Министерство образования и науки РФ

Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.
Кафедра «Радиоэлектроника и телекоммуникации»

ТЕХНИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Курс лекций для специальностей 210700.62 (бИКТС),
220400.62 (бУПТС), 210601.65 (сРСК)

Саратов 2014

Основная литература

- Фальковский О.И. Техническая электродинамика. – С.Пб.: Лань, 2009.
- Нефедов Е.И. Техническая электродинамика.- М.: Академия, 2008.
- Григорьев А.Д. Электродинамика и микроволновая техника. – С.Пб.: Лань, 2007.
- Пегель И.В. Электродинамика сверхвысоких частот. – Изд-во Томского политехнического университета, 2009.
- Неганов В.А., Осипов О.В., Раевский С.Б., Яровой Г.П. Электродинамика и распространение радиоволн. - М.: Радиотехника, 2009.
- Устройства поляризации радиоволн в терагерцевом диапазоне частот. Новые принципы построения. / Под ред. А.С. Якунина. – М.: Радиотехника, 2012.
- Иларионов Ю.А., Раевский А.С., Раевский С.Б., Седаков А.Ю. Устройства СВЧ и КВЧ-диапазонов. Методы расчета. Алгоритмы. Технологии изготовления. – М.: Радиотехника, 2013.
- Гринев А.Ю. Численные методы решения прикладных задач электродинамики – М.: Радиотехника, 2013.
- Морозов А.В., Нырцов А.Н., Шмаков Н.П. Электродинамика и распространение радиоволн. – М.: Радиотехника, 2007.
- Габриэльян Д.Д., Заргано Г.Ф., Звездина М.Ю., и др. Вычислительные методы прикладной электродинамики - М.: Радиотехника, 2009.
- Ушаков Н.М., Козина О.Н., Коломейцев В.А., Комаров В.В. Волоконные и интегральные оптические устройства для систем связи.- Саратов: СГТУ, 2006.
- Вендик И.Б., Вендик О.Г. Метаматериалы и их применение в технике сверхвысоких частот (обзор) // Журнал технической физики, 2013, т.83, вып.1, с. 3-28.

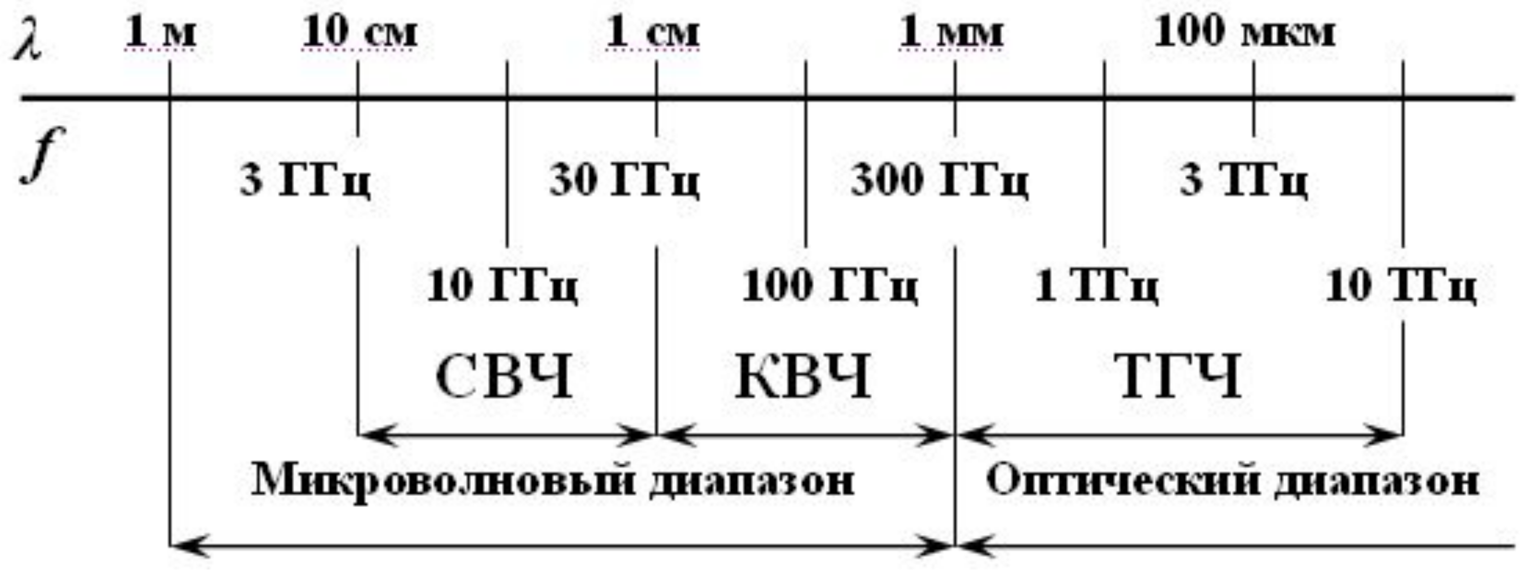
Вспомогательная литература

- Вольман В.И., Пименов Ю.В., Муравцов А.Д. Техническая электродинамика. – М.: Радио и связь, 2000.
- Семенов Н.А. Техническая электродинамика. – М.: Связь, 1973.
- Синтез сверхширокополосных микроволновых структур / Под ред. А.П. Креницкого и В.П. Мещанова, М.: Радио и связь, 2005.
- Мещанов В. П., Тупикин В.Д., Чернышев С.Л. Коаксиальные пассивные устройства / Под ред. В. П. Мещанова. Саратов.: Изд-во Сарат. ун-та, 1993. 416 с.
- Баскаков С.И. Электродинамика и распространение радиоволн. – М.: Высшая школа, 1992.
- Шестопалов В.П., Сиренко Ю.К. Динамическая теория решеток. – Киев: Наукова Думка, 1989.

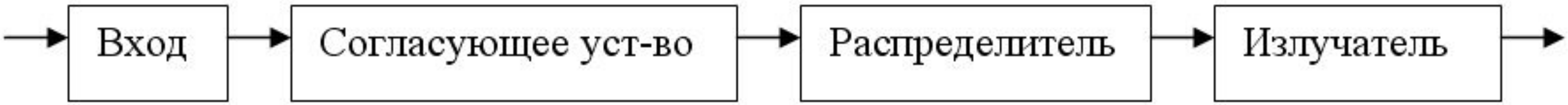
Зарубежная литература

- Pozar D.M. Microwave Engineering. 4th Edition. NY: Wiley&Sons, 2012.
- Belov L.A., Smolskiy S.M., Kochemasov V.N. Handbook of RF, microwave, and millimeter wave components. – London: Artech House, 2012.
- The Terahertz Wave eBook. Technical Overview. Zomega Terahertz Corporation. 2012.
- Handbook of terahertz technology for imaging, sensing and communications / Edited by Daryoosh Saeedkia, Cambridge: Woodhead Publishing, 2013.

Основные теоретические положения



Классификация антенно-фидерных устройств (АФУ)



- Малоразмерные антенны ($l \le \lambda$) для частотного диапазона 10 кГц – 1 ГГц. К ним относятся одиночные вибраторные и щелевые излучатели, микрополосковые антенны, рамочные антенны.
- Антенны бегущей волны с размерами $\lambda \div 10\lambda$ для диапазона частот 3 МГц – 10 ГГц. Это спиральные, диэлектрические, импедансные и директорные антенны.
- Антенные решетки размерами $\lambda \div 100\lambda$ для частот 3 МГц – 30 ГГц. Они состоят из большого числа отдельных излучателей. Независимая регулировка фаз возбуждения каждого элемента антенной решетки обеспечивает возможность электрического управления диаграммой направленности.
- Апертурные антенны с размерами $\lambda \div 1000\lambda$ для диапазона частот 100 МГц – 100 ГГц и выше. Наиболее распространены зеркальные, рупорные и линзовые антенны.

