

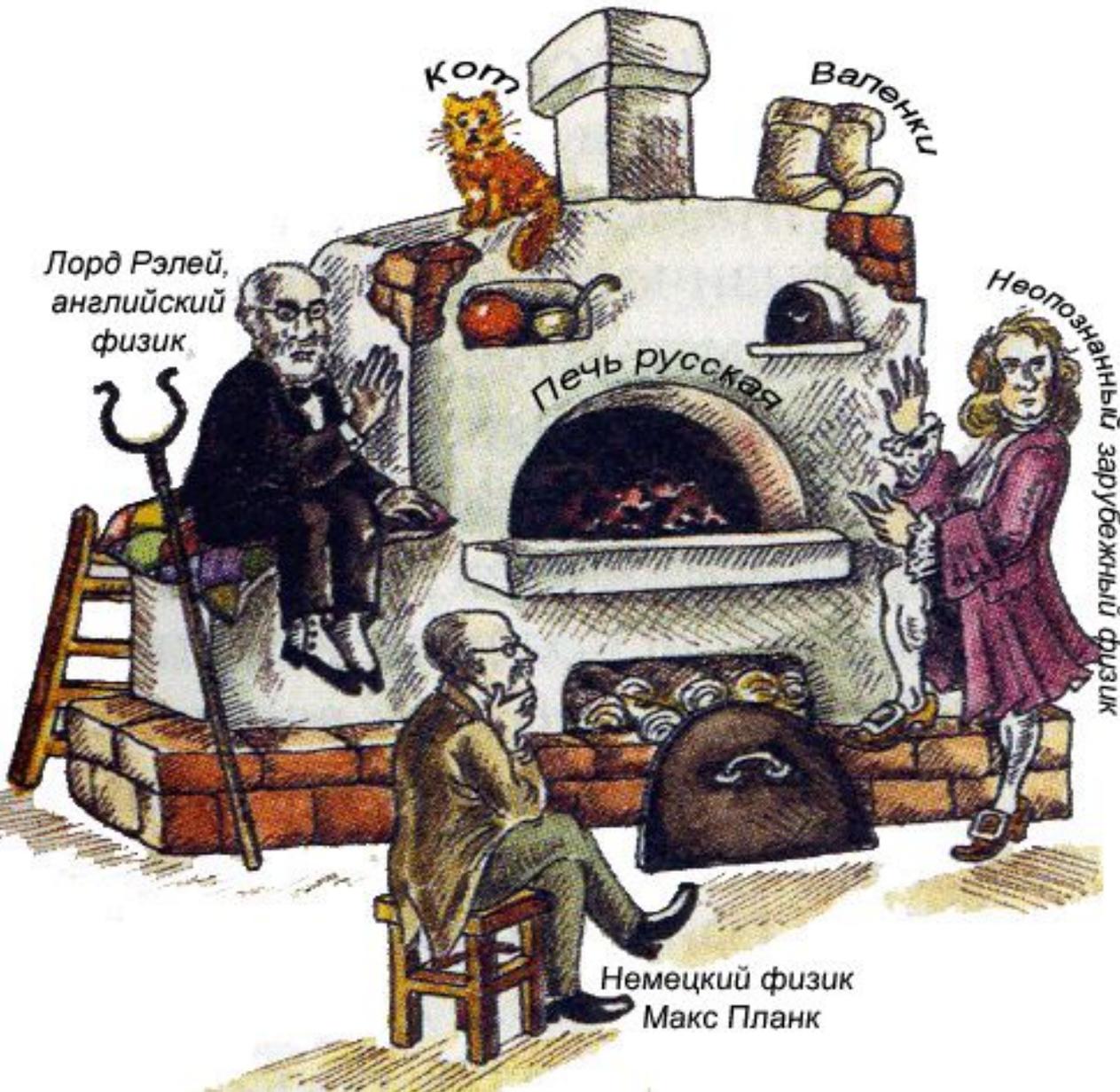
# 5. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ.

## 5.1. Основные экспериментальные закономерности.

Ещё в середине XVII века флорентийские академики проводили опыты, доказывающие, что «холод», идущий от глыбы льда охлаждает шарик термоскопа.

«Зеркала Пикте». Отражение тепловых лучей вогнутыми зеркалами.

В. Гершель открыл невидимые «тепловые» лучи за красной частью видимого спектра.



Все знали, что нагретые тела излучают не только тепло, но и свет, но никто не знал, почему.

# Основные определения и величины.

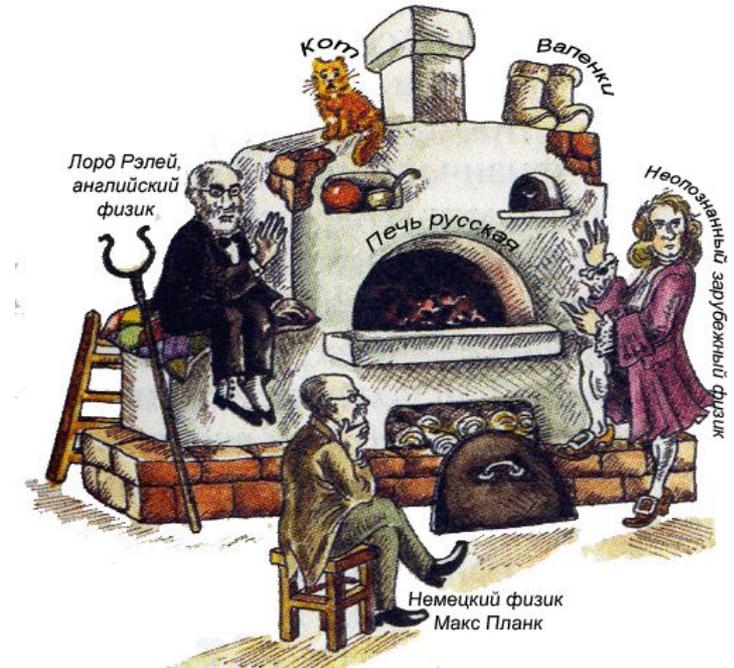
**Тепловое излучение** – убыль энергии тела в результате испускания электромагнитных волн.

**Спектральная плотность излучения** – средняя энергия единицы объёма электромагнитного поля, приходящаяся на частоты в интервале от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$  (или длины волн в интервале от  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$ ).

$$w_\nu = \frac{1}{V} \frac{dE}{d\nu}, \quad w_\lambda = \frac{1}{V} \frac{dE}{d\lambda}.$$

**Поток лучистой энергии** – энергия, излучаемая в единицу времени с единицы площади поверхности тела в направлении нормали к поверхности на всех частотах.

$$\Phi = \frac{\Delta E}{\Delta S \Delta t}, \quad \Phi = \frac{1}{S} \frac{dE}{dt}.$$



# Основные определения и величины.

**Излучательная способность тела (спектральная плотность потока излучения)** – энергия, излучаемая в единицу времени с единицы площади поверхности тела в направлении нормали к поверхности на частотах, принадлежащих малому интервалу от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$  (или с длинами волн в интервале от  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$ ).

$$r_\nu = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\nu} = \frac{1}{S\Delta\nu} \frac{dE}{dt}.$$

$$d\Phi_\nu = r_\nu d\nu, \quad d\Phi_\lambda = r_\lambda d\lambda.$$

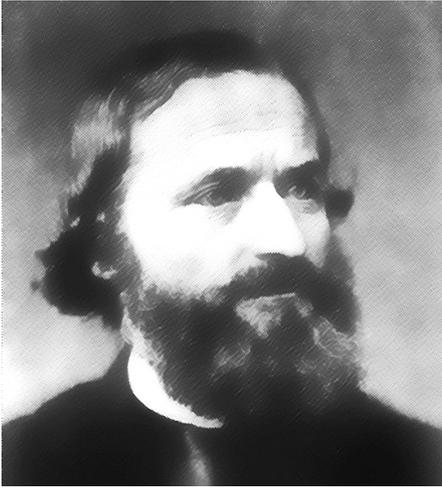
**Поглащательная способность тела** – энергия, поглощаемая в единицу времени единицей площади поверхности тела на частотах, принадлежащих малому интервалу от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$  (или с длинами волн в интервале от  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$ ).

$$a_\nu = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\nu} = \frac{1}{S\Delta\nu} \frac{dE}{dt}.$$

**Интегральная энергетическая светимость** – энергия, излучаемая в единицу времени с единицы площади поверхности тела в направлении нормали к поверхности всех частотах (или на всех длинах волн).

$$R = \int_0^\infty r_\nu d\nu, \quad R = \int_0^\infty r_\lambda d\lambda.$$

# Закон Кирхгофа



Густав Роберт Кирхгоф  
(1824 - 1899)

В 1859 г. исходя из второго закона термодинамики, Кирхгоф сформулировал и доказал экспериментально один из основных законов теплового излучения.

