вида, известные как положительный заряд и отрицательный заряд; количественно определяется по силовому взаимодействию тел, обладающих электрическими зарядами.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ (ЭМВ) - *электромагнитные колебания,* распространяющиеся в пространстве с конечной скоростью.

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$$

Радиоволнами (РВ) условно называют электромагнитные волны в диапазоне частот от 0,001 до 10^{12} Гц.
В переводе на длины волн (λ) нижняя граница соответствует длине волны (в свободном пространстве $3\cdot10^{11}$м, а верхняя — $3\cdot10^{-4}$м (0,3мм). Последнее значение приходится уже на область инфракрасного (ИК) излучения.
В связи с научным прогрессом в области радиоэлектроники ЭМВ оптических частот можно излучать не только при помощи тепловых источников и газоразрядных приборов, но и посредством оптических квантовых генераторов (лазеров). По своим свойствам (монохроматичности и когерентности) ЭМВ, создаваемые квантовыми приборами, вполне тождественны радиоволнам, излучаемым антеннами на более низких частотах.

1 Å (ангстрем) = 10^{-10} м = 10^{-7} мм = 10^{-4} мк).
1 мГц (миллигерц) – 10^{-3} Гц;
1 КГц = 10^{3} Гц;
1 МГц = 10^{6} Гц;
1 ГГц (гигагерц) = 10^{9} Гц;
1 ТГц (терагерц) = 10^{12} Гц.



КЛАССИФИКАЦИЯ РАДИОВОЛН ПО ДИАПАЗОНАМ

Длины волн λ, м		Частоты f, Гц		Название диапазона	Применение
10^{11}	10^{5}	$3 \cdot 10^{-3}$ (3 мГц) милли	$3 \cdot 10^{3}$	Радиоволны инфразвуковых и звуковых частот	Локация и связь с подводными и подземными объектами
10^{5}	10^{4}	$3 \cdot 10^{3}$	$3 \cdot 10^{4}$	Сверхдлинные волны (СДВ) мириаметровые	Радионавигация, радиотелеграфная связь, передача метеосводок
От 100 до 10 км		От 3 до 30 кГц			
10^{4}	10^{3}	$3 \cdot 10^{4}$	$3 \cdot 10^{5}$	Длинные волны (ДВ) километровые	Радиотелеграфная и радиотелефонная связи, радиовещание, радионавигация
От 10 до 1 км		От 30 до 300 кГц			
10^{3}	10^{2}	$3 \cdot 10^{5}$	$3 \cdot 10^{6}$	Средние волны (СВ) гектометровые	Радиотелеграфная и радиотелефонная связи, радиовещание, радионавигация
От 1000 до 100 м		От 300 до 3000 кГц			
10^{2}	10	$3 \cdot 10^{6}$	$3 \cdot 10^{7}$	Короткие волны (КВ) декаметровые	Радиовещание; радиотелеграфная, радиотелефонная и радиолюбительская связи, космическая радиосвязь и др.
От 100 до 10 м		От 3 до 30 МГц			

Ультракороткие волны:					
10	1	$3\cdot10^{7}$ (30МГц)	$3\cdot10^{8}$	Метровые (МВ)	Радиовещание, телевидение, радиолокация, космическая радиосвязь, радиолюбительская связь и др.
1	10^{-1}	$3\cdot10^{8}$ (300МГц)	$3\cdot10^{9}$	Дециметровые (ДМВ)	Телевидение радиолокация, радиорелейная связь, космическая радиосвязь и др.
10^{-1}	10^{-2}	$3\cdot10^{9}$ (3 ГГц)	$3\cdot10^{10}$	Сантиметровые (СМВ)	Радиолокация, радиорелейная связь, астрорадионавигация и др.
10^{-2} (1см)	10^{-3}	$3\cdot10^{10}$ (30ГГц)	$3\cdot10^{11}$	Миллиметровые (ММВ)	Радиолокация и др.
Оптические волны:					
10^{-3} (1мм)	$7{,}5\cdot10^{-7}$	$3\cdot10^{11}$ (300ГГц)	$4\cdot10^{14}$	Инфракрасные (ИКЛ)	Лазерная локация, навигация и связь
$7{,}5\cdot10^{-7}$ (0,75мк= $=7500\overset{\circ}{A}$)	$4\cdot10^{-7}$	$4\cdot10^{14}$ (400 ТГц)	$7{,}5\cdot10^{14}$	Видимый свет	Лазерная локация, навигация и связь
$4\cdot10^{-7}$ (0,4 мк= $=4000\overset{\circ}{A}$)	10^{-7} (0,1мк= $1000\overset{\circ}{A}$)	$7{,}5\cdot10^{14}$ (750 ТГц)	$3\cdot10^{15}$ (3000 ТГц)	Ультрафиолетовые (УФЛ)	Лазерная локация, навигация и связь

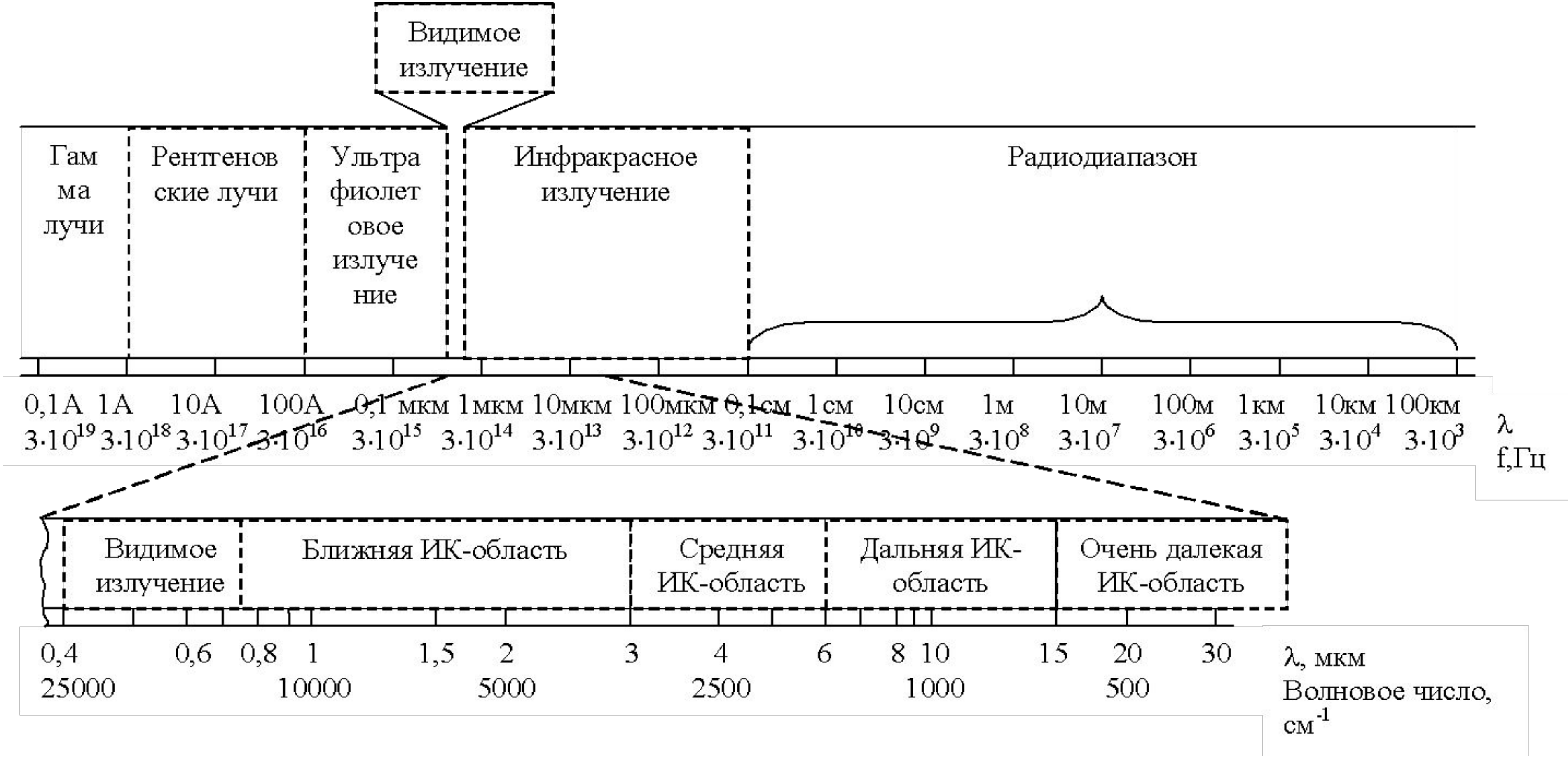


Рис.1. Электромагнитный спектр.

На границах диапазонов не существует резких изменений особенностей волн. Волны сантиметрового и дециметрового диапазонов иногда называют радиоволнами сверхвысоких частот (СВЧ).
Некоторые авторы пользуются термином СВЧ в качестве синонима УКВ.

Рис. 2. Шкала ЭМВ

Различают два рода элементарных электрических зарядов — связанные и свободные. Связанные заряды входят в состав электрически нейтральных молекул либо представляют собой положительные и отрицательные ионы, закрепленные в твердых веществах в узлах ионной решетки таким образом, что возможно разбиение этой решетки на элементарные ячейки, каждая из которых является электрически нейтральной.

К свободным зарядам прежде всего следует отнести все заряды, которые могут перемещаться на макроскопические расстояния и образовывать тем самым электрический ток проводимости или переноса (отщепившиеся от атомов электроны в металлах, заряженные частицы в вакууме, ионы в ионизированных газах и электролитах и т. д.). Кроме того, сюда относят заряды, находящиеся на поверхности диэлектриков и нарушающие их нейтральность, а также заряды ионной решетки твердых веществ, образовавшиеся из-за недостатка в рассматриваемой области вещества ионов определенного знака, что не позволяет разбить решетку на элементарные электрически нейтральные ячейки.

Единицей измерения электрического заряда (количества электричества) в Международной системе единиц (СИ) является кулон (Кл).

Различают два рода элементарных электрических зарядов — связанные и свободные.

Связанные заряды входят в состав электрически нейтральных молекул либо представляют собой положительные и отрицательные ионы, закрепленные в твердых веществах в узлах ионной решетки таким образом, что возможно разбиение этой решетки на элементарные ячейки, каждая из которых является электрически нейтральной.

К свободным зарядам относят все заряды, которые могут перемещаться на макроскопические расстояния и образовывать тем самым электрический ток проводимости или переноса (отщепившиеся от атомов электроны в металлах, заряженные частицы в вакууме, ионы в ионизированных газах и электролитах и т.д.). Кроме того, сюда относят заряды, находящиеся на поверхности диэлектриков и нарушающие их нейтральность, а также заряды ионной решетки твердых веществ, образовавшиеся из-за недостатка в рассматриваемой области вещества ионов определенного знака, что не позволяет разбить решетку на элементарные электрически нейтральные ячейки.

ПЛОТНОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА

При определении макроскопических значений ЭМ величин важную роль играют понятия физически бесконечно малых элементов объема dV, поверхности dS и длины dl. Эти элементы характеризуются линейными размерами, удовлетворяющими следующим двум условиям:

1) они очень велики по сравнению с микроскопическими неоднородностями среды и поля (т. е. по сравнению с расстоянием между молекулами вещества);
2) они очень малы по сравнению с макроскопическими неоднородностями среды и поля.

Макроскопическое распределение свободного электрического заряда в объеме характеризуют *объемной плотностью заряда* ρ.

Выделим в некоторой точке, вокруг нее, физически бесконечно малый элемент объема dV, внутри которого алгебраическая сумма свободных зарядов равна dQ. Объемная плотность электрического заряда в точке наблюдения равна свободному заряду, приходящемуся в окрестности рассматриваемой точки на единицу объема. Единицей измерения ρ является кулон на кубический метр (Кл/м^3).

$$\boxed{\rho = \frac{dQ}{dV}}$$

В силу первого условия, предъявляемого к линейным размерам dV внутри него содержится огромное число элементарных частиц, что исключает зависимость ρ от микроскопических неоднородностей, обусловленных атомистической структурой зарядов. В силу второго условия заряд dQ следует считать распределенным по dV равномерно, что исключает зависимость ρ от выбранного элемента объема.

Значение в точке наблюдения ρ = 0 еще не означает отсутствия в окрестности этой точки движущихся свободных зарядов, образующих электрический ток. Например, внутри металла в dV сумма отрицательных зарядов свободных электронов может быть равна сумме зарядов положительных ионов, вследствие чего $dQ = 0$ и $\rho = 0$.

В некоторых случаях можно считать свободный заряд Q распределенным по поверхности S. Такой заряд называют поверхностным, а его макроскопическое распределение характеризуют *поверхностной плотностью электрического заряда,* которая измеряется в кулонах на квадратный метр (Кл/м^2):

$$\boxed{\sigma_Q = \frac{dQ}{dS}.}$$

Напряженность электрического поля *E* характеризует силовое воздействие электрического поля на электрические заряды. На малый пробный заряд в точке наблюдения электрическое поле действует с силой

$$\boxed{\mathbf{F} = Q\mathbf{E}}$$

Вектор Е численно равен силе, с которой электрическое поле действует в данный момент времени в рассматриваемой точке на единичный положительный заряд.

$$[E] = \frac{[F]}{[Q]} = \frac{Н}{Кл} = \frac{В}{м}.$$

Закон сохранения заряда

Током проводимости называют коллективное (упорядоченное или хаотическое) движение заряженных частиц в материальных средах или в вакууме.

Закон сохранения заряда предполагает, что ни при каких условиях электрический заряд не может ни зарождаться, ни исчезать.

Предположим, что внутри произвольного замкнутого объема V, ограниченного поверхностью S, содержится некоторый электрический заряд Q, распределенный в пространстве с объемной плотностью ρ (Кл/м^3). Ясно, что при этом

$$Q = \int_V \rho dV.$$

Если с течением времени значение Q изменяется, то на основании закона сохранения заряда это связано с тем, что либо часть заряда покидает границы объема, либо заряд поступает извне. Как следствие, в пространстве возникает ток проводимости с некоторой плотностью $\mathbf{I}_{пр}$. Интегрируя функцию $\mathbf{I}_{пр}$ по замкнутой поверхности S, находим результирующий ток проводимости в рассматриваемой системе:

$$i = \oint_S \mathbf{I}_{пр} d\mathbf{S}.$$

По определению, понятия тока, в данном случае

$$i = -\frac{dQ}{dt}$$

(ток считаем положительным, если заряд внутри объема уменьшается). Отсюда будем иметь

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = -\oint_S \mathbf{I}_{пр} d\mathbf{S}.$$

Преобразовав правую часть последней формулы по теореме Остроградского — Гаусса, получим

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = -\int_V div \, \mathbf{I}_{пр} dV.$$

Интегральные формулы векторного анализа

Теорема Остроградского — Гаусса

$$\int_V div\mathbf{F}d\upsilon = \oint_S \mathbf{F}d\mathbf{s}.$$

Теорема Стокса:

$$\int_S rot\mathbf{F}ds = \oint_L \mathbf{F}d\mathbf{l}.$$

Теорема Грина:

$$\int_V \left(\nabla\psi\nabla\varphi + \psi\nabla^2\varphi\right)d\upsilon = \oint_S \psi\frac{\partial\varphi}{\partial\nu}ds$$ (первая формула),

$$\int_V \left(\psi\nabla^2\varphi - \varphi\nabla^2\psi\right)d\upsilon = \oint_S \left(\psi\frac{\partial\varphi}{\partial\nu} - \varphi\frac{\partial\psi}{\partial\nu}\right)ds$$ (вторая формула)

Аналог теоремы Остроградского — Гаусса для ротора:

$$\int_V rotFd\upsilon = \oint_S [\mathbf{ds},\mathbf{F}].$$

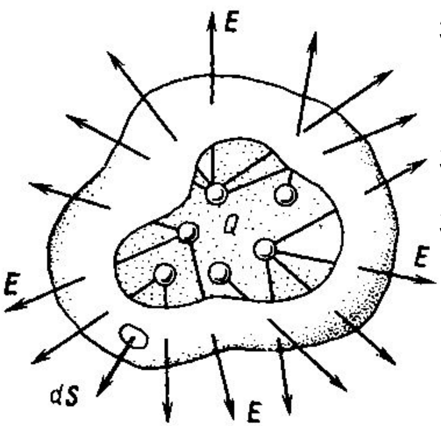
Это равенство будет выполняться тождественно при любой форме объема V лишь в том случае, когда подынтегральные выражения левой и правой частей одинаковы. Отсюда приходим к закону сохранения заряда в дифференциальной форме

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\mathbf{I}_{np} = 0.$$

Это равенство часто называют уравнением непрерывности тока проводимости. По физическому смыслу оно эквивалентно первому закону Кирхгофа, известному из теории электрических цепей.

Закон Гаусса

Данный закон, найденный экспериментально, устанавливает связь между векторным полем E и величиной заряда Q, порождающего это электрическое поле. Рассмотрим некоторый объем V, ограниченный замкнутой поверхностью S. Пусть внутри объема произвольным образом размещен



электрический заряд Q. По закону Гаусса, поток векторного поля E, порожденного зарядом, через замкнутую поверхность S численно равен величине заряда, деленной на электрическую постоянную

$$\oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}.$$

Если рассматривают точечные заряды, то значение Q находят алгебраическим суммированием. Если же заряд распределен по объему непрерывно, то Q определяют интегрируя плотность заряда ρ по объему V.

Последняя формула выражает закон Гаусса в интегральной форме. Этот закон в ряде случаев позволяет с успехом находить напряженность электрического поля при достаточно простой конфигурации заряженной области.

Пользуясь приемами векторного анализа, можно из интегральной формы закона Гаусса получить дифференциальную форму. Для этого заметим, что, по теореме Остроградского — Гаусса,

$$\oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \int_V div \mathbf{E} dV;$$

следовательно,

$$\int_V div \mathbf{E} dV = \int_V \frac{\rho}{\varepsilon_0} dV.$$

Поскольку объем V совершенно произволен, это равенство возможно лишь в том случае, если подынтегральные выражения тождественно совпадают. Таким образом,

$$div \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}.$$

Это равенство называют законом Гаусса в дифференциальной форме. В соответствии с определением понятия дивергенции это соотношение означает, что силовые линии векторного поля E имеют источники и стоки в тех точках пространства, где расположены электрические заряды.

Закон неразрывности магнитных силовых линий

Экспериментально было обнаружено, что силовые линии векторного поля магнитной индукции **B** всегда замкнуты в пространстве независимо от того, создается ли поле постоянными магнитами или катушками с током.