Электромагнитные волны в АФУ

$$rot\vec{H} = j\omega\varepsilon_0\varepsilon\vec{E} + \vec{J}_{cm} \quad (1) \qquad rot\vec{E} = -j\omega\mu_0\mu\vec{H} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} + j\gamma\dot{E}_y = -j\omega\mu_0\mu\dot{H}_x \quad (3) \qquad \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} + j\gamma\dot{H}_y = j\omega\varepsilon_0\varepsilon\dot{E}_x \quad (4)$$

$$j\gamma\dot{E}_x + \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} = j\omega\mu_0\mu\dot{H}_y \quad (5) \qquad j\gamma\dot{H}_x + \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} = -j\omega\varepsilon_0\varepsilon\dot{E}_y \quad (6)$$

$$\frac{\partial \dot{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial y} = -j\omega\mu_0\mu\dot{H}_z \quad (7) \qquad \frac{\partial \dot{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \dot{H}_x}{\partial y} = j\omega\varepsilon_0\varepsilon\dot{E}_z \quad (8)$$

$$\dot{E}_x = -j\frac{\gamma}{\chi^2}\left(\frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} + \frac{\omega\mu_0\mu}{\gamma}\frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y}\right) \quad (9) \qquad \dot{E}_y = -j\frac{\gamma}{\chi^2}\left(\frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} - \frac{\omega\mu_0\mu}{\gamma}\frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x}\right) \quad (10)$$

$$\dot{H}_x = -j\frac{\gamma}{\chi^2}\left(\frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} - \frac{\omega\varepsilon_0\varepsilon}{\gamma}\frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y}\right) \quad (11) \qquad \dot{H}_y = -j\frac{\gamma}{\chi^2}\left(\frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} + \frac{\omega\varepsilon_0\varepsilon}{\gamma}\frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x}\right) \quad (12)$$

$$\chi^2 = \kappa^2 - \gamma^2$$

Электромагнитные волны в АФУ

В более общем виде для $\dot{E}_t = \dot{E}_x + \dot{E}_y$ и $\dot{H}_t = \dot{H}_x + \dot{H}_y$ можно записать:

$$\dot{E}_t = -j\frac{\gamma}{\chi^2}\nabla_\perp \dot{E}_z - \frac{j\omega\mu_0\mu}{\chi^2} rot_\perp \dot{H}_z \quad (13) \qquad \dot{H}_t = \frac{j\omega\varepsilon_0\varepsilon}{\chi^2} rot_\perp \dot{E}_z - j\frac{\gamma}{\chi^2}\nabla_\perp \dot{H}_z \quad (14)$$

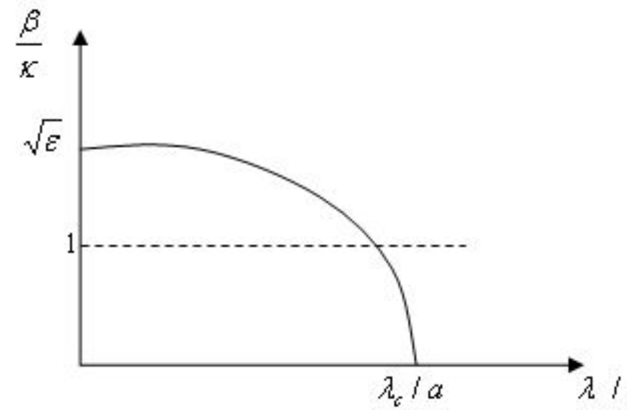
$$\dot{E}_r = -j\frac{\gamma}{\chi^2}\left(\frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} + \frac{\omega\mu_0\mu}{\gamma}\frac{\partial \dot{H}_z}{\partial \varphi}\right) \quad (15) \qquad \dot{E}_\varphi = -j\frac{\gamma}{\chi^2}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial \dot{E}_z}{\partial \varphi} - \frac{\omega\mu_0\mu}{\gamma}\frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r}\right) \quad (16)$$

$$\dot{H}_r = -j\frac{\gamma}{\chi^2}\left(\frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r} - \frac{\omega\varepsilon_0\varepsilon}{\gamma}\frac{1}{r}\frac{\partial \dot{E}_z}{\partial \varphi}\right) \quad (17) \qquad \dot{H}_\varphi = -j\frac{\gamma}{\chi^2}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial \dot{H}_z}{\partial \varphi} - \frac{\omega\varepsilon_0\varepsilon}{\gamma}\frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r}\right) \quad (18)$$

Тип волны	Характеристики поля	ЛП	Примечания
H (TE) E (TM)	$E_z = 0$ $H_z = 0$	ПрВ, ЦВ, ВСС	С однородным изотропным заполнением; сечение односвязное.
TEM	$E_z = H_z = 0$	Коаксиальная линия, Связанные линии	С однородным изотропным заполнением; сечение многосвязное.
Квази-TEM	$E_z \ll \lvert E_\perp \rvert$; $H_z \ll \lvert H_\perp \rvert$	МПЛ, коаксиальная линия с частичным диэл. заполнением.	С неоднородным заполнением; сечение многосвязное.
LE LM	$H_y = 0$ $E_y = 0$	ПрВ с диэл. вставкой в Е- и Н-плоскости	Прямоугольное сечение, слоистое заполнение.
HE EH	$E_z = 0$, $\gamma = 0$ $H_z = 0$, $\gamma = 0$	Частично заполненные волноводы, ЩЛ.	Одно- и многосвязное сечение, неоднородное заполнение.

Характеристики линий передачи

$$\frac{\beta}{\kappa} = \sqrt{\varepsilon}\sqrt{1-(\frac{\lambda}{\lambda_c})^2} \quad (19) \qquad Z_x \cong 377(\mu/\varepsilon)^{0,5}$$



$Z_в$ [Ом] = U/I = 2P/I^2 = U^2/2P

$$(\dot{\varepsilon} = \varepsilon' - j\varepsilon'', пусть\ \dot{\mu} = \mu' \neq 0, \mu'' = 0)$$

$$\mathrm{Re}(\gamma) = \beta = \omega(0.5\mu_0\mu'\varepsilon_0\varepsilon')^{0.5}[(1+(tg\delta_e)^2)^{0.5}+1]^{0.5} \qquad (20)$$

$$\mathrm{Im}(\gamma) = \alpha = \omega(0.5\mu_0\mu'\varepsilon_0\varepsilon')^{0.5}[(1+(tg\delta_e)^2)^{0.5}-1]^{0.5} \qquad (21)$$

$\alpha = \alpha_м + \alpha_д$. $\qquad \alpha_м = 4.34P_м/P$, (22) $\qquad P_m = 0{,}5\oint_L R_S|H_t|^2\,dl$ (23)

$R_S \cong 4.49\cdot10^{-3}\sqrt{r_q\mu/\lambda}$ (24) $\qquad r_q = \sigma_{Cu}/\sigma_q$, где $\sigma_{Cu} = 5.9\cdot10^7$ См/м,