*В состоянии теплового равновесия отношение испускательной способности тела к его поглотительной способности не зависит от природы тела, а определяется только его температурой и длиной волны излучения.*

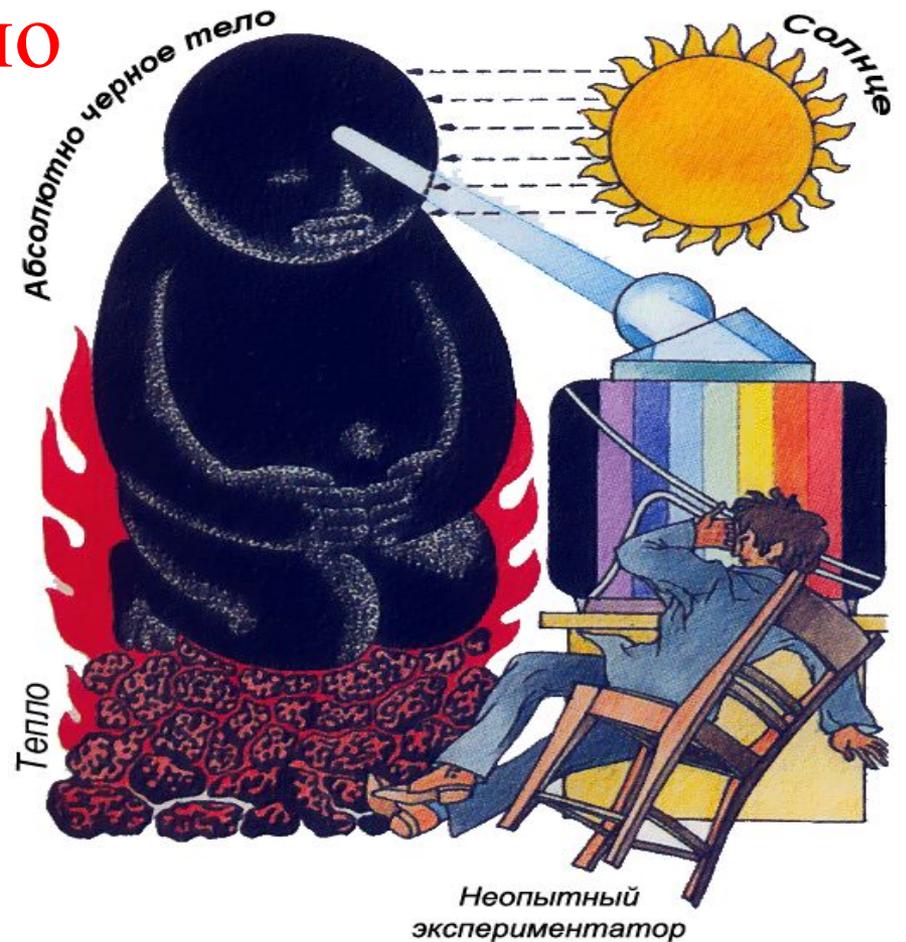
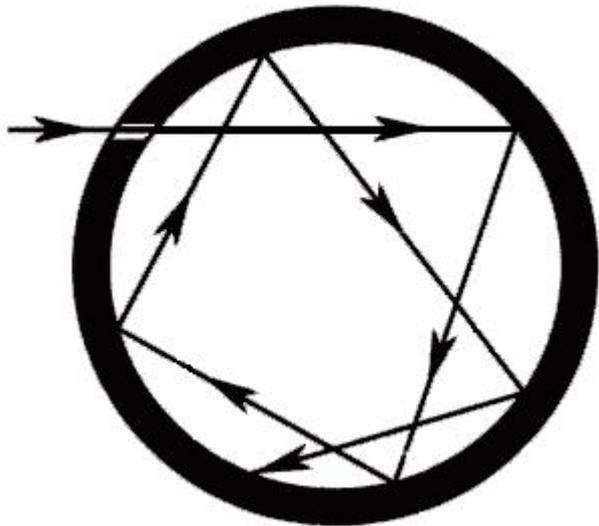
$$\frac{r_\nu}{a_\nu} = f(\nu, T); \quad \frac{r_\lambda}{a_\lambda} = f(\lambda, T).$$

В 1860 г. Кирхгоф доказал теоретически закон, который называют ещё теоремой Кирхгофа. Для доказательства он ввёл понятие абсолютно чёрного тела.

**Абсолютно чёрное тело** – тело, поглощающее всю энергию, падающую на его поверхность.

# Абсолютно черное тело

Такую модель излучающего тела предложил в 1860 г. Г. Р. Кирхгоф. Согласно Кирхгофу, абсолютно черное тело поглощает всю энергию, на него падающую. В результате оно нагревается и начинает излучать энергию.



С очень высокой степенью точности абсолютно черным телом можно считать полость с небольшим отверстием, в которое попадает электромагнитное излучение. В результате многократных неидеальных отражений энергия излучения полностью поглощается.

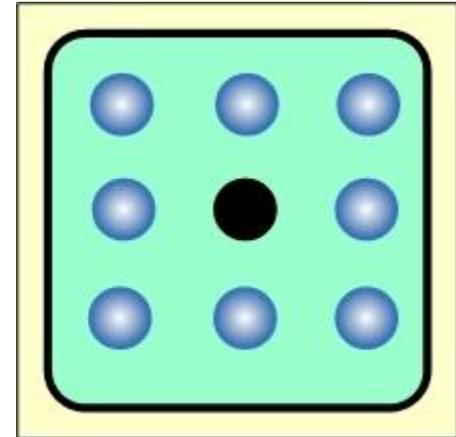
## Теорема Кирхгофа

*В состоянии теплового равновесия отношение испускательной способности тела к его поглотительной способности не зависит от природы тела, а определяется только его температурой и длиной волны (частотой) излучения.*

$$\frac{r_\nu}{a_\nu} = f(\nu, T); \quad \frac{r_\lambda}{a_\lambda} = f(\lambda, T).$$

### Доказательство.

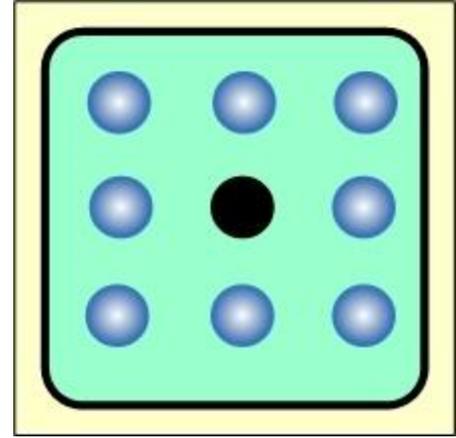
Пусть имеется полость с поглощающими стенками. Внутри этой полости вместе с другими телами находится абсолютно чёрное тело. В полости установилось термодинамическое равновесие. Обмен энергией между телами не прекращается, но проходит без нарушения термодинамического равновесия.



Для всех тел, в том числе и для абсолютно чёрного тела в состоянии термодинамического равновесия количество энергии, излучённой в единицу времени на всех длинах волн равно количеству энергии, поглощённой в единицу времени на всех длинах волн:

$$\iint a_\lambda dS d\lambda = \iint r_\lambda dS d\lambda.$$

$$\iint a_\lambda dS d\lambda = \iint r_\lambda dS d\lambda.$$



Для абсолютно чёрного тела  $a_\lambda = r_\lambda$

для любой температуры и длины волны.