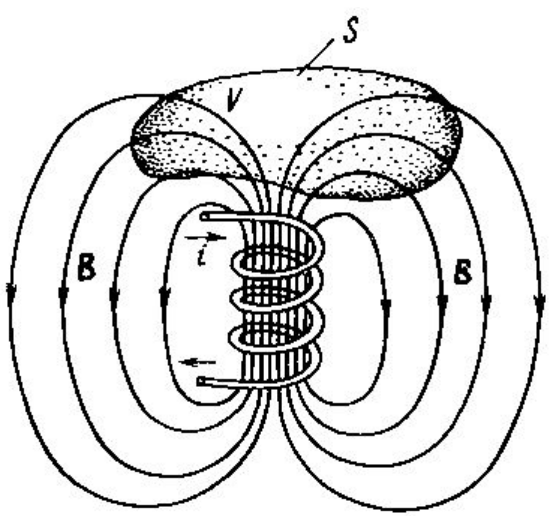


Рис. . Силовые линии магнитного поля в катушке с током.

Для математического описания этого факта удобно представить себе силовые линии магнитного поля как воображаемые линии скоростей движения частиц несжимаемой жидкости. Расположим внутри области существования магнитного поля произвольный объем V, ограниченный поверхностью S. Если силовые линии замкнуты, то поток втекающей жидкости в точности равен потоку, вытекающему из объема.

Таким образом,

$$\oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0.$$

Откуда получим соотношение, относящееся к бесконечно малой окрестности выбранной точки пространства:

$$div\mathbf{B} = 0.$$

Эти две формулы математически выражают закон неразрывности магнитных силовых линий в интегральной и дифференциальной форме соответственно.

Эквивалентной формулировкой рассмотренного закона служит утверждение о том, что векторное поле **B** нигде не имеет источников. Другими словами, никаких магнитных зарядов в природе не существует. Если, по аналогии с электрическим током, мысленно допустить существование некоторого магнитного тока, то такой гипотетический ток не имеет прямого физического смысла, хотя иногда может оказаться весьма полезным при проведении расчетов.

Векторные поля без источников, т. е. с нулевой дивергенцией, в физике и математике называют соленоидальными полями.

Закон полного тока

В начале XIX в. датский физик Эрстед экспериментально открыл принципиально важный факт: протекание электрического тока по проводнику сопровождается возникновением в окружающем пространстве магнитного поля. Опыты Эрстеда позволили французскому ученому Амперу сформулировать теоретическое положение, которое называют законом полного тока или законом Ампера.

Пусть имеется воображаемый замкнутый контур L на который опирается кусок гладкой поверхности S. Зададим на этом контуре направление обхода таким образом, чтобы с конца вектора элементарной площадки dS движение вдоль контура наблюдалось в направлении против стрелки часов

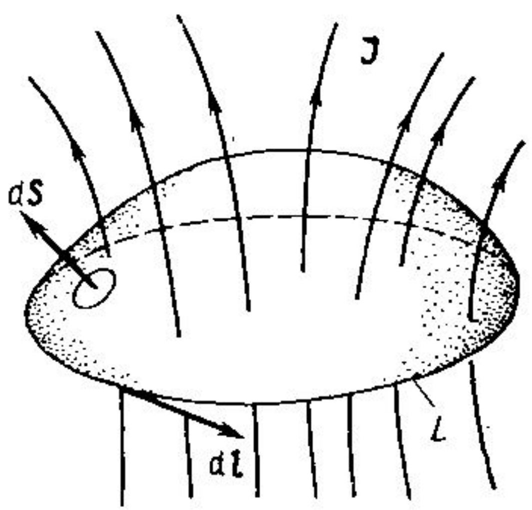


Рис. К формулировке закона полного тока

Пусть поверхность S пронизывается некоторой системой токов. Эти токи могут быть дискретными (совокупность отдельных проводников) или распределенными непрерывно (подобно электронному потоку). Не указывая заранее физической природы этих токов, будем для определенности полагать, что они распределены в пространстве непрерывно с некоторой плотностью J. Тогда полный ток, пронизывающий контур,

$$\mathbf{I} = \int_S \mathbf{J} d\mathbf{S}.$$

Закон полного тока формулируется так: циркуляция вектора напряженности магнитного поля H по контуру L равна полному току, т. е.

$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = I.$$

Это соотношение выражает закон полного тока в интегральной форме. Чтобы получить дифференциальную форму этого закона, т. е. связать плотность полного тока с напряженностью магнитного поля, следует использовать теорему Стокса. В результате получим

$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = \int_S rot\mathbf{H} d\mathbf{S} = \int_S \mathbf{J} d\mathbf{S},$$

откуда ввиду произвольности выбранного контура получаем равенство

$$rot\mathbf{H} = \mathbf{J},$$

которое представляет закон полного тока в дифференциальной форме. Используя интегральную формулировку закона полного тока, можно решать некоторые простые задачи, связанные с нахождением магнитного поля заданных токов.

Ток смещения

Известно, что переменный электрический ток способен протекать по замкнутой цепи, содержащей конденсатор, несмотря на то, что в пространстве между обкладками отсутствуют какие-либо носители электрического заряда. Можно предположить, что в этой области протекает некий ток, по своей природе принципиально отличный от тока проводимости. Этот ток называют током смещения.

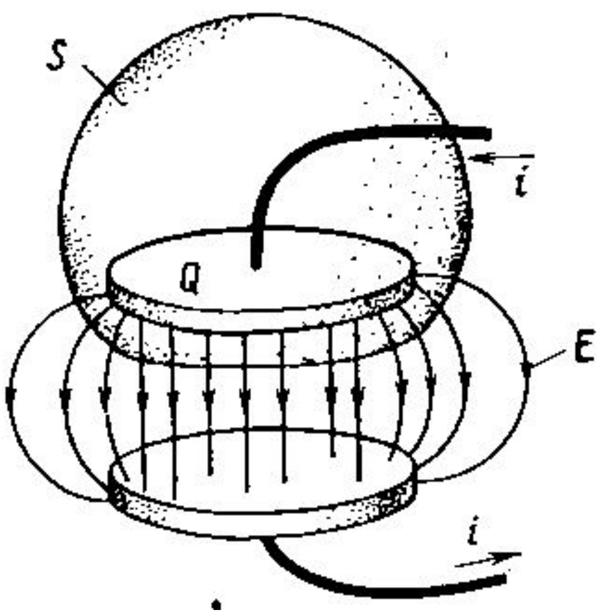


Рис. . Эскиз силовых линий электрического поля в плоском конденсаторе

Рассмотрим цепь с конденсатором. Одна из обкладок конденсатора окружена воображаемой замкнутой поверхностью S. Будем считать, что между обкладками находится вакуум.

По закону Гаусса,

$$\oint_S \mathbf{E}d\mathbf{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}.$$

Ток в цепи i связан с зарядом Q выделенной обкладки:

$$i = \frac{dQ}{dt} = \varepsilon_0 \oint_S \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} d\mathbf{S}.$$

Отсюда видно, что величина

$$\frac{\varepsilon_0 \partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

имеет размерность плотности тока, который и назван током смещения. Итак, плотность этого тока

$$\mathbf{J}_{см} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}.$$

Максвелл предложил ввести величину $\mathbf{J}_{см}$ и плотность тока проводимости в правую часть формулы закона полного тока. При этом устанавливалась внутренняя взаимосвязь электрического и магнитного полей. Измеменение во времени электрического поля в какой-либо точке пространства приводит к возникновению тока смещения в окрестности этой точки. Ток смещения, в свою очередь, вызывает появление переменного магнитного поля.

Закон электромагнитной индукции

В 1831 г. Фарадей экспериментально обнаружил, что на зажимах проводящей катушки, помещенной в переменное магнитное поле, возникает разность электрических потенциалов. Основываясь на этом открытии, Максвелл сформулировал один из основных законов теории электромагнетизма - закон электромагнитной индукции.

Пусть в некоторой области пространства существует переменное магнитное поле. Рассмотрим воображаемый замкнутый контур **L**, направление обхода которого выбрано против движения стрелки часов, если смотреть с конца вектора **B.**

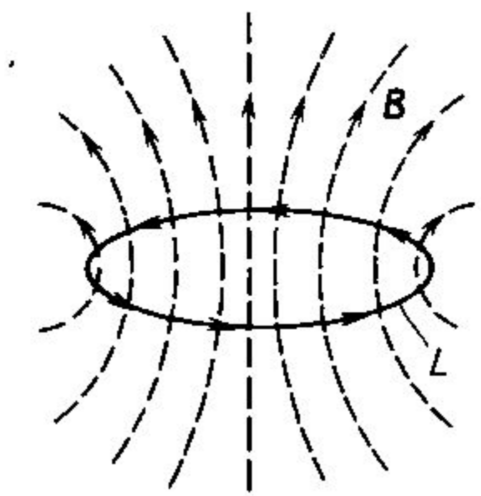


Рис. . Силовые линии магнитной индукции **B** в фиксированный момент времени

Пусть **E** — вектор напряженности возникающего электрического поля. Закон электромагнитной индукции в интегральной форме:

$$\oint_L \mathbf{E}d\mathbf{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \mathbf{B}d\mathbf{S}.$$

Циркуляцию векторного поля **E** по контуру стоящую в левой части формулы, называют электродвижущей силой (ЭДС) электромагнитной индукции в данном контуре.

Закон электромагнитной индукции не только констатирует факт возникновения электрического поля под действием переменного магнитного поля, но и устанавливает количественную меру данного явления.

Если на месте воображаемого контура разместить реальный контур, выполненный из проводника, то наличие ЭДС приведет к протеканию в нем электрического тока в направлении вектора **E**.

Скалярную величину

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S}$$

называют магнитным потоком, пронизывающим контур L. Т.к. поле **B** не имеет источников, значение магнитного потока не зависит от выбора поверхности S, опирающейся на контур.

Используя теорему Стокса и внеся операцию дифференцирования по времени под знак поверхностного интеграла, получим

$$\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} = \int_S rot\mathbf{E} d\mathbf{S} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} d\mathbf{S}.$$

Отсюда непосредственно следует дифференциальная форма записи закона электромагнитной индукции

$$rot\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}.$$

Электрическое поле, возникающее под действием переменного во времени магнитного поля, имеет в каждой точке пространства отличный от нуля ротор (вихрь). Подобные векторные поля называют вихревыми полями. Если a и b — две произвольные точки в пространстве, а **E** — вихревое векторное поле, то криволинейный интеграл

$$A = \int_a^b \mathbf{E} d\mathbf{l}$$

зависит не только от положения концевых точек, но и от выбора пути интегрирования. Действительно, перемещаясь от a к b вдоль кривой L_1 и возвращаясь от b к a вдоль кривой L_2 имеем

$$\int_a^b \mathbf{E} d\mathbf{l} + \int_b^a \mathbf{E} d\mathbf{l} \neq 0.$$

Т.е. работа сил поля **E**, индуцированного в пространстве переменным магнитным потоком, при обходе замкнутого контура не равна нулю. Такое поле **E** не является потенциальным и в этом отношении качественно отличается от электрического поля в системе неподвижных и постоянных во времени зарядов.

Однако во многих практически важных случаях магнитное поле меняется достаточно медленно, так что правую часть формулы можно приближенно считать равной нулю. При этом электрическое поле близко по своим свойствам к безвихревому и работа сил поля не зависит от пути интегрирования. В этих условиях становится возможным приближенный анализ электродинамических систем методами теории цепей, в частности с использованием второго закона Кирхгофа, физическая сущность которого как раз связана с независимостью работы сил поля от геометрической конфигурации контура.

МАТЕРИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Для описания электромагнитных явлений в материальных средах необходимо располагать соотношениями, которые связывали бы попарно векторные поля **E** и **D**, **B** и **H**. Уравнения подобных связей называют материальными уравнениями. Их вывод должен опираться на микроскопическую (атомно-молекулярную) картину процессов, которые происходят в веществе под действием сил электромагнитного поля.

Свойства диэлектриков. Диэлектрики— вещества, которые не проводят электрический ток. Они способны специфическим образом изменять свое состояние, будучи помещенными в электрическое поле.

Сущность явления:

Молекулы и атомы вещества представляют собой объединение электрически заряженных частиц. В неионизированном состоянии суммарный заряд молекулы (атома) равен нулю. Для диэлектриков характерны прочные связи электронов с атомами, т. е. высокие значения энергии связи. Поэтому при помещении образца диэлектрика в электрическое поле сквозного дрейфового движения носителей заряда в толще материала не наблюдается, по крайней мере в не слишком сильных полях.

Однако при этом молекула диэлектрика деформируется так, что ее можно представить совокупностью двух разноименных зарядов +q и -q, смещенных в пространстве на некоторое расстояние l. Такую систему из двух зарядов называют электрическим диполем. Очевидно, что величина l тем больше, чем выше напряженность приложенного электрического поля.

Электронная поляризация вещества свойственна диэлектрикам, молекулы (атомы) которых в отсутствие внешнего поля не обладают собственными дипольными свойствами. Такие вещества относят к классу неполярных диэлектриков (большинство газов и многие твердые диэлектрики, как естественные, так и искусственные (кварц, оксид алюминия, полиэтилен и т. д.)).

Известно много веществ - полярных диэлектриков - молекулы которых проявляют дипольные свойства и без внешнего электрического поля. К ним относятся многие непроводящие жидкости (химически чистая вода, спирты), некоторые твердые диэлектрики, например полихлорвинил. Процесс поляризации веществ данного класса изображен на рис.

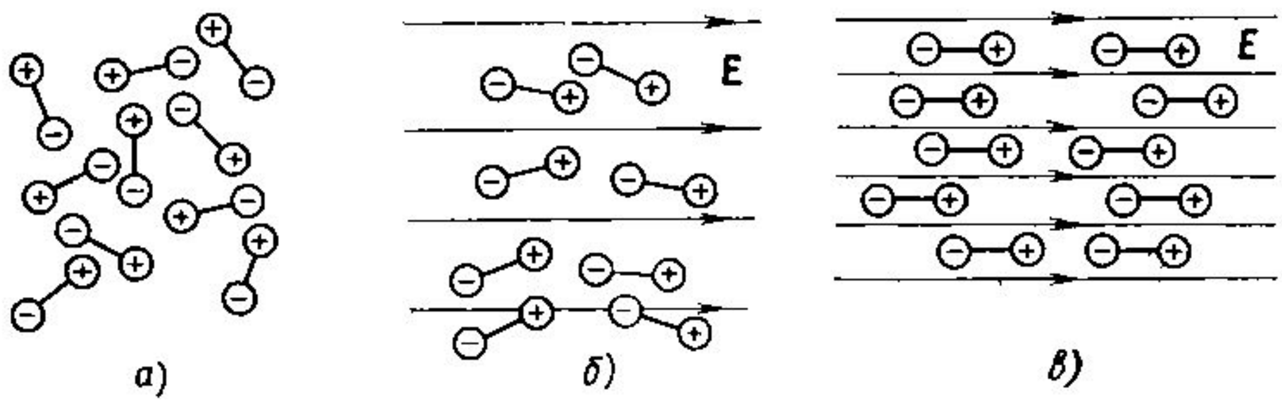


Рис. . Явления в полярном диэлектрике:

а — в отсутствие внешнего поля;

б — после приложения постоянного электрического поля;

в — то же в случае более интенсивного электрического поля

В отсутствие внешнего поля **E** молекулярные диполи ориентированы в пространстве хаотично. Под действием приложенного поля происходит ориентация молекулярных диполей. Очевидно, что степень выраженности этой ориентации тем меньше, чем выше температура, поскольку хаотическое тепловое движение нарушает порядок расположения молекул в пространстве.

Для количественного описания степени поляризованности отдельной молекулы вводят в рассмотрение ее дипольный момент

$$\mathbf{p} = ql\mathbf{i}_l,$$

который представляет собой вектор, коллинеарный единичному вектору $\mathbf{i}_l$, направленному вдоль оси диполя от отрицательного заряда к положительному.

Пусть в единице объема вещества находится N молекулярных диполей. Пусть вектор поляризованности - мера поляризации диэлектрика в каждой точке пространства

$$\mathbf{P} = N\mathbf{p}.$$

Конфигурация силовых линий векторного поля поляризованности зависит как от концентрации молекулярных диполей, так и от направлений векторов электрического поля внутри вещества.

Поляризационные заряды. Образец диэлектрика, бывший первоначально электрически нейтральным, остается таковым и в процессе поляризации. Однако если векторное поле **P** пространственно неоднородно, то внутри диэлектрика возникает некоторая отличная от нуля объемная плотность электрического заряда, обусловленная перемещением носителей в пространстве.

Рассмотрим бесконечно протяженную плоскую область толщиной Δx внутри диэлектрика, поляризованного вдоль оси x .

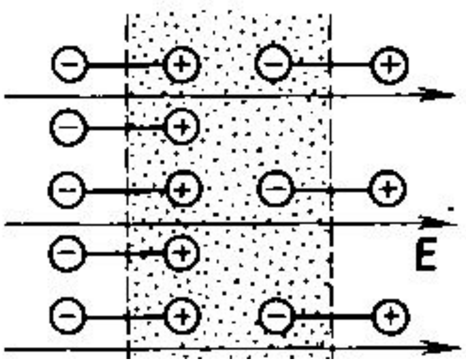


Рис. . Возникновение плотности поляризационных зарядов

Будем считать, что поляризованность диэлектрика неоднородна вдоль выделенной оси, так что

$$\mathbf{P} = P_x(x)\mathbf{i}_x .$$

В отсутствие внешнего поля E внутри рассматриваемой области положительные и отрицательные заряды, входящие в молекулы, компенсируют друг друга, поэтому плотность электрического заряда ρ = 0. При поляризации диэлектрика внутрь указанной области через единицу поверхности левой границы входит положительный заряд

$$Q^+(x_0) = N(x_0)ql(x_0) = P_x(x_0).$$

Отрицательный заряд, поступающий через правую границу,

$$Q^{-}(x_0+\Delta x)=-N(x_0+\Delta x)ql(x_0+\Delta x)=-P_x(x_0+\Delta x).$$

В общем случае величины $P_x(x_0)$ и $P_x(x_0+\Delta x)$ не равны. Поэтому в пространстве между воображаемыми плоскостями будет обнаружен так называемый поляризационный электрический заряд с объемной плотностью

$$\rho_n=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{P_x(x_0)-P_x(x_0+\Delta x)}{\Delta x}=-\frac{\partial P_x}{\partial x}.$$

Рассмотрим данную задачу в более общей постановке, предполагая, что поляризованность неоднородна по всем трем пространственным координатам, т. е.

$$\mathbf{P}=\mathbf{P}(x,y,z)$$

Пусть $d\mathbf{S}$ — элементарная площадка. Величина положительного заряда, пересекающего эту площадку в процессе поляризации, равна произведению модулей векторов **P** и $d\mathbf{S}$, умноженному на косинус угла между ними, т. е. скалярному произведению $\mathbf{P}d\mathbf{S}$. Тогда положительный заряд, вышедший за пределы ограниченного объема V с поверхностью S,

$$Q^{+}=\oint_S \mathbf{P}d\mathbf{S}.$$

Внутри объема V обнаруживается равный по величине заряд противоположного знака

$$Q^{-} = -\oint_S \mathbf{P} d\mathbf{S}.$$

Используя теорему Остроградского — Гаусса, будем иметь

$$Q^{-} = -\oint_V div\mathbf{P} dV,$$

откуда, переходя к дифференциальной форме записи, получим

$$\rho_n = -div\mathbf{P}.$$

Материальное уравнение электрического поля в диэлектрике.