$\dot{\varphi}_э$

Решения неоднородных уравнений ЭМ поля

$$\dot{E} = -grad\dot{\varphi}_э - j\omega\dot{A}_э \qquad (25)$$

$$\dot{H} = \frac{1}{\mu_0\dot{\mu}} rot\dot{A}_э \qquad (26)$$

$\dot{A}_э$ -электрический векторный потенциал

$\dot{\varphi}_э$ -электрический скалярный потенциал

$$div\dot{A}_э + j\omega\varepsilon_0\dot{\varepsilon}\mu_0\dot{\mu}\dot{\varphi}_э = 0 \qquad (27)$$

$$\frac{1}{\mu_0\dot{\mu}} rotrot\dot{A}_э + j\omega\varepsilon_0\dot{\varepsilon} grad\dot{\varphi}_э + j\omega\varepsilon_0\dot{\varepsilon} j\omega\dot{A}_э = \dot{J}_{cm} \qquad (28)$$

$$grad(div\dot{A} + j\omega\varepsilon_0\dot{\varepsilon}\mu_0\dot{\mu}\dot{\varphi}_э) - \nabla^2\dot{A}_э + \gamma^2\dot{A}_э = \mu_0\dot{\mu}\dot{J}_{cm} \qquad (29)$$

$$\nabla^2\dot{A}_э - \gamma^2\dot{A}_э = -\mu_0\dot{\mu}\dot{J}_{cm} \qquad (30)$$

$$\dot{E} = \frac{1}{j\omega\varepsilon_0\dot{\varepsilon}\mu_0\dot{\mu}}(graddiv\dot{A}_э - \gamma^2\dot{A}_э) \qquad (31)$$

$$\dot{E}_t = 0; \quad \partial\dot{E}_n / \partial n = 0, \qquad (32)$$

$$\dot{E}_t^i = \dot{E}_t^{i+1} \qquad (33)$$

$$\dot{E}_{1t} = Z_s\left[n, \dot{H}_1\right] \qquad (34)$$

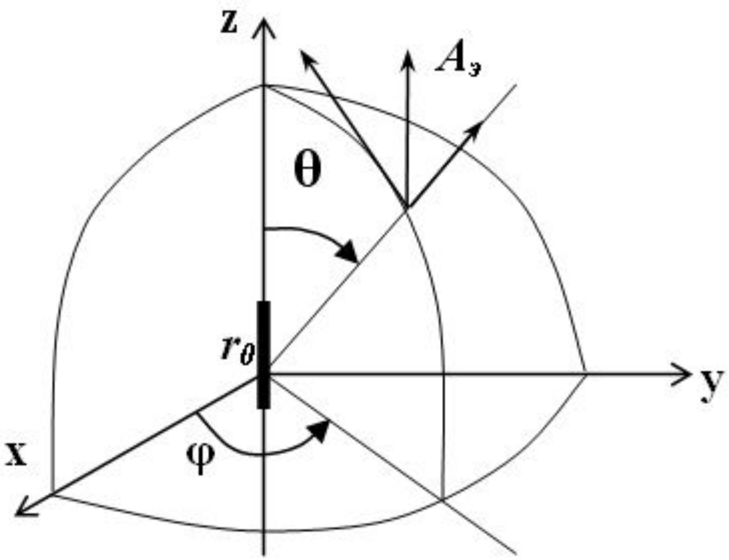
$$Re(Z_s) = R_s = (\sigma_e D_p)^{-1}.$$

$$D_p = \frac{\lambda_0}{\pi\sqrt{2\varepsilon'(1+tg^2\delta)^{0.5}} - 1}$$

Решения неоднородных уравнений ЭМ поля

$$\nabla^2 \dot{U} + \beta^2 \dot{U} = \dot{F} \qquad (35)$$

$$\nabla^2 \dot{G}(r,r_0) + \beta^2 \dot{G}(r,r_0) = \delta(r - r_0) \qquad (36)$$



$$\dot{G}(r,r_0) = -\frac{\exp(-j\beta|r - r_0|)}{4\pi|r - r_0|} \qquad (37)$$

$$\dot{A}_э(r) = \frac{\mu_0 \dot{\mu}}{4\pi}\int_V \dot{J}_{cm}(r_0)\frac{\exp(-j\beta|r - r_0|)}{|r - r_0|}dx_0 dy_0 dz_0 \qquad (38)$$

$$\dot{J}_{cm} = \dot{I}\delta(x_0)\delta(y_0)i_z \qquad (39)$$

$$\dot{E}_r = \frac{1}{j\omega\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\sin\theta \dot{H}_\varphi\right] = \frac{\dot{I}l\beta}{2\pi\omega\varepsilon_0 r^2}\cos\theta\exp(-j\beta r) \qquad (40)$$

$$\dot{E}_\theta = -\frac{1}{j\omega\varepsilon_0 r}\frac{\partial}{\partial r}(r\dot{H}_\varphi) = \frac{j\dot{I}l\beta^2}{4\pi\omega\varepsilon_0}\sin\theta\frac{\exp(-j\beta r)}{r} \qquad (41)$$

$$\dot{H}_\varphi = \frac{j\dot{I}l\beta}{4\pi}\sin\theta\frac{\exp(-j\beta r)}{r} \qquad (42)$$

$\vec{k}$

Поляризация электромагнитных волн

$$\vec{E} = E_x(z,\tau) + E_y(z,\tau) + E_z(z,\tau) \quad (1)$$

$$\vec{H} = H_x(z,\tau) + H_y(z,\tau) + H_z(z,\tau) \quad (2)$$

$$\upsilon(z,\tau) = V\cos(\omega\tau - kz)$$

$$\nabla^2 \begin{Bmatrix} \vec{E} \\ \vec{H} \end{Bmatrix} + (k^2 - \gamma^2) \begin{Bmatrix} \vec{E} \\ \vec{H} \end{Bmatrix} = 0 \quad (3)$$

$$\dot{E}_x(z) = E_m \exp(-j\gamma z) \quad (4)$$

$$H_y(z) = Z_0^{-1} \dot{E}_x \exp(-j\gamma z) \quad (5)$$

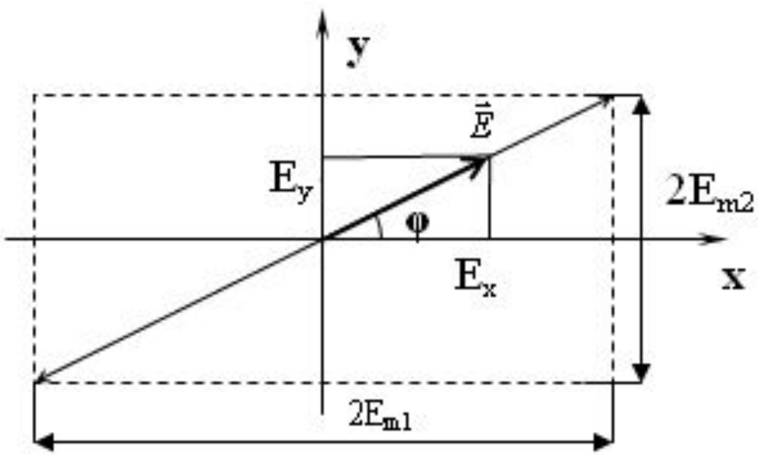


Рис.1.

$$E_x = E_{m1}\cos(\omega\tau)$$
$$E_y = E_{m2}\cos(\omega\tau) \quad (6)$$

$$\mathrm{tg}(\varphi) = Em_2 / Em_1$$

$$E_x = E_{m1}\cos(\omega\tau)$$
$$E_y = E_{m2}\sin(\omega\tau) \quad (7)$$

Поляризация электромагнитных волн

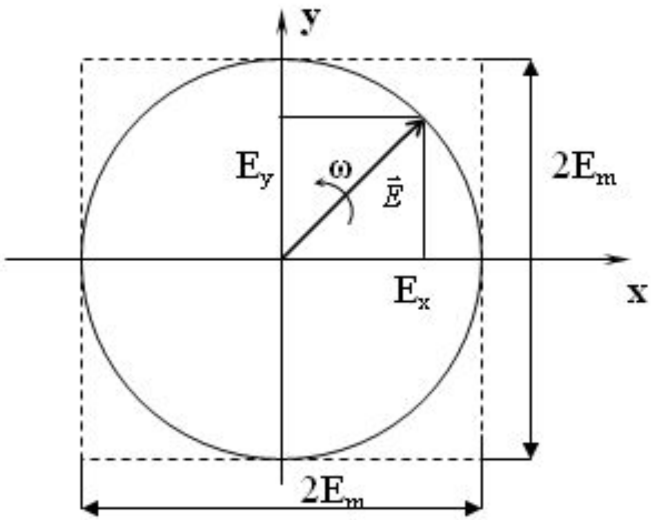


Рис.2

$$\left(\frac{E_x}{E_m}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_m}\right)^2 = 1 \qquad (8)$$

$$E_x = E_{m1}\cos(\omega\tau) \qquad E_y = -E_{m2}\sin(\omega\tau)$$

$$\left(\frac{E_x}{E_{m1}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{m2}}\right)^2 = 1 \qquad (9)$$