Следовательно, для некоторого участка поверхности любого тела внутри полости

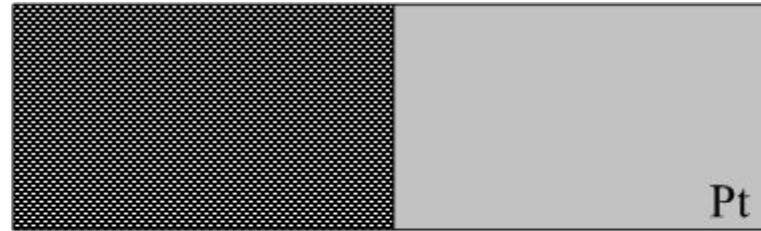
$$a_\lambda dS = r_\lambda dS.$$

Для все тел, в том числе и для абсолютно чёрного тела в состоянии термодинамического равновесия отношение количества энергии, излучённой в единицу времени на данной длине волны к количеству энергии, поглощённой в единицу времени на данной длине волны зависит только от температуры и не зависит от природы тела.

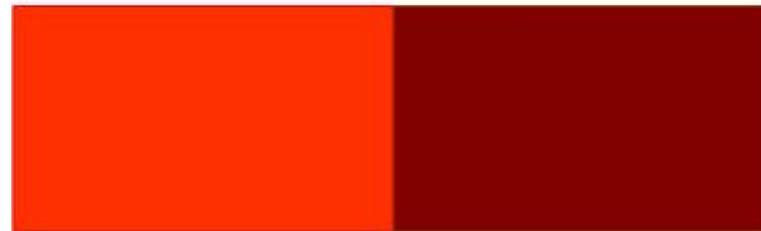
$$\frac{a_\lambda}{r_\lambda} = f(\lambda, T).$$

Согласно закону Кирхгофа зачерненная часть платиновой пластинки при нагревании светится ярче, чем не зачерненная.

Тело, которое при данной температуре лучше испускает волны какой-либо длины, должно их и лучше поглощать.



Низкая температура



Высокая температура



## Экспериментальная зависимость излучательной способности от температуры (закон Стефана – Больцмана).

В 1879 г. Жозеф Стефан из измерений, сделанных им самим, а также из экспериментальных результатов других физиков сделал вывод, что суммарная энергия, излучаемая телом на всех длинах волн (интегральная энергетическая светимость тела)

$$R \propto T^4,$$

где  $T$  – абсолютная температура нагретого тела.

В 1884 г. ученик Стефана Людвиг Больцман, опираясь на теорию электромагнитного поля Максвелла и понятие о давлении световых волн, теоретически обосновал выводы Стефана. Согласно Больцману

$$R = k\sigma T^4,$$

$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}^2/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$  – постоянная Стефана – Больцмана.

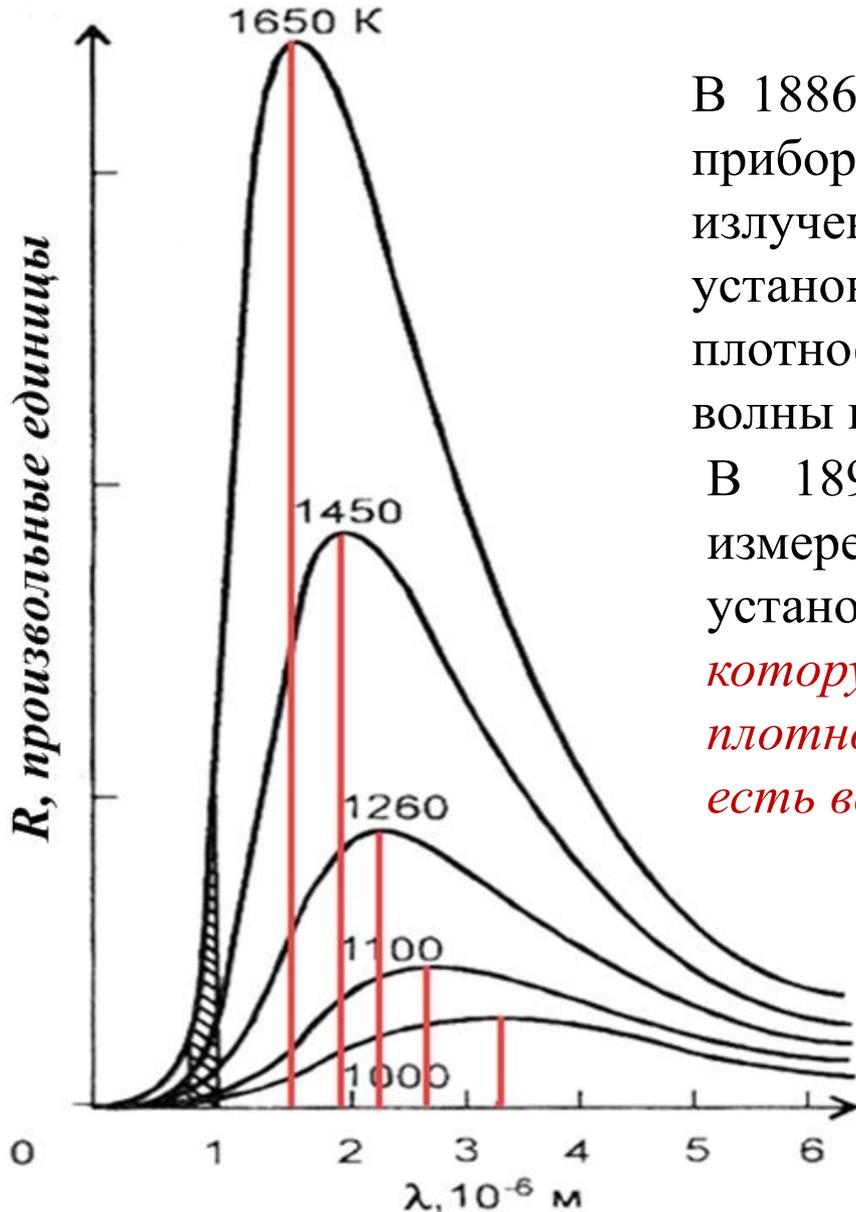
$0 \leq k \leq 1$ ,  $k$  – коэффициент нечёрности.

Например, для человека  $k = 0,3$ .



Людвиг Больцман  
(1844 - 1906)

