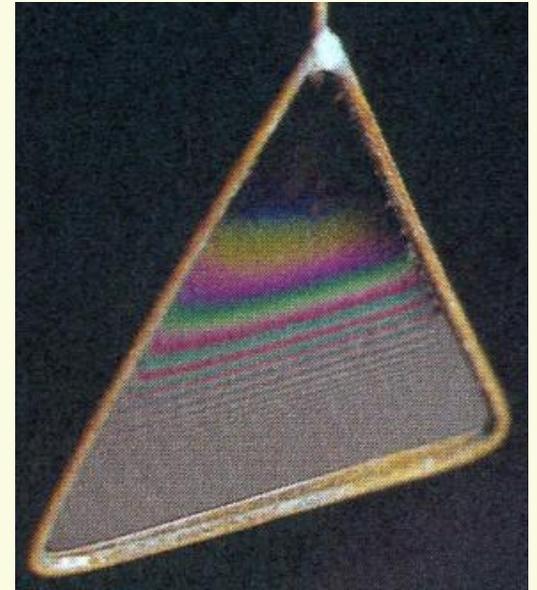


# 3. || Интерференция

# 3.1. Экспериментальное наблюдение интерференции света.

## 3.1.1. Интерференция в тонких плёнках.

1. При освещении тонкой мыльной плёнки белым светом можно наблюдать окрашивание этой плёнки в радужные цвета.
2. При освещении тонкой масляной плёнки на поверхности воды белым светом также можно наблюдать окрашивание этой плёнки в радужные цвета.
3. При освещении тонкой масляной плёнки на поверхности стекла белым светом также можно наблюдать окрашивание этой плёнки в радужные цвета.

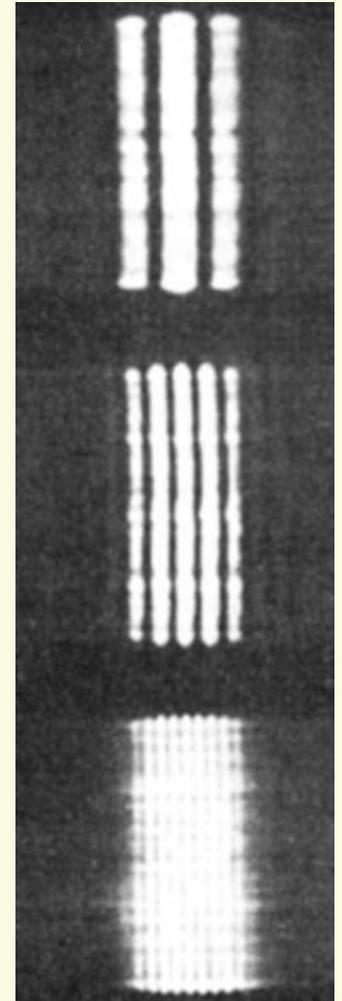


## 3.1.2. Опыт Юнга.

При освещении двух близко расположенных щелей на экране, находящемся за щелями, можно наблюдать картины, подобные показанным на рисунке.

При уменьшении расстояния между щелями расстояние между полосами на экране меняется.

Рассмотрим модель опыта Юнга.



3.2.

**Когерентные волны.**

**Условия максимумов и**

**минимумов освещённости.**

## 3.2.1. Когерентные волны.

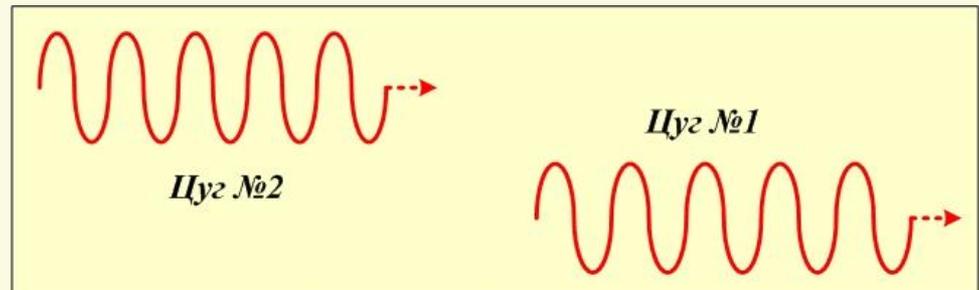
Когерентными называются волны, у которых постоянная разность фаз.

