

Министерство образования Российской Федерации  
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет  
«ЛЭТИ»

Факультет электроники  
Кафедра микроэлектроники

# Материалы и элементы электронной техники Ч.І

доц. Лазарева Н.П.

тема: 7

Температурная зависимость  
удельного сопротивления  
металлических проводников



## Температурная зависимость удельного сопротивления металлических проводников

Элементарные частицы (в том числе и электроны) обладают свойством корпускулярно-волнового дуализма. Поэтому движение свободных электронов в металле можно рассматривать как распространение плоских электронных волн, длина которых определяется соотношением де Бройля:

$$\lambda = \frac{h}{m_0 u} = \frac{h}{\sqrt{2m_0 \mathcal{E}}}$$

Идеальная, не содержащая искажений кристаллическая решетка твердого тела не оказывает рассеивающего влияния на поток электронов

В идеальном кристалле длина свободного пробега электронов равна бесконечности, а сопротивление электрическому току равно нулю

Рассеяние, приводящее к появлению сопротивления, возникает в тех случаях, когда в решетке имеются различного вида нарушения правильного строения – дефекты структуры динамические и статические, точечные и протяженные



# Температурная зависимость удельного сопротивления металлических проводников

Эффективное рассеяние волн происходит в том случае, когда размер рассеивающих центров (дефектов) превышает четверть длины волны. В металлах энергия электронов проводимости составляет 3—15 эВ. Этой энергии соответствует длина волны 3—7 Å, поэтому любые микронеоднородности структуры препятствуют распространению электронных волн, вызывают рост удельного сопротивления материала

В чистых металлах совершенной структуры единственной причиной, ограничивающей длину свободного пробега электронов, является тепловое колебание атомов в узлах кристаллической решетки.

Электрическое сопротивление металла, обусловленное тепловым фактором, обозначим через  $\rho_T$ . С ростом температуры увеличиваются амплитуды тепловых колебаний атомов и связанные с ними флуктуации периодического поля решетки, это усиливает рассеяние электронов и вызывает возрастание удельного сопротивления.



# Температурная зависимость удельного сопротивления металлических проводников

Интенсивность рассеяния электронов прямо пропорциональна поперечному сечению сферического объема, который занимает колеблющейся атом.

Если поток электронов падает на плоскую поверхность площадью  $S_0$ , то вероятность  $F_0$  рассеяния одного электрона одним колеблющимся центром будет определяться соотношением

$$F_0 = \pi \Delta a^2 / S_0,$$

где  $\Delta a$  – амплитуда тепловых колебаний атомов

Продвижение потока на глубину  $L_0$  сопровождается увеличением вероятности рассеяния электрона пропорционально числу атомов, заключенных в рассматриваемый объем

$$F_L = F_0 \cdot N \cdot S_0 \cdot L_0,$$



# Температурная зависимость удельного сопротивления металлических проводников

где  $N$  – число атомов в единице объема материальной рассеивающей среды. Учитывая, что средняя длина свободного пробега электронов пропорциональна вероятности их рассеяния на единице пути, получим

$$\bar{l}_T = \frac{1}{F_1} = \frac{1}{F_0 \cdot N \cdot S_0} = \frac{1}{\pi \cdot \Delta a^2 \cdot N}$$

Потенциальная энергия атома, отклоненного на  $\Delta a$  от узла решетки, определяется выражением

$$\mathcal{E}_{упр} = \frac{1}{2} k_{упр} (\Delta a)^2$$

где  $k_{упр}$  — коэффициент упругой связи, которая стремится вернуть атом в положение равновесия



# Температурная зависимость удельного сопротивления металлических проводников

средняя энергия одномерного гармонического осциллятора (колеблющегося атома) равна  $kT$ . На этом основании запишем следующее равенство :

$$\frac{1}{2} k_{\text{упр}} (\Delta a)^2 = kT$$

Потенциальная энергия атома, отклоненного на  $\Delta a$  от узла решетки, определяется выражением

$$\mathcal{E}_{\text{упр}} = \frac{1}{2} k_{\text{упр}} (\Delta a)^2$$

где  $k_{\text{упр}}$  — коэффициент упругой связи, которая стремится вернуть атом в положение равновесия