## Экспериментальная зависимость излучательной способности от длины волны (закон смещения или закон Вина).



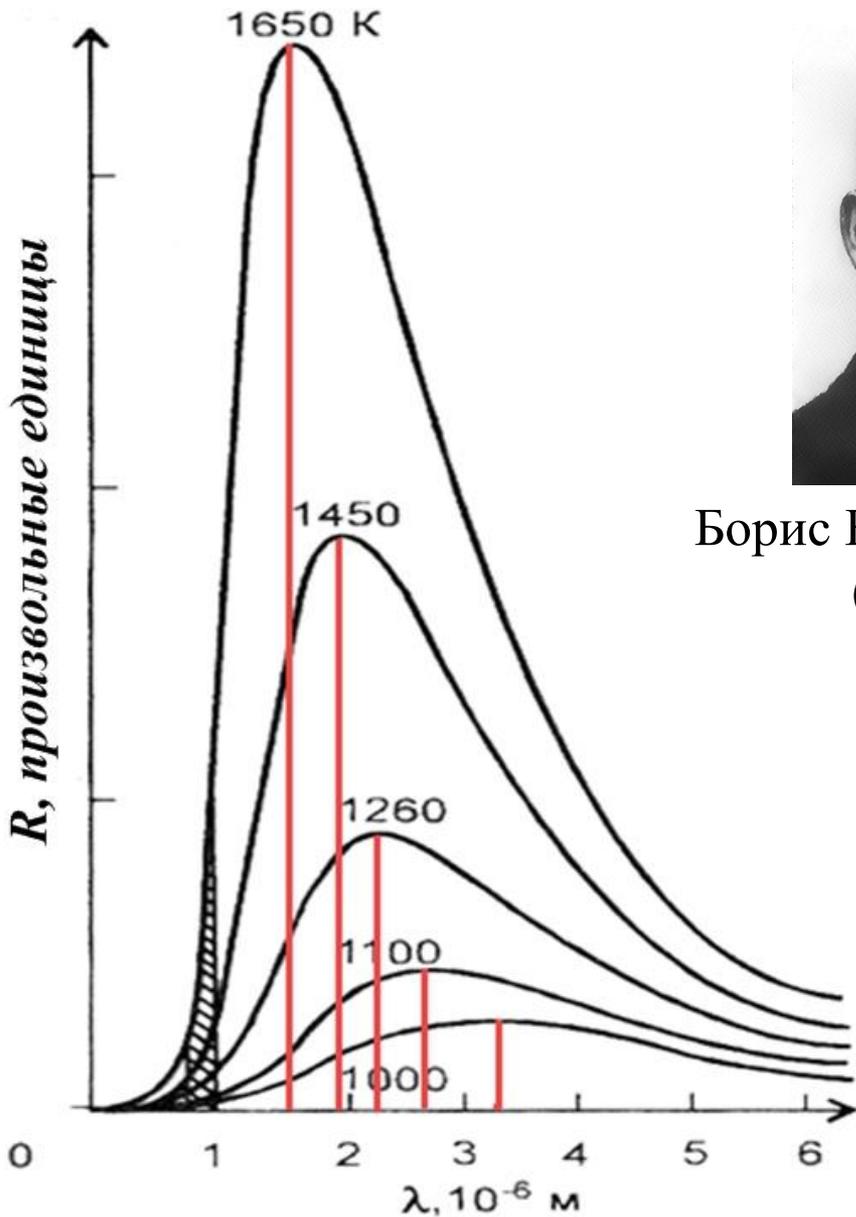
В 1886 г. Самуэль Лэнгли изобрёл болометр – прибор для измерения мощности светового излучения. С помощью своего болометра он установил, что зависимость спектральной плотности излучения нагретого тела от длины волны имеет максимум.

В 1893 г. Вильгельм Вин на основании измерений Б.Б. Голицина и В.А. Михельсона установил, что *произведение длины волны, на которую приходится максимум спектральной плотности излучения на температуру тела есть величина постоянная.*

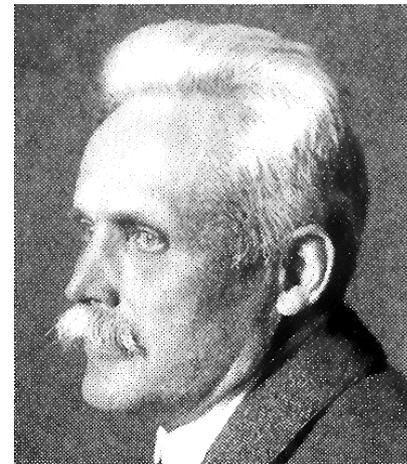
$$\lambda_{\max} T = b,$$

$b = 2,886 \cdot 10^{-3}$  м·К - постоянная Вина.

# Экспериментальная зависимость излучательной способности от длины волны.



Борис Борисович Голицын  
(1862 - 1916)

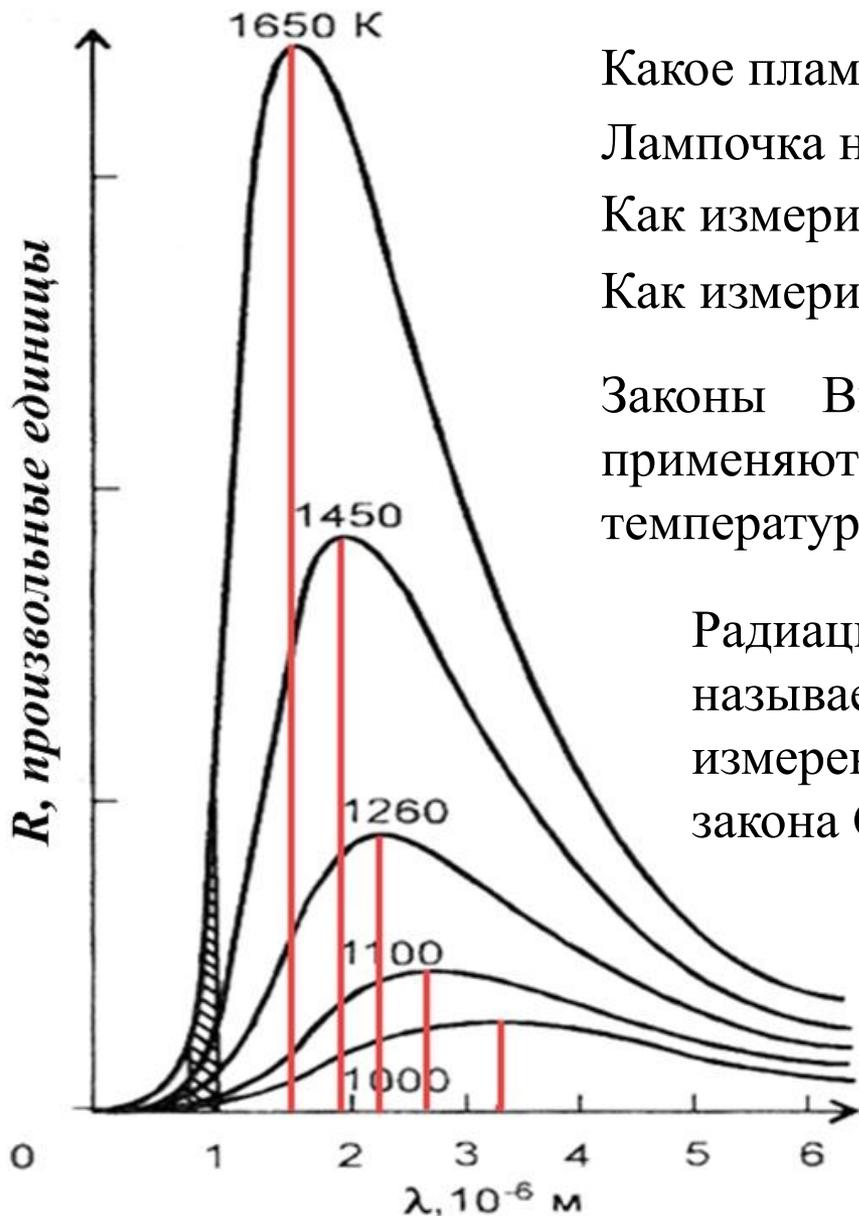


Вильгельм Вин  
(1864 - 1928)

$$\lambda_m T = b$$

$b$  - постоянная Вина,  
 $b = 2,9 \cdot 10^{-3}$  м · К

## Практическое применение законов Стефана – Больцмана и Вина.



Какое пламя жарче - красное или синее?

Лампочка накаливания: осветитель или обогреватель?

Как измерить температуру внутри мартеновской печи?

Как измерить температуру Солнца?

Законы Вина и Стефана – Больцмана широко применяются для дистанционного определения температуры нагретых тел.

Радиационной (излучательной) температурой называется температура тела, определённая путём измерения мощности излучения тела с помощью закона Стефана –Больцмана.

Цветовой температурой называется температура тела, определённая путём определения максимума излучательной способности тела с помощью закона Вина.

5.2. Примеры решения задач.

Законы теплового излучения.

**А8.** Какую энергетическую светимость  $R$  имеет затвердевающий свинец? Отношение энергетических светимостей свинца и абсолютно черного тела для данной температуры ( $T = 600 \text{ K}$ )  $k = 0,6$ .