Для плоских волн условием когерентности является равенство частот колебаний:

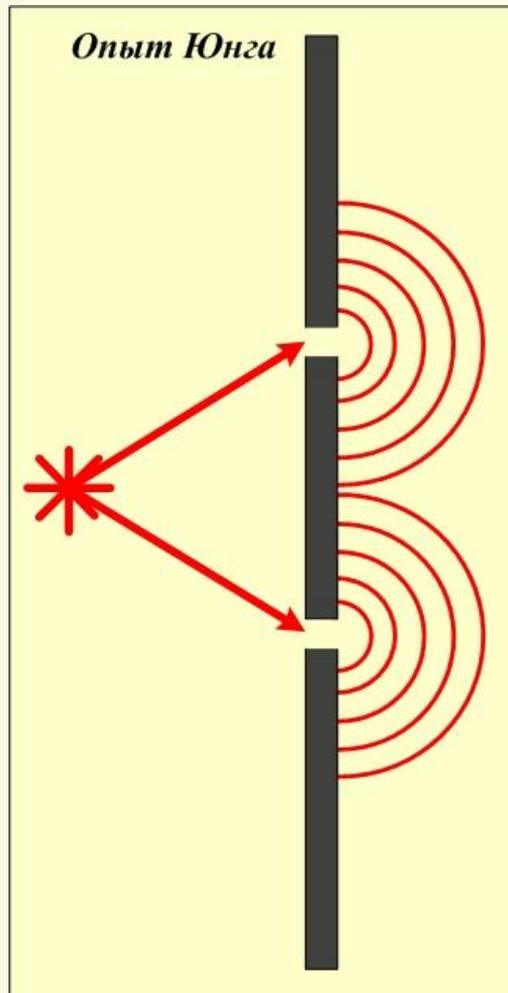
$$E_1 = E_{10} \cos(\omega_1 t - k_1 x + \varphi_1), \quad E_2 = E_{20} \cos(\omega_2 t - k_2 x + \varphi_2).$$

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \varphi_2 - \varphi_1 = \omega_2 t - k_2 x + \varphi_2 - \omega_1 t + k_1 x - \varphi_1 = \\ &= (\omega_2 - \omega_1)t - (k_2 - k_1)x + (\varphi_2 - \varphi_1) = \\ &= (\omega_2 - \omega_1)t - (\omega_2 - \omega_1) \frac{x}{v} + (\varphi_2 - \varphi_1). \end{aligned}$$

Однако, плоских волн, излучаемых бесконечно долго в природе не существует. Одна из моделей излучения – излучение волн цугами (порциями).



## 3.2.1. Когерентные волны.



**Когерентность** – взаимная согласованность протекания во времени световых колебаний в различных точках пространства и (или) времени, характеризующая их способность к интерференции.

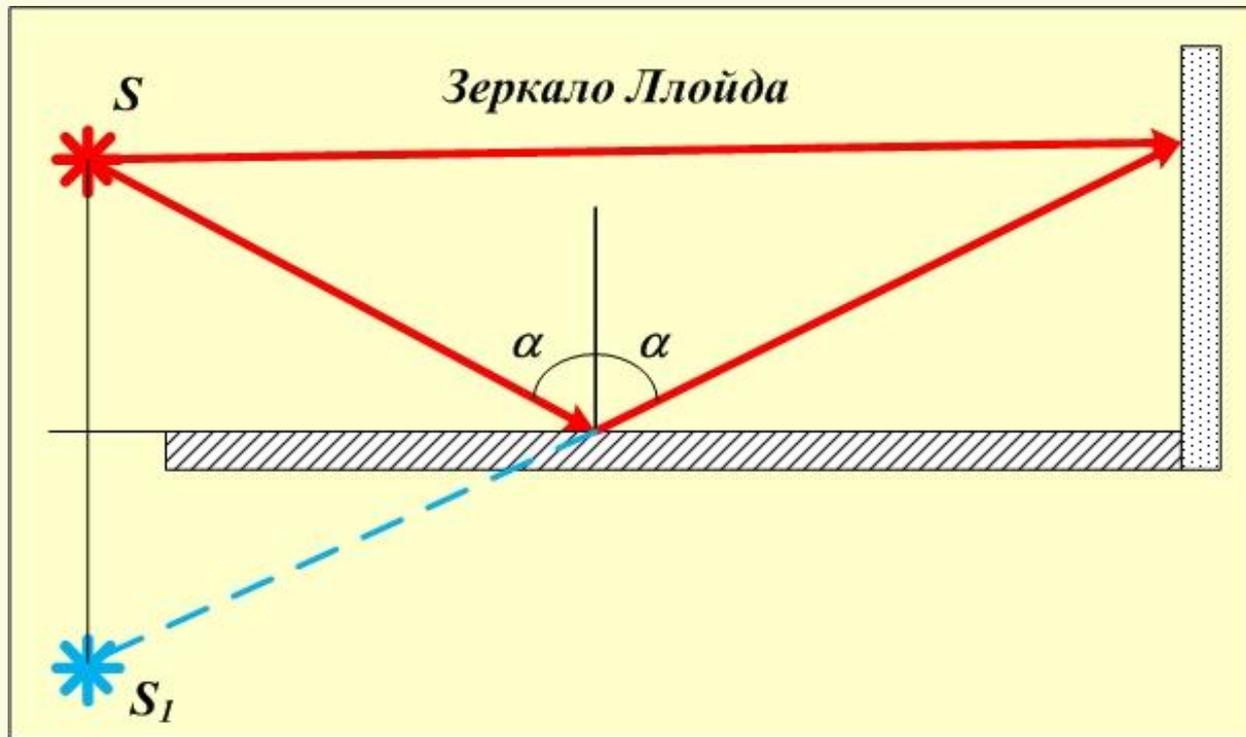
**Временная когерентность** характеризует степень монохроматичности излучения.