# Температурная зависимость удельного сопротивления металлических проводников

Длина свободного пробега электронов обратно пропорциональна температуре:

$$\bar{l}_T = \frac{k_{ypr}}{2\pi NkT}$$

Полученное отношение не выполняется при низких температурах. Дело в том, что с понижением температуры могут уменьшаться не только амплитуды тепловых колебаний атомов, но и частоты колебаний. Поэтому в области низких температур рассеяние электронов тепловыми колебаниями узлов решетки становится неэффективным

Характеристическая температура  $\Theta_D$  - Температура Дебая определяет максимальную частоту тепловых колебаний, которые могут возбуждаться в кристалле:

$$\Theta_D = \frac{h\nu_{\max}}{k}$$

Эта температура зависит от сил связи между узлами кристаллической решетки и является важным параметром твердого тела.



# Температурная зависимость удельного сопротивления металлических проводников

при  $T > \Theta D$  удельное сопротивление металлов изменяется линейно с температурой:

$$\rho_T = \frac{1}{\gamma} = \frac{2\pi m_n^* k u_F}{e^2 k_{упр}} T = BT$$

Линейная аппроксимация температурной зависимости  $\rho(T)$  справедлива и до температур, близких к  $(2/3)\Theta D$ , где ошибка не превышает 10%. Для большинства металлов характеристическая температура Дебая не превышает 400—450 К. Поэтому линейное приближение обычно справедливо при температурах от комнатной и выше

В низкотемпературной области ( $T \ll \Theta D$ ), где спад удельного сопротивления обусловлен постепенным исключением все новых и новых частот тепловых колебаний (фононов), теория предсказывает степенную зависимость  $\rho_T \sim T^5$





# Температурная зависимость удельного сопротивления металлических проводников

$$\rho_T = \frac{1}{\gamma} = \frac{2\pi m_n^* k u_F}{e^2 k_{упр}} T = BT$$

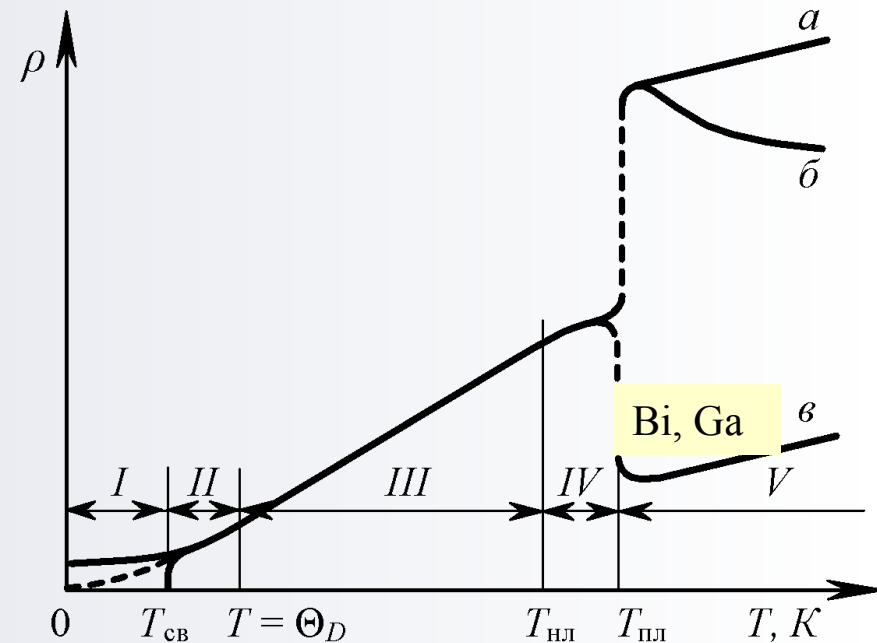
*I* – область (несколько кельвинов), возможного состояния сверхпроводимости (скачок  $\rho$  при  $T = T_{св}$ ).

