ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ
лекция № 2

Глава 3. Расчет переходных процессов в динамических цепях во временной области при постоянных воздействиях

Определение: Динамической называется цепь, которая содержит хотя бы один накопитель, т. е. L- или C-элемент.

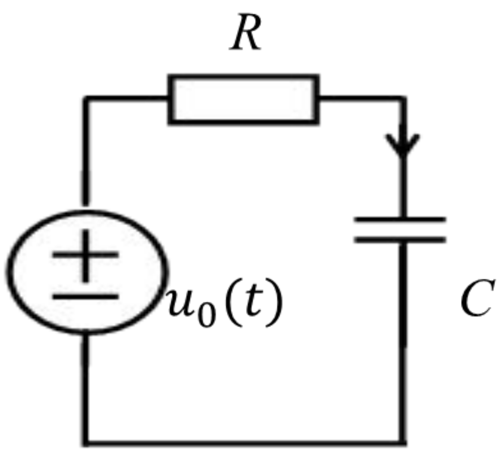
Анализ динамики электрической цепи – получение решения уравнений, которые описывают эту цепь (нахождение значений переменных и функций).

Анализ – задача составления и решения уравнений цепи, т. е. отыскание вектора, обращающего уравнение в тождество.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ
лекция № 2

- **3.1. Дифференциальное уравнение (ДУ) и свойства линейности цепи**

3.1.1. Примеры ДУ цепи



Различные варианты уравнений:

$$Ri(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)dt = u_0(t)$$

$$\begin{cases} u_R(t) + u_C(t) = u_0(t) \\ i(t) = Cu_C'(t) \end{cases}$$

$$RCu_C'(t) + u_C(t) = u_0(t)$$

Характеристический полином (ХП) $RCp + 1 = 0$

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ
лекция № 2

- **3.1. Дифференциальное уравнение (ДУ) и свойства линейности цепи**

3.1.1. Примеры ДУ цепи

R

Различные варианты уравнений:

$$Ri(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)dt = u_0(t)$$

$u_0(t)$ C

$$\begin{cases} u_R(t) + u_C(t) = u_0(t) \\ i(t) = Cu_C'(t) \end{cases}$$

$$RCu_C'(t) + u_C(t) = u_0(t)$$

$$a_n f_2^{(n)}(t) + \cdots + a_1 f_2'(t) + a_0 f_2(t) = b_m f_1^{(m)}(t) + \cdots + b_1 f_1'(t) + b_0 f_1(t)$$

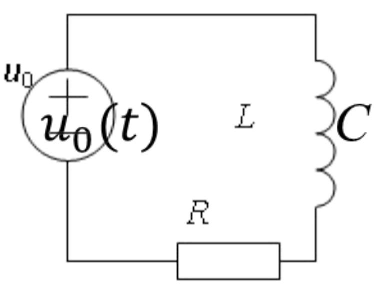
Характеристический полином (ХП) $RCp + 1 = 0$

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ
лекция № 2

- **3.1. Дифференциальное уравнение (ДУ) и свойства линейности цепи**

3.1.1. Примеры ДУ цепи

R



Различные варианты уравнений:

$$Ri(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)dt = u_0(t)$$

$$\begin{cases} u_R(t) + u_C(t) = u_0(t) \\ i(t) = Cu_C'(t) \end{cases}$$

$$RCu_C'(t) + u_C(t) = u_0(t)$$

Характеристический полином (ХП) $RCp + 1 = 0$

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ
лекция № 2

Замечания: свойство справедливо при нулевых НУ;

только в цепи с одним источником;

в общем случае для уравнения цепи порядка (n) и (m).

Вывод: выгодно начать изучение цепи, если источник имеет единичный уровень.

3.1.3. Второе свойство линейности – принцип дифференцируемости

Если новое воздействие является производной или интегралом от предыдущего воздействия, то новая реакция будет производной или интегралом от предыдущей реакции.

Доказательство аналогично предыдущему.

Продифференцируем уравнение цепи с учетом коммутативности операций дифференцирования и умножения на коэффициент

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ
лекция № 2

Оба уравнения удовлетворяют общей математической форме

Замечания: свойство справедливо при нулевых НУ;

только в цепи с одним источником;

в общем случае для уравнения цепи порядка (n) и (m);

свойство часто называют свойством стационарности, т. к. оно справедливо только для уравнений с постоянными (стационарными) коэффициентами.

При переменных коэффициентах коммутативность дифференцирования и умножения на нестационарный коэффициент не справедлива.