**Пространственная когерентность** характеризует геометрические особенности эксперимента.

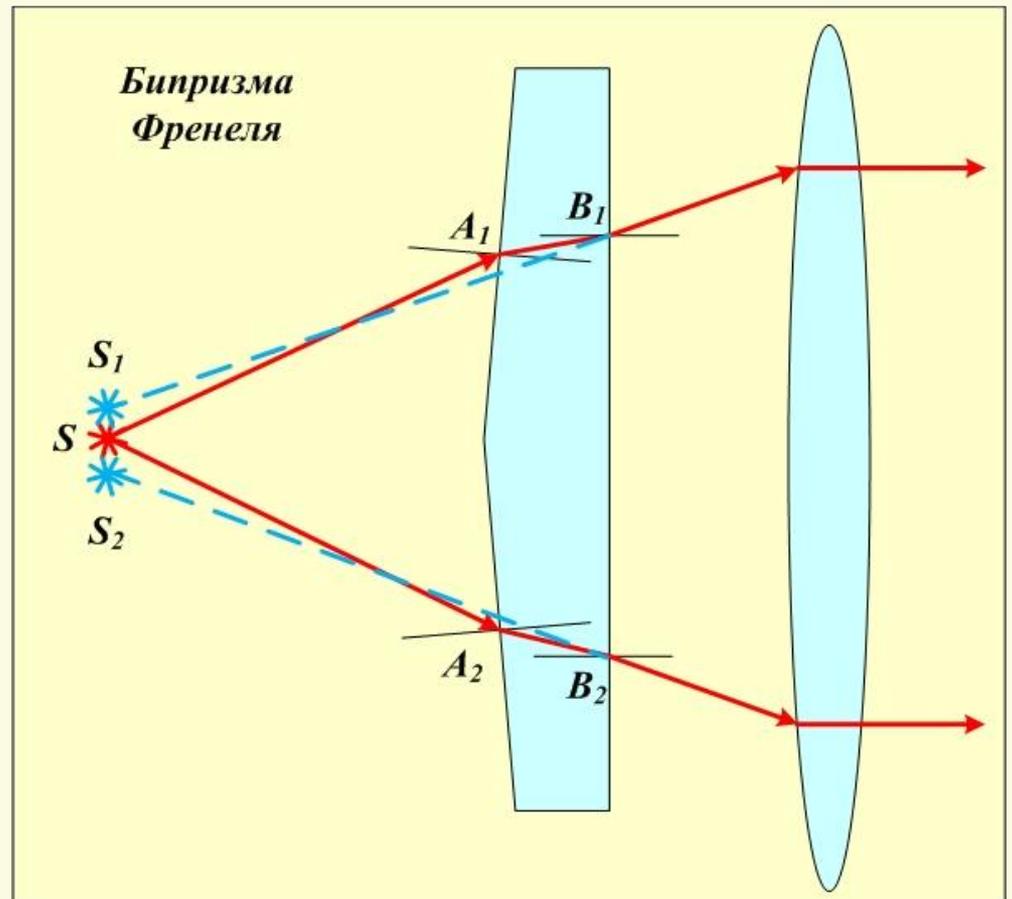
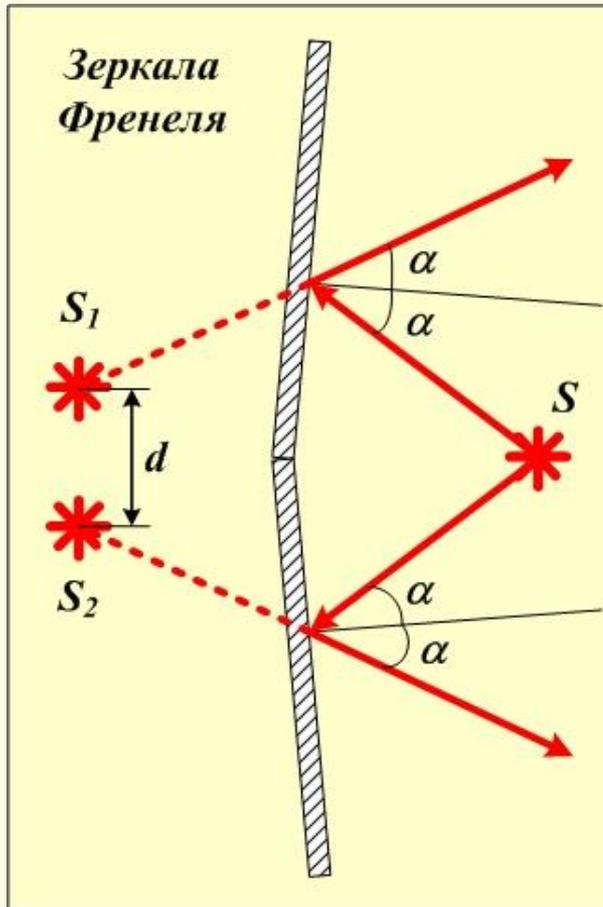
Для получения когерентных волн используется метод разделения света, идущего от источника, на два или несколько пучков с помощью щелей, зеркал преломления и т.д.