*II* – область изменения  $\rho \sim T^n$ , где  $n$  изменяется от 5 до 1 при  $T = \Theta_D$

*III* – область линейной зависимости  $\rho = f(T)$

*IV* – область плавления

*V* – область жидкого состояния



Зависимость удельного сопротивления металлического проводника от температуры в широком диапазоне температур:

*a, б, в* — варианты изменения удельного сопротивления различных расплавленных



# Температурная зависимость удельного сопротивления металлических проводников

Относительное изменение удельного сопротивления при изменении температуры на один кельвин (градус) называют *температурным коэффициентом удельного сопротивления*:

$$\alpha_{\rho} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dT}$$

*Положительный знак  $\alpha_{\rho}$  соответствует случаю, когда удельное сопротивление в окрестности данной точки возрастает при повышении температуры. Величина  $\alpha_{\rho}$  также является функцией температуры. В области линейной зависимости  $\rho(T)$  справедливо выражение:*

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha_{\rho} (T - T_0)]$$

где  $\rho_0$  и  $\alpha_{\rho}$  — удельное сопротивление и температурный коэффициент удельного сопротивления, отнесенные к началу температурного диапазона, т. е. температуре  $T_0$ ;  $\rho$  — удельное сопротивление при температуре  $T$ .



# Температурная зависимость удельного сопротивления металлических проводников

значение  $\alpha_\rho$  чистых металлов должно быть близким к  $1/T$   
большинство металлов имеют при комнатной температуре  $\alpha_\rho \approx 0,004 \text{ K}^{-1}$

$$\alpha_\rho = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dT}$$

На практике при измерении  $\alpha_\rho$  часто бывает полезной следующая формула

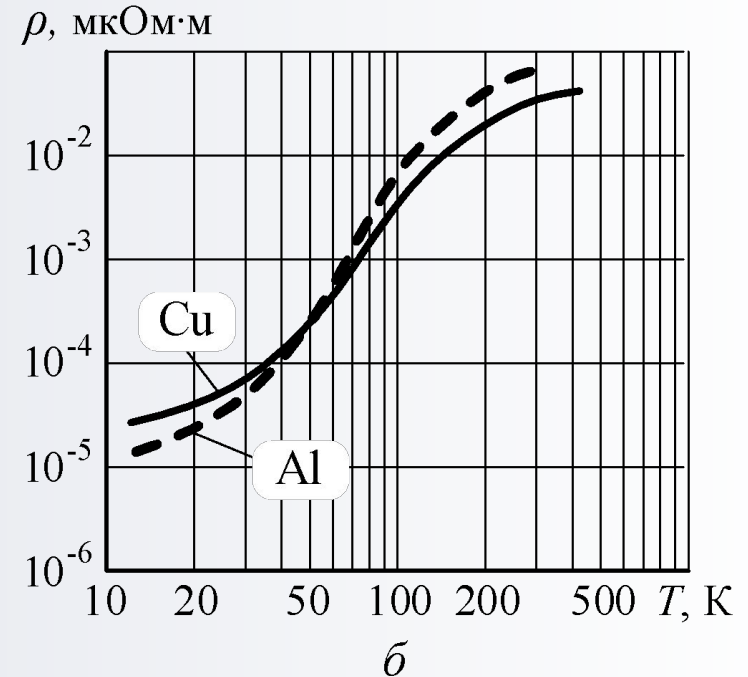
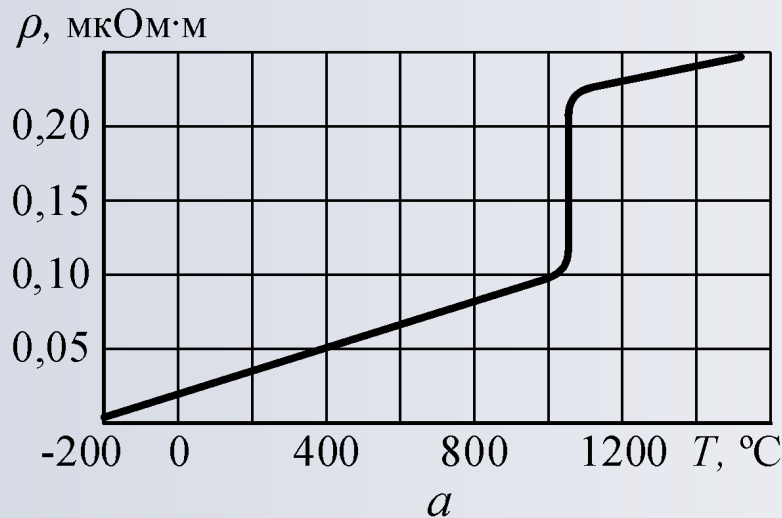
$$\alpha_\rho = \alpha_R + \alpha_l$$

