

## 2. ДИНАМИКА.

### 2.1. ЗАКОНЫ НЬЮТОНА. ОСНОВНАЯ ЗАДАЧА ДИНАМИКИ. ПОСТУЛАТЫ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ.

*Первый закон Ньютона (закон инерции)* постулирует и содержит определение **инерциальной системы отсчета (ИСО)** существуют такие системы отсчета, называемые инерциальными, относительно которых тело (МТ) движется прямолинейно и равномерно либо покоится, если отсутствуют какие бы то ни было воздействия на нее со стороны других материальных точек или тел.

МТ либо покоится относительно **ИСО**, либо **движется по инерции**, и это движение в **ИСО** – равномерное и прямолинейное. Из определения **ИСО** следует, что любая **СО**, движущаяся относительно некоторой **ИСО** поступательно, равномерно и прямолинейно, также является **инерциальной системой отсчета**. Система отсчёта, движущаяся ускоренно относительно инерциальной называется **неинерциальной**.

При наличии воздействия на МТ скорость ее изменяется, она приобретает ускорение, которое зависит от **инертности** МТ, а также от **направления** и **интенсивности воздействия**.

**Мерой инертности** материальной точки (тела) является ее **масса**  $m$ . Воздействие на МТ со стороны другой механической системы (материальной точки, тела и т.д. ) определяется векторной величиной – **силой** .

***Второй закон Ньютона гласит:***

ускорение, приобретаемое материальной точкой массы  $m$  под действием силы , сонаправлено с силой, а величина его прямо пропорциональна силе и обратно пропорциональна массе материальной точки:

$$\vec{a} = \vec{F} / m \quad (1 \text{ a})$$

**Второй закон Ньютона** можно записать в форме уравнения движения для МТ:

$$m\vec{a} = \vec{F} \quad (1 б)$$

Если на материальную точку действуют не одна сила, а несколько сил, то

$$m\vec{a} = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k \quad (1 в)$$

Правая часть в (1в) выражает принцип суперпозиции сил.

**Третий закон Ньютона** описывает взаимодействие двух тел (МТ). При взаимодействии двух тел (МТ) силы, которыми они действуют друг на друга, равны по величине и противоположны по направлению:

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1} \quad (2)$$

где  $-\vec{F}_{1,2}$  сила, действующая на тело 1 со стороны тела 2, а  $\vec{F}_{2,1}$  – сила, действующая на тело 2 со стороны тела 1.

**Основная задача динамики** в простейшей постановке формулируется так:

Известны все силы  $\overset{\Delta}{F}_i$ , действующие на все материальные точки системы, известны начальные положения  $\overset{\Delta}{r}_{i0}$  и начальные скорости  $\overset{\Delta}{v}_{i0}$  всех материальных точек системы. Требуется найти закон движения системы,  $\overset{\Delta}{r}_i(t)$  для каждой материальной точки, входящей в состав системы.

## 2.2.СИЛЫ В МЕХАНИКЕ. УПРУГАЯ И КВАЗИУПРУГАЯ СИЛЫ. СУХОЕ И ВЯЗКОЕ ТРЕНИЕ.

### СИЛА УПРУГОСТИ

Рассмотрим легкую (невесомую) пружинку, на которую действует сила  $\vec{F}$  (рис. 2.1).