## 3.2.2. Получение когерентных волн.

Для получения когерентных волн используется метод разделения света, идущего от источника, на два или несколько пучков с помощью щелей, зеркал преломления и т.д.



### 3.2.2. Получение когерентных волн.



### 3.2.2. Условия максимума и минимума при интерференции.

Интерференция – перераспределение интенсивности излучения в пространстве в результате наложения когерентных волн.

Интенсивность излучения пропорциональна квадрату напряжённости электрического поля. Частота колебаний световых волн очень высока,

$$\nu \approx 10^{14} \text{ Аö},$$

Поэтому наблюдать можно только среднее значение квадрата напряжённости, причём усреднение проводится за время, много большее периода колебаний.

Пусть в некоторую точку пространства приходят две световые волны.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2,$$

В общем случае уравнения этих волн имеют вид:

$$E_1 = E_{10} \cos(\omega_1 t - k_1 x_1 + \varphi_1), \quad E_2 = E_{20} \cos(\omega_2 t - k_2 x_2 + \varphi_2).$$

### 3.2.2. Условия максимума и минимума при интерференции.

$$E_1 = E_{10} \cos(\omega_1 t - k_1 x_1 + \varphi_1), \quad E_2 = E_{20} \cos(\omega_2 t - k_2 x_2 + \varphi_2).$$

Мы рассматриваем волны, исходящие из одного источника, но прошедшие в точку наблюдения разными путями. Поэтому будем считать, что выполняются следующие условия:

- 1) частоты колебаний в обеих волнах равны;
- 2) начальные фазы колебаний равны между собой и будем считать их равными нулю

$$E_1 = E_{10} \cos(\omega t - k_1 x_1), \quad E_2 = E_{20} \cos(\omega t - k_2 x_2).$$

Интенсивность результирующей волны в точке наблюдения

$$I = n \left\langle \left( \overset{\boxtimes}{E}_1 + \overset{\boxtimes}{E}_2 \right)^2 \right\rangle = n \left( \langle E_1^2 \rangle + 2 \langle \overset{\boxtimes}{E}_1 \overset{\boxtimes}{E}_2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle \right).$$

