

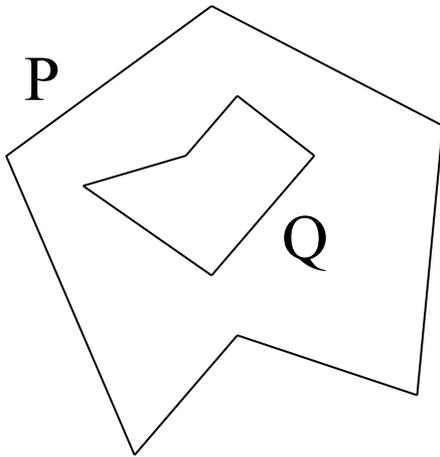
Пересечение набора отрезков на плоскости

Даны N прямолинейных отрезков на плоскости

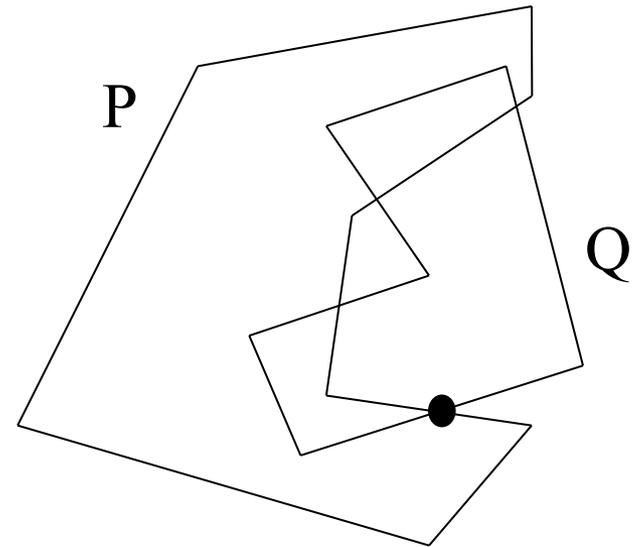
- Задача 1: Поиск всех пересечений отрезков
- Задача 2: Проверка пересечения хотя бы двух отрезков

Приложения

Проверка пересечения простых
многоугольников



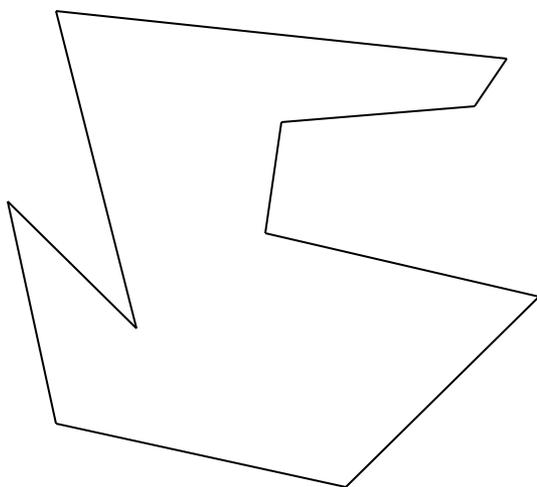
$Q \subset P$



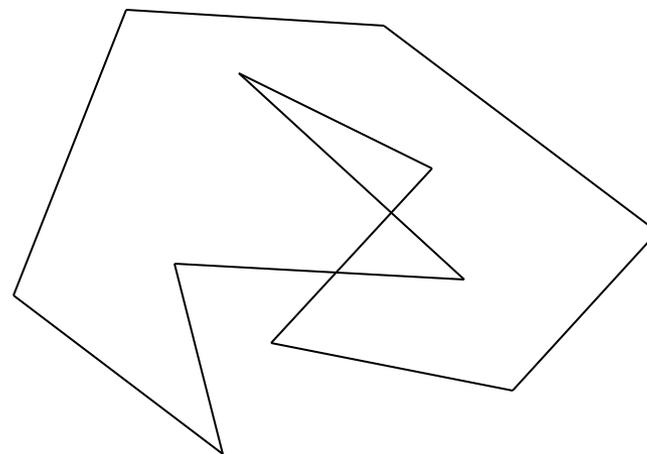
Пересечение ребер

Приложения

Проверка простоты многоугольника



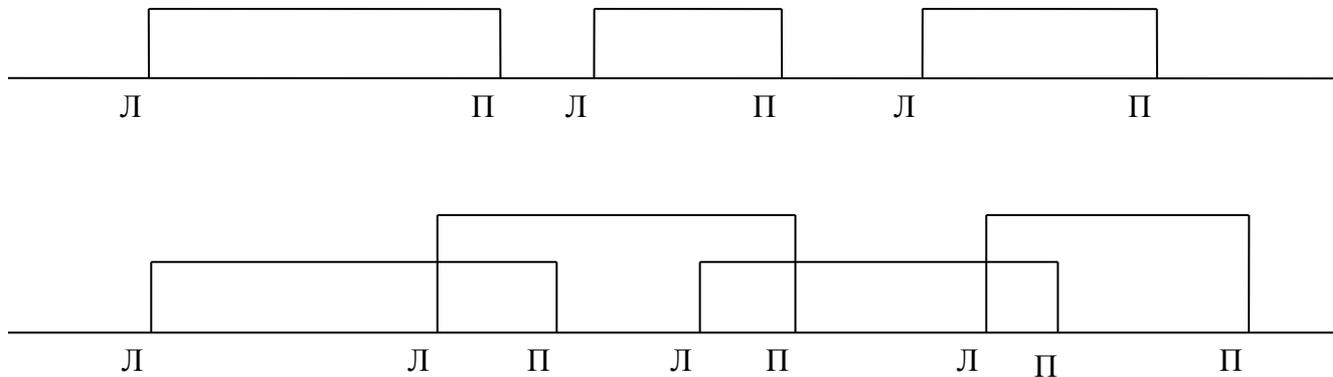
Простой



Непростой

Одномерный случай

Даны N интервалов на действительной оси.
Необходимо узнать, не перекрываются ли
какие-нибудь два из них.