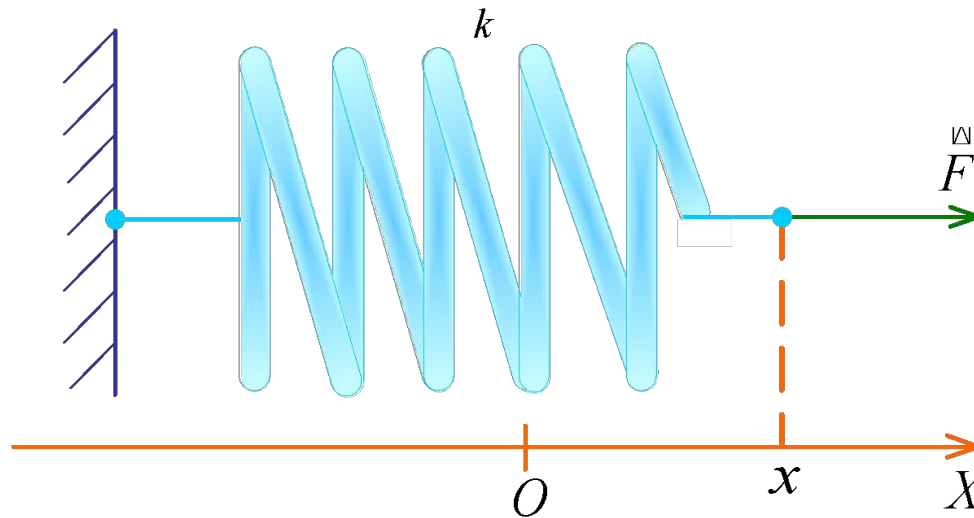


Рис. 2.1

*Ось  $Ox$  направлена от закрепленного конца к свободному концу пружинки вдоль нее; начало  $O$  выбрано в точке, где находится свободный конец недеформированной пружинки.*

Удлинение пружинки:

$$\Delta l = l - l_0 \quad (3)$$

$l_0$  – длина недеформированной пружинки.

Видно, что (см. рис. 2.1),

$$\Delta l = x$$

(4)

$x$  – смещение от положения равновесия.

Если пружинка упругая, то **величина ее удлинения прямо пропорциональна величине деформирующей силы  $|F|$** :

$$|\Delta l| = \frac{1}{k} F \quad (5)$$

Где  $k$  – положительная постоянная, называемая **коэффициентом упругости** или **коэффициентом жесткости** пружинки.

## СИЛА ТРЕНИЯ

**Трение** подразделяют на **сухое** и **вязкое**.

Применительно к **сухому трению** различают **трение скольжения**, **трение покоя** и **трение качения** (подробно будем рассматривать при решении задач).

Сила трения скольжения не зависит от площади соприкосновения трущихся тел и пропорциональна величине **силы нормального давления (нормальной реакции опоры  $N$ )**, прижимающей трущиеся поверхности друг к другу:

$$F_{\text{тр}}^{(\text{ск})} = \mu N \quad (6)$$

Безразмерный коэффициент  $\mu$  называется **коэффициентом трения**. Он зависит от природы и состояния трущихся поверхностей и, в частности, от их шероховатости.



## Вязкое трение.

При движении твердого тела **относительно** жидкости или газа на тело действуют силы сопротивления среды - **силы вязкого трения**.

При малых скоростях тела (когда обтекающая тело среда не образует за телом вихрей), сила сопротивления пропорциональна скорости тела и направлена против скорости:

$$\vec{F}_c = -r\vec{v} \quad (7)$$

*r – положительный коэффициент сопротивления, зависящий от формы и размеров тела, состояния его поверхности и свойства среды, называется вязкостью.*

## 2.3. Силы, действующие на заряженную частицу в статическом однородном электрическом и магнитном полях.

На точечный электрический заряд в электромагнитном поле действует сила:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}] \quad (8)$$

$\vec{E}$  - напряженность электрического поля,  $\vec{B}$  - индукция магнитного поля.

Первое слагаемое – сила, действующая со стороны электрического поля; второе – сила, действующая со стороны магнитного поля.

$$\vec{F}_l = q[\vec{v}, \vec{B}]$$

называется **силой Лоренца**.

**PS.** 1) Магнитное поле на покоящийся заряд не действует: при  $v = 0$  сила Лоренца обращается в нуль.

2) сила Лоренца перпендикулярна и скорости частицы и индукции магнитного поля  $\vec{B}$  и является центростремительной силой:

$$\vec{F}_l \perp \vec{v}, \quad \vec{F}_l \perp \vec{B}$$

**Рассмотрим** уравнение движения частицы  $q$  с зарядом и массой  $m$  в электрическом поле  $\vec{E} = \text{const}$

$$m\vec{a} = q\vec{E} \quad (9)$$

В случае  $\vec{E} = \text{const}$  получаем

$$\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E} = \text{const} \quad (10)$$

Тогда проинтегрировав (10) (см. Лекцию №1) можно записать:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \frac{q}{m}\vec{E}t \quad (11)$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0t + \frac{q}{2m}\vec{E}t^2 \quad (12)$$

где  $\vec{v}_0$  – начальная скорость,  $\vec{r}_0$  – начальное значение радиус-вектора частицы. Траектория движения частицы – либо прямая, параллельная силовым линиям поля ( $\vec{v}_0 \uparrow \uparrow \vec{E}$ ,  $\vec{v}_0 \uparrow \downarrow \vec{E}$ ), либо парабола, ось которой параллельна линиям поля  $\vec{E}$ .