**Дано:**

$$k = 0,6$$

$$T = 600 \text{ K}$$

---

$R - ?$

**Решение.**

Энергетическая светимость нагретого тела определяется законом Стефана – Больцмана

$$R = k\sigma T^4.$$

$$R = k\sigma T^4 = 0,6 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 6^4 \cdot 10^8 \approx 4,6 \cdot 10^3 (\text{Вт}).$$

**Ответ:**  $R = 4,6 \text{ кВт/м}^2$ .

Оценить, какую мощность излучает средних размеров студент ТИ ЮФУ.

Решение.

**Дано:**  
 $k = 0,3$   
 $T = 36,6 \text{ } ^\circ\text{C}$

Энергетическая светимость нагретого тела определяется законом Стефана – Больцмана

$$R = k\sigma T^4.$$

**$P - ?$**  Энергетическая светимость есть мощность излучения, испускаемого с единицы площади поверхности тела. Нужно оценить площадь поверхности средних размеров студента.

По моим оценкам площадь поверхности среднего студента (площадь шкурки) может составить  $S \approx 2 - 2,5 \text{ м}^2$ .

Из литературы известно, что «коэффициент серости» составляет  $k = 0,3$ .

$$P = RS = k\sigma T^4 S.$$

$$P = k\sigma T^4 S = 0,3 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 310^4 \cdot 2,5 \approx 400 \text{ (Вт)}.$$

**Ответ:** 0,4 кВт.

Внимание!! Экономия на отоплении составляет при нынешних расценках на электроэнергию (2,45 руб./кВт·ч) 23 руб. 25 коп. в сутки или 705 руб. 60 коп в месяц (78% от стипендии). Если ваш студент подрастёт, экономия только увеличится!

**49.** Диаметр вольфрамовой спирали в электрической лампочке  $d = 0,3$  мм, длина спирали  $l = 5$  см. При включении лампочки в сеть напряжением  $U = 127$  В через лампочку течет ток  $I = 0,31$  А. Найти температуру спирали. Считать, что при установившемся равновесии все выделяющееся в нити тепло теряется в результате излучения. Отношение энергетической светимости вольфрама и абсолютно черного тела для данной температуры  $k = 0,31$ .

**Дано:**

$$d = 0,3 \text{ мм}$$

$$l = 5 \text{ см}$$

$$U = 127 \text{ В}$$

$$I = 0,31 \text{ А}$$

$$k = 0,31$$

---

$T - ?$

**Решение.**

Излучается то тепло, которое выделяется в результате прохождения электрического тока

$$Q_R = Q_i.$$

В результате прохождения тока выделяется тепло

$$Q_R = UIt.$$

Интегральная энергетическая светимость  $R$  – энергия, излучаемая в единицу времени с единицы площади поверхности тела к поверхности всех частотах.

$$R = \frac{Q_i}{S_1 t},$$

где  $S_1$  – площадь поверхности спирали.

**А9.** Диаметр вольфрамовой спирали в электрической лампочке  $d = 0,3$  мм, длина спирали  $l = 5$  см. При включении лампочки в сеть напряжением  $U = 127$  В через лампочку течет ток  $I = 0,31$  А. Найти температуру спирали. Считать, что при установившемся равновесии все выделяющееся в нити тепло теряется в результате излучения. Отношение энергетической светимости вольфрама и абсолютно черного тела для данной температуры  $k = 0,31$ .

**Решение (продолжение).**

В результате излучения выделяется тепло  $Q_i = RS_1 t$ .

Будем считать проволоку спирали цилиндром,  $S_1 = \pi dl$ .

Согласно закону Стефана - Больцмана  $R = k\sigma T^4$ .

$$Q_i = k\sigma T^4 \pi dl t.$$

$$Q_R = Q_i. \quad UIt = k\sigma T^4 \pi dl t. \quad T = \left( \frac{UI}{k\sigma \pi dl} \right)^{1/4}.$$

$$T = \left( \frac{UI}{k\sigma \pi dl} \right)^{1/4} = \left( \frac{127 \cdot 0,31}{0,31 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 3,1416 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot 10^{-2}} \right)^{1/4} \approx 2600 \text{ K}.$$

**Ответ:**  $T = 2600 \text{ K}$ .

**A10.** Найти солнечную постоянную  $K$ , то есть количество энергии посылаемое Солнцем в единицу времени через единицу поверхности, перпендикулярной к солнечным лучам и находящуюся на таком же расстоянии от него, как и Земля. Температура поверхности Солнца  $T = 5800$  К. Излучение Солнца считать близким к излучению абсолютно черного тела. Среднее расстояние от земли до Солнца  $r = 1,5 \cdot 10^{11}$  м.

**Дано:**

$$T = 5800 \text{ К}$$

$$r = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$$

---

**$K$  - ?**

**Решение.**

Согласно определению, солнечная постоянная

$$K = \frac{W}{St},$$

где  $W$  – энергия, излучаемая Солнцем,  $S$  – площадь сферы с радиусом, равным радиусу земной орбиты,  $t$  – время.

Интегральная энергетическая светимость  $R$  – энергия, излучаемая в единицу времени с единицы площади поверхности тела к поверхности всех частот.

$$R = \frac{W}{S_1 t},$$

где  $S_1$  – площадь поверхности Солнца.

В результате, энергия, излучаемая Солнцем,

$$W = RS_1 t = R \cdot 4\pi r_C^2 \cdot t.$$

**A10.** Найти солнечную постоянную  $K$ , то есть количество энергии посылаемое Солнцем в единицу времени через единицу поверхности, перпендикулярной к солнечным лучам и находящуюся на таком же расстоянии от него, как и Земля. Температура поверхности Солнца  $T = 5800$  К. Излучение Солнца считать близким к излучению абсолютно черного тела. Среднее расстояние от земли до Солнца  $r = 1,5 \cdot 10^{11}$  м.

**Решение (продолжение).**

$$K = \frac{W}{St}, \quad W = RS_1 t = R \cdot 4\pi r_C^2 \cdot t.$$

$$K = \frac{R \cdot 4\pi r_C^2 \cdot t}{St} = \frac{R \cdot 4\pi r_C^2}{4\pi r^2} = \frac{R \cdot r_C^2}{r^2}.$$

Согласно закону Стефана - Больцмана  $R = k\sigma T^4$ ,  $k = 1$  по условию.

$$K = \frac{R \cdot r_C^2}{r^2} = \frac{\sigma T^4 \cdot r_C^2}{r^2}.$$

Радиус Солнца  $r_C = 6,96 \cdot 10^8$  м.

$$K = \frac{\sigma T^4 \cdot r_C^2}{r^2} = \frac{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (5,8)^4 \cdot 10^{12} \cdot (6,96)^2 \cdot 10^{16}}{(1,5)^2 \cdot 10^{22}} \approx 1,38 \cdot 10^3 \text{ (Вт/м}^2\text{)}.$$

**Ответ:**  $K = 1,38$  кВт/м<sup>2</sup>.

**А11.** Какую энергетическую светимость  $R$  имеет абсолютно черное тело, если максимум спектральной плотности его энергетической светимости приходится на длину волны  $\lambda = 484$  нм?

**Дано:**

$$\lambda_0 = 484 \text{ нм}$$

$$k = 1$$

**$R - ?$**

**Решение.**

Согласно закону Стефана – Больцмана энергетическая светимость абсолютно чёрного тела

$$R = \sigma T^4.$$

Температуру нагретого тела можно определить из закона Вина:

$$\lambda_0 = \frac{b}{T}.$$

$$T = \frac{b}{\lambda_0}, \quad R = \sigma \left( \frac{b}{\lambda_0} \right)^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \left( \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{4,84 \cdot 10^{-7}} \right)^4 \approx 7,35 \cdot 10^7 \text{ (Вт/м}^2\text{)}.$$

**Ответ:**  $R = 73,5 \text{ МВт/м}^2$ .

**A12.** На какую длину волны  $\lambda$  приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела, имеющего температуру, равную температуре человеческого тела, то есть  $T = 310 \text{ K}$ ?