Сложность: $O(N \log N)$

Нижняя оценка

Преобразование задач:

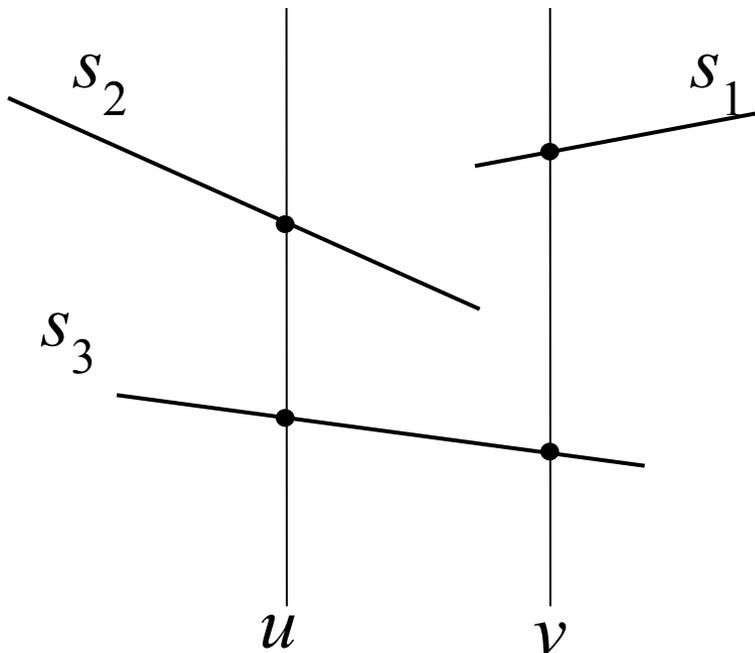
Задача
единственности
элементов \longrightarrow Проверка
пересечения
отрезков

$$\{x_i\} \longrightarrow \{[x_i, x_i]\}$$

Сложность задачи проверки
пересечения отрезков: $\Theta(N \log N)$

Отношение порядка между отрезками на плоскости

Отрезки s_1 и s_2 *сравнимы* в абсциссе x , если вертикаль, проходящая через x , пересекает оба отрезка.



s_2 и s_3 сравнимы в абсциссе u

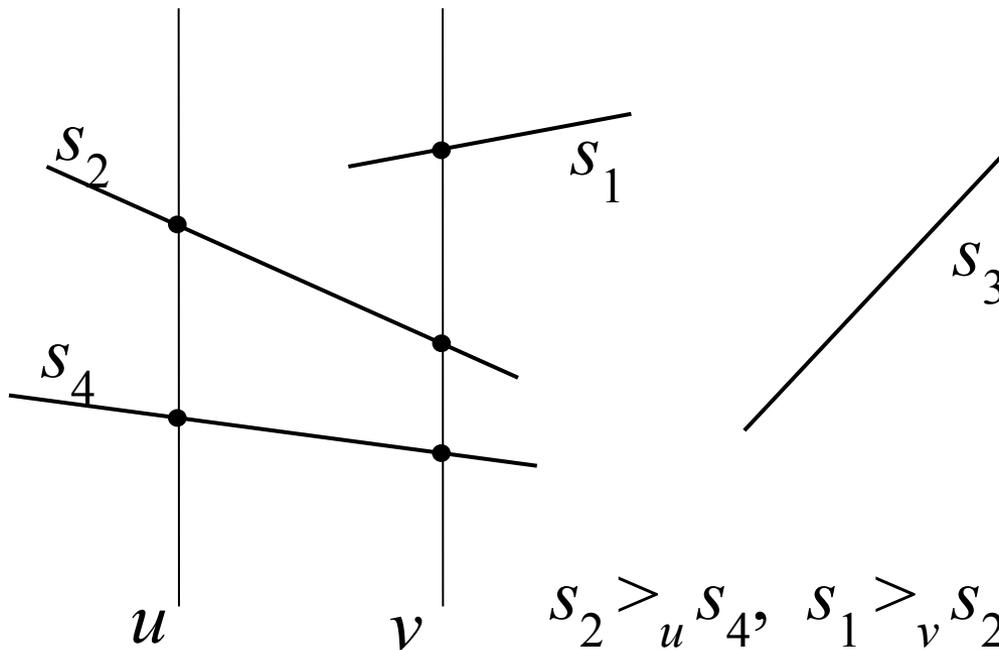
s_1 и s_3 сравнимы в абсциссе v

s_1 и s_3 *не* сравнимы в абсциссе u

s_2 и s_3 *не* сравнимы в абсциссе v

Отношение порядка между отрезками на плоскости

Отрезок s_1 выше отрезка s_2 в x (пишется $s_1 >_x s_2$), если s_1 и s_2 сравнимы в x , и точка пересечения s_1 с вертикалью x лежит выше точки пересечения s_2 с ней же.