### 3.2.2. Условия максимума и минимума при интерференции.

$$\langle E^2 \rangle = \langle E_1^2 \rangle + 2 \langle E_1 E_2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle.$$

Средние величины вычисляем за время, значительно превосходящее период колебаний волны,  $t_0 \gg T$ .

$$\langle E_1^2 \rangle = \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} E_{10}^2 \cos^2(\omega t - k_1 x_1) dt =$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 + \cos(2\alpha))$$

$$= \frac{E_{10}^2}{2t_0} \int_0^{t_0} (1 + \cos(2\omega t - 2k_1 x_1)) dt = \frac{E_{10}^2}{2} + \frac{E_{10}^2}{2t_0} \int_0^{t_0} \cos(2\omega t - 2k_1 x_1) dt.$$

Остановимся на вычислении второго слагаемого (интеграла).

### 3.2.2. Условия максимума и минимума при интерференции.

$$I_2 = \frac{E_{10}^2}{2t_0} \int_0^{t_0} \cos(2\omega t - 2k_1 x_1) dt =$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta$$

$$= \frac{E_{10}^2}{2t_0} \int_0^{t_0} \cos(2\omega t) \sin(-2k_1 x_1) dt - \frac{E_{10}^2}{2t_0} \int_0^{t_0} \sin(2\omega t) \cos(-2k_1 x_1) dt =$$

$$= -\frac{E_{10}^2}{2t_0} \sin(2k_1 x_1) \int_0^{t_0} \cos(2\omega t) dt - \frac{E_{10}^2}{2t_0} \cos(2k_1 x_1) \int_0^{t_0} \sin(2\omega t) dt.$$

Если  $t_0 \gg T$ , то

$$\frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} f(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt.$$

### 3.2.2. Условия максимума и минимума при интерференции.

Если  $t_0 \gg T$ , то

$$\frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} f(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt.$$

$$\int_0^T \cos(2\omega t) dt = \int_0^T \sin(2\omega t) dt = 0.$$

Поэтому

$$-\frac{E_{10}^2}{2t_0} \sin(2k_1 x_1) \int_0^{t_0} \cos(2\omega t) dt - \frac{E_{10}^2}{2t_0} \cos(2k_1 x_1) \int_0^{t_0} \sin(2\omega t) dt = 0.$$

$$I_2 = \frac{E_{10}^2}{2t_0} \int_0^{t_0} \cos(2\omega t - 2k_1 x_1) dt = 0.$$

$$\langle E_1^2 \rangle = \frac{E_{10}^2}{2}.$$

### 3.2.2. Условия максимума и минимума при интерференции.

Среднее значение квадрата напряжённости второй волны вычисляется аналогично.

$$\langle E_2^2 \rangle = \frac{E_{20}^2}{2}.$$

Осталось вычислить среднее значение произведения напряжённостей первой и второй волны.

$$\begin{aligned} \langle E_1 E_2 \rangle &= \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} E_{01} E_{02} \cos(\omega t - k_1 x_1) \cos(\omega t - k_2 x_2) dt = \\ & \cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)] \\ &= \frac{E_{01} E_{02}}{2t_0} \int_0^{t_0} \cos(\omega t - k_1 x_1 - \omega t + k_2 x_2) dt + \\ & \quad + \frac{E_{01} E_{02}}{2t_0} \int_0^{t_0} \cos(2\omega t - k_1 x_1 - k_2 x_2) dt = \end{aligned}$$

### 3.2.2. Условия максимума и минимума при интерференции.

$$\begin{aligned} &= \frac{E_{01}E_{02}}{2t_0} \int_0^{t_0} \cos(\omega t - k_1 x_1 - \omega t + k_2 x_2) dt + \\ &\quad + \frac{E_{01}E_{02}}{2t_0} \int_0^{t_0} \cos(2\omega t - k_1 x_1 - k_2 x_2) dt = \\ &= \frac{E_{01}E_{02}}{2t_0} \int_0^{t_0} \cos(k_2 x_2 - k_1 x_1) dt. \end{aligned}$$

Второй интеграл равен нулю. Это было показано при вычислении среднего значения квадрата напряжённости первой волны.