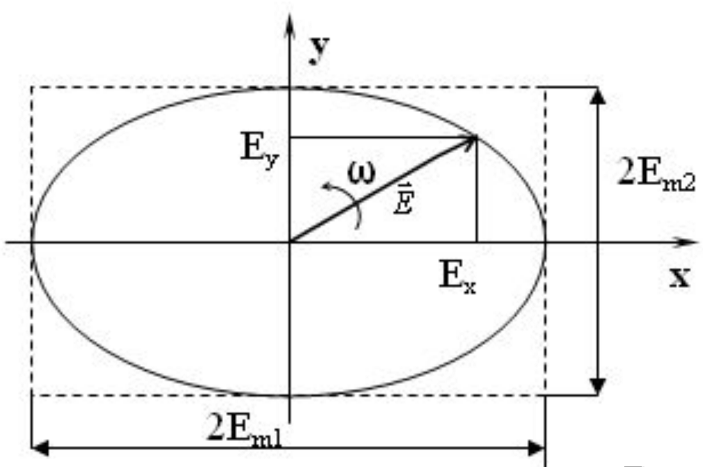


Рис.3

$$P = Z_0^{-1}(E_x^2 + E_y^2) \qquad (10)$$

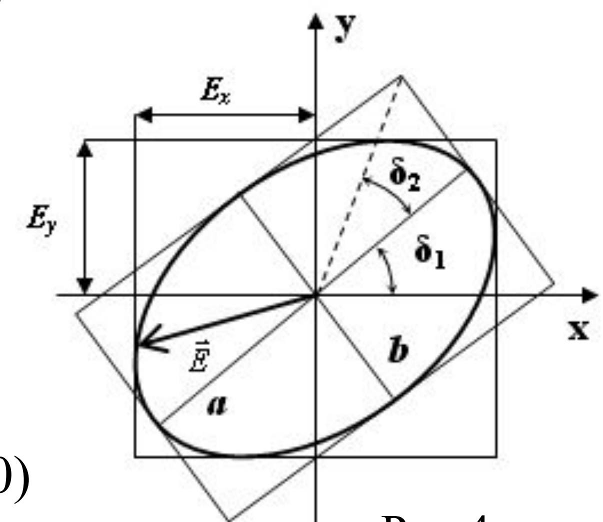


Рис.4

Поляризация электромагнитных волн

$$S_1 = \frac{(E_x^2 - E_y^2)}{Z_0 P} \quad (11) \qquad S_2 = \frac{2E_x E_y \cos\psi}{Z_0 P} \quad (12) \qquad S_3 = \frac{2E_x E_y \sin\psi}{Z_0 P} \quad (13)$$

$\psi = \varphi x - \varphi y$ - разность фаз ортогональных составляющих ($0 \le \psi < 2\pi$).

$$\rho = 0.5(S_1^2 + S_2^2 + S_3^2) \quad (14)$$

$$S_1 = \rho\cos(2\delta_1)\cos(2\delta_2) \quad (15) \qquad S_2 = \rho\sin(2\delta_1)\cos(2\delta_2) \quad (16)$$

$$S_3 = \rho\sin(2\delta_2) \quad (17)$$

Эллипс поляризации (рис.4) характеризуется также углом эллиптичности: $\alpha_e = arctg(b/a)$, где a и b – большая и малая полуоси эллипса. Иногда этот параметр вводят, как $\alpha_e = arth(b/a)$. Значению $\alpha_e = 0$ соответствует линейно поляризованная волна, а $\alpha_e = \pm\infty$ - волна с круговой поляризацией.

Поляризация электромагнитных волн

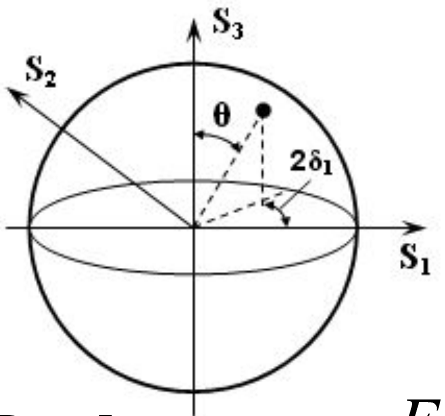


Рис.5

$$e = \sqrt{1 - tg^2(2\delta_2)} \quad (18) \qquad \theta = \frac{\pi}{2} - 2\delta_2 \quad (19)$$

$$S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = P^2 \quad (20)$$

$$E_x(\bar{r}) = E_{xm}\exp(j\phi_0)$$

$$E_y(\bar{r}) = E_{ym}\exp(j\phi_0)\exp(2j\delta_1) \quad (21)$$

$$K(\hat{b}_0) = \begin{bmatrix} E_{xm}^2 & E_{xm}E_{ym}\exp(2j\delta_1) \\ E_{xm}E_{ym}\exp(-2j\delta_1) & E_{ym}^2 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$K(\hat{b}) = \begin{bmatrix} E_{1m}^2 & E_{1m}E_{2m}\exp(2j\delta_1) \\ E_{1m}E_{2m}\exp(-2j\delta_1) & E_{2m}^2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Поляризация электромагнитных волн

$$E(\bar{r}) = \begin{bmatrix} E_{1m} \\ E_{2m}\exp(2j\delta_1) \end{bmatrix} \exp(j\phi_0) \quad (24)$$

$$E_1 = x_1 + jx_2; \quad E_2 = x_3 + jx_4. \quad (25)$$

$$E_1 = [E_{1x}, E_{1y}]^T; \quad E_2 = [E_{2x}, E_{2y}]^T. \quad (26)$$

$$E_{IV} = [x_1 \ \ x_2 \ \ x_3 \ \ x_4]^T \quad (27)$$

Условием формирования линейно поляризованной волны является параллельность векторов E_1 и E_2: $E_2 = nE_1$, где n – произвольное действительное число. Для линейной поляризации под углом 45º $n = 1$.

$$\xi = n(E \times E^*) \quad (28)$$

$$G(\hat{b}_0) = \frac{E_{2m}}{E_{1m}} \exp(2j\delta_1) = \exp(2j\delta_1) tg(\delta_2) \quad (29)$$

Особенности взаимодействия поляризованных электромагнитных волн с различными объектами

$$\dot{\varepsilon} = \varepsilon' - j\varepsilon'' \qquad \dot{\mu} = \mu' - j\mu'' \qquad \sigma_e = \omega\varepsilon_0\varepsilon''$$

$$P = dp/dv \qquad \vec{P} = \varepsilon_0 \mathrm{X}_e \vec{E} \qquad \vec{P} = \mu_0 \mathrm{X}_m \vec{H}$$

Виды поляризации диэлектриков: электронная; ионная; дипольно-релаксационная.(ориентационная), ионно-релаксационная, электронно-релаксационная, упруго-дипольная, поляризация ядерного смещения, спонтанная, миграционная.

$$q_v = \omega\varepsilon_0\varepsilon'' E^2 \quad (1) \qquad \vec{D} = \hat{\varepsilon}\vec{E} + \xi\vec{H}; \quad \vec{B} = \eta\vec{E} + \hat{\mu}\vec{H} \quad (2)$$

$$\vec{D} = \varepsilon_r\varepsilon_0\vec{E} + c^{-1}(\xi' - j\xi'')\vec{H}; \quad (3) \qquad \vec{B} = c^{-1}(\xi' + j\xi'')\vec{H} \quad (4)$$