$$s_2 >_u s_4, \quad s_1 >_v s_2, \quad s_2 >_v s_4, \quad s_1 >_v s_4$$

s_3 не сравним ни с каким другим отрезком

Метод плоского заметания

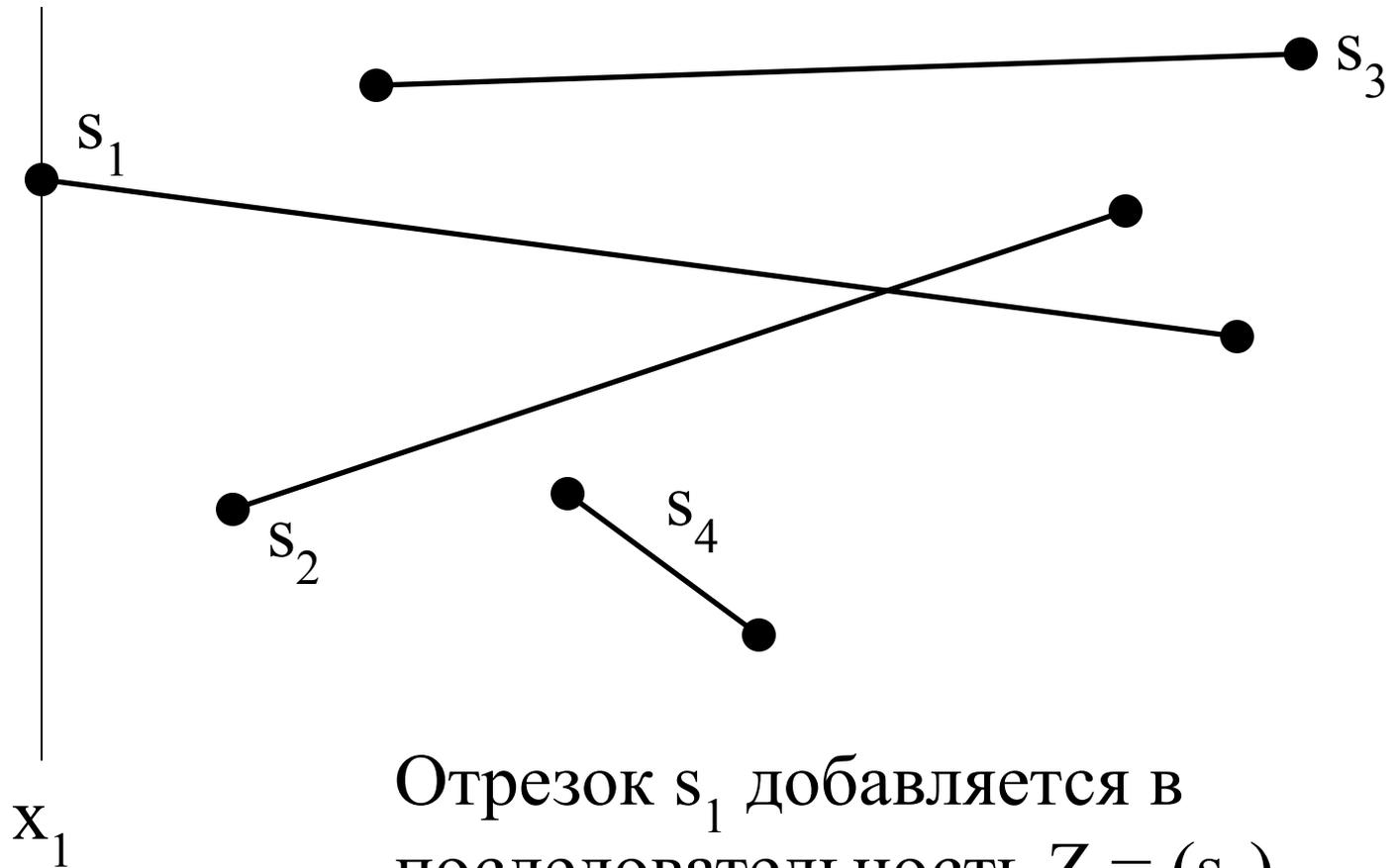
Статус заметающей прямой:

последовательность отрезков для текущей абсциссы

События:

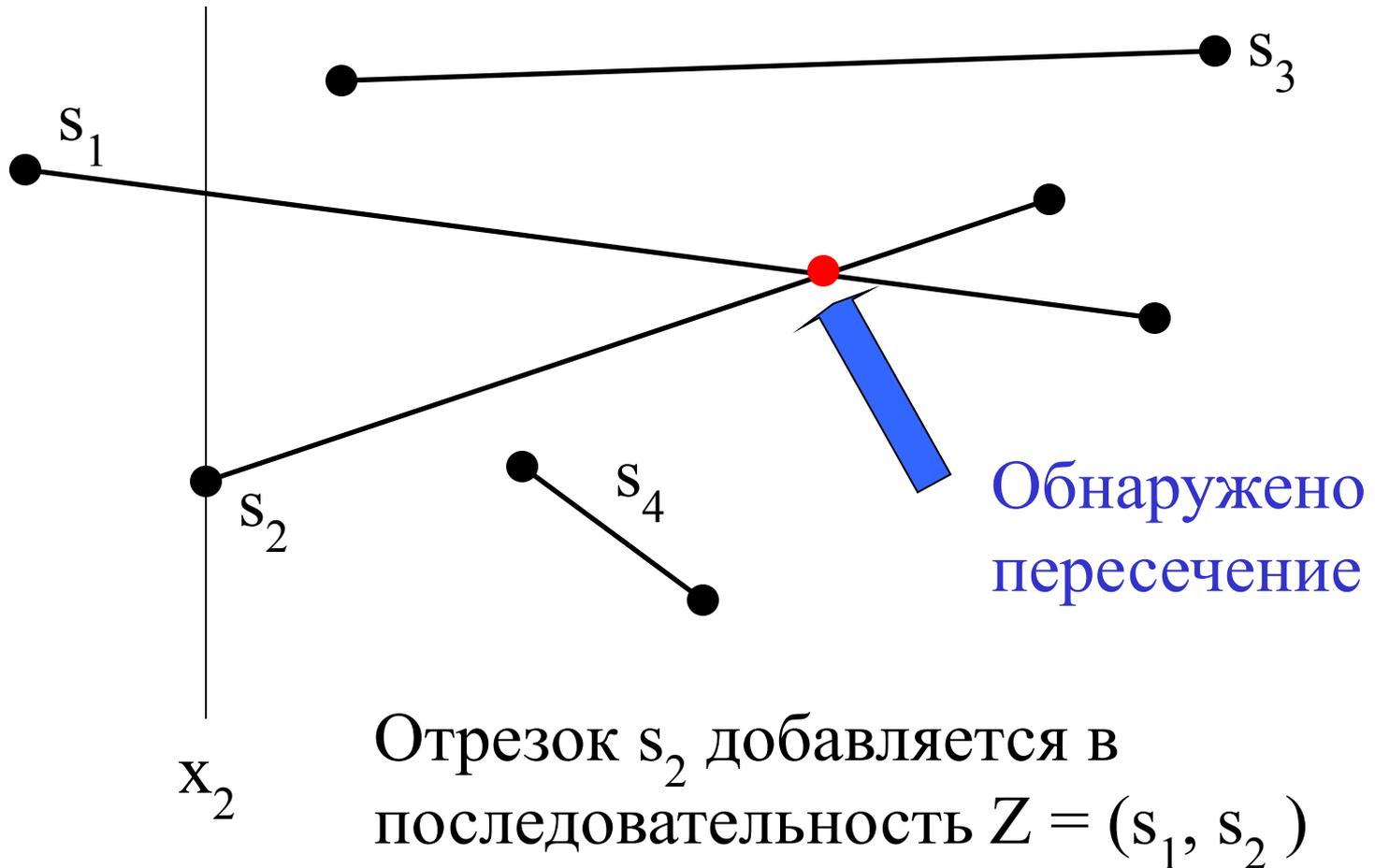
- Встретился левый конец отрезка
- Встретился правый конец отрезка
- Обнаружена точка пересечения отрезков