Вывод: выгодно изучать реакции от семейства воздействий, каждое из которых является производной или интегралом от предыдущего.

3.1.4. Третье свойство линейности – принцип наложения

Если в цепи есть несколько воздействий , то реакция может быть найдена как сумма элементарных реакций от действия каждого источника в отдельности.

Доказательство на примере цепи 1-го порядка (RL)

Пусть при

тогда соответствующие ДУ цепи

Сложим уравнения с учетом коммутативности операций суммирования, умножения на константу и дифференцирования

Все уравнения удовлетворяют общей математической форме

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ
лекция № 2

Замечания: свойство справедливо при нулевых НУ;

на этом свойстве базируется самый простой практический метод расчета цепей – метод наложения.

Вывод: на основании свойства воздействие произвольной формы можно приближенно заменить суммой воздействий стандартной формы и найти методом наложения приближенно реакцию.

Общий вывод по параграфу:

Удобно начинать расчет цепей при *воздействии вида*

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ
лекция № 2

- **3.1. Дифференциальное уравнение (ДУ) и свойства линейности цепи**

3.1.1. Примеры ДУ цепи

R

Различные варианты уравнений:

$$Ri(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)dt = u_0(t)$$

$u_0(t)$ C

$$\begin{cases} u_R(t) + u_C(t) = u_0(t) \\ i(t) = Cu_C'(t) \end{cases}$$

$$RCu_C'(t) + u_C(t) = u_0(t)$$

Характеристический полином (ХП) $RCp + 1 = 0$

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ
лекция № 2

Замечания: обычно цепь до коммутации находилась в каком-то установившемся режиме; через некоторое время после коммутации в цепи будет новый установившийся режим. Режим после коммутации называется переходным режимом, а процессы при этом - переходными процессами.

Коммутация – не обязательно переключение с помощью идеального ключа. Если воздействие или какая-либо его производная изменяется скачком, то тоже говорят о коммутации.

Пример:

- **3.1. Дифференциальное уравнение (ДУ) и свойства линейности цепи**

3.1.1. Примеры ДУ цепи

R

$u_0(t)$ C

Различные варианты уравнений:

$$Ri(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)dt = u_0(t)$$

$$\begin{cases} u_R(t) + u_C(t) = u_0(t) \\ i(t) = Cu_C'(t) \end{cases}$$

$$RCu_C'(t) + u_C(t) = u_0(t)$$

Характеристический полином (ХП) $RCp + 1 = 0$

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ
лекция № 2

- **3.1. Дифференциальное уравнение (ДУ) и свойства линейности цепи**

3.1.1. Примеры ДУ цепи

R

$u_0(t)$ C

Различные варианты уравнений:

$$Ri(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)dt = u_0(t)$$

$$\begin{cases} u_R(t) + u_C(t) = u_0(t) \\ i(t) = Cu_C'(t) \end{cases}$$

$$RCu_C'(t) + u_C(t) = u_0(t)$$

Характеристический полином (ХП) $RCp + 1 = 0$

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ
лекция № 2

- **3.1. Дифференциальное уравнение (ДУ) и свойства линейности цепи**

3.1.1. Примеры ДУ цепи

R

$u_0(t)$ C

Различные варианты уравнений:

$$Ri(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)dt = u_0(t)$$

$$\begin{cases} u_R(t) + u_C(t) = u_0(t) \\ i(t) = Cu_C'(t) \end{cases}$$

$$RCu_C'(t) + u_C(t) = u_0(t)$$

Характеристический полином (ХП) $RCp + 1 = 0$

• 3.1. Дифференциальное уравнение (ДУ) и свойства линейности цепи

3.1.1. Примеры ДУ цепи

R

$u_0(t)$ C

Различные варианты уравнений:

$$Ri(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)dt = u_0(t)$$

$$\begin{cases} u_R(t) + u_C(t) = u_0(t) \\ i(t) = Cu_C'(t) \end{cases}$$

$$RCu_C'(t) + u_C(t) = u_0(t)$$

Характеристический полином (ХП) $RCp + 1 = 0$

- **3.1. Дифференциальное уравнение (ДУ) и свойства линейности цепи**

3.1.1. Примеры ДУ цепи

R

$u_0(t)$ C

Различные варианты уравнений:

$$Ri(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)dt = u_0(t)$$

$$\begin{cases} u_R(t) + u_C(t) = u_0(t) \\ i(t) = Cu_C'(t) \end{cases}$$

$$RCu_C'(t) + u_C(t) = u_0(t)$$

Характеристический полином (ХП) $RCp + 1 = 0$

- **3.1. Дифференциальное уравнение (ДУ) и свойства линейности цепи**

3.1.1. Примеры ДУ цепи

R

$u_0(t)$ C

Различные варианты уравнений:

$$Ri(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)dt = u_0(t)$$

$$\begin{cases} u_R(t) + u_C(t) = u_0(t) \\ i(t) = Cu_C^{\prime}(t) \end{cases}$$

$$RCu_C^{\prime}(t) + u_C(t) = u_0(t)$$

Характеристический полином (ХП) $RCp + 1 = 0$

- **3.1. Дифференциальное уравнение (ДУ) и свойства линейности цепи**

3.1.1. Примеры ДУ цепи

R

$u_0(t)$ C

Различные варианты уравнений:

$$Ri(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)dt = u_0(t)$$

$$\begin{cases} u_R(t) + u_C(t) = u_0(t) \\ i(t) = Cu_C'(t) \end{cases}$$

$$RCu_C'(t) + u_C(t) = u_0(t)$$

Характеристический полином (ХП) $RCp + 1 = 0$

- **3.1. Дифференциальное уравнение (ДУ) и свойства линейности цепи**

3.1.1. Примеры ДУ цепи

R

$u_0(t)$ $\quad C$

Различные варианты уравнений:

$$Ri(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)dt = u_0(t)$$

$$\begin{cases} u_R(t) + u_C(t) = u_0(t) \\ i(t) = Cu_C'(t) \end{cases}$$

$$RCu_C'(t) + u_C(t) = u_0(t)$$

Характеристический полином (ХП) $RCp + 1 = 0$

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ
лекция № 2

- **3.1. Дифференциальное уравнение (ДУ) и свойства линейности цепи**

3.1.1. Примеры ДУ цепи

R

$u_0(t)$ C

Различные варианты уравнений:

$$Ri(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)dt = u_0(t)$$

$$\begin{cases} u_R(t) + u_C(t) = u_0(t) \\ i(t) = Cu_C'(t) \end{cases}$$

$$RCu_C'(t) + u_C(t) = u_0(t)$$

Характеристический полином (ХП) $RCp + 1 = 0$

- **3.1. Дифференциальное уравнение (ДУ) и свойства линейности цепи**

3.1.1. Примеры ДУ цепи

R

Различные варианты уравнений:

$$Ri(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)dt = u_0(t)$$

$u_0(t)$ C

$$\begin{cases} u_R(t) + u_C(t) = u_0(t) \\ i(t) = Cu_C'(t) \end{cases}$$

$$RCu_C'(t) + u_C(t) = u_0(t)$$

Характеристический полином (ХП) $RCp + 1 = 0$

- **3.1. Дифференциальное уравнение (ДУ) и свойства линейности цепи**

3.1.1. Примеры ДУ цепи

R

Различные варианты уравнений:

$$Ri(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)dt = u_0(t)$$

$u_0(t)$ C

$$\begin{cases} u_R(t) + u_C(t) = u_0(t) \\ i(t) = Cu_C'(t) \end{cases}$$

$$RCu_C'(t) + u_C(t) = u_0(t)$$

Характеристический полином (ХП) $RCp + 1 = 0$

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция № 2

линейности цепи

3.1.1. Примеры ДУ цепи

t	$e^{-t/\tau}$
0	$e^0 = 1$
τ	$e^{-1} = \frac{1}{e} \approx \frac{1}{3} \approx 0{,}37$
2τ	$e^{-2} \approx \frac{1}{7} \approx 0{,}14$
3τ	$e^{-3} = \frac{1}{20} \approx 0{,}05$
∞	0

$u_0(t)$ C

$$Ri(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)dt = u_0(t)$$

$$\begin{cases} u_R(t) + u_C(t) = u_0(t) \\ i(t) = C u_C'(t) \end{cases}$$

$$RC u_C'(t) + u_C(t) = u_0(t)$$

Характеристический полином (ХП) $RCp + 1 = 0$

- **3.1. Дифференциальное уравнение (ДУ) и свойства линейности цепи**

3.1.1. Примеры ДУ цепи

R

Различные варианты уравнений:

$$Ri(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)dt = u_0(t)$$

$u_0(t)$ C

$$\begin{cases} u_R(t) + u_C(t) = u_0(t) \\ i(t) = Cu_C^{\prime}(t) \end{cases}$$

$$RCu_C^{\prime}(t) + u_C(t) = u_0(t)$$

Характеристический полином (ХП) $RCp + 1 = 0$