ξ' - параметр невзаимности Теллегена; ξ'' - параметр киральности

Процессы отражения и преломления ЭМ волн на границе раздела сред

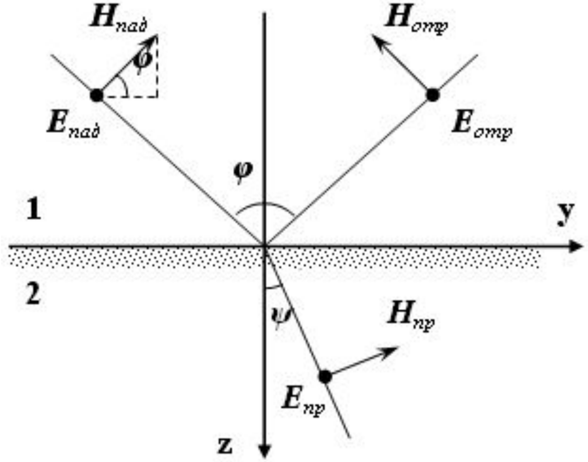


Рис.1

$$R_{\perp} = \frac{\vec{E}_{отр}}{\vec{E}_{пад}} \quad (4) \qquad T_{\perp} = \frac{\vec{E}_{пр}}{\vec{E}_{пад}} \quad (5)$$

$$R_{\perp} = \frac{Z_{c2}\cos\varphi - Z_{c1}\cos\psi}{Z_{c2}\cos\varphi + Z_{c1}\cos\psi} \quad (6) \qquad T_{\perp} = \frac{2Z_{c2}\cos\varphi}{Z_{c2}\cos\varphi + Z_{c1}\cos\psi} \quad (7)$$

$$R_{\perp} = \frac{\cos\varphi - \sqrt{\varepsilon' - \sin^2\varphi}}{\cos\varphi + \sqrt{\varepsilon' - \sin^2\varphi}} \quad (8) \qquad T_{\perp} = \frac{2\cos\varphi}{\cos\varphi + \sqrt{\varepsilon' - \sin^2\varphi}} \quad (9)$$

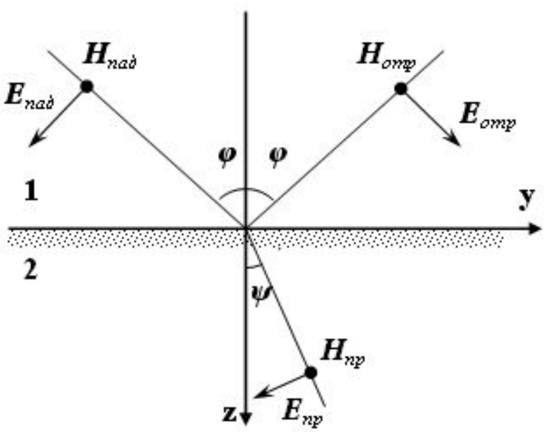


Рис.2

$$R_{//} = \frac{Z_{c2}\cos\psi - Z_{c1}\cos\varphi}{Z_{c2}\cos\psi + Z_{c1}\cos\varphi} \quad (10) \qquad T_{//} = \frac{2Z_{c2}\cos\varphi}{Z_{c2}\cos\psi + Z_{c1}\cos\varphi} \quad (11)$$

$$R_{//} = \frac{\sqrt{\varepsilon' - \sin^2\varphi} - \varepsilon'\cos\varphi}{\sqrt{\varepsilon' - \sin^2\varphi} + \varepsilon'\cos\varphi} \quad (12) \qquad T_{//} = \frac{2\sqrt{\varepsilon'}\cos\varphi}{\sqrt{\varepsilon' - \sin^2\varphi} + \varepsilon'\cos\varphi} \quad (13)$$

Процессы отражения и преломления ЭМ волн на границе раздела сред

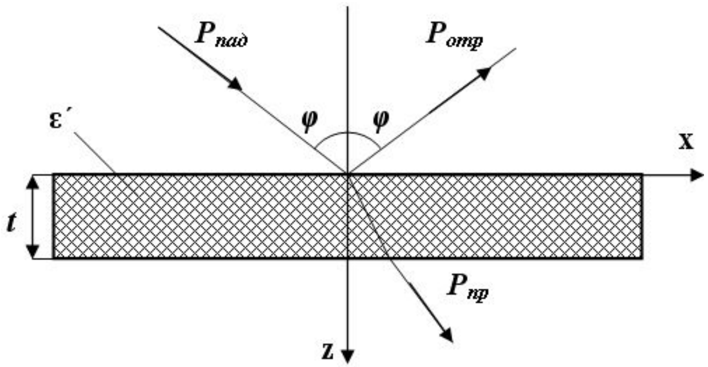


Рис.3

$$|T|^2 = N^2\left[N^2 + \left(\frac{N^2-1}{2}\right)^2 \sin^2\vartheta\right]^{-1} \qquad (14)$$

$$\vartheta = (2\pi t/\lambda)\sqrt{\varepsilon' - \sin^2\varphi} \qquad (15)$$

$$N_\perp = \frac{\cos\varphi}{\sqrt{\varepsilon' - \sin^2\varphi}} \qquad (16) \qquad N_{//} = \frac{\varepsilon'\cos\varphi}{\sqrt{\varepsilon' - \sin^2\varphi}} \qquad (17)$$

$$R_{гп} = \frac{\cos\varphi - \sqrt{\dot{\varepsilon} - \sin^2\varphi}}{\cos\varphi + \sqrt{\dot{\varepsilon} - \sin^2\varphi}} \qquad (18)$$

$$R_{вп} = -\frac{\dot{\varepsilon}\cos\varphi - \sqrt{\dot{\varepsilon} - \sin^2\varphi}}{\dot{\varepsilon}\cos\varphi + \sqrt{\dot{\varepsilon} - \sin^2\varphi}} \qquad (19)$$

$$\widetilde{S} = \frac{\iint\limits_D \exp(-2jkx\sin 2\varphi)\,dxdy}{\iint\limits_D dxdy}\begin{bmatrix} R_{гп} & 0 \\ 0 & R_{вп} \end{bmatrix} \qquad (20)$$

$$R_{вп} = R_{гп}\frac{\cos 2\varphi - R_{гп}}{1 - R_{гп}\cos 2\varphi} \qquad (21)$$

$$\xi = \frac{\sin^2\varphi}{\cos\varphi\sqrt{\dot{\varepsilon} - \sin^2\varphi}}, \text{ при } \varphi \le \varphi_Б \qquad (22)$$

$$\xi = \frac{\cos\varphi\sqrt{\dot{\varepsilon} - \sin^2\varphi}}{\sin^2\varphi} \text{ при } \varphi > \varphi_Б \qquad (23)$$

Процессы отражения и преломления ЭМ волн на границе раздела сред

$$g = \frac{R_{вп}}{R_{гп}} \qquad (24) \qquad\qquad R_{гп} = \frac{\cos 2\varphi - g}{1 - g\cos\varphi} \qquad (25) \qquad\qquad R_{вп} = g\,\frac{\cos 2\varphi - g}{1 - g\cos\varphi} \qquad (26)$$

$$\zeta = \frac{1-g}{1+g},\ \text{при}\ \varphi \le \varphi_Б \qquad (27) \qquad\qquad \zeta = \frac{1-+}{1-g},\ \text{при}\ \varphi > \varphi_Б \qquad (28)$$