Алгоритм Бентли-Оттмана

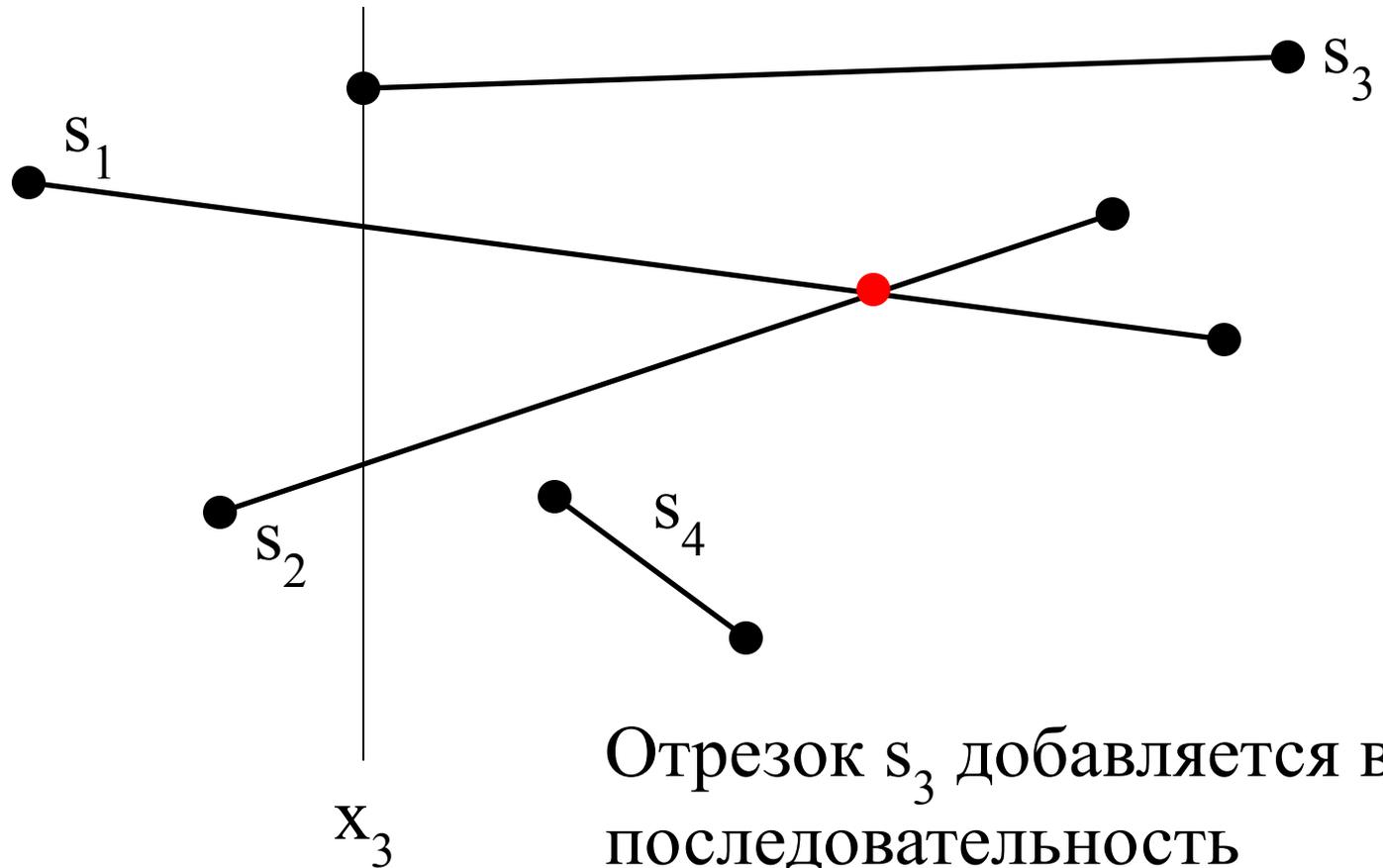


Отрезок s_1 добавляется в последовательность $Z = (s_1)$

Алгоритм Бентли-Оттмана