где  $\alpha_R$  — температурный коэффициент сопротивления данного резистора;  $\alpha_l$  — температурный коэффициент линейного расширения материала.

У чистых металлов  $\alpha_\rho \gg \alpha_l$ , поэтому у них  $\alpha_\rho \approx \alpha_R$ .



# Температурная зависимость удельного сопротивления металлических проводников



Зависимости удельного сопротивления от температуры в широком интервале температур для меди (*a*) и при низких температурах для меди и алюминия (*б*)



# Влияние примесей и других структурных дефектов на удельное сопротивление металлов

$$\rho = \rho_t + \rho_{ост}$$

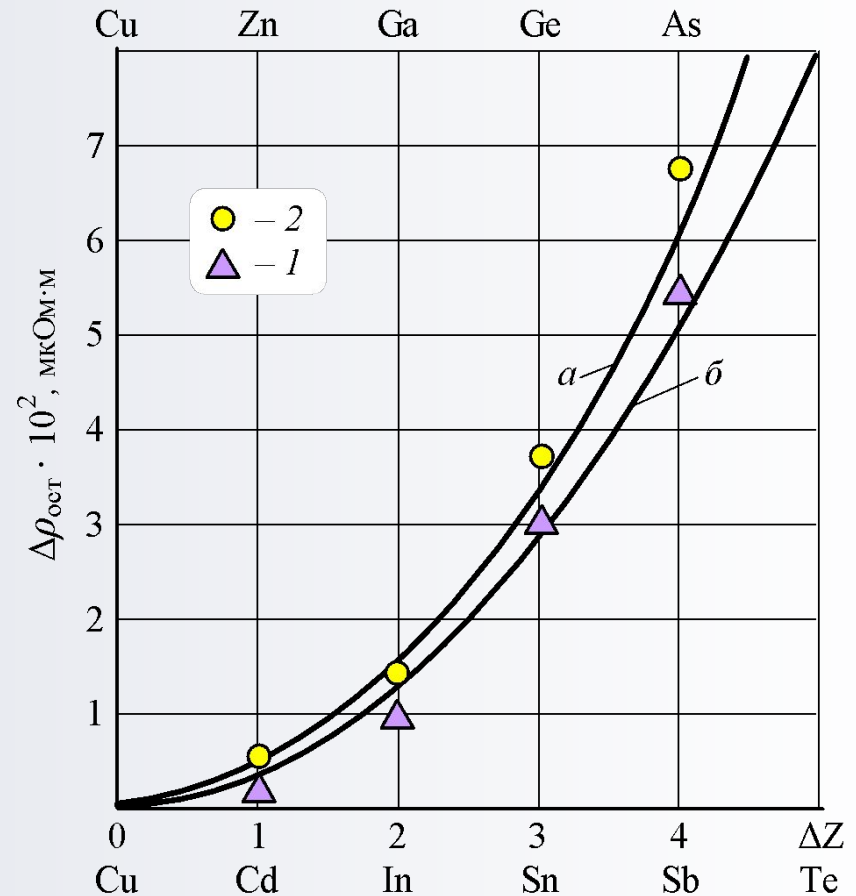
Остаточное сопротивление меди на 1 ат. % концентрации примеси:

1 — верхний ряд элементов;

2 — нижний ряд элементов;

*a* —  $\Delta\rho_{ост} = 0.4(\Delta Z)^2$ ;

*б* —  $\Delta\rho_{ост} = 0.32(\Delta Z)^2$



# Влияние примесей и других структурных дефектов на удельное сопротивление металлов



## Электрические свойства металлических сплавов

Зависимость удельного сопротивления от состава сплавов Au — Си:

*a* — для неупорядоченных сплавов (после закалки);

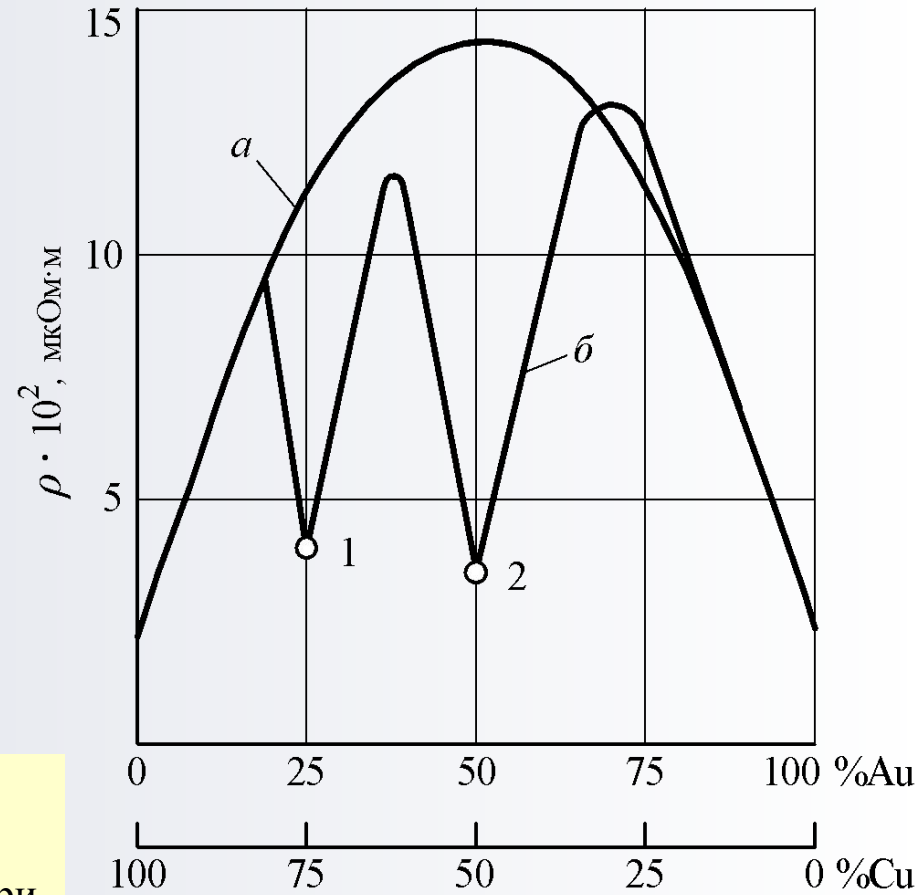
*б* — для упорядоченных сплавов (после отжига);

1 — соответствует сплаву  $\text{Cu}_3\text{Au}$ ;