$$\begin{aligned} \frac{E_{01}E_{02}}{2t_0} \int_0^{t_0} \cos(k_2 x_2 - k_1 x_1) dt &= \frac{E_{01}E_{02}t_0}{2t_0} \cos(k_2 x_2 - k_1 x_1) = \\ &= \frac{E_{01}E_{02}}{2} \cos(k_2 x_2 - k_1 x_1). \end{aligned}$$

### 3.2.2. Условия максимума и минимума при интерференции.

Таким образом, среднее значение квадрата напряжённости электрического поля двух когерентных волн, за время  $t_0 \gg T$

$$\langle E^2 \rangle = \langle E_1^2 \rangle + 2\langle E_1 E_2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle = \frac{E_{10}^2}{2} + \frac{E_{20}^2}{2} + E_{10} E_{20} \cos(k_2 x_2 - k_1 x_1).$$

Величина результирующей интенсивности излучения определяется аргументом косинуса в последней формуле.

Наиболее наглядным результатом будет для случая одинаковых амплитуд  $E_{01} = E_{02} = E_0$ .

$$\langle E^2 \rangle = \frac{E_0^2}{2} + \frac{E_0^2}{2} + E_0^2 \cos(k_2 x_2 - k_1 x_1) = 2E_0^2 (1 + \cos(k_2 x_2 - k_1 x_1)).$$

$$\langle E^2 \rangle = 2E_0^2 (1 + \cos(k_2 x_2 - k_1 x_1)).$$

### 3.2.2. Условия максимума и минимума при интерференции.

$$I = 2I_0 (1 + \cos(k_2 x_2 - k_1 x_1)).$$

Величина косинуса может принимать значения от -1 до +1. В зависимости от этого интенсивность излучения будет принимать значения от 0 до  $4I_0$ .

Рассмотрим подробнее величину, являющуюся аргументом косинуса. Волновое число

$$k = \frac{\omega}{v}.$$

Если одна из волн проходит весь путь или часть пути в среде, отличающейся от той, в которой распространяется другая волна, то нужно учитывать, что скорости света в разных средах различны, а частоты одинаковы:

$$k_2 x_2 - k_1 x_1 = \frac{\omega}{v_2} x_2 - \frac{\omega}{v_1} x_1 = \frac{\omega}{c} n_2 x_2 - \frac{\omega}{c} n_1 x_1 = \frac{\omega}{c} (n_2 x_2 - n_1 x_1).$$

### 3.2.2. Условия максимума и минимума при интерференции.

$$k_2 x_2 - k_1 x_1 = \frac{\omega}{c} (n_2 x_2 - n_1 x_1).$$

Обозначим:

$$k = \frac{\omega}{c}, \quad L_1 = n_1 x_1, \quad L_2 = n_2 x_2.$$

$$k_2 x_2 - k_1 x_1 = k (L_2 - L_1).$$

Величину  $x$  будем называть геометрической длиной луча, а величину  $L = nx$  будем называть оптической длиной луча.

Величину  $\delta = L_2 - L_1 = n_2 x_2 - n_1 x_1$  будем называть оптической разностью хода двух лучей. Отметим, что при определении оптической разности хода следует учитывать, что при отражении от оптически более плотной среды фаза колебаний в волне изменяется на  $\pi$ .

$$k_2 x_2 - k_1 x_1 = k \delta.$$

### 3.2.2. Условия максимума и минимума при интерференции.

$$\langle E^2 \rangle = 2E_0^2 (1 + \cos(k_2 x_2 - k_1 x_1)) = 2E_0^2 (1 + \cos k\delta).$$

Рассмотрим условия, при выполнении которых интенсивность может достигать максимума и минимума.

1.  $I = I_{\max}$  при  $\cos k\delta = 1$ .

$$\cos k\delta = 1.$$

$$k\delta = 2\pi m, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} \delta = 2\pi m,$$

$$\delta = m\lambda.$$

Интерференционный максимум интенсивности наблюдается тогда, когда оптическая разность хода равна целому числу длин волн.