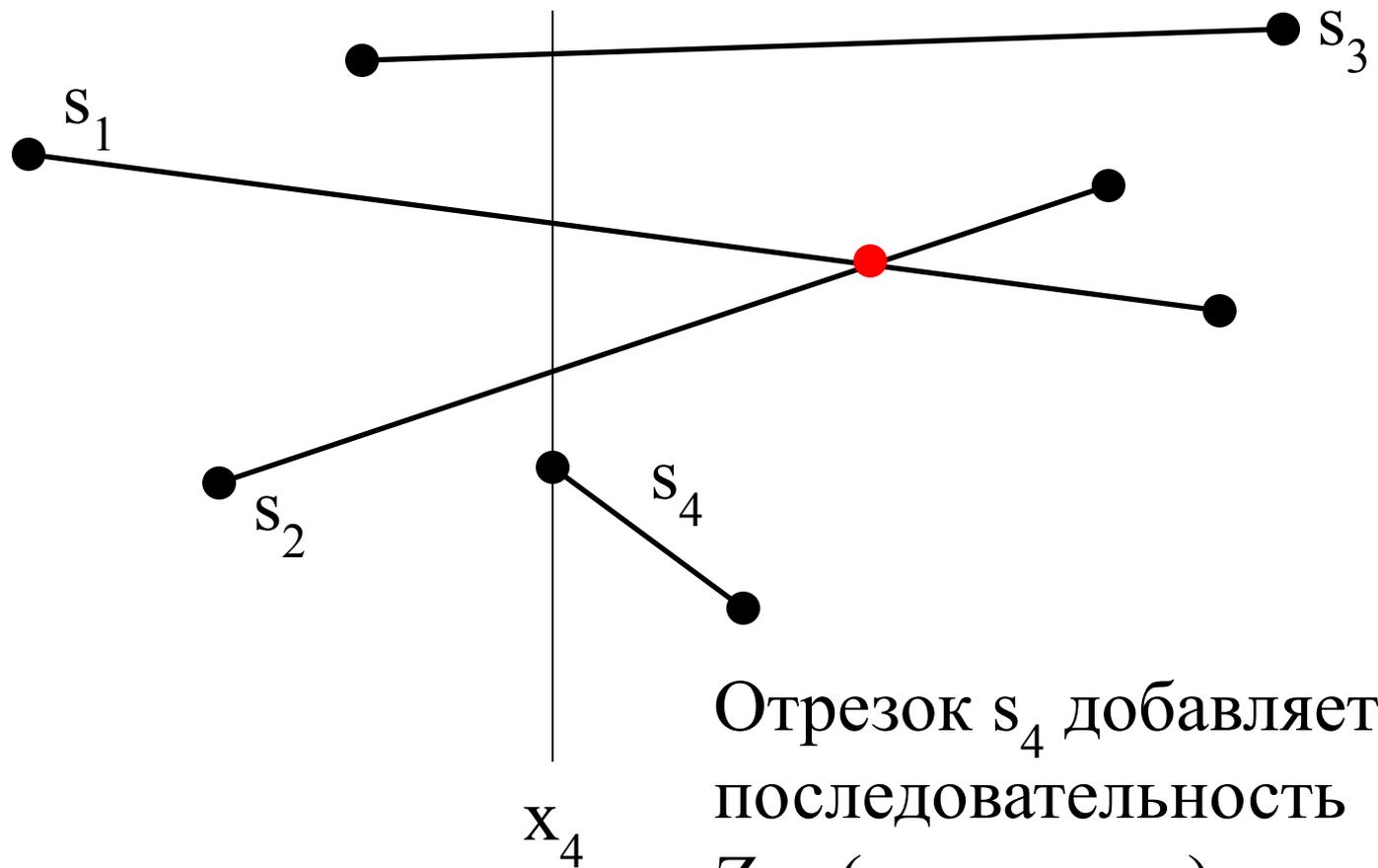
Алгоритм Бентли-Оттмана



Отрезок s_3 добавляется в
последовательность

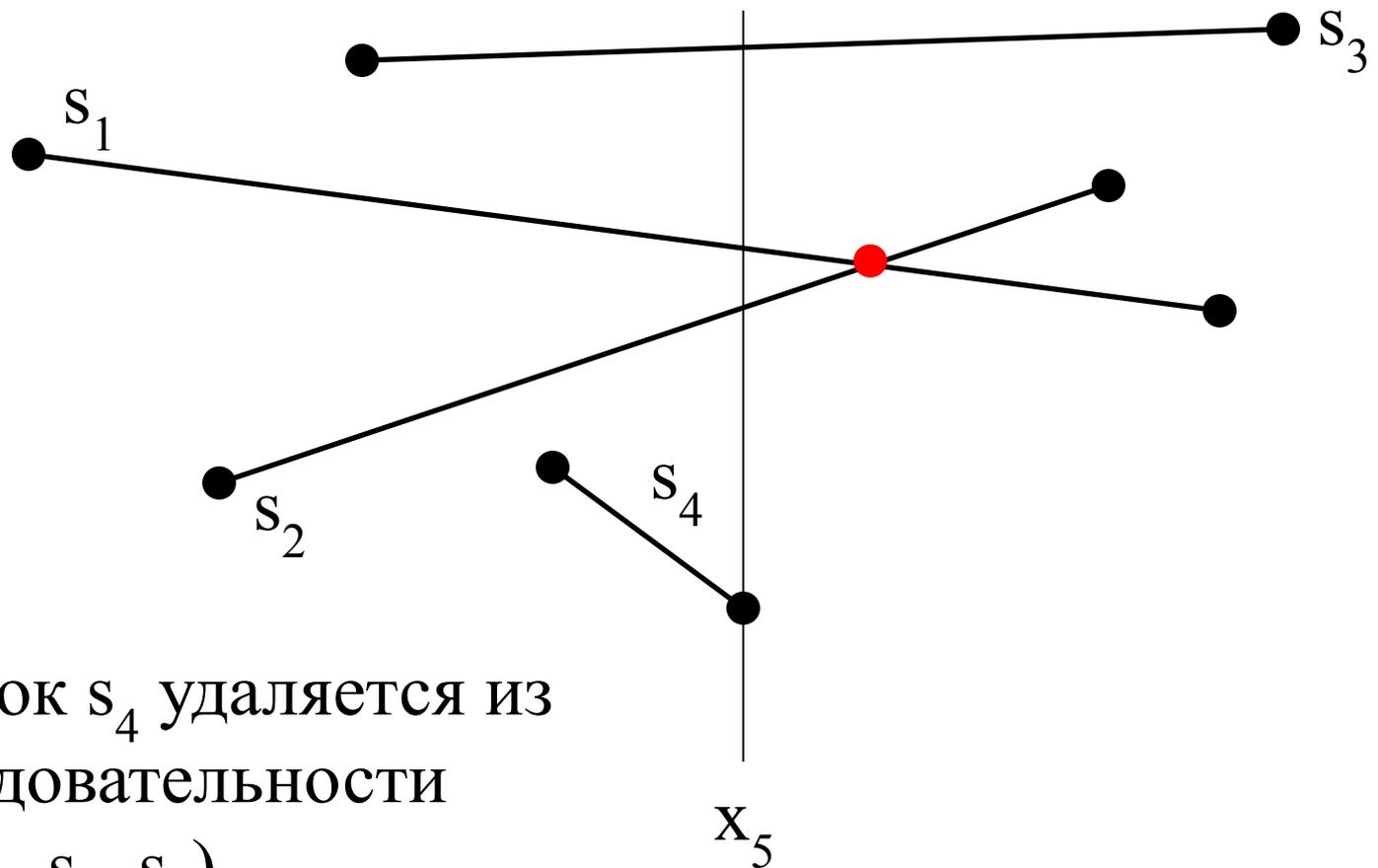