***Дано:***

$$T = 310 \text{ K}$$

$$k = 1$$

$$\lambda_0 - ?$$

**Решение.**

Согласно закону Вина длина волны, на которую приходится максимум энергетической светимости нагретого тела

$$\lambda = \frac{b}{T}.$$

$$\lambda = \frac{b}{T} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{310} \approx 9,3 \cdot 10^{-6} \text{ (м)}.$$

**Ответ:**  $\lambda = 9,3 \text{ мкм}$ .

**A13.** Поверхность тела нагрета до температуры  $T = 1000$  К. Затем одна половина этой поверхности нагревается на  $\Delta T = 100$  К, другая охлаждается на  $\Delta T = 100$  К. Во сколько раз изменится энергетическая светимость  $R$  поверхности этого тела?

**Дано:**

$$T = 1000 \text{ К}$$

$$\Delta T = 100 \text{ К}$$

$$T_1 = T + \Delta T$$

$$T_2 = T - \Delta T$$

$$R_2/R_1 - ?$$

**Решение.**

Интегральная энергетическая светимость  $R$  – энергия, излучаемая в единицу времени с единицы площади поверхности тела к поверхности всех частот.

$$R = \frac{W}{St},$$

где  $S$  – площадь поверхности излучающего тела.

Согласно закону Стефана – Больцмана энергетическая светимость абсолютно чёрного тела

$$R = k\sigma T^4.$$

Энергия, излучаемая телом до нагрева и охлаждения его частей

$$W = RSt = k\sigma T^4 St.$$

Так как тело разделено на две половины, энергия, излучаемая телом

$$W' = W_1 + W_2 = k\sigma T_1^4 \frac{S}{2} t + k\sigma T_2^4 \frac{S}{2} t.$$

**A13.** Поверхность тела нагрета до температуры  $T = 1000$  К. Затем одна половина этой поверхности нагревается на  $\Delta T = 100$  К, другая охлаждается на  $\Delta T = 100$  К. Во сколько раз изменится энергетическая светимость  $R$  поверхности этого тела?

**Решение (продолжение).**

$$W = W_1 + W_2 = k\sigma T_1^4 \frac{S}{2} t + k\sigma T_2^4 \frac{S}{2} t.$$

Отношение энергетических светимостей

$$\frac{R'}{R} = \frac{W'}{St} \frac{St}{W} = \frac{k\sigma T_1^4 \frac{S}{2} t + k\sigma T_2^4 \frac{S}{2} t}{k\sigma T^4 St} = \frac{T_1^4 \frac{S}{2} + T_2^4 \frac{S}{2}}{ST^4} = \frac{T_1^4 + T_2^4}{2T^4}.$$

$$\frac{R'}{R} = \frac{T_1^4 + T_2^4}{2T^4} = \frac{(T + \Delta T)^4 + (T - \Delta T)^4}{2T^4}.$$

$$\frac{R'}{R} = \frac{(1100)^4 + (900)^4}{2 \cdot (1000)^4} \approx 1,06.$$

**Ответ:** увеличится в 1,06 раз.

**A14.** На сколько уменьшится масса Солнца за год вследствие излучения? За какое время  $\tau$  масса Солнца уменьшится вдвое? Температура поверхности Солнца  $T = 5800$  К. Излучение Солнца считать постоянным.

**Дано:**

$$T = 5800 \text{ К}$$

$$t_1 = 1 \text{ год}$$

$$m/m_0 = 0,5$$

**К - ?**

**Решение.**

Масса Солнца уменьшится в результате излучения им энергии. Согласно формуле Эйнштейна

$$E = mc^2,$$

следовательно,

$$\Delta m = \frac{W}{c^2},$$

где  $\Delta E$  – энергия, излучённая Солнцем за время  $t$ .

Согласно закону Стефана – Больцмана энергетическая светимость нагретого тела

$$R = k\sigma T^4.$$

Энергия, излучаемая телом площади  $S$

$$W = RSt = k\sigma T^4 St.$$

Для Солнца коэффициент нечёрности  $k = 1$ .

$$W = \sigma T^4 St = 4\pi r^2 \sigma T^4 t,$$

**A14.** На сколько уменьшится масса Солнца за год вследствие излучения? За какое время  $\tau$  масса Солнца уменьшится вдвое? Температура поверхности Солнца  $T = 5800$  К. Излучение Солнца считать постоянным.

**Решение (продолжение).**

$$W = \sigma T^4 S t = 4\pi r^2 \sigma T^4 t,$$

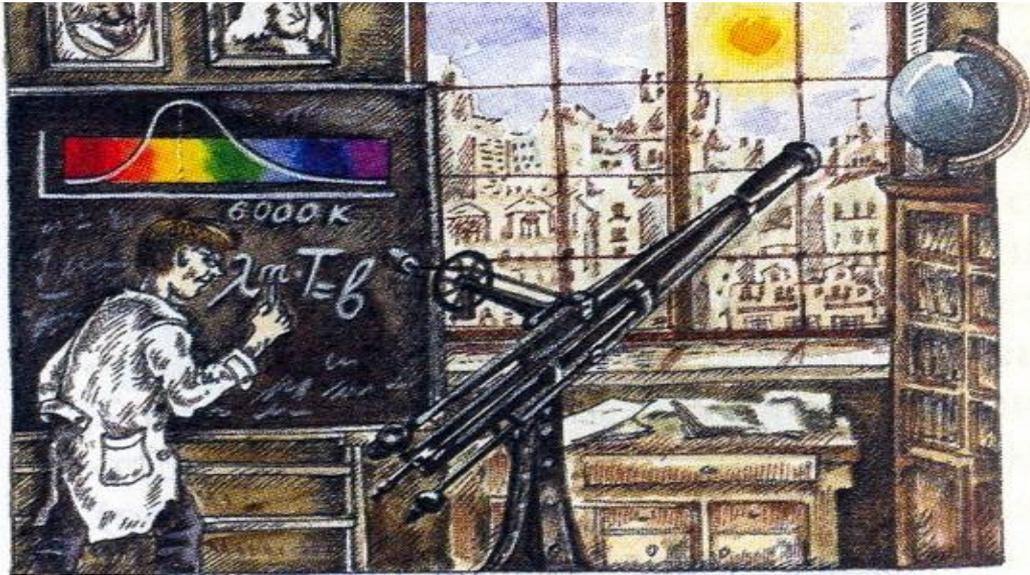
следовательно,

Радиус Солнца  $r = 6,96 \cdot 10^8$  м

$$\Delta m = \frac{W}{c^2} = \frac{4\pi r^2 \sigma T^4 t}{c^2} =$$

$$= \frac{4 \cdot 3,14 \cdot (6,96)^2 \cdot 10^{16} \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (5,8)^4 \cdot 10^{12} \cdot 365,25 \cdot 24 \cdot 3,6 \cdot 10^3}{9 \cdot 10^{16}} \approx 1,4 \cdot 10^{17} \text{ (кг)}.$$

**Ответ:**  $\Delta m = 1,4 \cdot 10^{17}$  кг;



Спектр солнечного излучения представляет собой излучение абсолютно черного тела при  $T = 6259\text{ K}$ .

**Неужели  
Солнце  
абсолютно  
черное?!**



Железный шар диаметром  $d = 10$  см, нагретый до температуры  $T = 1227$  °С, остывает на открытом воздухе. Через какое время  $\tau$  его температура понизится до 1000 К? Отношение энергетических светимостей железа и абсолютно чёрного тела  $k = 0,5$ . Теплопроводностью воздуха пренебречь. Плотность железа  $\rho = 7900$  кг/м<sup>3</sup>.