Рассмотрим уравнение движения частицы в магнитном поле

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q[\vec{v}, \vec{B}] \quad (13)$$

Разложим скорость частицы на две составляющие:

$$\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp} \quad (14)$$

$\vec{v}_{\parallel}$  – составляющая скорости, направленная параллельно силовым линиям магнитного поля  $\vec{B}$ , а  $\vec{v}_{\perp}$  – составляющая скорости, направленная перпендикулярно силовым линиям.

Очевидно,

$$v_{\parallel} = v |\cos \alpha|, \quad v_{\perp} = v \sin \alpha \quad (15)$$

Здесь угол  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ .

Подставляя разложение (14) в уравнение (13), получаем два уравнения, описывающие движение частицы в магнитном поле

$$m \frac{d\vec{v}_{\parallel}}{dt} + m \frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} = q[\vec{v}_{\parallel}, \vec{B}] + q[\vec{v}_{\perp}, \vec{B}] \quad (16)$$

В общем случае движение заряженной частицы в однородном магнитном поле представляет собой движение по цилиндрической спирали, ось которой параллельна силовым линиям (рис. 2.15).

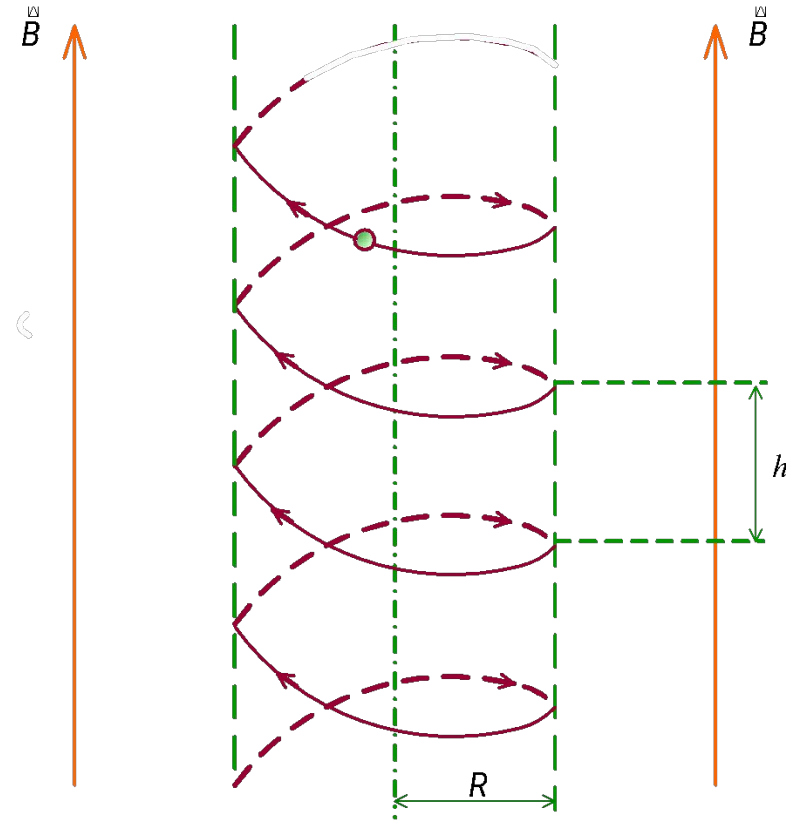


Рис. 2.15

## 2.4. Закон всемирного тяготения и другие силы в механике.

**В ньютоновской механике** гравитационное взаимодействие определяется **законом всемирного тяготения**.

Любые две материальные точки взаимодействуют между собой силами **гравитационного притяжения**; эти силы направлены вдоль отрезка, соединяющего материальные точки, величина этих сил пропорциональна массам материальных точек и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними (см. рис. 2.16):