$$Z = (s_3, s_1, s_2)$$

Алгоритм Бентли-Оттмана



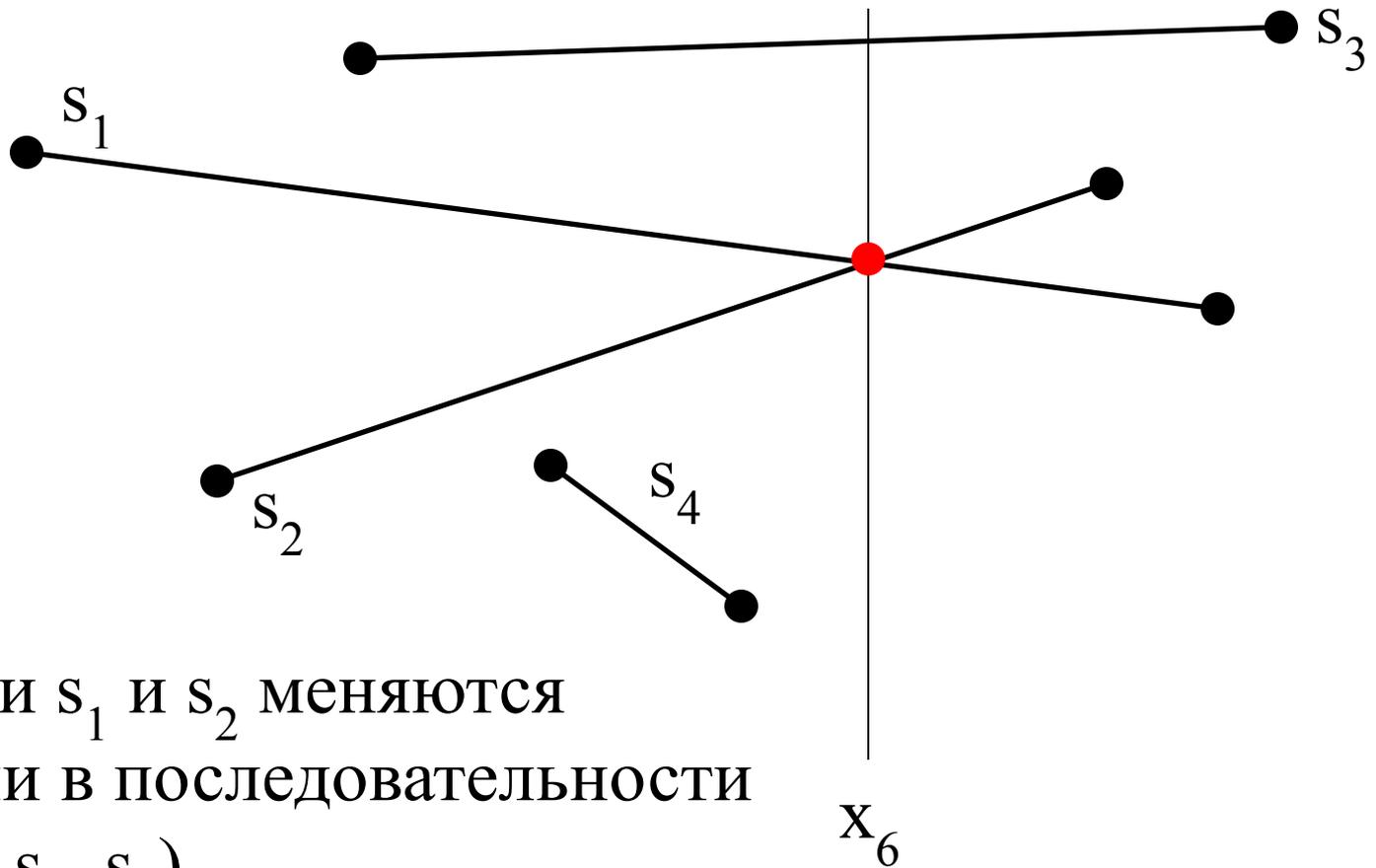
Отрезок s_4 добавляется в
последовательность
 $Z = (s_3, s_1, s_2, s_4)$