**Дано:**

$$T_1 = 1500 \text{ К}$$

$$T_2 = 1000 \text{ К}$$

$$d = 10 \text{ см}$$

$$\rho = 7900 \text{ кг/м}^3$$

$$k = 0,5$$

$$\tau - ?$$

**Решение.**

Количество теплоты, запасённое шаром, убывает вследствие излучения энергии, а также процессов теплопроводности и конвекции. При температурах, указанных в условии задачи среди процессов теплопередачи преобладает излучение. Поэтому можно считать, что убыль теплоты шара равна количеству излучённой энергии.

$$dQ = dW.$$

$$dQ = cmdT,$$

$$dW = k\sigma T^4 Sdt,$$

где  $c$  - удельная теплоёмкость железа,  $m$  - масса шара,  $T$  - температура шара в текущий момент времени,  $S$  - площадь поверхности шара,  $k$  - коэффициент нечёрности,  $t$  - время.

$$cmdT = k\sigma T^4 Sdt.$$

Железный шар диаметром  $d = 10$  см, нагретый до температуры  $T = 1227$  °С, остывает на открытом воздухе. Через какое время  $\tau$  его температура понизится до 1000 К? Отношение энергетических светимостей железа и абсолютно чёрного тела  $k = 0,5$ . Теплопроводностью воздуха пренебречь. Плотность железа  $\rho = 7900$  кг/м<sup>3</sup>.

**Решение (продолжение).**

$$cm dT = k\sigma T^4 S dt.$$

Разделим переменные в последнем уравнении.

$$\frac{dT}{T^4} = \frac{k\sigma S}{cm} dt.$$

За время от 0 до  $\tau$  температура шара уменьшится от  $T_1$  до  $T_2$ . Проинтегрируем левую часть уравнения в пределах от  $T_1$  до  $T_2$ , а правую – от 0 до  $\tau$ .

$$\int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T^4} dT = \int_0^{\tau} \frac{k\sigma S}{cm} dt.$$

$$\int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T^4} dT = \frac{k\sigma S}{cm} \int_0^{\tau} dt.$$

Железный шар диаметром  $d = 10$  см, нагретый до температуры  $T = 1227$  °С, остывает на открытом воздухе. Через какое время  $\tau$  его температура понизится до 1000 К? Отношение энергетических светимостей железа и абсолютно чёрного тела  $k = 0,5$ . Теплопроводностью воздуха пренебречь. Плотность железа  $\rho = 7900$  кг/м<sup>3</sup>.

**Решение (продолжение).**

$$\int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T^4} dT = \frac{k\sigma S}{cm} \int_0^{\tau} dt.$$

$$\frac{1}{T_2^3} - \frac{1}{T_1^3} = \frac{k\sigma S}{cm} \tau.$$

$$S = 4\pi r^2, \quad m = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho, \quad \frac{1}{T_2^3} - \frac{1}{T_1^3} = \frac{3k\sigma 4\pi r^2}{c4\pi r^3} \tau.$$

$$\frac{1}{T_2^3} - \frac{1}{T_1^3} = \frac{3k\sigma}{2c\rho d} \tau,$$

$$\tau = \left( \frac{1}{T_2^3} - \frac{1}{T_1^3} \right) \frac{2c\rho d}{3k\sigma}.$$

**Ответ:**  $\tau = 1503$  с = 25 мин. 3 с.







**А9.** Диаметр вольфрамовой спирали в электрической лампочке  $d = 0,3$  мм, длина спирали  $l = 5$  см. При включении лампочки в сеть напряжением  $U = 127$  В через лампочку течет ток  $I = 0,31$  А. Найти температуру спирали. Считать, что при установившемся равновесии все выделяющееся в нити тепло теряется в результате излучения. Отношение энергетической светимости вольфрама и абсолютно черного тела для данной температуры  $k = 0,31$ .

**Дано:**

$$d = 0,3 \text{ мм}$$

$$l = 5 \text{ см}$$

$$U = 127 \text{ В}$$

$$I = 0,31 \text{ А}$$

$$k = 0,31$$

---


$$T - ?$$

**Решение.**

Излучается то тепло, которое выделяется в результате прохождения электрического тока

$$Q_R = Q_i.$$

В результате прохождения тока выделяется тепло

$$Q_R = I^2 R t.$$

Сопротивление спирали лампы

$$R = \frac{\rho l}{S},$$

где  $\rho$  - удельное сопротивление вольфрама,  $l$  - длина спирали,  $S$  - площадь сечения спирали.

$$S = \frac{\pi d^2}{4},$$

$$R = \frac{4\rho l}{\pi d^2},$$

$$Q_R = I^2 \frac{4\rho l}{\pi d^2} t.$$

**А9.** Диаметр вольфрамовой спирали в электрической лампочке  $d = 0,3$  мм, длина спирали  $l = 5$  см. При включении лампочки в сеть напряжением  $U = 127$  В через лампочку течет ток  $I = 0,31$  А. Найти температуру спирали. Считать, что при установившемся равновесии все выделяющееся в нити тепло теряется в результате излучения. Отношение энергетической светимости вольфрама и абсолютно черного тела для данной температуры  $k = 0,31$ .

**Решение (продолжение).**

Интегральная энергетическая светимость  $R$  – энергия, излучаемая в единицу времени с единицы площади поверхности тела к поверхности всех частотах.

$$R = \frac{Q_i}{S_1 t},$$

где  $S_1$  – площадь поверхности спирали.

В результате излучения выделяется тепло  $Q_i = RS_1 t$ .

Будем считать проволоку спирали цилиндром,  $S_1 = \pi dl$ .

Согласно закону Стефана - Больцмана  $R = k\sigma T^4$ .

$$Q_i = k\sigma T^4 \pi dl t.$$
$$Q_R = Q_i. \quad Q_R = I^2 \frac{4\rho l}{\pi d^2} t.$$

$$I^2 \frac{4\rho l}{\pi d^2} t = k\sigma T^4 \pi dl t.$$

**А9.** Диаметр вольфрамовой спирали в электрической лампочке  $d = 0,3$  мм, длина спирали  $l = 5$  см. При включении лампочки в сеть напряжением  $U = 127$  В через лампочку течет ток  $I = 0,31$  А. Найти температуру спирали. Считать, что при установившемся равновесии все выделяющееся в нити тепло теряется в результате излучения. Отношение энергетической светимости вольфрама и абсолютно черного тела для данной температуры  $k = 0,31$ .

**Решение (продолжение).**

$$I^2 \frac{4\rho l}{\pi d^2} t = k\sigma T^4 \pi d l t.$$

$$T^4 = \frac{4I^2 \rho l}{k\sigma \pi d l \cdot \pi d^2} = \frac{4I^2 \rho}{k\sigma \pi^2 d^3}.$$

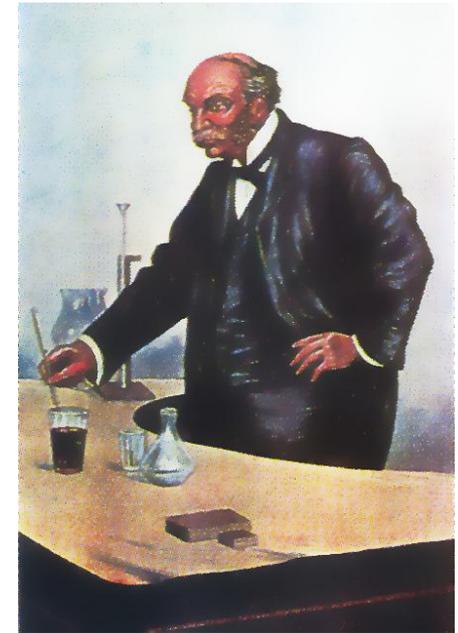
$$T = \sqrt[4]{\frac{4I^2 \rho}{k\sigma \pi^2 d^3}}.$$

# Теория Рэля и Джинса

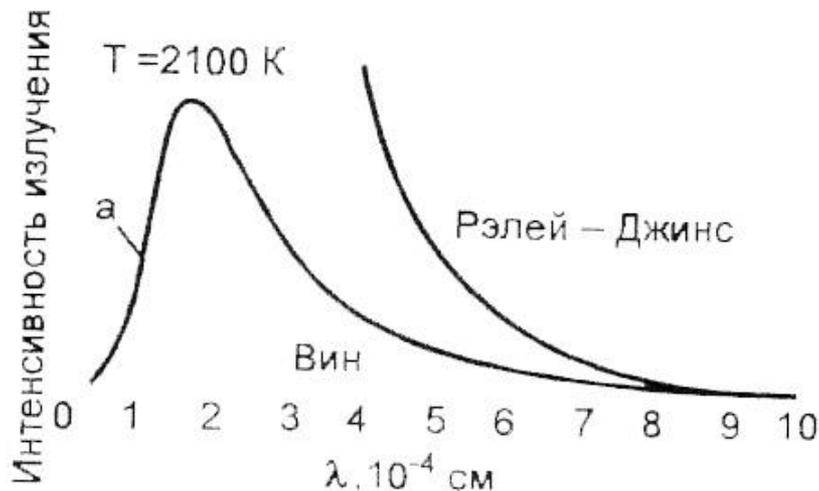


Теория Рэля и Джинса основывалась:

- 1) на классическом предположении о равномерном распределении энергии по степеням свободы;
- 2) условия теплового равновесия нагретого тела с его излучением;
- 3) модели абсолютно черного тела.