Поляризационные заряды являются «истинными» и наряду со свободными зарядами, имеющими объемную плотность $\rho_{св}$, должны учитываться при записи закона Гаусса:

$$\oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \int_V \frac{\rho_{св} + \rho_n}{\varepsilon_0} dV.$$

Откуда $\oint_S (\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) d\mathbf{S} = \int_V \rho_{св} dV.$

При описании электродинамических явлений в диэлектриках используют понятие векторного поля, которое называют полем электрического смещения.

Докажем, что закон Гаусса относительно поля ***D*** принимает вид

$$div\mathbf{D} = \rho_{св}.$$

В эту формулу входит лишь объемная плотность свободных зарядов $\rho_{св}$, в то время как поляризационные заряды учитываются как бы автоматически.

Во многих диэлектриках при не слишком сильных внешних полях наблюдается прямая пропорциональность между векторами ***E*** и ***P*** в каждой точке пространства:

$$\mathbf{P} = k_э\mathbf{E}.$$

Это равенство справедливо при условии, что вектор ***E*** меняется во времени достаточно медленно и поэтому вектор ***P*** успевает «следить» за вектором ***E***. Коэффициент $k_э$ называют диэлектрической восприимчивостью вещества. У разных диэлектриков значения коэффициента могут сильно отличаться. Физический смысл формулы состоит в том, что она устанавливает некоторую аналогию между поляризуемой молекулой и упругой пружиной, удлинение которой пропорционально приложенной силе.

Универсальная характеристика поляризуемого вещества — абсолютная диэлектрическая проницаемость [Ф/м]

$$\varepsilon_a = \varepsilon_0 + k_э,$$

Т.о. искомое материальное уравнение для электрического поля в диэлектрике.

$$\mathbf{D} = \varepsilon_a \mathbf{E}.$$

В инженерных расчетах часто используют безразмерную характеристику материала — относительную диэлектрическую проницаемость

$$\varepsilon = \varepsilon_a / \varepsilon_0 .$$

Свойства магнетиков.

Рассмотрим явления в магнетиках, наблюдаемые под действием внешнего магнитного поля.

Еще до возникновения атомно-молекулярной теории в ее современном обличии, Ампер высказал гипотезу о том, что молекулы магнетиков несут в себе замкнутые токи и в этом смысле подобны микроскопически малым магнитам. Рассмотрим магнитные свойства отдельной молекулы. Пусть $i_м$ — круговой молекулярный ток, ΔS — площадь круга, обтекаемого этим током.

Обозначим символом $\Delta\mathbf{S}$ вектор элементарной площадки, ориентированный таким образом, что с его конца ток представляется направленным против движения стрелки часов. Тогда магнитный момент отдельного молекулярного тока есть вектор $\mathbf{m} = i_м \Delta\mathbf{S}$.

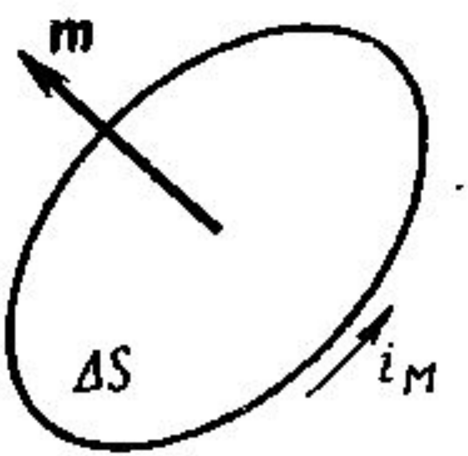


Рис. . Вектор магнитного момента молекулярного тока

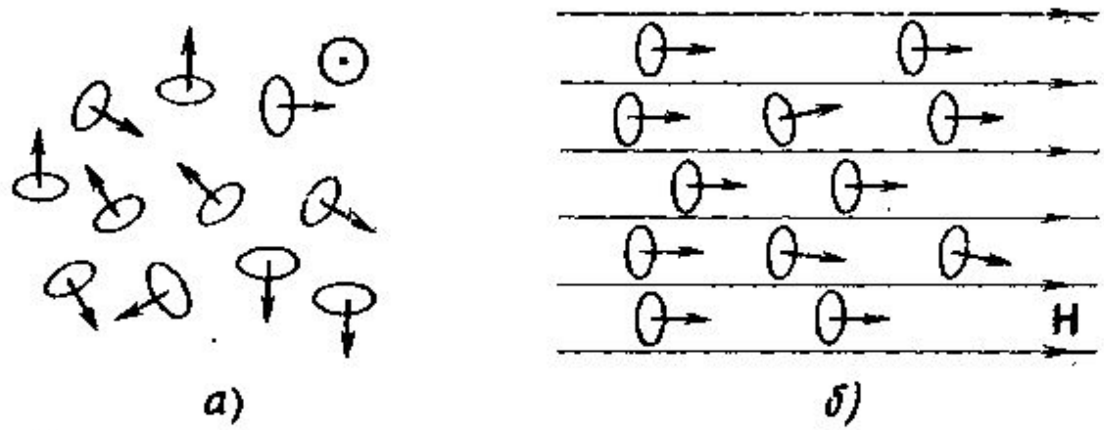


Рис. . Ориентация молекулярных токов в веществе: *а* — при отсутствии внешнего магнитного поля; *б* — после приложения постоянного магнитного поля

Будучи помещенными во внешнее магнитное поле **H**, молекулы магнетиков частично ориентируются.

Возможны два случая ориентации молекул:

• Направления молекулярных токов таковы, что магнитные моменты молекул ориентированы против внешнего поля. Присутствие молекулярных токов уменьшает результирующее поле в среде. Подобные вещества называют **диамагнетиками.** К ним относится большинство веществ, однако эффект диамагнетизма выражен крайне слабо.

• Магнитные моменты отдельных молекул ориентированы по направлению внешнего поля. Действие молекулярных токов ведет к росту магнитного поля внутри вещества. Такие среды называют **парамагнетиками.** С точки зрения квантовой механики молекулы или атомы парамагнитных веществ обязательно должны иметь отличную от нуля сумму орбитальных и спиновых магнитных моментов электронов. Парамагнитные свойства проявляют ионы некоторых металлов, а также молекулы многих газов — кислорода, азота и др.

Пусть N — концентрация молекулярных токов в веществе. Тогда в каждой точке среды можно ввести векторное поле намагниченности

$$\mathbf{M} = N\mathbf{m},$$

а магнитную индукцию определить по формуле

$$\mathbf{B} = \mu_0\left(\mathbf{H} + \mathbf{M}\right).$$

Экспериментально установлено, что в не слишком сильных и не слишком быстро меняющихся внешних полях связь между векторами **M** и **H** линейная:

$$\mathbf{M} = k_м \mathbf{H},$$

$k_м$ - магнитная восприимчивость вещества.

Отсюда получаем материальное уравнение для магнитного поля:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \left(1 + k_м\right)\mathbf{H} = \mu_a \mathbf{H}.$$

μ_a - абсолютная магнитная проницаемость вещества. Относительная магнитная проницаемость

$$\mu = \mu_a / \mu_0 .$$

Относительная магнитная проницаемость всех диамагнитных и большинства парамагнитных веществ весьма мало отличается от единицы. Поэтому в практических расчетах эффектами диа- и парамагнетизма обычно пренебрегают, считая, что

$$\mu_a = \mu_0 .$$

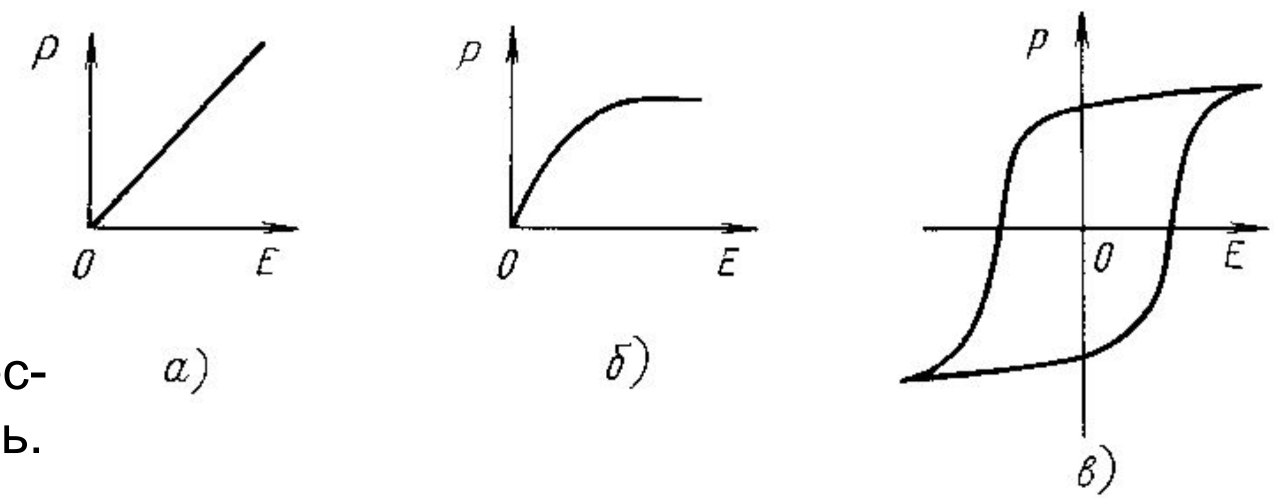
Ферромагнетики - особый класс веществ - кристаллические среды, парамагнитные свойства которых выражены чрезвычайно сильно, Ферромагнетизм возможен при температурах не выше т.н. температуры Кюри, которая обычно составляет несколько сотен кельвин. Физические явления в ферромагнетиках очень сложны и могут быть адекватно описаны лишь языком квантовой механики.

Среды по их макроскопическим параметрам разделяются на изотропные и анизотропные, линейные и нелинейные, однородные и неоднородные.

Среды, для которых материальные уравнения представляют собой соотношения прямой пропорциональности называются линейными средами. *Линейной* называют среду, свойства которой не зависят от величины векторов поля. В веществе, которое по своим электрическим свойствам изотропно и линейно, вектор поляризованности P оказывается пропорциналь-ным вектору E (рис. а):

$$\boxed{\mathbf{P} = \varepsilon_0 k_э \mathbf{E}}$$

где $k_э$ – диэлектрическая восприимчивость.



В изотропном пространстве скорость распространения гармонич. ЭМВ, т. е. фазовая скорость

$$V = \frac{c}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

Плотность потока энергии , переносимой ЭМВ, определяется *вектором Пойнтинга*:

$$S = \left(\frac{c}{4\pi}\right)[EH]$$

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

$$\lambda = cT = \frac{2\pi c}{\omega}$$

$$\omega_n = \frac{n\pi c}{l}$$

Диэлектрическая восприимчивость - макроскопический параметр, характеризующий электрическое свойство вещества поляризоваться, и зависящий от физико-химических особенностей данного вещества.
К линейным изотропным средам относится большинство диэлектриков: воздух, фторопласт, полиэтилен, полистирол, парафин и т. д.
Изотропная - среда, физические свойства которой одинаковы по всем направлениям в каждой ее точке. В изотропной по отношению к электрическому полю среде электрические моменты элементарных диполей имеют преимущественную ориентацию параллельно напряженности электрического поля. При этом векторы поляризованности и электрического смещения оказываются параллельными вектору Е.
Существуют и нелинейные среды, например, многие ферромагнетики, (трансформаторная сталь). Из электротехники известно, что при напряженности *поля* **Н** выше 100 А/м т.н. кривая намагничивания стали, т. е. кривая зависимости **B(H)**, становится весьма нелинейной.
В диэлектриках нелинейная зависимость **D(E)** наблюдается, когда напряженность электрического поля становится очень высокой и в веществе возникает электрический пробой. В обычных условиях нелинейные свойства по отношению к электрическому полю проявляют сегнетодиэлектрики — вещества с исключительно высокой диэлектрической проницаемостью (параметр ε достигает десятков тысяч и более).

Нелинейной называют среду, свойства которой зависят от величины векторов поля.
В среде, которая по своим электрическим свойствам изотропна и нелинейна, поляризованность **P** характеризуется нелинейной зависимостью от **E** (рис. б) и даже может иметь нелинейный гистерезисный характер (рис. в).
Магнитный гистерезис – отставание изменения магнитного состояния вещества при изменении магнитного поля, вызывающего это состояние.
Вещества, у которых зависимость **P(E)** имеет нелинейный гистерезисный характер, называют ферроэлектриками или сегнетоэлектриками (сегнетова соль).
Среда называется анизотропной, если ее физические свойства различны по разным направлениям. В анизотропной по отношению к электрическому полю среде смещение связанных зарядов может происходить не параллельно направлению вектора **E**, а в несколько ином направлении, вдоль которого действие препятствующих смещению внутримолекулярных сил выражено наиболее слабо. В анизотропном линейном веществе вектор **P** уже не будет совпадать по направлению с вектором **E.**

Примеры анизотропных сред:
кристаллические вещества, электрические свойства которых различны по главным кристаллографическим осям и, следовательно, поляризация которых зависит от направления вектора **E** относительно этих осей (например, кварц, исландский шпат).
Плазма (ионизированный газ), обладает анизотропными электрическими свойствами для переменного электромагнитного поля.
Однородной называют среду, параметры которой имеют одно и то же значение во всех ее точках, т. е. не являются функциями координат.
Например, изотропная линейная однородная среда характеризуется условием $\varepsilon_a(R)$=const.
Неоднородной называют среду, параметры которой непрерывно меняются от точки к точке и представляют собой некоторые функции пространственных координат.

Существуют такие материальные среды, в которых векторы **D** и **E** отказываются неколлинеарными. Если ограничиться линейным случаем, то материальное уравнение для такой среды приобретает вид

$$D_x = \varepsilon_{a11} E_x + \varepsilon_{a12} E_y + \varepsilon_{a13} E_z ,$$

$$D_y = \varepsilon_{a21} E_x + \varepsilon_{a22} E_y + \varepsilon_{a23} E_z ,$$

$$D_z = \varepsilon_{a31} E_x + \varepsilon_{a32} E_y + \varepsilon_{a33} E_z ,$$

т. е. каждая проекция вектора **D** записывается в виде линейной комбинации всех трех декартовых проекций вектора **E**.

Квадратная таблица (матрица) из девяти чисел $\varepsilon_{aij} \left(i, j = 1,2,3\right)$ представляет т.н. тензор абсолютной диэлектрической проницаемости $\overset{\leftrightarrow}{\varepsilon}_a$ при этом

$$\boldsymbol{D} = \overset{\leftrightarrow}{\varepsilon}_a \boldsymbol{E}.$$

Существуют также материальные среды, в которых неколлинеарными оказываются векторы **B** и **H**, так что

$$B_x = \mu_{a11} H_x + \mu_{a12} H_y + \mu_{a13} H_z ,$$

$$B_y = \mu_{a21} H_x + \mu_{a22} H_y + \mu_{a23} H_z ,$$

$$B_z = \mu_{a31} H_x + \mu_{a32} H_y + \mu_{a33} H_z .$$

По аналогии с предыдущим девять величин μ_{aij} образуют тензор абсолютной магнитной проницаемости $\overset{\triangle}{\mu}_a$

Вещества с тензорными характеристиками называют анизотропными средами. Анизотропия диэлектрических или магнитных свойств веществ всегда связана с тем, что в них существует некоторое преимущественное пространственное направление. Таким направлением может служить какая-либо специфическая ось кристаллической решетки или направление, в котором приложено постоянное внешнее поле.

Поляризационные и сторонние токи

Эффект поляризации диэлектриков связан с перемещением в пространстве заряженных частиц (в области, занятой диэлектриком, протекают некоторые токи, называемые поляризационными). Между токами проводимости и поляризационными токами нет принципиальной разницы с точки зрения их способности создавать магнитное поле.

Уравнение непрерывности относительно плотностей поляризационного заряда и поляризационного тока

$$\frac{\partial \rho_n}{\partial t} = -div\mathbf{J}_n = -div\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}.$$

Т.о., в каждой точке пространства плотность поляризационного тока есть производная по времени от вектора поляризованности

$$\mathbf{J}_n = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}.$$

Т.о. вектор плотности суммарного тока J складывается из плотности тока смещения $\varepsilon_0 \partial \mathbf{E} / \partial t$, плотности тока проводимости $\sigma \mathbf{E}$ и плотности поляризационного тока $\partial \boldsymbol{P} / \partial t$.

Общность всех трех перечисленных токов состоит в том, что их плотности зависят от состояния самого исследуемого ЭМ поля в выбранной точке пространства. В этом смысле упомянутые токи можно назвать «внутренними» или «собственными».

Дифференциальная форма закона полного тока

$$rot\mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \sigma \mathbf{E} + \mathbf{J}_{cm} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \sigma \mathbf{E} + \mathbf{J}_{cm}.$$

Электромагнитное поле.