### 3.2.2. Условия максимума и минимума при интерференции.

2.  $I = I_{\min}$  при  $\cos k\delta = -1$ .

$$\cos k\delta = -1.$$

$$k\delta = (2m + 1)\pi, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} \delta = (2m + 1)\pi,$$

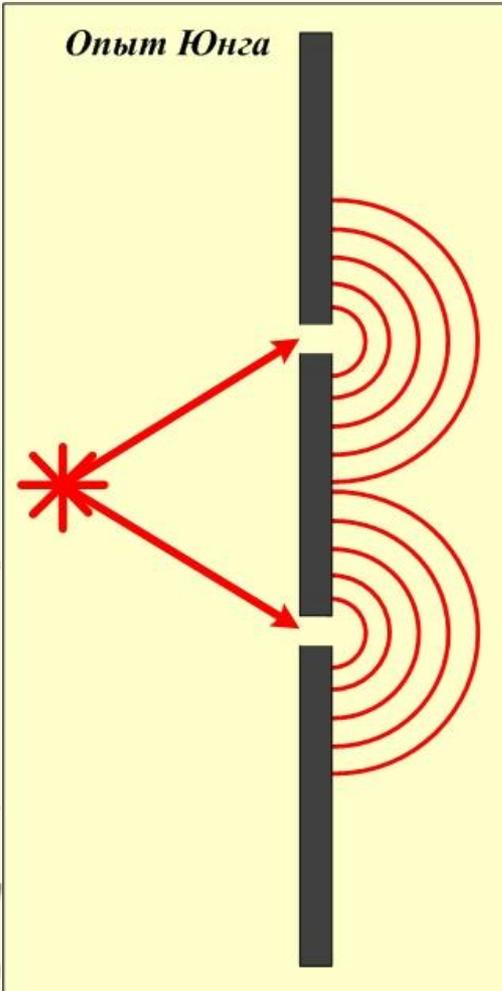
$$\delta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Интерференционный минимум интенсивности наблюдается тогда, когда оптическая разность хода равна нечётному числу длин полуволн.

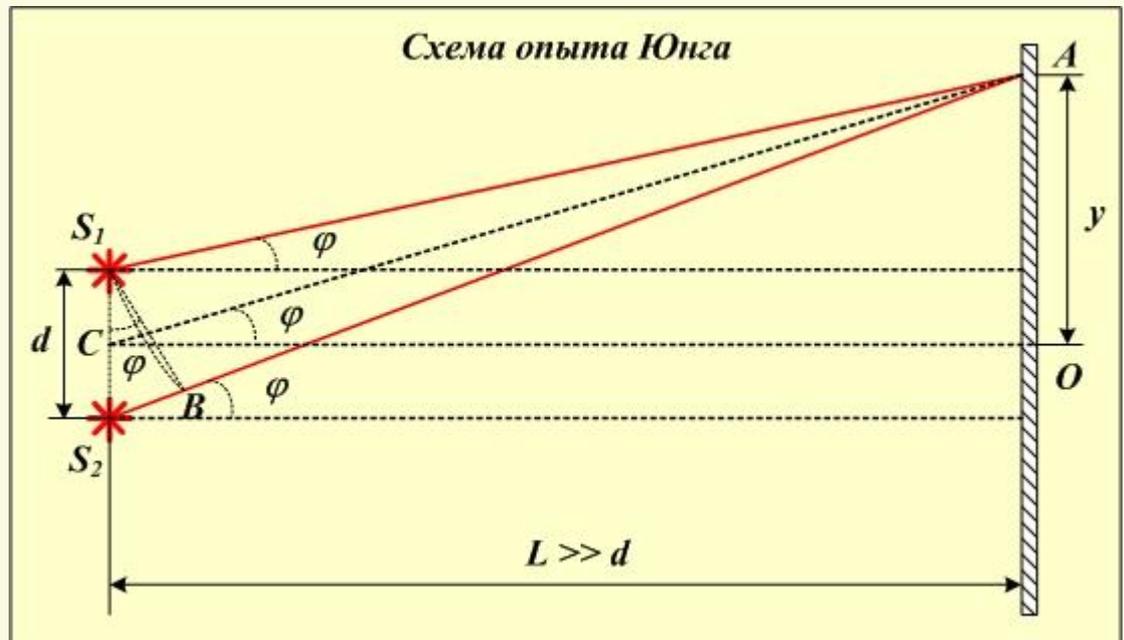
Отметим, что в обоих рассмотренных случаях в качестве длины волны рассматривается длина волны в вакууме. Изменение скорости света в среде учитывается при введении оптической длины пути.

## 3.3. || Опыт Юнга.

### 3.3. Опыт Юнга.



В опыте Юнга источниками когерентных волн являются два отверстия (щели) в непрозрачном экране, на которые падает свет от одного источника. Расстояние между отверстиями  $d$  не может быть большим, иначе нарушится условие когерентности волн.