Джон Уильям Стретт (Лорд Рэлей)  
(1842 - 1919)



Результат:  
согласие с экспериментом  
наблюдается только для длинных  
волн.

Эта ситуация была названа  
«ультрафиолетовой катастрофой».

# Квантовая гипотеза Планка

Для получения правильной зависимости спектральной плотности излучения от длины волны Планку пришлось отказаться в теории Рэля и Джинса от классического предположения о равномерном распределении энергии по степеням свободы, а также предположить, что энергия может испускаться только порциями - квантами. Величина такой минимальной порции энергии

$$E = h\nu.$$

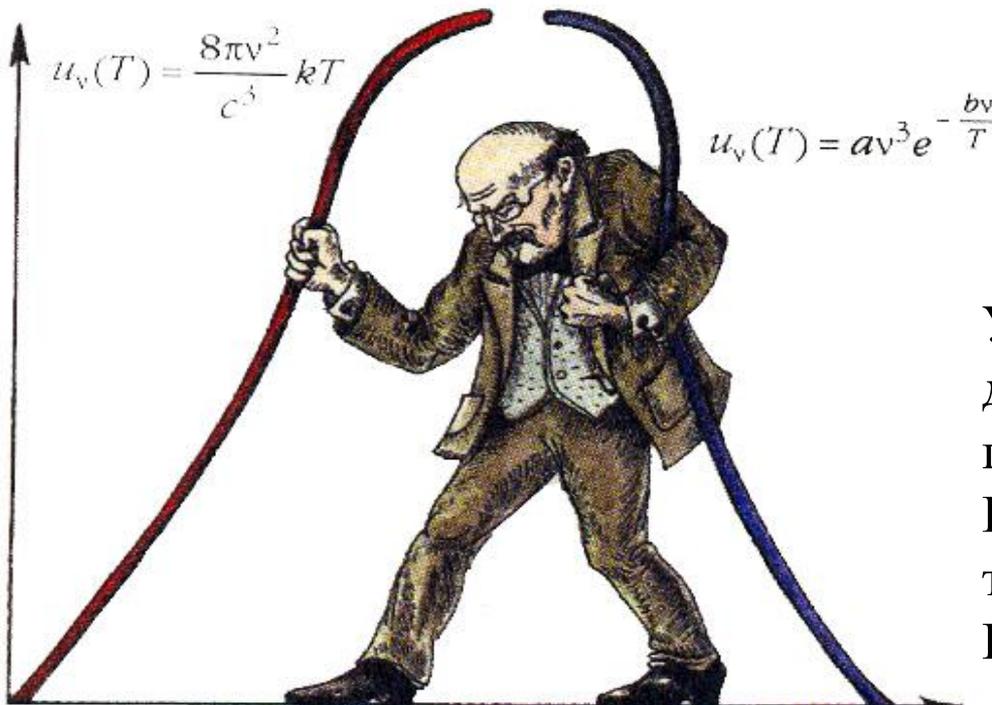


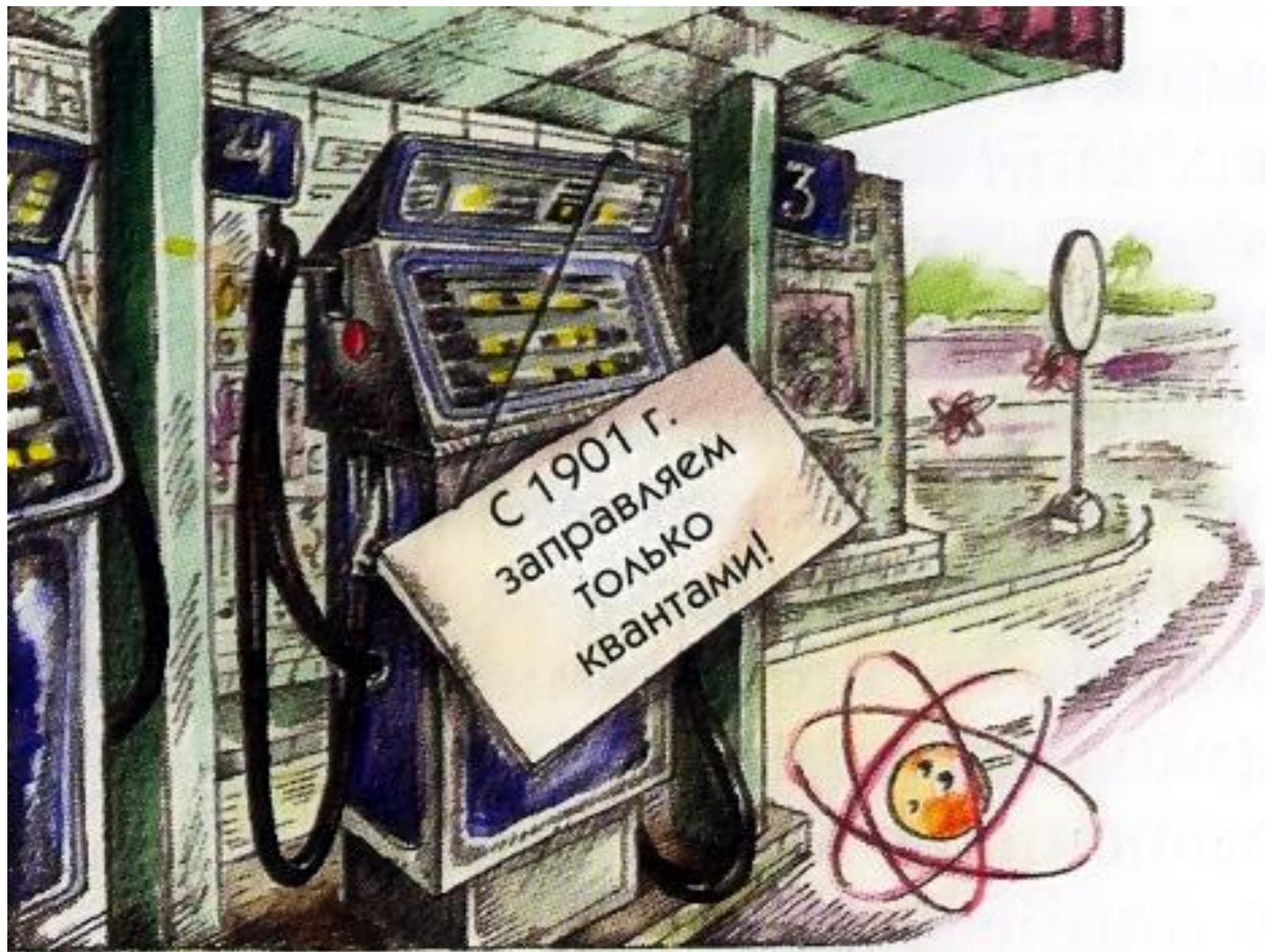
Макс Планк  
(1858 - 1947)

Постоянная Планка

$$h = 6,626122 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

Уже на следующий день после доклада Планка 19 октября 1900 г. один из его коллег, физик Рубенс, подтвердил экспериментально справедливость формулы Планка.





С 1901 г.  
заправляем  
только  
квантами!