Электромагнитное поле описывают при помощи следующих векторных функций координат и времени:

$\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ — напряженность электрического поля;

$\mathbf{H} = \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ — напряженность магнитного поля,

$\mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$ — электрическая индукция,

$\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ — магнитная индукция

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + [\mathbf{V}, \mathbf{B}]),$$

$$\mathbf{F}' = q\mathbf{E} \qquad \mathbf{F}'' = q[\mathbf{V}, \mathbf{B}]$$

Таблица 1.1 Единицы измерения электромагнитных величин

Название величины	Обозначение	Единица измерения	
Заряд	q	Кулон,	[Кл]
Ток	I	Ампер,	[А]
Плотность заряда	ρ	Кулон на кубический метр,	[Кл/м^3]
Плотность тока	j	Ампер на квадратный метр,	[А/м^2]
Напряженность электрического поля	$\mathbf{E}$	Вольт на метр,	[В/м]
Напряженность магнитного поля	$\mathbf{H}$	Ампер на метр,	[А/м]
Электрическая индукция	$\mathbf{D}$	Кулон на квадрат-ный метр,	[Кл/м^2]
Магнитная индукция	$\mathbf{B}$	Тесла,	[Т]
Электрпческая постоянная	ε_0	Фарад на метр,	[Ф/м]
Магнитная постоянная	μ_0	Генри на метр,	[Г/м]

$$\varepsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi c} \approx 8{,}854 \cdot 10^{-12} \approx \left(\frac{1}{36\pi}\right) \cdot 10^{-9};$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \approx 1{,}257 \cdot 10^{-6}; \quad \mathrm{c} = 2{,}99792458(1{,}2) \cdot 10^8\ м/\mathrm{c}$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$$

Уравнения Максвелла в дифференциальной и интегральной формах

$$rot\mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{j},$$

$$rot\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{dt},$$

$$div\mathbf{D} = \boldsymbol{\rho},$$

$$div\mathbf{B} = 0.$$

$$\oint_L \mathbf{Hdl} = \frac{d}{dt}\int_S \mathbf{Dds} + I,$$

$$\oint_L \mathbf{Edl} = -\frac{d}{dt}\int_S \mathbf{Bds},$$

$$\oint_S \mathbf{Ddl} = q,$$

$$\oint_S \mathbf{Bdl} = 0.$$

Свойства материальных сред

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{E}) = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{H}) = \mu_0 \mu \mathbf{H}, \quad \mathbf{j} = \mathbf{j}(\mathbf{E}) = \sigma \mathbf{E}.$$

Поляризация и намагничивание

Обычно вещество само по себе не создает макроскопически наблюдаемого поля (одно из хорошо известных исключений — постоянные магниты). Это объясняется уравновешенностью внутренних процессов в веществе на микроскопическом уровне. (нейтрализованы положительные и отрицательные заряды). Однако под действием внешнего (постороннего) поля на эти заряды взаимная компенсация их полей в той или иной степени нарушается. Можно утверждать, что во внешнем электрическом поле происходит некоторая деформация, а также переориентация атомов и молекул, заряды которых продолжают оставаться связанными в прежней структуре вещества. В результате отклонений зарядов, однако, появляется нескомпенсированное внутреннее поле, которое, налагаясь на внешнее, заметно изменяет его. Это называется поляризацией среды. Аналогичный процесс, связанный с магнитным полем, называется намагничиванием.

Проводники и диэлектрики

В зависимости от степени электропроводности, вещества делят на проводники и диэлектрики (изоляторы). Идеальный проводник - среда с неограниченной проводимостью

$$\sigma \to \infty$$

идеальный диэлектрик—среда, лишенная проводимости

$$\sigma = 0$$

$$\boxed{\frac{j_m}{\left(\partial D/\partial t\right)_m} = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0\varepsilon}.}$$

Проводником будем считать среду в случае, когда это отношение значительно превышает единицу, а диэлектриком, если оно значительно меньше единицы:

$$\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0\varepsilon}\begin{cases} >>1 & \text{проводник,} \\ <<1 & \text{диэлектрик.} \end{cases}$$

Среды, характеризуемые скалярными величинами называются **изотропными.**
Среды, характеризуемые тензорными параметрами, называют **анизотропными**. При анизотропии свойства среды зависят от направления векторов поля.
Среда однородна в области, если параметры (скаляры или тензоры) постоянны в этой области.
Если же их следует рассматривать как функции координат, то среда **неоднородна**. **Кусочно-однородными** называют среды, параметры которых принимают различные постоянные значения в разных областях.

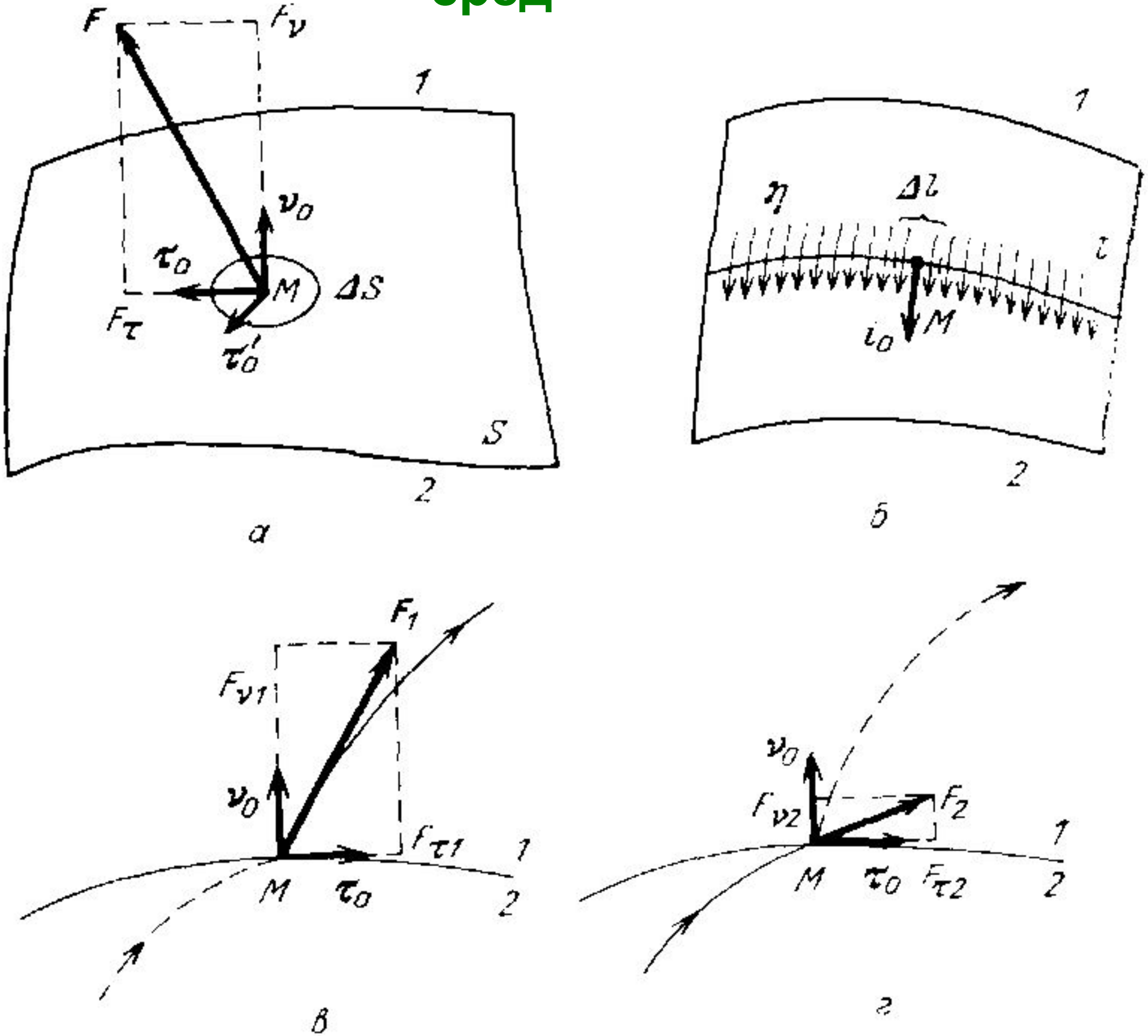
В случае однородной и изотропной среды, вдали от зарядов и токов, создающих ЭМ поле, уравнения Максвелла, приводят к волновым уравнениям:

$$\nabla^2 E = \frac{\varepsilon\mu\partial^2 E}{c^2\partial t^2}; \quad \nabla^2 H = \frac{\varepsilon\mu\partial^2 H}{c^2\partial t^2},$$

описывающим распространение плоских монохроматических ЭМВ:

$$E = E_0 \cos(kr - \omega t + \varphi);$$
$$H = H_0 \cos(kr - \omega t + \varphi).$$

Поля на границах раздела сред



Граница раздела сред — это такая поверхность, на которой параметры ε,μ,σ (хотя бы один из них) терпят разрыв как функции нормали. Рассмотрим это понятие с (.) зрения макроскопической электродинамики. Пусть поверхность *S* (рис. ,а) разделяет среды 1 и 2. Выберем на *S* (.)*M* и выделим столь малую ее окрестность ΔS,что этот элемент поверхности можно считать плоским. В (.)*M* построим орт нормали ν_0 (направление — из среды 2 в 1). Можно также построить на ΔS сколько угодно касательных ортов; выберем из них два ортогональных: τ_0, τ'_0. Т.о. получим ортогональные вектора ν_0, τ_0, τ'_0 по которым можно разложить любой из векторов поля E, H, B и D в (.)M. Если орт τ_0 выбран так, что он совпадает по направлению с проекцией некоторого вектора поля **F** на ΔS, то имеем разложение

$$\boldsymbol{F} = \nu_0 F_\nu + \tau_0 F_\tau ,$$

т.е. вектор поля **F** разложен на нормальную и тангенциальную (касательную) компоненты.

Если на границе раздела сред располагаются микроскопические носители заряда, как неподвижные, так и образующие ток проводимости, то такого рода заряд не занимает объема, а является поверхностным. Плотностью поверхностного заряда называют величину

$$\xi = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta S}.$$

Пусть поверхностный ток проходит по поверхности S (рис. ,б) и ортогонально пересекает линию l, причем в некоторой (.) М на линии l его направление указывает орт i_0.
Плотностью поверхностного тока в (.)М называется величина

$$\eta = \lim_{\Delta l \to 0} \mathbf{i}_0 \frac{\Delta \mathbf{I}}{\Delta l}.$$

Т.к. ε,μ,σ разрывны, надо ожидать, что компоненты векторов поля при переходе границ раздела сред тоже будут испытывать разрывы, т. е. либо обе компоненты некоторого вектора поля **F**, либо одна из них — нормальная или тангенциальная — изменяются скачкообразно. Тогда векторная линия должна претерпевать излом, как это показано на рис. в, г; это может быть некоторая плоская кривая. На границе переход от $\boldsymbol{F}_1$ (рис. в) к $\boldsymbol{F}_2$ (рис. г) происходит в общем случае с изменением как абсолютной величины, так и направления вектора.

В точках разрыва векторов поля нельзя применять уравнения Максвелла в дифференциальной форме. Нужно использовать интегральную форму этих уравнений.

Граничные условия для векторов электрического поля

$$\boxed{(\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2)\nu_0 = \xi,}$$

Это - граничное условие для вектора электрической индукции **D**. Т.е. в граничных точках разность нормальных компонент вектора **D** в обеих средах $\mathbf{D}_1\nu_0 = D_{\nu 1}, \mathbf{D}_2\nu_0 = D_{\nu 2}$ равна плотности поверхностного заряда ξ. Если граница не несет заряда ($\xi = 0$), то нормальная компонента $\mathbf{D}_\nu$ вектора **D** при переходе границы остается непрерывной.

Граничное условие №2:

$$\boxed{(\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2)\tau_0 = 0}$$

означает, что тангенциальная компонента $\mathbf{E}\tau_0 = E_\text{т}$ вектора **E** при переходе границы раздела сред всегда остается непрерывной. Эквивалентное равенство

$$\boxed{[\nu_0, \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2] = 0}$$

более удобно в том смысле, что ν_0 выбирается однозначно.

Граничные условия для векторов магнитного поля.

Нормальная компонента вектора магнитной индукции всегда непрерывна

$$\boxed{(\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2)\nu_0 = 0.}$$

Тангенциальная компонента вектора **H** непрерывна только при отсутствии на границе поверхностного тока. В общем случае справедливо граничное условие $\boxed{(\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2)\tau_0 = \eta \mathbf{n}_0}$, или эквивалентное $\boxed{[\nu_0, \mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2] = \eta.}$

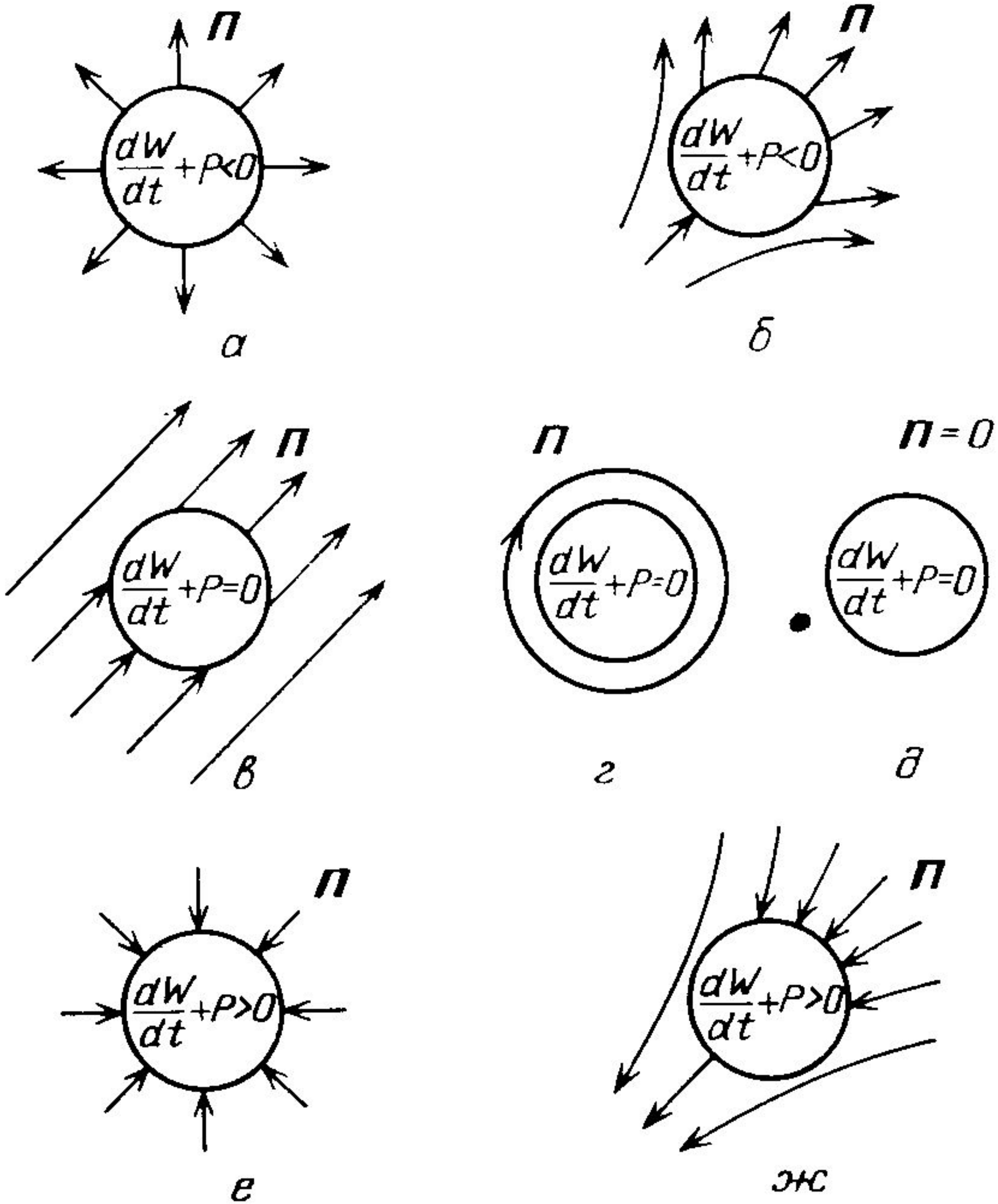
Баланс энергии поля

На основании уравнений Максвелла и теоремы Остроградского-Гаусса получают уравнение баланса энергии поля в объеме

$$\oint_S [\mathbf{E}, \mathbf{H}] d\mathbf{s} = -\int_V \left(\mathbf{H}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \mathbf{E}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) d\upsilon - \int_V j\mathbf{E} d\upsilon.$$

$$\oint_S [\mathbf{E}, \mathbf{H}] d\mathbf{s} + \frac{dW}{dt} + P = 0$$

$P^{\Sigma} = \oint_S [\mathbf{E}, \mathbf{H}] d\mathbf{s} \equiv \oint_S \mathbf{\Pi} d\mathbf{s}$.- поток вектора $\mathbf{\Pi} = [\mathbf{E}, \mathbf{H}]$ через границу S области V, называется вектором Пойнтинга



Активный баланс

Нейтральный баланс

Пассивный баланс

Поток P^{Σ} вектора Пойнтинга показывает, насколько внутренние процессы неуравновешены. Если $P^{\Sigma}>0$, то это означает потери энергии в области V из-за ее перехода во внешнее пространство (**активный баланс**), т.е. отдача энергии во внешнее пространство преобладает (а, б), при этом

$$\frac{dW}{dt} + P < 0$$

В случае чистого излучения (а) может оказаться, что внутренний запас энергии W=const, тогда $P^{\Sigma} = -P$. Т.к. $P^{\Sigma} > 0$, то $P<0$ и излучение создается сторонними силами в V. Но возможно, что $P=0$ (нет ни сторонних сил, ни внутренних потерь, либо они взаимно уравновешены – **нейтральный баланс**), тогда

$$P^{\Sigma} = -\frac{dW}{dt}$$

Поскольку $P^{\Sigma} > 0$,

$$\frac{dW}{dt} < 0$$

Это означает, что излучение обусловлено убыванием запаса энергии в V.

Варианты (в,г,д) соответствуют условию: $P^{\Sigma}=0$ - это нейтральный баланс энергии. Поток энергии в данном случае может проходить насквозь (в), так что число входящих линий векторов Пойнтинга равно числу выходящих; он также может не входить в область V (г) или вообще отсутствовать (д).

Пассивный баланс – когда поглощение преобладает над излучением (е, ж). При чистом поглощении (е) и постоянстве внутреннего запаса энергии

$$P^{\Sigma} = -P$$

Если же P=0, то

$$P^{\Sigma} = -\frac{dW}{dt}$$

Поскольку $P^{\Sigma}<0$

$$\frac{dW}{dt} > 0$$

энергия поступает в V извне и поглощение внешнего излучения приводит к росту запаса энергии.