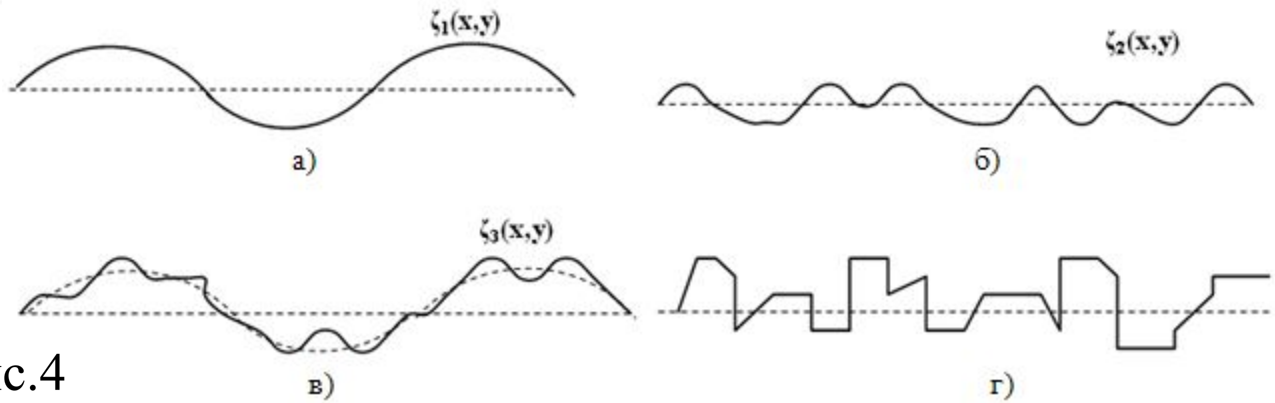


Рис.4

$$S = \begin{bmatrix} \dfrac{a_2 n_z^2}{1 - a_2 n_z^2}(\eta^2 R_{вп} - a_1^2 R_{гп} & \dfrac{a_1 a_2 n_z^2 \eta}{1 - a_2 n_z^2}(R_{гп} + R_{вп}) \\ \dfrac{a_1 a_2 n_z^2 \eta}{1 - a_2 n_z^2}(R_{вп} + R_{гп}) & \dfrac{a_2 n_z^2}{1 - a_2 n_z^2}(a_1^2 R_{вп} - \eta^2 R_{гп} \end{bmatrix} \qquad (29)$$

Процессы отражения и преломления ЭМ волн на границе раздела сред

$$a_1 = \sin\varphi - \tilde{\gamma}\cos\varphi \qquad (30)$$

$$a_2 = \cos\varphi + \tilde{\gamma}\sin\varphi \qquad (31)$$

$$\eta = \frac{d\varsigma}{dx}\sin\varphi - \frac{d\varsigma}{dy}\cos\varphi \qquad (32)$$

$$\tilde{\gamma} = \frac{d\varsigma}{dx}\cos\varphi + \frac{d\varsigma}{dy}\sin\varphi \qquad (33)$$

$$n_z = \left[1 + \left(\frac{d\varsigma}{dx}\right)^2 + \left(\frac{d\varsigma}{dy}\right)^2\right]^{-0.5} \qquad (34)$$

$$R = \frac{Z_m - Z_0}{Z_m + Z_0} \qquad T = \frac{2Z_m}{Z_m + Z_0} \qquad (35)$$

$$Z_m = (1 + j)\sqrt{0.5\mu\omega\sigma_e^{-1}} \qquad (36)$$

$$Q_s = (z_e\,\sigma_e)^{-1} \qquad (37)$$

$$K_\perp = \frac{1}{2Q_s\cos\varphi} \qquad (38)$$

$$K_{//} = \frac{\cos\varphi}{2Q_s} \qquad (39)$$

Метаматериалы для устройств микроволновой и терагерцевой техники

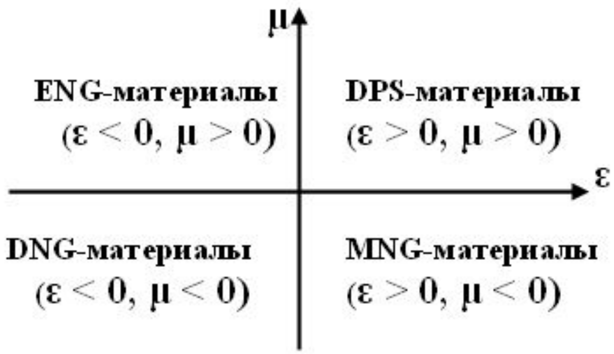


Рис.1

DPS - double positive, дважды позитивные

SNG - single negative, мононегативные

ENG (ε-негативные, $\varepsilon < 0$ и $\mu > 0$),
MNG (μ-негативные, $\varepsilon > 0$ и $\mu < 0$).

$$[\mathbf{kE}] = (\omega/c)\mu\mathbf{H}, \qquad [\mathbf{kH}] = -(\omega/c)\varepsilon\mathbf{E}. \qquad (1)$$

right- и left-handed materials - RHM (правые) и LHM (левые)

$$v_{ф} = \frac{\omega}{k} \qquad (2)$$

$$v_{ф} = \frac{c}{n} \qquad (3)$$

$$v_{гр} = \frac{d\omega}{dk} \qquad (4)$$

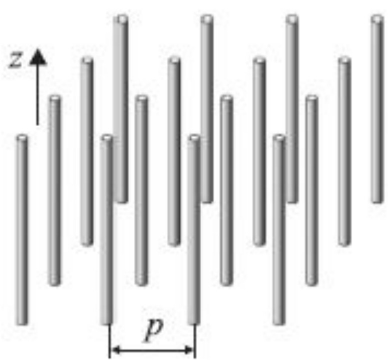


Рис.2

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 + i\omega\zeta} \qquad (5)$$

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{2\pi c^2}{p^2 \ln(p/a)}} \qquad (6)$$

$$\zeta = \frac{2\omega_{pe}^2 \varepsilon_0}{\pi\sigma}\left(\frac{p}{a}\right)^2 \qquad (7)$$

Метаматериалы для устройств микроволновой и терагерцевой техники

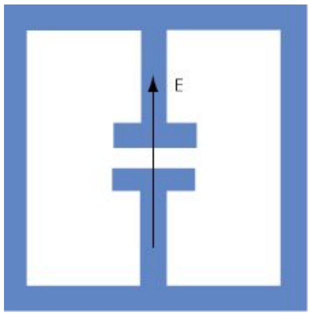


Рис.3

Рис.4

$$\mu(\omega) = 1 - \frac{F\omega^2}{\omega^2 - \omega_{0m}^2 + i\omega\zeta} \qquad (8)$$

$$\omega_{0m} = c\sqrt{\frac{3p}{\pi \ln(2wa^3/\delta)}} \qquad F = \pi\frac{a^2}{p^2} \qquad \zeta = \frac{2pR_1}{a\mu_0} \qquad (9)$$

DNG - double negative, $\varepsilon < 0$ и $\mu < 0$ – пример $La_{2/3}Ca_{1/3}Mn_3$

Рис.5

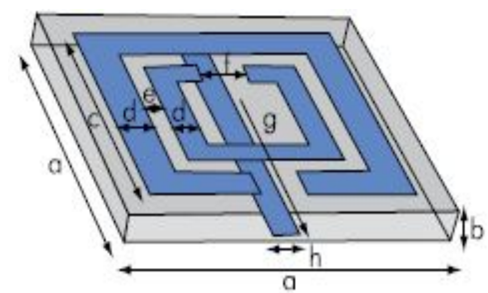
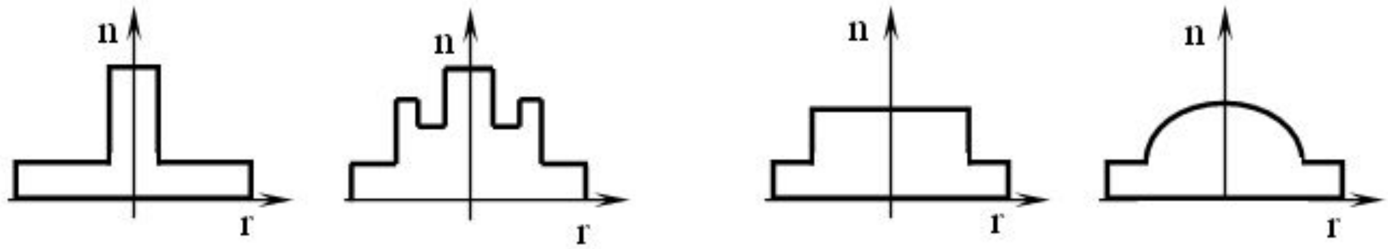


Рис.6

Электромагнитные волны в оптических системах



$$\Phi = \arcsin(NA);\quad \mathrm{NA} = \sqrt{(n_1^2 - n_2^2)} \qquad (1)$$

$$V = 2\pi \frac{a}{\lambda}\sqrt{n_1^2 - n_2^2} \qquad (2)$$

$$n^2 - 1 = \frac{1.6961663 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - (0.0684043)^2} + \frac{0.4079425 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - (0.1162414)^2} + \frac{1.8974794 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - (9.896161)^2} \qquad (3)$$

$$\tau = \sqrt{\tau_0^2 + \tau_1^2 + \tau_2^2}$$

Значение наименьших потерь в ОВ: α= 0,2; 0,5 и 2 дБ/км для λ = 1,55; 1,3 и 0,85 мкм соответственно. Воздействие ионизирующего излучения приводит к увеличению α.