$$F_{\text{г}} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (25)$$

У поверхности земли соотношение упрощается

$$\vec{F} = m\vec{g} \quad (26)$$

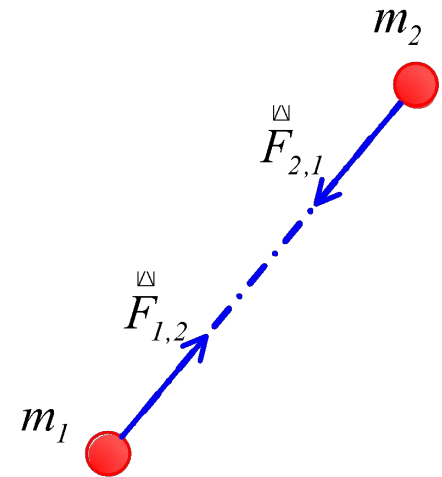


Рис. 2.16

**Силу (26) называют силой тяжести.** Она действует на все тела, находящиеся у поверхности земли.

**Принцип независимости действия сил (принцип суперпозиции).** Если на тело действуют одновременно несколько сил, то каждая из них сообщает этой точке ускорение такое, как если бы других сил не было.

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i \quad (27)$$

$$\vec{a} = \sum_{i=1}^N \vec{a}_i \quad (28)$$

**Сила веса (реакция опоры, натяжение нити) –** сила, которой тело действует на подвес или опору. Может изменять свою величину в неинерциальных системах отсчёта.

**Сила центростремительная** – сила, возникающая при криволинейном движении тел. Её значение связано со значением центростремительного ускорения МТ. Сила фиктивная. Появляется только при действии внешних сил.

## 2.5. Импульс материальной точки и механической системы. Второй закон Ньютона в импульсном представлении. Закон сохранения импульса. Виды столкновений.

**Импульсом материальной точки** называется величина

$$\vec{p} \equiv m\vec{v} \quad (29)$$

где  $m$  – масса МТ,  $\vec{v}$  – ее скорость (мгновенная).

**Импульсом механической системы** (набор материальных точек) называется величина

$$\vec{P} \equiv \sum_i \vec{p}_i = \sum_i m_i \vec{v}_i \quad (30)$$

**Конечным приращением импульса**, получаемым телом при его изменении, называется величина

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \quad (31)$$



Продифференцируем по времени определение импульса, учитывая постоянство массы в (29):

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a} \quad . \quad (32)$$

Отсюда *второй закон Ньютона в импульсном представлении* имеет вид:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad , \quad (33)$$

где  $\vec{F}$  – сумма сил, действующих на материальную точку.

Перепишем уравнение движения материальной точки в форме

$$d\vec{p} = \vec{F}dt \quad . \quad (34)$$

Величина  $\vec{F}dt$  называется **элементарным импульсом силы**  $\vec{F}$  ,  
приобретённым за элементарный интервал времени  $dt$  .

## Закон сохранения импульса.

Рассмотрим следствие уравнения движения (33):

$$\overset{\nabla}{F}^{(ex)} = 0 \quad \Rightarrow \quad \overset{\nabla}{P} = const \quad . \quad (35)$$

**т.е. если сумма внешних сил, действующих на систему, равна нулю, то импульс системы сохраняется.** Система тел, в которой сохраняется полный импульс, называется замкнутой.

**Существует два типа столкновения тел, при которых выполняется закон сохранения импульса: упругие столкновения и неупругие.**

Для них закон сохранения импульса записывается по разному.

Для упругого столкновения двух тел имеем (количество импульсов до и после удара одинаково):

$$\overset{\square}{p}_1 + \overset{\square}{p}_2 = \overset{\square}{p}_1' + \overset{\square}{p}_2' , \quad (36)$$

где  $\overset{\square}{p}_1, \overset{\square}{p}_2$  – импульсы тел до столкновения, а  $\overset{\square}{p}_1', \overset{\square}{p}_2'$  – после столкновения.

Для неупругого удара (количество импульсов в системе после удара уменьшается):

$$m_1 \overset{\square}{v}_1 + m_2 \overset{\square}{v}_2 = (m_1 + m_2) \overset{\square}{u} \quad (37)$$

где  $\overset{\square}{u}$  – скорость **составного** тела после удара. Примеры решения задач на практике.