В обоих случаях абсолютная величина P^{Σ} - это энергия, проходящая через граничную поверхность S за единицу времени – **поток энергии через S.**

Т.о. положительный поток равен мощности излучения во внешнее пространство, а отрицательный – мощности поглощаемого внешнего излучения.

Энергия ЭМ поля

$$\mathbf{E}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}^2}{2}\right),$$

$$\mathbf{H}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mu_0 \mu \mathbf{H}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\mu_0 \mu \mathbf{H}^2}{2}\right).$$

Запас энергии

$$W = \frac{1}{2}\int_V \left(\varepsilon_0 \varepsilon \boldsymbol{E}^2 + \mu_0 \mu \boldsymbol{H}^2\right) d\upsilon = \frac{1}{2}\int_V \left(\boldsymbol{ED} + \boldsymbol{HB}\right) d\upsilon = W^{э} + W^{м}.$$

$$W^{м} = \frac{\mu_0}{2}\int_V \mu H^2 d\upsilon = \frac{1}{2}\int_V \mathbf{HB}\, d\upsilon$$

$$W^{э} = \frac{\varepsilon_0}{2}\int_V \varepsilon \mathbf{E}^2 d\upsilon = \frac{1}{2}\int_V \mathbf{ED}\, d\upsilon.$$

Подинтегральное выражение показывает плотность энергии ЭМ поля

$$w = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta V} = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}^2 + \mu_0 \mu \mathbf{H}^2\right) = \frac{1}{2}\left(\mathbf{ED} + \mathbf{HB}\right).$$

Слагаемые имеют смысл плотностей электрической и магнитной энергии:

$$w = w^{э} + w^{м}$$

Система уравнений Максвелла и задачи электродинамики

$$rot\mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + j, \qquad rot\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$

$$div\mathbf{D} = \rho, \qquad div\mathbf{B} = 0,$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}, \qquad \mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}$$

$$\mathbf{j} = \sigma\left(\mathbf{E} + \mathbf{E}^{cm}\right) \qquad \mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} + \mathbf{j}^{cm},$$

Если среда линейна, то линейны все уравнения, входящие в систему уравнений Максвелла. Это значит, что любые линейные комбинации решений системы также будут являться ее решениями. Очевидно некоторое решение представляет собой набор величин при которых все уравнения удовлетворяются: $\mathbf{E}_i, \mathbf{H}_i, \mathbf{D}_i, \mathbf{B}_i, \mathbf{j}_i, \boldsymbol{\rho}_i$

$$\mathbf{E} = a_1\mathbf{E}_1 + a_2\mathbf{E}_2 + \ldots + a_n\mathbf{E}_n, \ \mathbf{H} = a_1\mathbf{H}_1 + a_2\mathbf{H}_2 + \ldots + a_n\mathbf{H}_n$$

В силу линейности системы уравнений Максвелла (при линейности среды) мы вновь получили ее решение, использовав, как говорят, **принцип суперпозиции** (наложения). Поскольку в линейные комбинации входят и величины, выражающие сторонние силы ($E^{ст}$ или $j^{ст}$), то можно утверждать, что поле, создаваемое несколькими источниками, предстает как наложение полей, существующих при раздельном действии источников.

Разумеется, принцип суперпозиции не распространяется на величины, связанные с полем нелинейно, например, на энергетические характеристики. Если электрическое поле есть наложение двух полей, так что

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$$

то его энергия есть

$$W^{э} = \frac{\varepsilon_0}{2}\int_V \varepsilon \mathbf{E}^2 d\upsilon = \frac{\varepsilon_0}{2}\int_V \varepsilon \mathbf{E}_1^2 d\upsilon + \frac{\varepsilon_0}{2}\int_V \varepsilon \mathbf{E}_2^2 d\upsilon + \varepsilon_0 \int_V \varepsilon \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2 d\upsilon.$$

Как видно сумма первых двух членов, представляющих собой энергию первого и второго полей $W_1^{э} + W_2^{э}$ еще не является суммарной энергией, которая включает еще взаимную энергию $W_{12}^{э}$

Задачи электродинамики и классы электромагнитных явлений.

ЭМ поля находятся как решения уравнений, однако не всякое решение этой системы дает ЭМ поле. При постановке задач вводятся еще некоторые дополнительные условия, сообщающие им *физическую определенность*. Таковы *начальные* и *граничные условия*, задание сторонних сил. Под начальными условиями понимают задание поля в некоторый момент времени. При рассмотрении переменных процессов, которые являются периодическими во времени вопрос о постановке начальных условий отпадает. Граничные условия - не только изученные выше соотношения между нормальными и тангенциальными компонентами векторов поля на границах раздела сред, но и задание полей на внешних границах рассматриваемых областей.

Система уравнений стационарного электромагнитного поля.

$$rot\mathbf{E} = 0, \qquad rot\mathbf{H} = j,$$

$$div\mathbf{D} = \rho, \qquad div\mathbf{B} = 0,$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}, \qquad \mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H},$$

$$\mathbf{j} = \sigma\left(\mathbf{E} + \mathbf{E}^{cm}\right)$$

Если ток отсутствует (j = 0), то столбцы уравнений — это две независимые системы.

Гармонические колебания и комплексные амплитуды.

$$u(t) = u_m \cos(\omega t + \varphi),$$

Периодом T называется наименьший отрезок времени, обладающий тем свойством, что

$$u(t+T) = u(t)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$$

В теории гармонических колебаний обычно применяется метод комплексных амплитуд, суть которого состоит в том, что вместо тригонометрических функций в выражениях употребляются экспоненциальные. При этом получаются комплексные представления физических величин, ниже обозначаемые точками. Например,

$$\dot{u}(t) = u_m e^{i(\omega t + \varphi)} = \dot{u}_m e^{i\omega t}.$$

$\dot{u}_m = u_m e^{i\varphi}$ данная величина, несущая информацию об амплитуде и начальной фазе, называется комплексной амплитудой.

В силу известной формулы Эйлера физическая величина $\boldsymbol{u}$ есть вещественная часть ее комплексного представления:

$$u = \mathrm{Re}\,\dot{u} = \mathrm{Re}\,\dot{u}_m e^{i\omega t}.$$

Если амплитуда и фаза являются функциями координат, то комплексное представление есть произведение функции координат $\dot{u}_m(\mathbf{r})$ и функции времени $\exp(i\omega t)$

Запишем вытекающее из формулы Эйлера соотношение:

$$u = \frac{1}{2}\left(\dot{u} + \dot{u}^*\right)$$

В векторном варианте

$$\mathbf{V} = \mathrm{Re}\,\dot{\mathbf{V}} = \mathrm{Re}\,\dot{\mathbf{V}}_m e^{i\omega t},$$

где комплексная амплитуда, являющаяся функцией координат, есть

$$\dot{\mathbf{V}}_m = \mathbf{x}_0 V_{mx} e^{i\varphi_x} + \mathbf{y}_0 V_{my} e^{i\varphi_y} + \mathbf{z}_0 V_{mz} e^{i\varphi_z}.$$

Метод комплексных амплитуд значительно упрощает технику преобразований при получении решений дифференциальных уравнений в частных производных. Все члены линейного дифференциального уравнения оказываются умноженными на $\exp(i\omega t)$

Опуская этот множитель, получаем уравнение относительно комплексной амплитуды, не зависящей от времени. Если в результате решения уравнения комплексная амплитуда определена, то для получения искомой физической величины надо лишь умножить комплексную амплитуду на $\exp(i\omega t)$ и отделить вещественную часть.

Уравнения Максвелла относительно комплексных амплитуд. Комплексные проницаемости

Используя метод комплексных амплитуд заменим изменяющиеся по закону гармонических колебаний векторы E, H, D, B и j комплексными представлениями $\dot{\mathbf{E}} = \dot{\mathbf{E}}_m \exp(i\omega t)$, $\dot{\mathbf{H}} = \dot{\mathbf{H}}_m \exp(i\omega t)$ и т.д.

Внося эти комплексные представления в первые два уравнения Максвелла и устраняя общий множитель, получим

$$rot\dot{\mathbf{H}}_m = i\omega\dot{\mathbf{D}}_m + \dot{\mathbf{j}}_m, \quad rot\dot{\mathbf{E}}_m = -i\omega\dot{\mathbf{B}}_m.$$

Эти же уравнения, записанные относительно напряженностей поля имеют вид

$$rot\dot{\mathbf{H}}_m = i\omega\varepsilon_0\varepsilon\dot{\mathbf{E}}_m + \dot{\mathbf{j}}_m^{cm}, \quad rot\dot{\mathbf{E}}_m = -i\omega\mu_0\mu\dot{\mathbf{H}}_m.$$

Таким образом, получены уравнения относительно комплексных амплитуд, утратившие временную зависимость.

$$\dot{\varepsilon} = \varepsilon - i\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0}$$

Эта величина может рассматриваться в качестве относительной диэлектрической проницаемости - это т.н. комплексная диэлектрическая проницаемость.

В рамках метода комплексных амплитуд любой из параметров уравнений Максвелла мы должны рассматривать уже не в пределах вещественной оси, а на комплексной плоскости, и это приводит к расширению физического содержания некоторых понятий.

Комплексная диэлектрическая проницаемость может характеризовать и процессы поляризации (они предполагались безынерционными), и проводимость среды. Теперь можно описать также инерционность поляризации диэлектрика. При гармонических колебаниях для этого достаточно ввести фазовое запаздывание ***D*** по сравнению с ***E:***

$$\dot{\mathbf{D}}_m = \varepsilon_0 \varepsilon \dot{\mathbf{E}}_m e^{-i\alpha}$$

Но это значит, что в данном случае роль диэлектрической проницаемости играет комплексная величина $\varepsilon(\cos\alpha - i\sin\alpha)$. Инерционность процессов намагничивания описывается аналогично.

Полученные выше уравнения образуют полную систему уравнений электродинамики для гармонических во времени процессов.

Средние величины: энергия, мощность, поток энергии

Поскольку гармонические колебания ЭМ полей, представляющие интерес для радиоэлектроники, являются весьма быстрыми, обычно имеют дело с их усредненными во времени энергетическими характеристиками.

$$\overline{w} = \frac{1}{4}\left(\varepsilon_0 \varepsilon \dot{\mathbf{E}}_m \dot{\mathbf{E}}_m^* + \mu_0 \mu \dot{\mathbf{H}}_m \dot{\mathbf{H}}_m^*\right).$$

Среднее значение плотности мощности

$$\overline{p} = \operatorname{Re} \dot{p}, \quad \dot{p} = \frac{1}{2} j_m^* \dot{\mathbf{E}}_m$$

$$\overline{\mathbf{\Pi}} = \operatorname{Re} \dot{\mathbf{\Pi}}, \quad \dot{\mathbf{\Pi}} = \frac{1}{2}\left[\dot{\mathbf{E}}_m, \dot{\mathbf{H}}_m^*\right].$$

Величина $\dot{\mathbf{\Pi}}$ называется **комплексным вектором Пойнтинга.**

Поток $\dot{\mathbf{\Pi}}$ через некоторую поверхность S называют комплексным потоком энергии.

Принцип взаимности.

Для одной и той же среды будем рассматривать два разных решения уравнений которые получаются при задании сторонних токов с плотностями $\dot{\mathbf{j}}_1^{cm}$ и $\dot{\mathbf{j}}_2^{cm}$

$$\operatorname{rot}\dot{\mathbf{H}}_{m1} = i\omega\varepsilon_0\varepsilon\dot{\mathbf{E}}_{m1} + \dot{\mathbf{j}}_{m1}^{\text{ст}}, \qquad \operatorname{rot}\dot{\mathbf{H}}_{m2} = i\omega\varepsilon_0\varepsilon\dot{\mathbf{E}}_{m2} + \dot{\mathbf{j}}_{m2}^{\text{ст}},$$

$$\operatorname{rot}\dot{\mathbf{E}}_{m1} = -i\omega\mu_0\mu\dot{\mathbf{H}}_{m1} \qquad \operatorname{rot}\dot{\mathbf{E}}_{m2} = -i\omega\mu_0\mu\dot{\mathbf{H}}_{m2}.$$

Объединим уравнения в две пары, как показано стрелками, и произведем уже знакомые действия. При этом в первой строчке левого столбца производится умножение на $\dot{\mathbf{E}}_{m2}$, а во второй строчке правого – на $\dot{\mathbf{H}}_{m1}$

после чего вычитаются соответственные части.

$$\operatorname{div}[\dot{\mathbf{E}}_{m2}, \dot{\mathbf{H}}_{m1}] = -i\omega\mu_0\mu\dot{\mathbf{H}}_{m2}\dot{\mathbf{H}}_{m1} - i\omega\varepsilon_0\varepsilon\dot{\mathbf{E}}_{m1}\dot{\mathbf{E}}_{m2} - \dot{\mathbf{j}}_{m1}^{\text{ст}}\dot{\mathbf{E}}_{m2},$$

$$\operatorname{div}[\dot{\mathbf{E}}_{m1}, \dot{\mathbf{H}}_{m2}] = -i\omega\mu_0\mu\dot{\mathbf{H}}_{m1}\dot{\mathbf{H}}_{m2} - i\omega\varepsilon_0\varepsilon\dot{\mathbf{E}}_{m2}\dot{\mathbf{E}}_{m1} - \dot{\mathbf{j}}_{m2}^{\text{ст}}\dot{\mathbf{E}}_{m1}.$$

Для изотропных сред

$$\operatorname{div}\{[\dot{\mathbf{E}}_{m2}, \dot{\mathbf{H}}_{m1}] - [\dot{\mathbf{E}}_{m1}, \dot{\mathbf{H}}_{m2}]\} = \dot{\mathbf{j}}_{m2}^{\text{ст}}\dot{\mathbf{E}}_{m1} - \dot{\mathbf{j}}_{m1}^{\text{ст}}\dot{\mathbf{E}}_{m2},$$

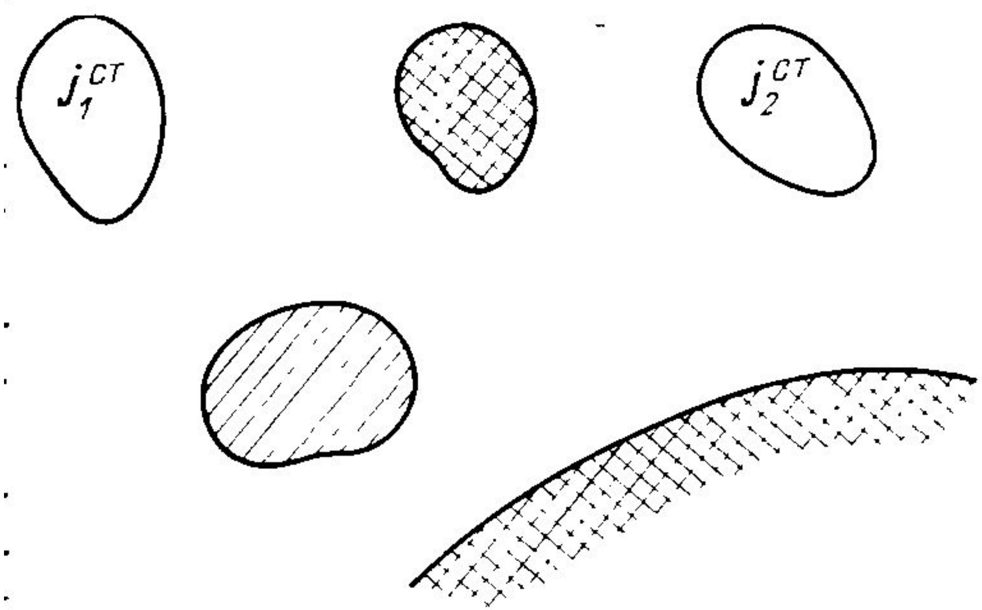
$$\oint_S \{[\dot{\mathbf{E}}_{m2}, \dot{\mathbf{H}}_{m1}] - [\dot{\mathbf{E}}_{m1}, \dot{\mathbf{H}}_{m2}]\}\, d\mathbf{s} = \int_V (\dot{\mathbf{j}}^{\text{ст}}_{m2}\dot{\mathbf{E}}_{m1} - \dot{\mathbf{j}}^{\text{ст}}_{m1}\dot{\mathbf{E}}_{m2})\, dv.$$

Полученный результат устанавливает соотношение между полями двух различных источников в одной и той же изотропной среде. Это т.н. **лемма Лоренца**.

Если токи сосредоточены в ограниченной области, то, распространяя интегрирование на бесконечное пространство, можно прийти к выводу об уничтожении поверхностного интеграла. Тогда

$$\int_V (\dot{\mathbf{j}}^{\text{ст}}_{m2}\dot{\mathbf{E}}_{m1} - \dot{\mathbf{j}}^{\text{ст}}_{m1}\dot{\mathbf{E}}_{m2})\, dv = 0$$

(поверхностный интеграл исчезает наверняка, если амплитуды полей убывают быстрее, чем **1/r**)



$$\int\limits_{V_1} \dot{\mathbf{j}}_{m1}^{\text{ст}} \dot{\mathbf{E}}_{m2} dv = \int\limits_{V_2} \dot{\mathbf{j}}_{m2}^{\text{ст}} \dot{\mathbf{E}}_{m1} dv.$$

Полученный результат выражает **принцип взаимности** для двух распределений сторонних токов, двух источников. Примечательна симметрия этого соотношения, совершенно не зависящая от характера среды, которая лишь предполагалась изотропной.