При совместном рассмотрении эффектов поглощения и дисперсии в ОВ, появляются два предпочтительных значения λ: 1,55 мкм (минимальное затухание) и 1,3 мкм (минимальная дисперсия). Первая применяется в одномодовых ОВ, возбуждаемых лазером. Вторая – в многомодовых градиентных ОВ, возбуждаемых светодиодом.

Распространение электромагнитных волн в ступенчатых оптических волокнах

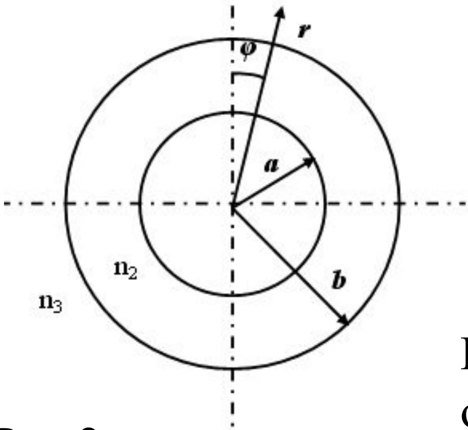


Рис.2

$$rotE = -\frac{\partial B}{\partial t} \qquad rotH = \frac{\partial D}{\partial t} \qquad (4)$$

$$divD = 0 \qquad divB = 0 \qquad (5)$$

Поскольку волна распространяется по оси z, примем общую для всех составляющих поля зависимость от z в виде: $H_z exp(-j\beta z)$ и $E_z exp(-j\beta z)$.

$$k_n = \omega n(\varepsilon_0\mu_0)^{0.5};$$

$$k_{rn}^2 = n^2k^2 - \beta^2$$

$$k = \omega(\varepsilon_0\mu_0)^{0.5};$$

$$(\nabla_\perp^2 + k_{rn}^2)\begin{Bmatrix} E_z \\ H_z \end{Bmatrix} = 0 \quad (6) \qquad \nabla_\perp^2 = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \quad (7)$$

$$n = \begin{cases} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{cases} \qquad k_{rn} = \begin{cases} k_{r1}, & r < a \\ k_{r2}, & a < r < b \\ k_{r3}, & r > b \end{cases} \qquad (8)$$

$$Z_m(k_{rn}r)\begin{Bmatrix} \cos m\phi \\ \sin m\phi \end{Bmatrix}$$

Распространение электромагнитных волн в ступенчатых оптических волокнах

$$\left.\begin{aligned} E_{z1} &= A_E J_m(k_{r1} r)\cos m\phi \\ H_{z1} &= A_H J_m(k_{r1} r)\sin m\phi \end{aligned}\right\} \quad r < a \qquad (9)$$

$$\left.\begin{aligned} E_{z3} &= F_E K_m(jk_{r3} r)\cos m\phi \\ H_{z3} &= F_H K_m(jk_{r3} r)\sin m\phi \end{aligned}\right\} \quad r > b \qquad (11)$$

$$\left.\begin{aligned} E_{z2} &= \left[C_E I_m(jk_{r2} r) + D_E K_m(jk_{r2} r)\right]\cos m\phi \\ H_{z2} &= \left[C_H I_m(jk_{r2} r) + D_H K_m(jk_{r2} r)\right]\sin m\phi \end{aligned}\right\} \quad r < a < b \qquad (10)$$

$$E_r = -\frac{j}{k_{rn}^2}\left[\beta\frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\omega\mu_0}{r}\frac{\partial H_z}{\partial \phi}\right], \qquad (12)$$

$$E_\phi = -\frac{j}{k_{rn}^2}\left[\frac{\beta}{r}\frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \omega\mu_0\frac{\partial H_z}{\partial r}\right], \qquad (13)$$

$$H_r = \frac{j}{k_{rn}^2}\left[\frac{\omega\varepsilon_0 n^2}{r}\frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \beta\frac{\partial H_z}{\partial r}\right], \qquad (14)$$

$$H_\phi = -\frac{j}{k_{rn}^2}\left[\omega\varepsilon_0 n^2\frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\beta}{r}\frac{\partial H_z}{\partial \phi}\right]. \qquad (15)$$

$$\left.\begin{aligned} E_{\phi a} &= E_{\phi b}; E_{za} = E_{zb} \\ H_{\phi a} &= H_{\phi b}; H_{za} = H_{zb} \end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

$$\left.\begin{aligned} E_{\phi b} &= E_{\phi 0}; E_{zb} = E_{z0} \\ H_{\phi b} &= H_{\phi 0}; H_{zb} = H_{z0} \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

Распространение электромагнитных волн в ступенчатых оптических волокнах

$$u = k_{r1}a = a(n_1^2k^2 - \beta^2)^{0.5} \quad (18) \qquad v = jk_{r2}a = a(\beta^2 - n_2^2k^2)^{0.5} \quad (19)$$

$$w = jk_{r3}a = a(\beta^2 - n_3^2k^2)^{0.5} \quad (20) \qquad V^2 = u^2 + v^2 \quad (21)$$

$$B = \frac{(\beta / k)^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2} \quad (22) \qquad Y_m = \frac{J'_m(u)}{uJ_m(u)} \;; \quad \mathrm{U}_m = \frac{K'_m(wp)}{wpK_m(wp)} \quad (23)$$

$$\left.\begin{aligned} W_0 &= I_m(\nu p)K_m(\nu) - I_m(\nu)K_m(\nu p) \\ W_1 &= I_m(\nu)K'_m(\nu p) - I'_m(\nu p)K_m(\nu) \\ W_2 &= I_m(\nu p)K'_m(\nu) - I'_m(\nu)K_m(\nu p) \\ W_3 &= I'_m(\nu p)K'_m(\nu) - I'_m(\nu)K'_m(\nu p) \end{aligned}\right\} \quad (24)$$

$$Z_1^{(H)} = Y_m\left(1 + \upsilon pU_m \frac{W_0}{W_1}\right) \quad (25)$$

$$Z_2^{(H)} = \frac{1}{W_1}\left(pU_mW_2 - \frac{W_3}{\upsilon}\right) \quad (26)$$

$$Z_1^{(E)} = Y_m\left(1 + \left[\frac{n_3}{n_2}\right]^2 \cdot \upsilon pU_m \frac{W_0}{W_1}\right) \quad (27) \qquad Z_2^{(H)} = \left(\left[\frac{n_3}{n_2}\right]^2 \cdot pU_mW_2 - \frac{W_3}{\upsilon}\right)W_1 \quad (28)$$