2 —  $\text{CuAu}$

$$\rho_{ост} = Cx_Ax_B = Cx_B(1 - x_B)$$

*закона Нордгейма*



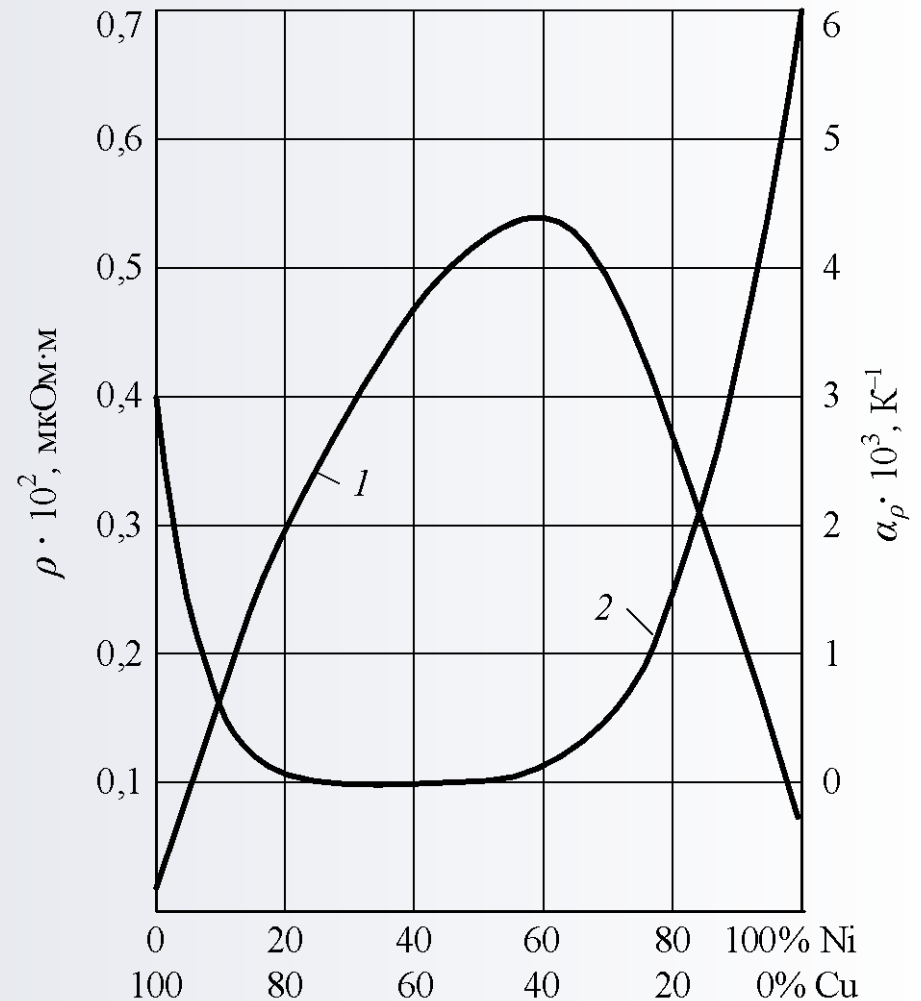
В бинарных твердых растворах А—В остаточное сопротивление увеличивается как при добавлении атомов В к металлу А, так и при добавлении атомов А к металлу В, причем это изменение характеризуется симметричной кривой.



# Температурная зависимость удельного сопротивления металлических проводников

## Электрические свойства металлических сплавов

Зависимость удельного  
сопротивления (1)  
и температурного  
коэффициента удельного  
сопротивления (2)  
медно-никелевых сплавов от  
содержания компонентов