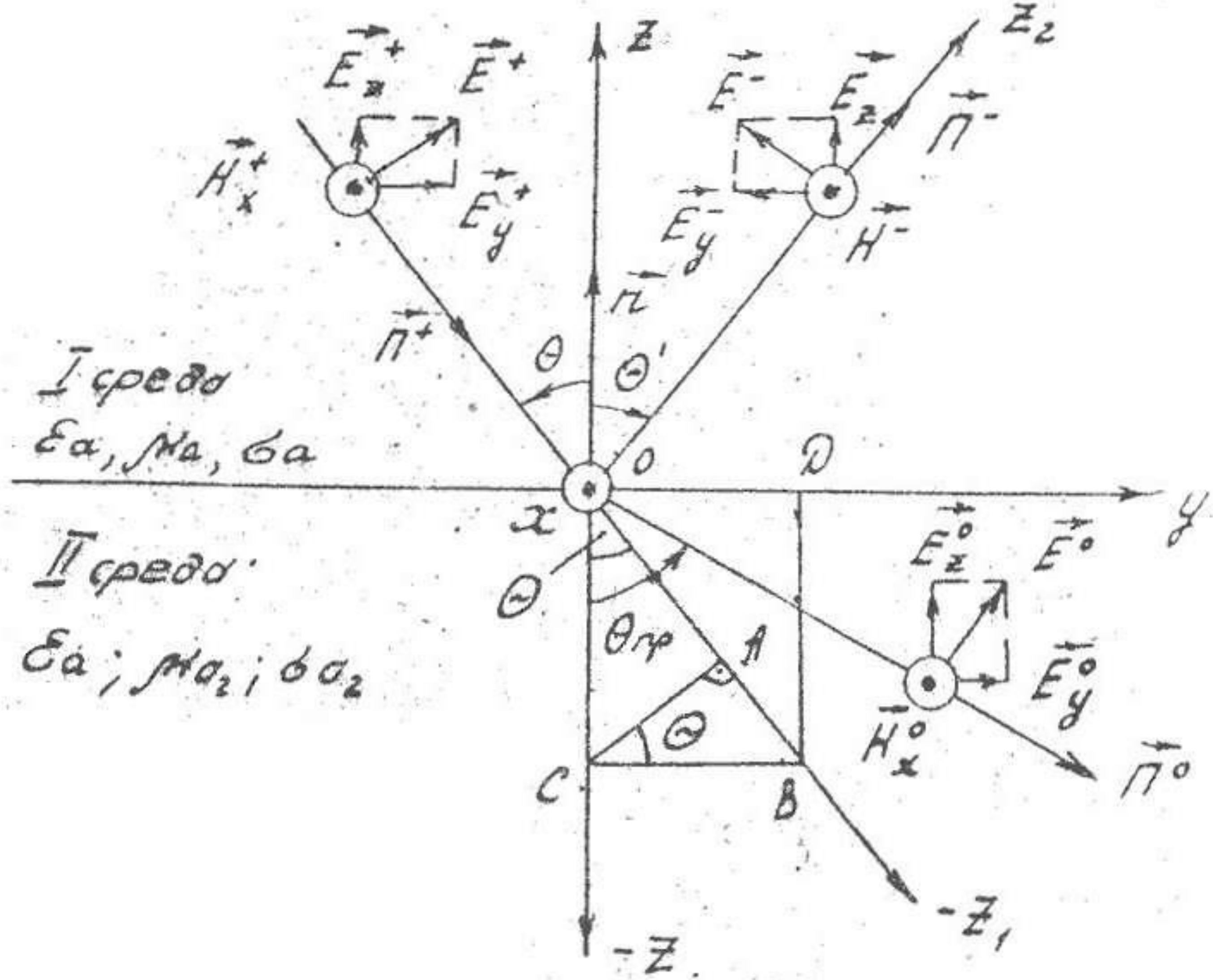
Отражение и преломление электромагнитных волн на плоской границе раздела двух сред (диэлектрик - реальный проводник)

ЭМВ называется плоской и однородной, если поверхность равных фаз и равных амплитуд векторов напряженности электрического E и магнитного H полей является плоскость. Распространяясь в свободном пространстве, плоская ЭМВ на пути взаимодействует с телами, имеющими различную протяженность, форму и свойства. Если протяженность препятствия значительно больше, а размеры неровностей на нем значительно меньше λ, то можно говорить о падении ЭМВ на плоскую поверхность. Падая на плоскую границу раздела двух сред, плоская ЭМВ частично проходит через нее, изменяя направление распространения, то есть преломляется, и продолжает распространяться во второй среде, а частично отражается от границы раздела обратно в первую среду.

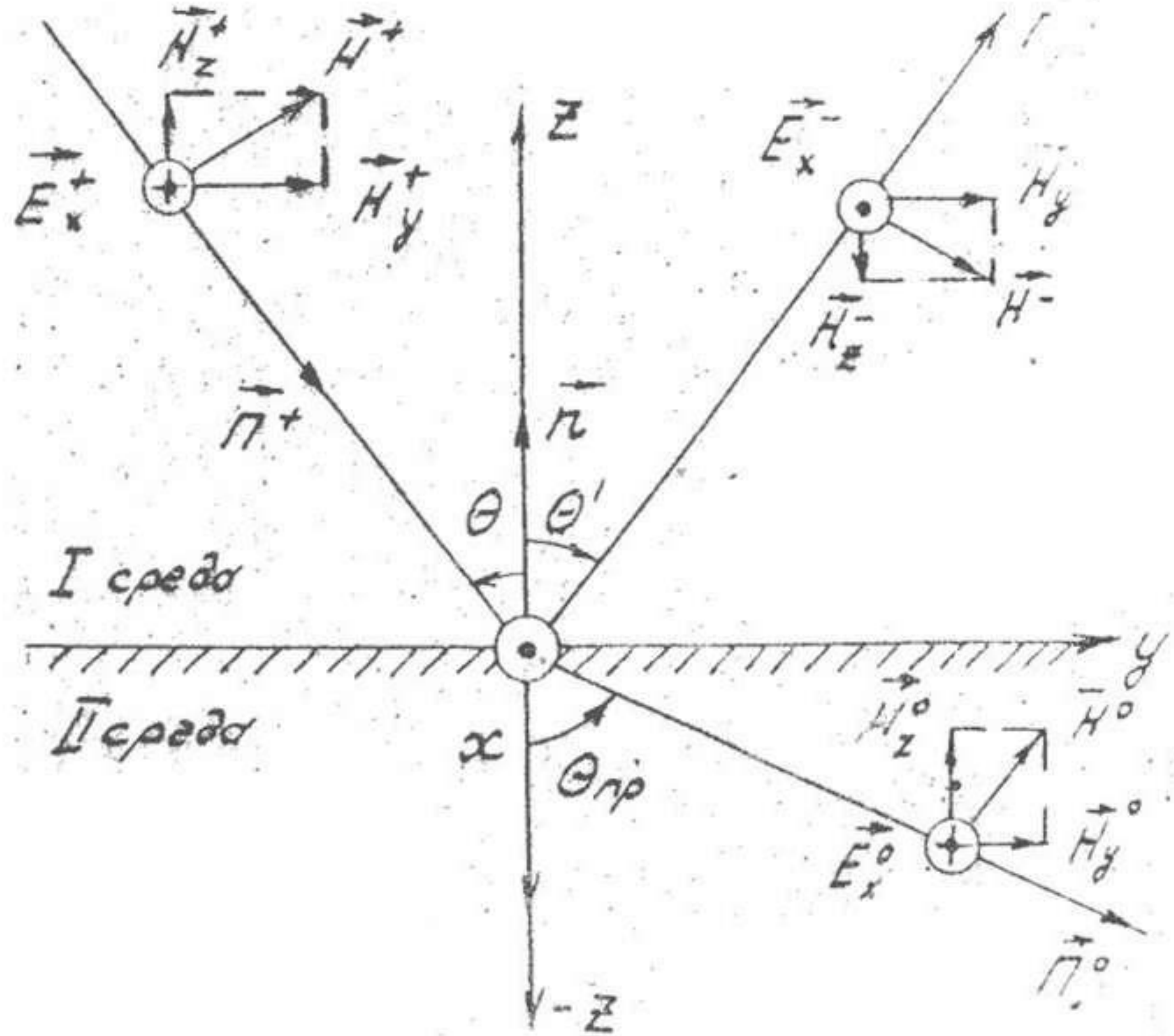
Как отраженные, так и преломленные волны являются в этом случае плоскими. Параметры среды характеризуются величинами:

$\varepsilon_a, \mu_a, \sigma$ (абсолютная диэлектрическая проницаемость, абсолютная ная магнитная проницаемость, удельная проводимость). Падение ЭМВ на тело ограниченных размеров представляет собой принципиально аналогичное, но более сложное явление, и рассматривается как *дифракция волны на препятствиях, соизмеримых с рабочей длиной волны λ.*

При рассмотрении наклонного падения волн на плоскую границу раздела двух сред пользуются понятием плоскость падения. **Плоскостью падения** называют плоскость, проходящую через нормаль к границе раздела сред, и направление распространения падающей на границу волны, определяемое вектором Пойнтинга. Изучая законы преломления и отражения плоских ЭМВ на границе раздела двух сред, отдельно рассматривают случаи вертикальной и горизонтальной поляризации падающей ЭМВ.



Волной параллельной поляризации называется волна, у которой вектор напряженности электрического поля Е лежит в плоскости падения. Здесь плоскость поляризации (плоскость, проходящая через направление распространения волны П и вектор электрического поля Е.) совпадает с плоскостью падения.



$\vec{H}_z^+$
$\vec{H}^+$
$\vec{E}_x^+$
$\vec{H}_y^+$
Z
$\vec{E}_x^-$
H_y
$\vec{H}^-$
$\vec{H}_z^-$
$\vec{\Pi}^+$
$\vec{n}$
Θ
Θ'
I среда
II среда
y
x
Θпр
$\vec{H}_z^o$
$\vec{H}^o$
$\vec{H}_y^o$
$\vec{E}_x^o$
$\vec{\Pi}^o$
-Z

Перпендикулярно поляризованной волной называется волна, у которой вектор напряженности электрического поля или плоскость поляризации перпендикулярны плоскости падения. В этом случае вектор напряженности электрического поля параллелен границе раздела.

При наклонном падении на границу раздела в общем случае волна может иметь произвольную поляризацию, а векторы поля **E** и **H** будут иметь по три компоненты поля в системе координат xyz.

Однако такую волну всегда можно разложить на волны, поляризованные параллельно и перпендикулярно.

Если известны амплитуда вектора напряженности электрического поля падающей волны, угол падения плоской электромагнитной волны, отсчитываемый от нормали к поверхности раздела двух сред, а также параметры первой и второй сред, то углы отражения и преломления на границе раздела определяются известными **законами Снеллиуса:**

1. Угол падения равен углу отражения

$$\theta = \theta'$$

2. Угол падения связан с углом преломления зависимостью

$$\frac{\sin\theta}{\sin\theta_{np}} = \frac{n_2}{n_1},$$

$n = \sqrt{\mu_a \tilde{\varepsilon}_a}$ - коэффициент преломления среды.

Абсолютная диэлектрическая проницаемость среды в общем случае является комплексной величиной и связана с проводимостью среды σ и круговой частотой ω следующим соотношением:

$$\tilde{\varepsilon}_a = \varepsilon_a - i\frac{\sigma}{\omega}$$

Введем понятия коэффициента отражения

$$\dot{\rho} = \frac{\dot{E}_{отр}}{\dot{E}_{пад}} = \frac{\dot{E}^{-}}{\dot{E}^{+}}$$

и прохождения

$$\dot{\tau} = \frac{\dot{E}_{пр}}{\dot{E}_{пад}} = \frac{\dot{E}^{0}}{\dot{E}^{+}}$$

Соотношение между амплитудами падающей, преломленной и отраженной волн позволяют определить известные **формулы Френеля.** Для параллельно поляризованной волны

$$\dot{\rho}_{\parallel} = \frac{\dot{Z}_{01}\cos\theta - \dot{Z}_{02}\cos\theta_{пр}}{\dot{Z}_{01}\cos\theta + \dot{Z}_{02}\cos\theta_{пр}},$$

$$\dot{\tau}_{\parallel} = \frac{2\dot{Z}_{02}\cos\theta}{\dot{Z}_{01}\cos\theta + \dot{Z}_{02}\cos\theta_{пр}}.$$

где $\dot{Z}_{01}, \dot{Z}_{02}$ - волновые сопротивления соответствующей среды,

определяемые соотношением

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\dot{\mu}_a}{\dot{\varepsilon}_a}}$$

Для перпендикулярно поляризованной волны

$$\dot{\rho}_\perp = \frac{\dot{Z}_{02}\cos\theta - \dot{Z}_{01}\cos\theta_{np}}{\dot{Z}_{02}\cos\theta + \dot{Z}_{01}\cos\theta_{np}},$$

$$\dot{\tau}_\perp = \frac{2\dot{Z}_{02}\cos\theta}{\dot{Z}_{02}\cos\theta + \dot{Z}_{01}\cos\theta_{np}}.$$

Падающая под произвольным углом θ на идеально проводящую поверхность плоская ЭМВ любой поляризации полностью отражается обратно в первую среду. При этом при отражении параллельно поляризованной волны фаза не изменяется, а у перпендикулярно поляризованной волны фаза меняется на $\pm\pi$.

Если первая среда - диэлектрик (воздух), а вторая среда - алюминиевый лист, то фактически часть волны, хотя и очень незначительная, проникает в алюминиевый лист. Для практики этот факт весьма существенный. Он определяет ***затухание (ослабление) отраженной волны***. Явление затухания особенно заметно при многократном отражении ЭМВ от плоско-параллельных металлических поверхностей, что имеет место в волноводах. Прошедшая в металл волна испытывает затухание. Величина затухания определяется коэффициентом затухания:

$$\alpha = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}.$$

Поле ослабленное в несколько раз, прошедшее в металл, располагается на глубине Δ, которая может быть определена из выражения **Δ=1/α.** На практике считают, что прошедшая волна существует только до глубины Δ, и ее называют **глубиной проникновения**.

Для ортогонально поляризованных волн модуль коэффициента отражения равен 1, а затухание волны <u>при однократном отражении</u> мало, и им можно пренебречь. Т.о. границу раздела из алюминиевого листа можно уподобить поверхности с идеальной проводимостью.

Основные понятия, характеризующие явления дифракции.

Дифракция - способность радиоволн в той или иной степени огибать препятствия, лежащие на пути их распространения. Это явление проявляется тем сильнее, чем больше длина волны по сравнению с геометрическими размерами препятствия.

Явление дифракции имеет место, например, и на телах неограниченных размеров, когда оно содержит неровности и неоднородности, соизмеримые с λ (на бесконечном конусе, кромке полуплоскости, бесконечном цилиндре, отверстии в бесконечном экране и т.п.). В задачу дифракции входит определение полей отраженной и преломленной волн, и в этом случае они называются дифрагированным полем. В случае идеально проводящего тела ($\sigma \rightarrow \infty$) преломленная волна будет отсутствовать и задача дифракции будет заключаться в определении только отраженной волны.

Электродинамическая задача дифракции состоит в решении уравнений Максвелла относительно векторов электрической E и магнитной B напряженностей дифрагированного поля, удовлетворящим определенным условиям на поверхности препятствия.

Строгие решения задач дифракции

Строгое в математическом смысле решение задачи дифракции возможно в тех случаях, когда геометрическая граница препятствия совпадает с одной из ортогональных криволинейных систем координат. В настоящее время практически используются следующие ортогональные системы:

прямоугольные координаты,
сферические координаты,
цилиндрические координаты,
эллиптические координаты,
параболические координаты, б
иполярные координаты,
сфероидальные координаты,
параболоидальные координаты,
эллипсоидальные координаты.

Решение дифракционной задачи в каждом из указанных выше конкретных случаев приводит в определении дифрагированного поля к суммированию бесконечного ряда пространственных гармоник, представленных в виде элементарных функций в случае прямоугольной системы координат, функций Лежандра в случае сферических координат, функций Бесселя в случае цилиндрической системы координат и т.п.

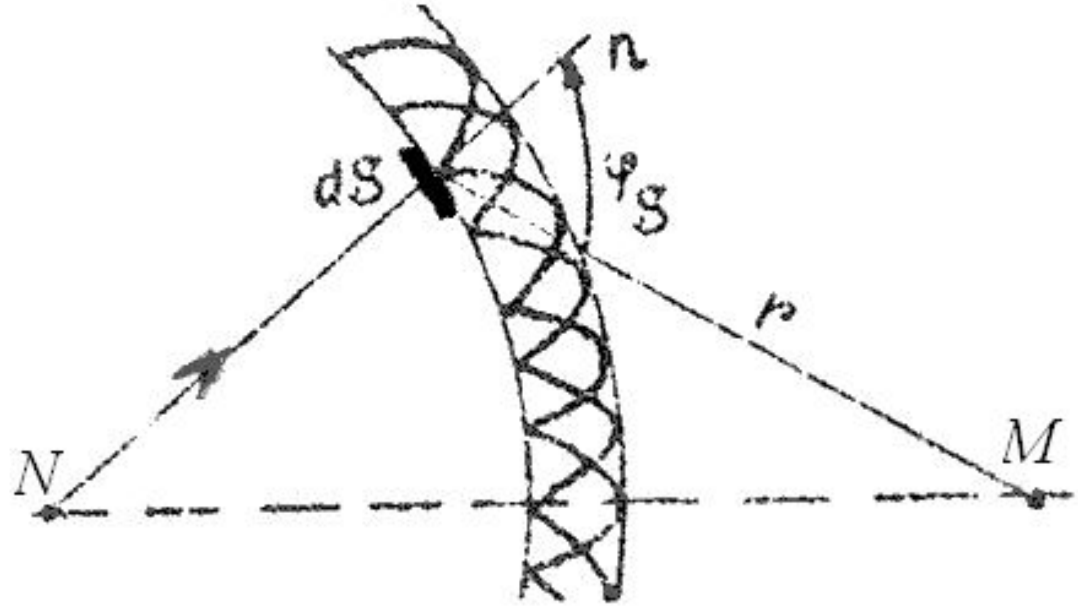
Подобные численные расчеты требуют большого машинного времени современных ЭВМ.

На практике при рассмотрении дифракционных задач (при наличии препятствий сложной геометрической формы) редко удается использовать строгие методы решения. Поэтому есть необходимость использования приближенные методы.

Метод волновой оптики

Среди приближенных методов, метод волновой оптики является более точным, чем метод геометрической оптики, который нельзя использовать в тех случаях, когда радиусы кривизны поверхности препятствия сравнимы с длиной волны или когда необходимо определить поле в области геометрической тени. В этих же случаях метод волновой оптики дает более удовлетворительные результаты.

В основе метода волновой оптики лежат принцип Гюйгенса-Френеля. Согласно этому принципу **каждый элемент *dS* поверхности *S*, до которого в момент времени *t* дошла волна из точки *N*, рассматри- вается как вторичный источник, излучающий элементарную сферическую ЭМВ с волновой поверхностью ΔS**. Огибающая S_1 этих сферических волн определяет положение волновой поверхности в более поздний момент времени *t* .



В соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля поле в точке наблюдения М представляется как результат наложения элементарных вторичных воля, излученных элементами волновой поверхности. При сложении вторичных волн необходимо в точке наблюдения учитывать их фазу и амплитуду, величина которых зависит от угла φS. Строгую математическую формулировку принципа Гюйгенса-Френеля представляет формула Кирхгофа

$$\upsilon = -\frac{1}{4\pi}\oint_S \left\{ \upsilon_S \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{e^{-ikr}}{r}\right) - \frac{e^{-ikr}}{r}\frac{\partial \upsilon_S}{\partial n} \right\} dS,$$

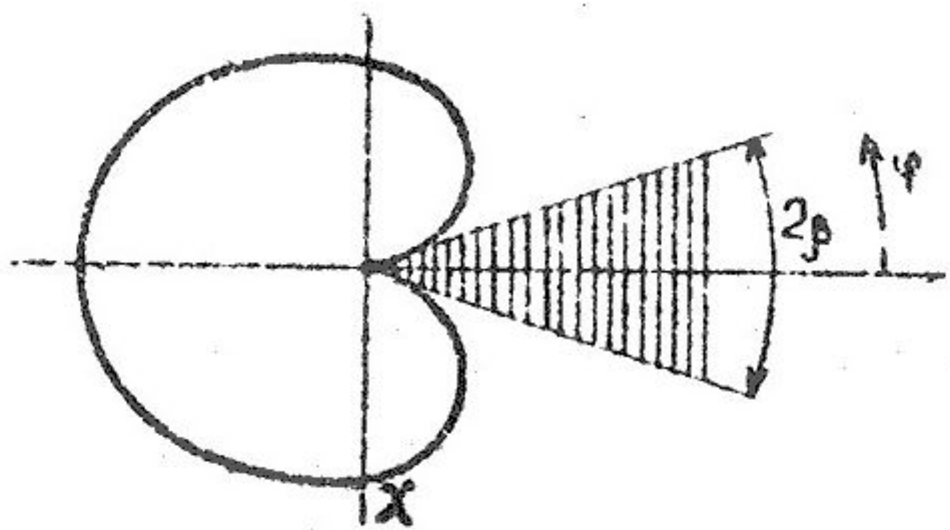
где r – расстояние от точки интегрирования до точки наблюдения М,
n – внешняя нормаль к волновому фронту,

υ_S - может быть любой составляющей ЭМП (E_S или H_S) на поверхности интегрирования S. Т.к. точные значения величин $\upsilon_S, \dfrac{\partial \upsilon_S}{\partial n}$ на поверхности S неизвестны, приходится пользоваться приближенными значениями. При равномерном распределении тока на раскрыве излучение будет иметь форму типа sinx/x.

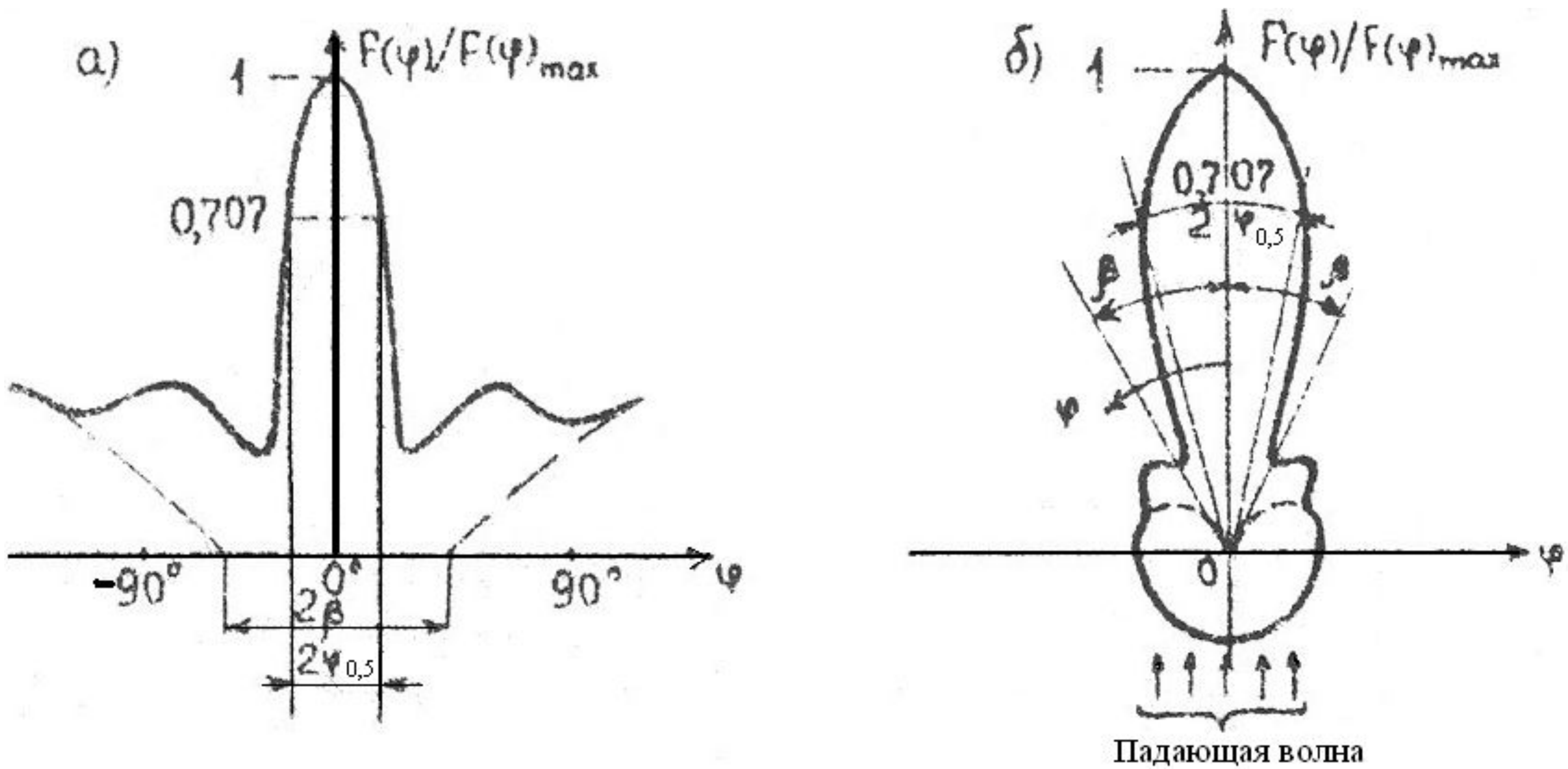
Метод геометрической оптики.

Геометрическая оптика соответствует тому случаю, когда, отвлекаясь от волнового характера поля, рассматриваются только направления лучей. Применение правил геометрической оптики в качестве приближения при решении дифракционной задачи закономерно в тех случаях, когда кривизна поверхности препятствия мала или размеры объекта дифракции значительно превышают длину волны.

В силу приближенности геометрического метода полученные результаты не дают верного представления о характере волн на границе тени.



В действительности эта граница не является резкой: в ее области наблюдается сложное колеблющееся распределение интенсивности поля по координате φ. Для весьма коротких волн указанная область становится пренебрежимо малой, а с удлинением волны она быстро увеличивается, видоизменяя поле во всем пространстве. Тогда диаграмма интенсивности рассеянного препятствием поля, рассчитанная методом геометрической оптики, может резко отличаться от действительной.



Нормированная ДН рассеянного цилиндром поля в прямоугольной СК (а) и в полярной СК(б):

сплошная кривая – ДН, рассчитанная строгим методом,

пунктирная кривая – ДН, рассчитанная методом геометрической оптики.

Определение поверхностных волн и их основные свойства

Поверхностными волнами называются направляемые плоские неоднородные медленные электромагнитные волны класса Е или класса Н, обладающие дисперсией. Направляющими системами, вдоль которых распространяются поверхностные волны, являются замедляющие (импедансные) поверхности.

Поверхностные волны обладают двумя главными особенностями, отличающими их от всех прочих направляемых волн.

1.Амплитуды векторов Е и Н поверхностных волн экспоненциально убывают в направлении нормали к замедляющим поверхностям, вдоль которых они распространяются.

2.Поверхностные волны являются медленными ($V_ф<V$; $\xi > 1$).

Уменьшение амплитуд векторов **Е и Н поверхностной волны в направлении нормали к поверхности, вдоль которой она распространяется, не связано с активными потерями в среде, а вызвано особыми фазовыми соотношениями между составляющими векторов Е и Н этой волны, благодаря которым поток вектора Пойнтинга в данном направлении в среднем за период =0.**

Плотность потока энергии, переносимой поверхностной волной вдоль направляющей поверхности, максимальна непосредственно у этой поверхности и резко убывает по мере удаления от нее. Образно говоря, распространяясь вдоль направляющей поверхности, волна как бы "прилипает" к ней, что и определило название "поверхностная" для волн данного типа.

Замедляющие поверхности

Замедляющей (импедансной) поверхностью называется граница раздела сред, на которой касательные составляющие векторов Е и Н переменного ЭМ поля (существующего по обе стороны от этой границы) сдвинуты по фазе друг относительно друга на 90°. Благодаря этому поток вектора Пойнтинга в направлении нормали к замедляющей поверхности в среднем за период =0, и перенос энергии ЭМ волнами возможен только в направлении, параллельном такой поверхности.

При решении граничных задач электродинамики для характеристики границ раздела часто используется параметр, называемый поверхност- ным импедансом (поверхностным сопротивлением), который равен отношению комплексных амплитуд касательных составляющих векторов Е и Н на этой поверхности.

$$\dot{Z}_{пов} = E_{\tau 1}/H_{\tau 1}\Big|_{\text{на границе раздела}} = E_{\tau 2}/H_{\tau 2}\Big|_{\text{на границе раздела}} = \left|Z_{пов}\right| \exp\left(j \arg\left(\dot{Z}_{пов}\right)\right),$$

$\left|\dot{Z}_{пов}\right|$ - модуль комплексного поверхностного сопротивления;

$\arg\left(\dot{Z}_{пов}\right)$- аргумент (фаза) комплексного поверхностного сопротивления.

Из-за фазового сдвига между касательными составляющими векторов Е и Н на замедляющей поверхности, ее поверхностный импеданс является чисто мнимой величиной $\left(\arg\left(\dot{Z}_{пов}\right) = 90^{\circ}; \exp\left(j90^{\circ}\right) = j\right)$

$$\dot{Z}_{пов} = \pm j\left|\dot{Z}_{пов}\right|$$

Если $\dot{Z}_{пов} = +j\left|\dot{Z}_{пов}\right|$ то вдоль замедляющей поверхности распространяются поверхностные волны класса Е.

Если $\dot{Z}_{пов} = -j\left|\dot{Z}_{пов}\right|$ то вдоль замедляющей поверхности распространяются поверхностные волны класса Н.

Плоскими замедляющими поверхностями могут быть граница разде- ла двух диэлектриков, имеющих разные диэлектрические проницаемос- ти (воздух-диэлектрик), и граница раздела диэлектрик-гребенчатая металлическая структура (воздух -гребенчатая металлическая струк- тура).

Линия передачи поверхностных волн в виде гребенчатой плоской металлической структуры, расположенной в воздухе

Гребенчатую структуру при определенных соотношениях между ее размерами и длиной волны можно рассматривать как слой искусственного диэлектрика, имеющего реактивный поверхностный импеданс. Физически, возникновение поверхностной волны можно объяснить увеличением пути поддерживающего ее поверхностного тока, текущего в направлении, перпендикулярном гребням, за счет проникновения его в канавки гребенчатой структуры.

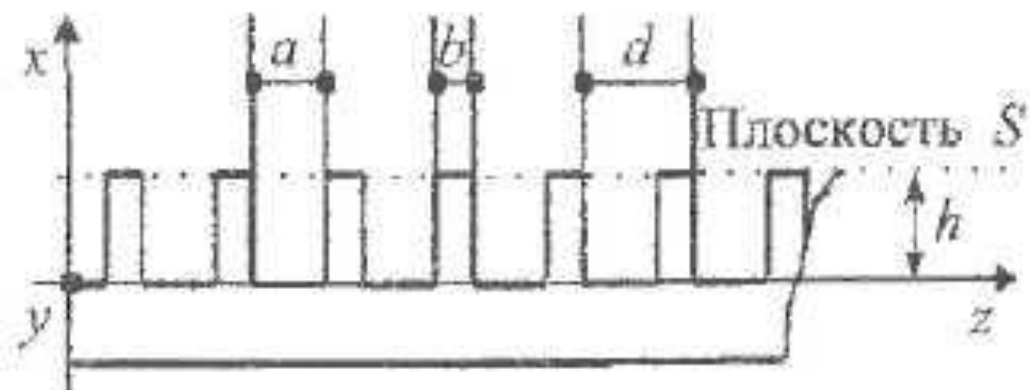


Рис. ЛП поверхностных волн в виде гребенчатой металлической структуры

На рис. приняты следующие обозначения: a - ширина канавки, b - ширина гребня, h - высота гребня (глубина канавки), $d=a+b$ - период гребенчатой структуры. Плоскость S, вдоль которой распространяется поверхностная волна, совпадает с вершинами гребней, параллельна плоскости YZ и находится от нее на расстоянии h. Декартову систему координат расположим таким образом, чтобы плоскость YZ совпадала с дном канавок, ось Z была направлена перпендикулярно гребням и канавкам, а ось Y - параллельно им. Вдоль осей Y и Z структура предполагается бесконечно длинной.

Если электрические токи, протекающие по поверхности металла такой структуры, ориентированы вдоль оси Z, то за счет канавок их путь удлиняется по сравнению с расстоянием, определенным непосредственно вдоль оси Z. При определенных соотношениях между размерами гребенчатой структуры и длиной волны это приводит к замедлению фазовой скорости электромагнитной волны, распространяющейся над плоскостью S в направлении оси Z.

Поверхностные электрические токи, текущие перпендику-лярно гребням, могут существовать только в том случае, если силовые линии вектора напряженности магнитного поля электромагнитной волны, возбуждающей их, находятся в плоскости, перпендикулярной направлению этих токов, т. е. в плоскости *XY*. Другими словами, эти токи могут быть возбуждены только распространяющейся в направлении оси Z волной класса E, вектор H которой полностью лежит в плоскости XY. Таким образом, в отличие от ЛП в виде диэлектрической пластины, в которой могут существовать поверхностные волны класса E и класса H, вдоль металлической гребенчатой структуры могут распространяться только поверхностные волны класса E.

Строгий анализ показывает, что поле над гребенчатой структурой представляет собой суперпозицию поверхностных волн, поперечные коэффициенты затухания которых растут с увеличением номера гармоники и уменьшением периода структуры *d*.

В то же время, при достаточно малом, по сравнению с длиной волны, периоде структуры основной вклад в ЭМВ над гребенчатой структурой вносит первая (основная) гармоника. Условие, при котором влиянием всех гармоник, кроме первой, можно пренебречь, выглядит следующим образом:

$$\boldsymbol{d<0{,}1\lambda/\xi.}$$

Вдоль гребенчатой структуры могут распространяться только поверхностные волны класса Е.

ЭМ поле в канавках гребенчатой структуры можно рассматривать как поле стоячей волны в закороченной на конце длинной линии.

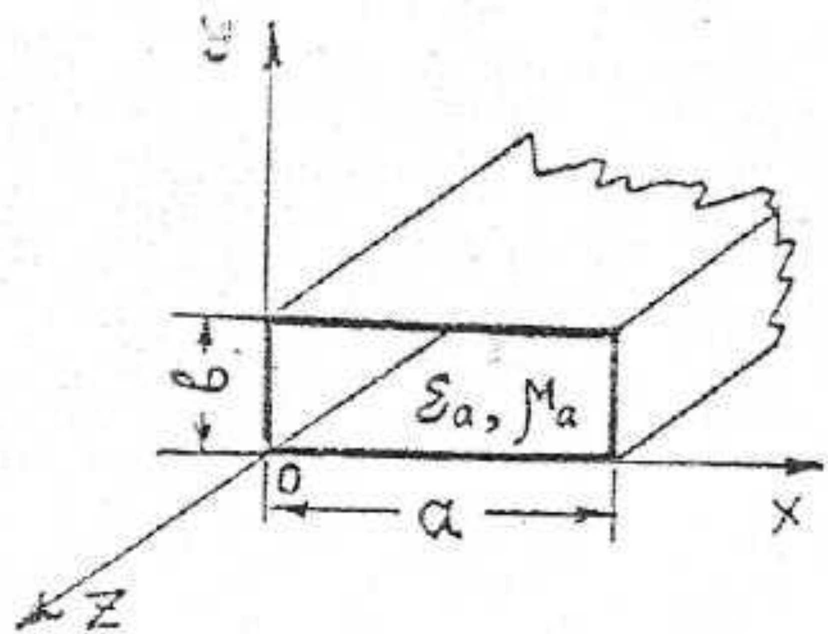
ЭМВ в канавке представляет собой плоскую поперечную волну, векторы Е и Н которой имеют только поперечные составляющие.

ВОЛНЫ В ВОЛНОВОДАХ

Полые проводящие металлические трубы произвольного, но постоянного, сечения являются закрытыми линиями передачи направляемых ЭМВ; если поля изменяются по синусоидальному закону во времени, то волна распространяется без изменения формы и с постоянной скоростью. Волновод (обычно труба прямоугольного, круглого, реже более сложного сечения) применяется для передачи ЭМ энергии на сантиметровых (диапазон частот

02 $\div$ 30 ГГц) и на миллиметровых (диапазон частот от 30 до 300 ГГц) волнах. На этих частотах открытые линии непригодны для использования из-за интенсивного излучения энергии в пространство. Коаксиальные линии, успешно применяющиеся на частотах дециметрового диапазона, на сантиметровых и миллиметровых волнах применять также невыгодно вследствие резко выраженного поверхностного эффекта и роста потерь энергии в заполняющем их диэлектрике.

Существуют два класса конфигурации поля, отличающиеся от известного типа ТЕМ или поперечной волны в обычной передающей линии. Они характеризуется наличием либо электрической, либо магнитной составляющих поля вдоль направления распространения. Если продольная составляющая поля электрическая, то говорят о волнах типа Е или ТМ. В том случае, когда продоль- ная составляющая поля является магнитной, волна обозначается как Н или ТЕ. Все поперечные составляющие поля определяются через продольную составляющую.



Индексы m и n определяют распределение поля по сечению волновода - показывают число полуволн, укладывающихся соответственно по широкой (a) и узкой (b) стенкам волновода.

m и n – целые числа.

Для волн типа E_{mn} индексы $m\neq0$, $n\neq0$.

Для волн типа H_{mn} индексы либо m, либо n могут быть равны 0.

Отличительная особенность волновода – соизмеримость его поперечного сечения с длиной волны, для передачи энергии которой он предназначен - определяет дисперсионные свойства волновода.