Распространение электромагнитных волн в ступенчатых оптических волокнах

$$B_3 = \frac{\left(\frac{\beta}{k}\right)^2 - n_3^2}{n_2^2 - n_3^2} \quad (29)$$

$$\left(Z_1^{(H)} + Z_2^{(H)}\right)\cdot\left(n_1^2 Z_1^{(E)} + n_2^2 Z_2^{(E)}\right) = m^2 N^2 \Big\{ Z_1^{(H)} Z_1^{(E)} \cdot \left(u^2 B Y_m\right)^{-2} +$$

$$+ W_0^{-2} \cdot \left(n^2 \upsilon p B_3 W_1\right)^2 \cdot \left[\left(Y_m + \frac{W_2}{\upsilon W_0}\right)\cdot\left(n_1^2 Y_m + n_2^2 \frac{W_2}{\upsilon W_0}\right) - \left(\frac{mN}{u^2 B}\right)^2\right] - \frac{2}{B B_3 \left(u p \upsilon^2 W_1\right)^2} \Big\} \quad (30)$$

$$E_{Z1} = A_E J_m\left(\frac{ur}{a}\right)\cos m\varphi \quad (31)$$

$$H_{Z1} = A_H J_m\left(\frac{ur}{a}\right)\sin m\varphi \quad (32)$$

$$E_{r1} = -j\frac{a}{u}\left(\beta A_E J'_m \frac{ur}{a} + \omega\mu_0 \frac{ma}{ur} A_E J_m \frac{ur}{a}\right)\cos m\varphi \quad (33)$$

$$H_{r1} = -j\frac{a}{u}\left(\omega\varepsilon_0 n_1^2 \frac{ma}{ur} A_E J_m \frac{ur}{a} + \beta A_H J'_m \frac{ur}{a}\right)\sin m\varphi \quad (34)$$

$$E_{\varphi 1} = -j\frac{a}{u}\left(\frac{m\beta a}{ur} A_E J_m \frac{ur}{a} + \omega\mu_0 A_H J'_m \frac{ur}{a}\right)\sin m\varphi \quad (35)$$

$$H_{\varphi 1} = -j\frac{a}{u}\left(\omega\varepsilon_0 n_1^2 A_E J'_m \frac{ur}{a} + \frac{m\beta a}{ur} A_H J_m \frac{ur}{a}\right)\cos m\varphi \quad (36)$$

Распространение электромагнитных волн в ступенчатых оптических волокнах

$$E_{Z2} = D_E K_m\left(\frac{\nu r}{a}\right)\cos m\varphi \qquad (37) \qquad\qquad H_{Z2} = D_H K_m\left(\frac{\nu r}{a}\right)\sin m\varphi \qquad (38)$$

$$E_{r2} = j\frac{a}{\nu}\left(\beta D_E K'_m\frac{\nu r}{a} + \omega\mu_0\frac{ma}{\nu r}D_E K_m\frac{\nu r}{a}\right)\cos m\varphi \qquad (39)$$

$$H_{r2} = j\frac{a}{\nu}\left(\omega\varepsilon_0 n_2^2\frac{ma}{\nu r}D_E K_m\frac{\nu r}{a} + \beta D_H K'_m\frac{\nu r}{a}\right)\sin m\varphi \qquad (40)$$

$$E_{\varphi 2} = -j\frac{a}{\nu}\left(\frac{m\beta a}{\nu r}D_E K_m\frac{\nu r}{a} + \omega\mu_0 D_H K'_m\frac{\nu r}{a}\right)\sin m\varphi \qquad (41)$$

$$H_{\varphi 2} = j\frac{a}{\nu}\left(\omega\varepsilon_0 n_2^2 D_E K'_m\frac{\nu r}{a} + \frac{m\beta a}{\nu r}D_H K_m\frac{\nu r}{a}\right)\cos m\varphi \qquad (42)$$

$$\frac{D_E}{A_E} = \frac{D_H}{A_H} = \frac{J_m(u)}{K_m(\nu)} \qquad (43) \qquad\qquad \frac{A_E}{A_H} = -(Y_m + X_m)\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}u^2 B(mN)^{-1} \qquad (44)$$

$$(Y_m + X_m)(n_1^2 Y_m + n_2^2 X_m) = \frac{m^2 N^2}{(u^2 B)^2} \qquad (45) \qquad Y_m = -\frac{n_1^2 + n_2^2}{2n_1^2}X_m \pm \left[\left(\frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2}X_m\right)^2 + \frac{m^2 N^2}{n_1^2(u^2 B)^2}\right]^{0,5} \qquad (46)$$

Распространение электромагнитных волн в ступенчатых оптических волокнах

$$Y_m = \pm \frac{J_{m \pm 1}(u)}{uJ_m(u)} \mp \frac{m}{u^2} \qquad (47)$$

$$\frac{J_{m-1}(u)}{J_m(u)} = -\frac{n_1^2 + n_2^2}{2n_1^2} uX_m + \left\{ \frac{m}{u} - u\left[m^2\left(\frac{1}{u^2} + \frac{1}{v^2}\right) \times \left(\frac{1}{u^2} + \frac{n_2^2}{n_1^2}\frac{1}{v^2}\right) + \left(\frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} X_m\right)^2 \right]^{0,5} \right\} \qquad (48)$$

$$\frac{J_{m+1}(u)}{J_m(u)} = \frac{n_1^2 + n_2^2}{2n_1^2} uX_m + \left\{ \frac{m}{u} - u\left[m^2\left(\frac{1}{u^2} + \frac{1}{v^2}\right) \times \left(\frac{1}{u^2} + \frac{n_2^2}{n_1^2}\frac{1}{v^2}\right) + \left(\frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} X_m\right)^2 \right]^{0,5} \right\} \qquad (49)$$

$$x_1 \cong -v^2 + \ln\left(\frac{2}{\gamma v}\right) \qquad (50)$$

$ln\gamma$ – постоянная Эйлера

$$\frac{J_0(u)}{uJ_1(u)} = \frac{2n_1^2}{n_1^2 + n_2^2} \ln\frac{2}{\gamma v} \qquad (51)$$

$$u^2 = \frac{\left(1 + \frac{n_1^2}{n_2^2}\right)}{\ln\left(\frac{2}{\gamma v}\right)} \qquad (52)$$

При u→0 и ν→0 данное частное решение соответствует моде с нулевой отсечкой HE_{11}. Вместе с HE_{11} все остальные HE_{mg} – моды также являются решениями (48). Соответственно HE_{mg} – моды являются решениями (49).

Распространение электромагнитных волн в ступенчатых оптических волокнах

$$\mathrm{u} = \left(\mathrm{V}^2 - \nu^2\right)^{0.5} \approx V$$

$$B = \frac{1.26}{V^2}\exp\left\{-\frac{1+\left(\dfrac{n_1}{n_2}\right)^2}{V}\frac{J_0(V)}{J_1(V)}\right\} \qquad (53)$$

Нулевые приближения для $J_0(V)$ и $J_1(V)$ упрощают эту формулу с некоторой потерей точности:

$$B \cong \frac{1.26}{V^2}\exp\left\{-[1+n_1/n_2)^2]\cdot V^{-2}\right\} \qquad (54)$$

$$Y_m + X_m = 0 \qquad (55)$$

$$n_1^2 Y_m + n_2^2 X_m = 0 \qquad (56)$$

Поперечно-электрические H_{0g} моды (TE) принадлежат семейству *EH* – мод, их характеристическое уравнение можно получить из (49) при $m = 0$:

$$\frac{J_1(u)}{uJ_0(u)} = -\frac{K_1(\nu)}{\nu K_0(\nu)} \qquad (57)$$

$$\frac{J_1(u)}{uJ_0(u)} = -\frac{n_2^2}{n_1^2}\frac{K_1(\nu)}{\nu K_0(\nu)} \qquad (58)$$

Распространение электромагнитных волн в ступенчатых оптических волокнах

E_{0g} – моды (*TM*) принадлежат семейству *HE* – мод. Вдали от отсечки любая E_{0g} мода становится вырожденной с H_{0g} – модой того же порядка *n*. По мере приближения к отсечке их вырождение снимается из-за отношения $(n^2{}_2/\,n^2{}_1)$.

$$\frac{K_1(\nu)}{\nu K_0(\nu)} = \frac{1}{\nu^2 \ln\left(\dfrac{2}{\gamma\nu}\right)} \qquad (59)$$

При $\nu \to 0$ оба уравнения приводят к виду: $J_0(u_c) = 0$, то есть условия отсечки для H_{0g} и E_{0g} мод совпадают.