Алгоритм Бентли-Оттмана



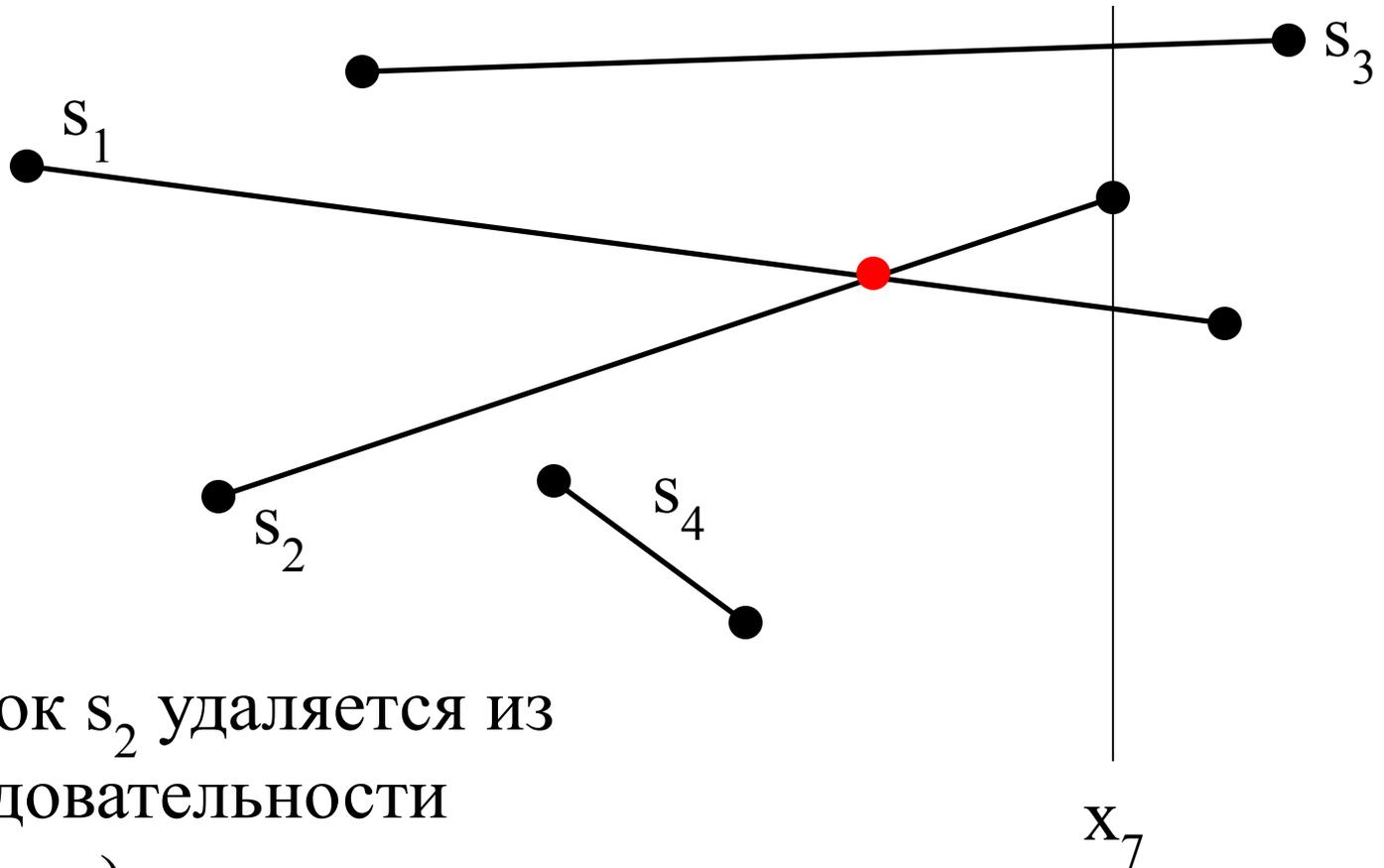
Отрезок s_4 удаляется из
последовательности
 $Z = (s_3, s_1, s_2)$

Алгоритм Бентли-Оттмана



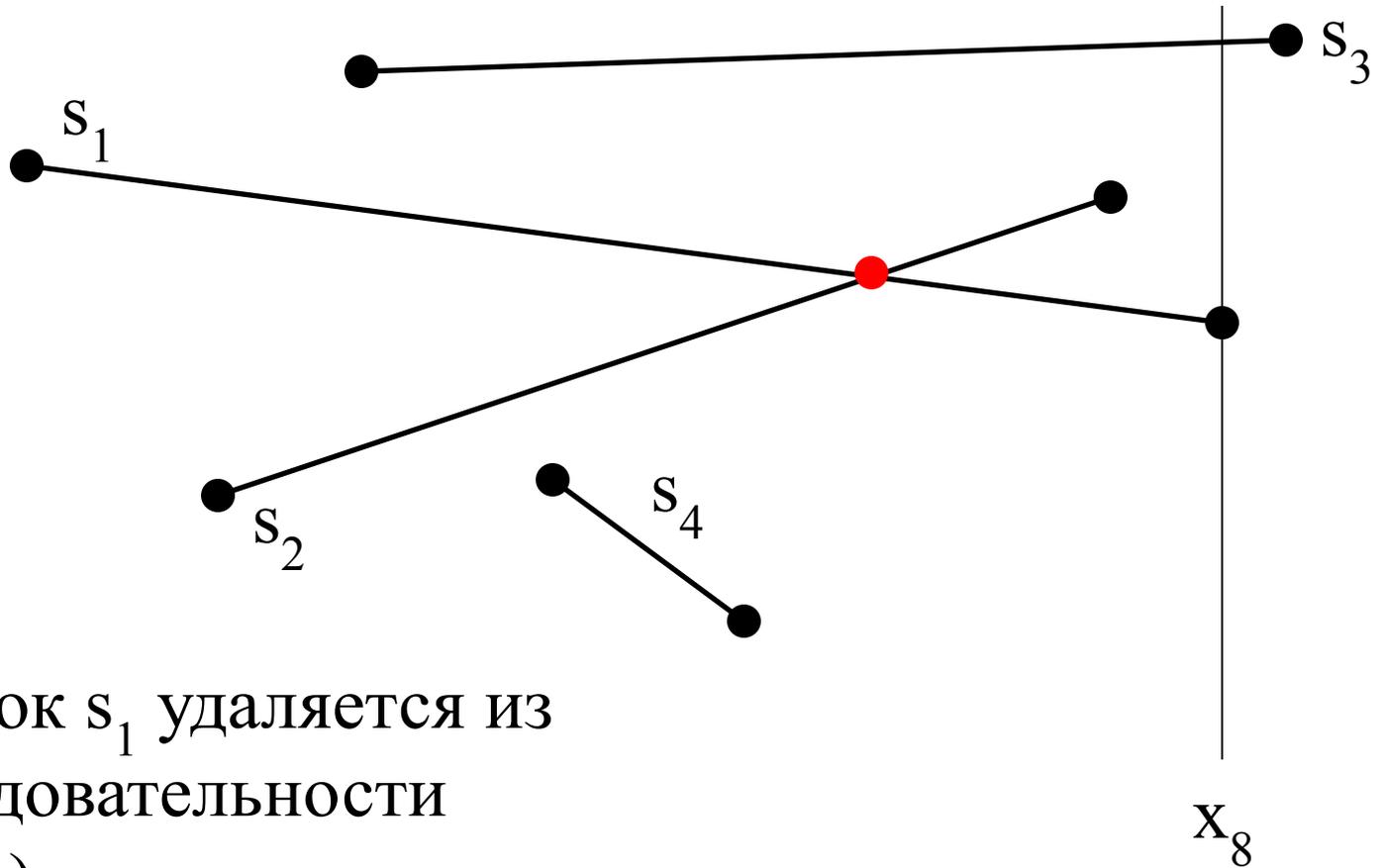
Отрезки s_1 и s_2 меняются
местами в последовательности
 $Z = (s_3, s_2, s_1)$