Явление дисперсии состоит в том, что в зависимости от соотно-шения между размерами поперечного сечения волновода и длиной волны в свободном пространстве λ в нем может распространяться конечное число волн разных типов, имеющих различные характеристики распространения.

Размерами поперечного сечения волновода определяется «критическая» длина волны (и критическая частота).

Если рабочая частота меньше критической – волна «не проходит», т.е. быстро затухает вдоль оси волновода. Это затухание практически не зависит от потерь в стенках, если только величина их не чрезмерно велика.

Если рабочая частота больше критической – затухание волн очень мало и зависит только от проводимости материала стенок, размеров волновода и частоты.

$$\lambda_{кр} = \frac{2\pi}{\chi} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}$$

где $\chi^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$ - поперечное волновое число

Условия распространения волны H_{10}

$$a < \lambda < 2a; \quad 2b < \lambda < 2a$$

Длина волны в волноводе

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}$$

Характеристическое сопротивление для волн типа Н в волноводе без диэлектрика

$$Z^H = \frac{Z_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}$$

$Z_0 = 377$ - волновое сопротивление свободного пространства;

λ – длина волны ТЕМ в свободном пространстве.

Если бегущая по волноводу волна встречает на своем пути какую-либо неоднородность (короткое замыкание, открытый конец волновода, несогласованную нагрузку и др.), то она частично или полностью отражается от этой неоднородности, что характеризуется коэффициентом отражения. Отраженная волна, накладываясь на прямую, создает полный или частичный режим стоячей волны. Коэффициент стоячей волны

$$КСВ = E_{y\,max}/E_{y\,min}$$

Режим стоячей волны может быть использован для измерения длины волны волноводе: расстояние между двумя соседними минимумами (или максимумами) в стоячей волне равно половине длины бегущей волны

$$\Lambda = 2(z_2 - z_1)$$

При работе на согласованную нагрузку КСВ=1. Такой режим называется режимом бегущей волны.
Скорость волны в волноводе

$$V = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

При воздушном заполнении волновода ε=μ=1 и скорость распространения =с.
Скорость распространения фазового фронта волны (поверхности равных фаз) по оси Z волновода

$$V_{\phi} = \frac{c}{\sin\theta} = \frac{c}{\sqrt{1-\cos^2\theta}} = \frac{c}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}; \quad V_{\phi} > c$$

Групповая скорость характеризует скорость перемещения высокочастотной энергии вдоль оси волновода Z за время t

$$V_{гр} = c\sin\theta = c\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}\,; \quad V_{гр} < c$$

$$\boxed{V_{ф} \cdot V_{гр} = c^2}$$

Согласование волновода с нагрузкой

На рис. приведена двухпроводная линия с нагрузкой на конце и распределение амплитуды суммарной волны напряжения для различных режимов волн в линии передачи

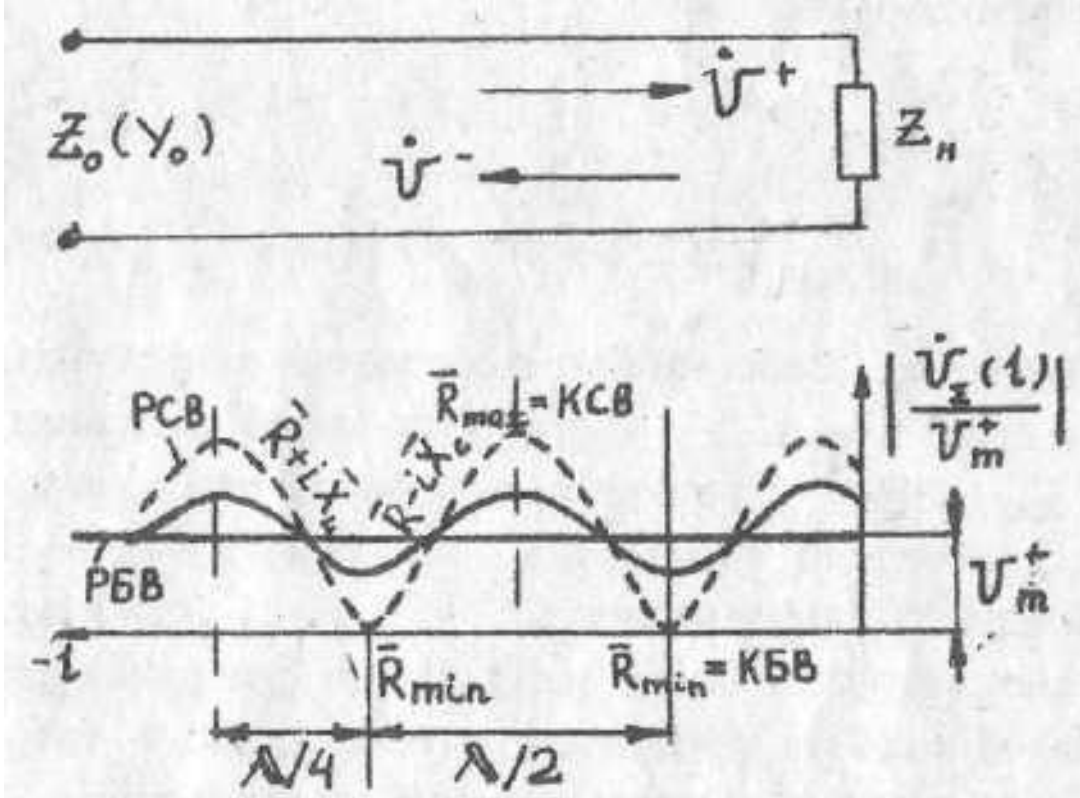


Рис. Распределение амплитуды суммарной волны напряжения в двухпроводной линии

И в двухпроводной линии, и в волноводе можно создать режим бегущей волны. При этом обеспечивается передача максимальной мощности от генератора к нагрузке (антенне) без опасности пробоя и стабильность работы генератора.

Волноводный тракт обычно состоит не только из прямых отрезков, но и различных элементов в виде поворотов, изгибов, скруток, вращающихся сочленений и т.д. Каждый последующий элемент тракта относительно предыдущего можно рассматривать как его нагрузку. Для того, чтобы во всем волноводном тракте существовал режим бегущей волны, необходимо устранить отражения от каждого нового элемента волновода.

Для устранения отражений в волноводе используют 2 метода:

1. Конструирование неотражающих элементов волноводного тракта;
2. Компенсация возникающих отражений.

Метод согласования волновода с нагрузкой.

Если нагрузка волновода создает отраженную волну, и, следовательно, нарушает режим бегущей волны, то для ее компенсации создают еще одну отраженную волну путем введения в волноводе какой-либо неоднородности. Отраженная от неоднородности волна должна быть равна по амплитуле, но противоположна по фазе волне, отраженной от нагрузки. Поэтому размеры неоднородности и ее включения должны быть тщательно подобраны.

Любая неоднородность, используемая для компенсации отраженной от нагрузки волны, называется волноводным согласующим устройством. В качестве согласующих устройств в волноводе прямоугольного сечения с волной H_{10} могут быть использованы диафрагмы, шлейфы, штыри. Волноводная диафрагма имеет вид проводящей перегородки, частично перекрывающей сечение волновода и расположенной перпендикулярно его оси. Шлейфы выполняются на базе Е- и Н-волноводных тройников, одно из плеч которых нагружено на подвижный короткозамыкающий поршень.

Для согласования используются штыри, расположенные параллельно узкой стенке волновода. Если штырь расположить по центру широкой стенки волновода и изменять глубину его погружения в прямоугольный волновод, то его эквивалентную схему можно представить в виде реактивности, включенной параллельно в основную линию.

При высоте штыря $h<\lambda/4$, реактивность имеет емкостной характер, при $h>\lambda/4$ штырь эквивалентен включенной в линию индуктивности (см.рис.). При длине штыря $h=\lambda/4$ эквивалентная схема представляется в виде последовательного колебательного контура, включенного параллельно в основную линию. Сопротивление контура равно нулю, что приводит к замыканию волновода в сечении штыря**.**

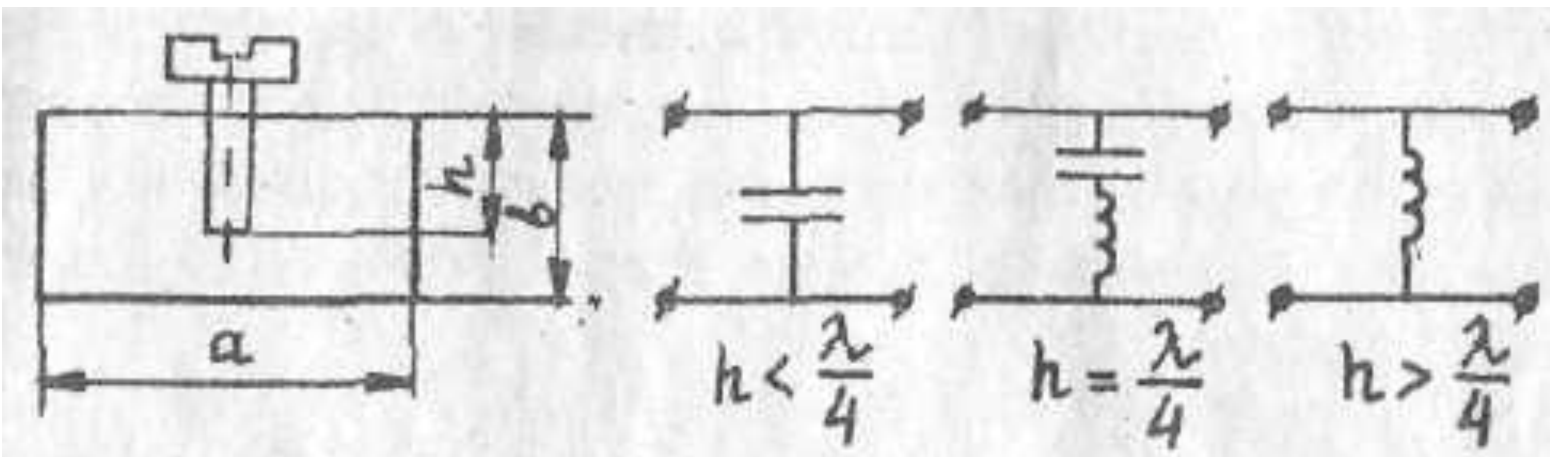


Рис. Эквивалентная схема согласующего штыря

Для согласования волновода реактивным штырем с изменяющейся глубиной погружения рассчитывают сечение волновода, в котором активная входная проводимость равна по величине волновой проводимости волновода, а величину реактивности в этом сечении компенсируют реактивностью штыря, противоположной по знаку и равной по величине.

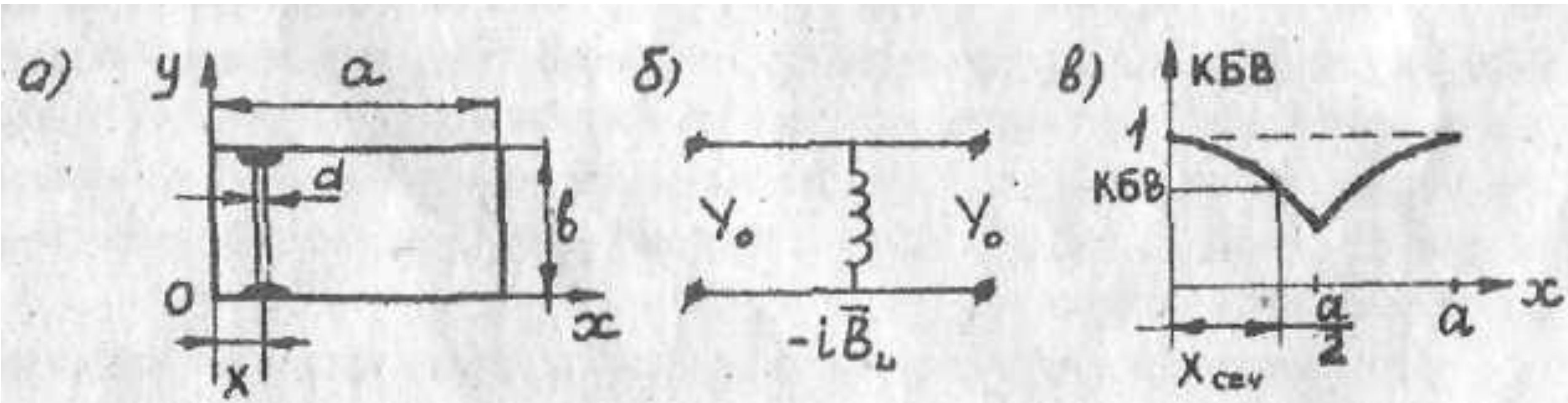


Рис. Эквивалентная схема входной проводимости линии в месте включения индуктивного штыря

Если для согласования волновода используется штырь, расположенный параллельно узкой стенке волновода и равный ей по высоте (а), то поскольку штырь соединяет широкие стенки волновода, то распределение тока по его длине можно считать равномерным. Ток возбуждает магнитное поле, в котором запасается энергия, поэтому эквивалентная проводимость штыря имеет индуктивный характер (б). Величина индуктивной проводимости зависит от диаметра штыря d, расстояния X от узкой стенки волновода b.

При перемещении штыря от стенки к середине волновода проводимость индуктивного штыря возрастает до максимальной величины. Это значит, что наибольшее влияние штыря получается при его расположении в середине поперечного сечения волновода. В этом случае амплитуда отраженной от него волны будет максимальной, следовательно, максимален коэффициент отражения и минимален КБВ. Итак, перемещая штырь в поперечном сечении волновода, меняем амплитуду отраженной от него волны, которая связана с КБВ зависимостью (в).

Фаза же отраженной волны, зависит от места расположения штыря вдоль оси волновода. **При согласовании волновода индуктивным штырем находят сечение вдоль оси волновода, в котором активная проводимость равна волновой проводимости линии, а реактивность носит емкостной характер. Емкостную проводимость в найденном сечении компенсируют равной по величине индуктивностью штыря, рассчитав его положение в поперечном сечении волновода. Суммарная проводимость в точке включения штыря будет равна в этом случае волновой проводимости линии. На участке от генератора до штыря установится режим бегущей волны. Место включения штыря вдоль оси волновода и величину емкостной реактивности в этом месте можно рассчитать Положение штыря Х в поперечном сечении волновода при заданных геометрических размерах и известной величине индуктивной проводимости можно рассчитать или определить экспериментальным путем, измерив КБВ.**

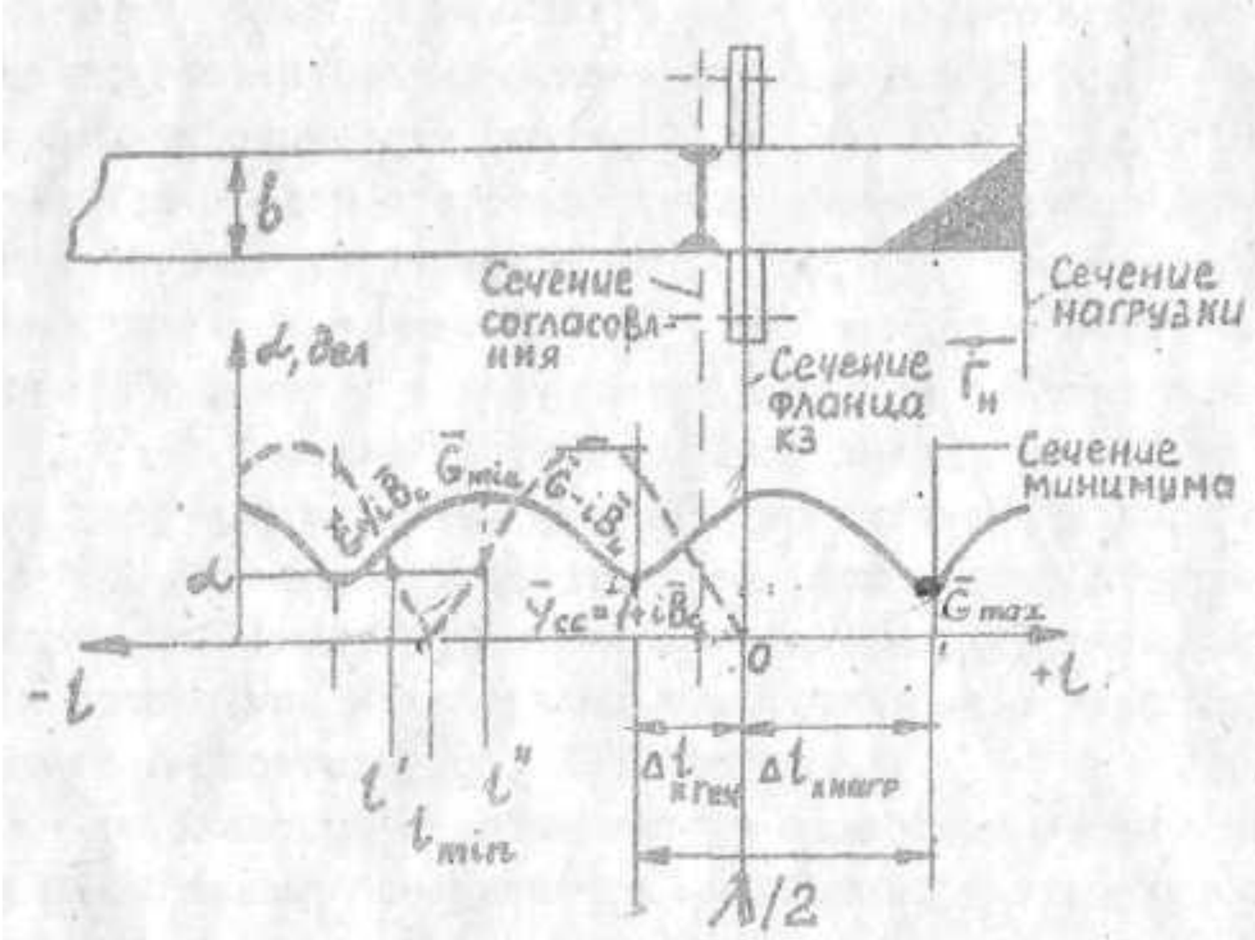


Рис. Распределение амплитуды суммарной волны напряжения в волноводе с несогласованной нагрузкой.

На участке от генератора до штыря волновод оказывается нагруженным на чисто активную проводимость, равную волновой проводимости, и в линии устанавливается режим бегущей волны. Желательно штырь помещать как можно ближе к нагрузке, чтобы обеспечить режим бегущей волны по всему волноводному тракту.