

Объективные повороты

Под объективным поворотом понимается математический алгоритм для нахождения интерпретируемого поворота конфигурации. Так как объективные вращения предназначены преимущественно для использования в факторном анализе и только иногда применяются в многомерном шкалировании, они будут здесь лишь упомянуты. Наиболее доступные объективные повороты предназначены для поворота полученной в результате факторного анализа конфигурации тестов так, чтобы повернутая конфигурация удовлетворяла, насколько это возможно, критерию простой структуры

Упрощенно говоря, решение задачи многомерного шкалирования удовлетворяет критерию простой структуры, если каждый из стимулов имеет ненулевое шкальное значение по одной характеристике стимулов или, в крайнем случае, по небольшому числу этих характеристик. Подобные повороты редко используются в многомерном шкалировании, так как, насколько известно, нет никаких причин верить, что встречающиеся на практике стимулы удовлетворяют этому критерию. Нет никаких оснований и верить в то, что поворот по такому критерию приведет к более интерпретируемому решению. В некоторых приложениях хорошо интерпретируемое решение может дать объективный поворот к такой простой структуре, как варимакс или эквимакс

Не стоит, однако, предполагать, что объективный алгоритм вращения автоматически приводит к наиболее интерпретируемому из возможных решений.

Ручные повороты

- Объективные повороты выполняются на ЭВМ. Ручные повороты выполняются людьми. Ручные повороты — это повороты, выполненные исследователем и выбранные на основе зрительного осмотра повернутой конфигурации. На практике иногда можно, посмотрев на конфигурацию, увидеть, какой поворот решения дадут интерпретируемые координатные оси.
- В координатных приложениях поиск интерпретируемого поворота — важный шаг в процессе многомерного шкалирования. Возможны различные подходы. Если первоначальное решение интерпретируемо, то исследователю вообще не нужен поворот. Если повернутое решение плохо интерпретируется, то можно попробовать такой объективный поворот, как варимакс или эквимакс. Если ни не повернутое решение, ни объективно повернутое не приводят к интерпретируемым координатам, то исследователь может попытаться использовать ручной поворот.

Размерность

- До этого момента обсуждение метода Торгерсона проходило так, как если бы число координатных осей K было известно. Однако на практике оно не известно и должно быть оценено при анализе. Применяя большинство методов многомерного шкалирования, пользователь должен получить решения в различных размерностях и выбрать одно из них, руководствуясь тремя критериями: интерпретируемостью, соответствием конфигурации данным и воспроизводимостью. Алгоритм Торгерсона минимизирует следующую меру в соответствии:

$$F = \sum_{(i,j)} \left(\delta_{ij}^* - \sum_k \hat{x}_{ik} \hat{x}_{jk} \right)^2.$$

- где \hat{x}_{ik} и \hat{x}_{jk} — оценки координат стимулов i и j по оси k , т. е. сумму квадратов разностей между предсказанными скалярными произведениями и реальными скалярными произведениями.

- Метод Торгерсона — один из методов, для которых мера соответствия не играет почти никакой роли в решении вопроса о том, сколько координатных осей требуется для адекватного воспроизведения данных. Однако существует набор собственных значений (называемых также характеристическими корнями), которые действительно играют роль в решении вопроса о размерности. Каждое собственное значение связано с одной координатной осью решения. Для наших целей собственное значение, связанное с данной координатной осью, — просто сумма квадратов шкальных значений стимулов по этой оси, т. е. если x_{ik} — оцененное шкальное значение стимула i по оси k , то k -е собственное значение равно:

$$\lambda_k = \sum_i x_{ik}^2$$

- Воспроизводимость может служить критерием только в том случае, если есть не менее двух подвыборок. Основная идея в том, что следует сохранить в окончательном решении столько координатных осей, сколько из них окажутся согласованными в различных подвыборках. Если построить для каждой подвыборки свое решение и во всех подвыборках окажутся K согласованных координат, то окончательное решение должно содержать именно K координатных осей. Все подвыборки должны быть взяты из одной совокупности.
- Интерпретируемость как критерий требует от исследователя некоторых субъективных оценок. Однако при этом решение в более высокой размерности предпочитается решению в более низкой размерности, если существуют важные характеристики стимулов, проявляющиеся в решении более высокой размерности, но не проявляющиеся в решении более низкой размерности. И наоборот, решение в более низкой размерности предпочитается, если нет таких существенных характеристик стимулов, которые не проявляются в решении низкой размерности.

Интерпретация

- Интерпретируемость обсуждалась выше, когда речь шла о выборе размерности. Однако нужно сделать еще несколько замечаний об интерпретации решений. В частности, следует объяснить фразу «существенные характеристики стимулов», употреблявшуюся ранее. Такие характеристики - это обычно упорядочения или группировки стимулов.
- Существенно важная группа стимулов — это набор стимулов, группирующихся вместе, в одной области многомерного пространства решения, и обладающих каким-либо общим признаком. Например, в исследовании профессий торговые профессии могут располагаться вместе, образуя разумную группировку. При исследовании популярных журналов могут группироваться вместе журналы для женщин (МС, Домашний журнал для леди, Вог и др.). Существенное упорядочение стимулов — это упорядочение, соответствующее порядку стимулов по их важной характеристике.
- Интерпретация решения включает идентификацию важных группировок и упорядочений стимулов. Для группировок нужно идентифицировать те черты, которые являются общими для всех объектов каждого кластера. Для упорядочений нужно идентифицировать соответствующие им признаки. Один из способов интерпретации решения — простое рассмотрение конфигурации.

Выводы:

- Торгерсон предположил, что различия равны расстояниям в евклидовом пространстве. Из этого предположения он вывел один из первых алгоритмов многомерного шкалирования. Используя данные, удовлетворяющие метрическому предположению Торгерсона, можно найти координатные оси, применив к матрице скалярных произведений Δ^* метод главных компонент.
- Вопрос о числе координатных осей исследуется путем рассмотрения воспроизводимости осей в нескольких подвыборках, интерпретируемости решения в различных размерностях и анализа графика зависимости собственных значений от номеров осей. Решение (конфигурация) может остаться неповернутым, может быть повернуто вручную или с помощью какого-либо объективного алгоритма, такого, как варимакс [Kaiser, 1958] или эквимакс. Из этих трех способов поворота предпочтительнее тот, который дает наиболее интерпретируемые направления. Интерпретация решения включает идентификацию группировок стимулов или упорядочений стимулов, соответствующих их существенным характеристикам.