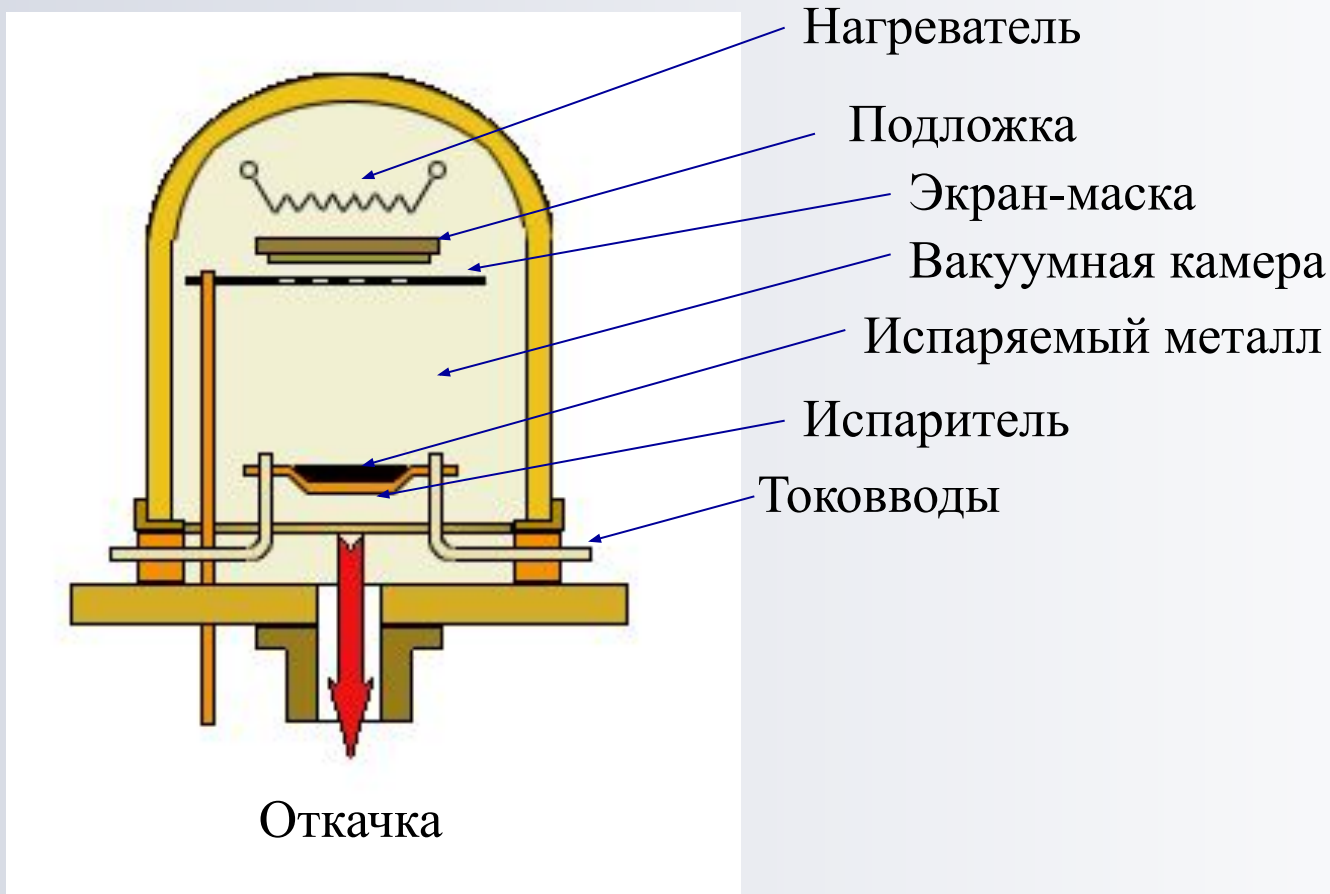




# Температурная зависимость удельного сопротивления металлических проводников

## Сопротивление тонких металлических пленок

### Формирование тонких металлических пленок Термовакuumное испарение







# Температурная зависимость удельного сопротивления металлических проводников

## Сопротивление тонких металлических пленок

$$\rho = \rho_t + \rho_{\text{н}}(\delta)$$

Зависимости удельного сопротивления  $\rho$  (а) и температурного коэффициента удельного сопротивления  $\alpha_\rho$  (б) тонкой металлической пленки от ее толщины  $\delta$

I –  $\delta > 0,1$  мкм

II –  $10^{-1} > \delta > 10^{-2}$  мкм

III –  $\delta < 10^{-3}$  мкм

Сопротивление поверхности тонкопленочного резистора:

$$R_{\square} = \rho / \delta$$

$R_{\square}$  не зависит от размера квадрата поверхности тонкой пленки

Сопротивление тонкопленочного резистора:

$$R = R_{\square} \cdot l_0 / d_0,$$

где  $l_0$  — длина резистора в направлении прохождения тока;  $d_0$  — ширина тонкопленочного резистора