Алгоритм Бентли-Оттмана



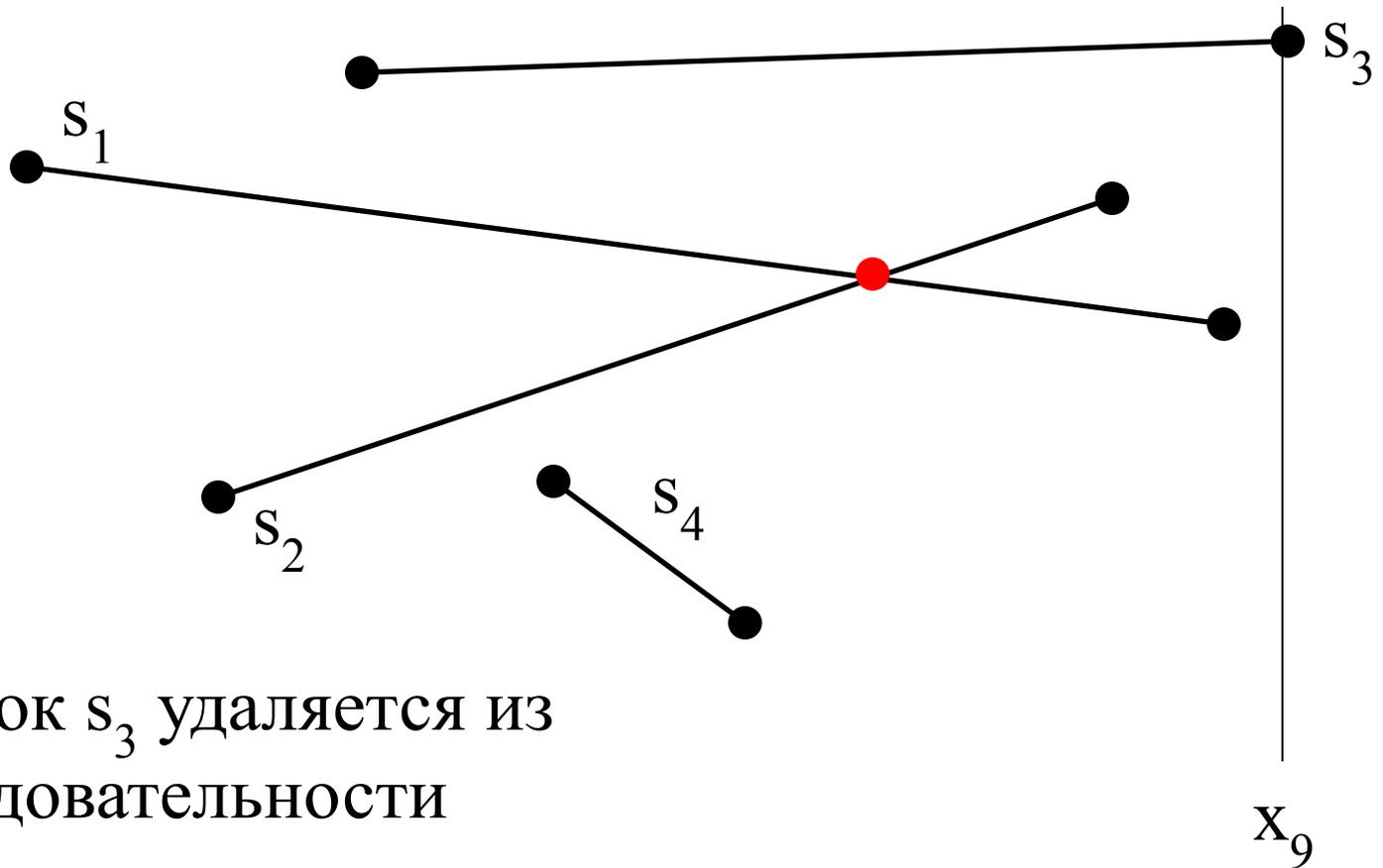
Отрезок s_2 удаляется из
последовательности
 $Z = (s_3, s_1)$

Алгоритм Бенгли-Оттмана



Отрезок s_1 удаляется из
последовательности
 $Z = (s_3)$

Алгоритм Бентли-Оттмана



Отрезок s_3 удаляется из
последовательности
 $Z = ()$

Оценка сложности

Поиск всех пересечений $\Omega(K+N\log N)$

Алгоритм	Сложность	Память
Бентли-Оттмана	$O((N+K)\log N)$	$O(N)$
Чазелле- Эдельсбруннера	$O(K+N\log N)$	$O(N+K)$

Проверка пересечения $\Theta(N\log N)$