### 3.3. Опыт Юнга.

Определим положение интерференционных максимумов на экране. Пусть максимум находится в точке  $A$ . Тогда оптическая разность хода между лучами  $S_1A$  и  $S_2A$  должна быть равна целому числу длин волн.

$S_1B$  – дуга окружности с центром в точке  $A$ .

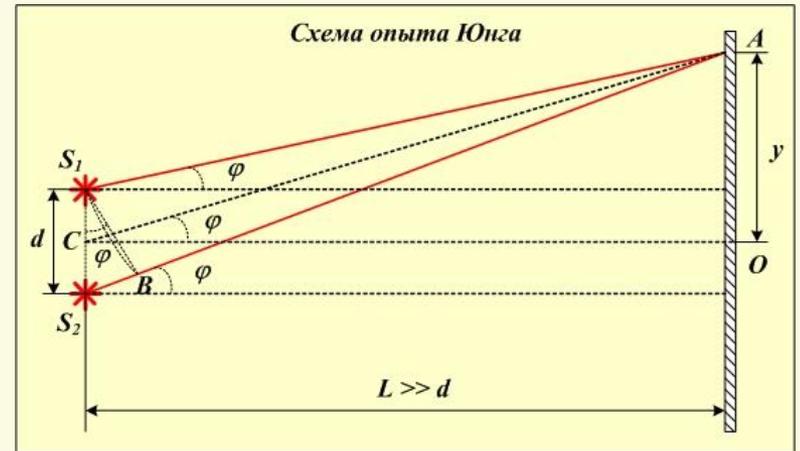
$L \gg d$ , поэтому можно считать, что  $S_1B$  не только дуга окружности с центром в точке  $A$ , но одновременно и хорда и касательная к этой окружности. Следовательно,  $S_1B$  перпендикулярна  $S_2A$ .

$$\angle S_2S_1B = \angle AS_2D = \varphi.$$

Из треугольника  $S_2S_1B$

$$|S_2B| = \delta = d \sin \varphi.$$

$$\delta = d \sin \varphi = m\lambda.$$



### 3.3. Опыт Юнга.

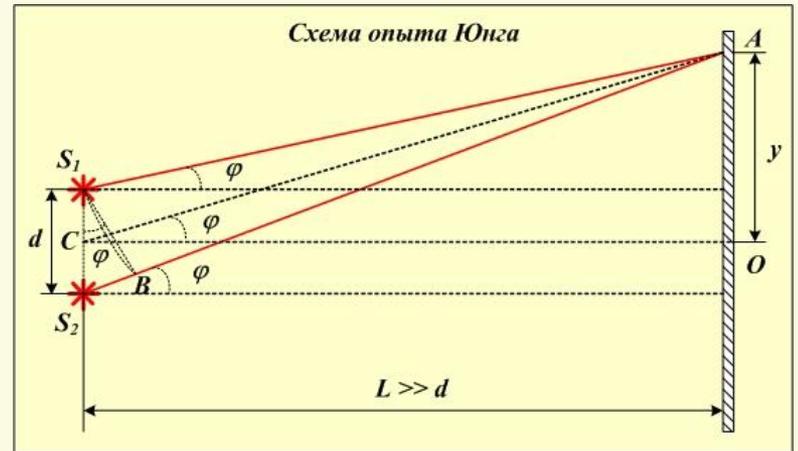
Определим положение интерференционных минимумов на экране. Пусть минимум находится в точке  $A$ . Тогда оптическая разность хода между лучами  $S_1A$  и  $S_2A$  должна быть равна нечётному числу длин полуволн.

$$\delta = d \sin \varphi = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Итак, условия наблюдения интерференционных максимумов и минимумов в опыте Юнга:

$$\text{Максимумы} : d \sin \varphi = m\lambda,$$

$$\text{Минимумы} : d \sin \varphi = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}.$$



### 3.3. Опыт Юнга.

Пользуясь условиями наблюдения интерференционных максимумов и минимумов, можно рассчитать расстояние от центра интерференционной картины до соответствующей полосы в опыте Юнга.

$$y = L \cdot \operatorname{tg} \varphi,$$

$$L \gg d, \text{ следовательно, } \sin \varphi = \operatorname{tg} \varphi,$$

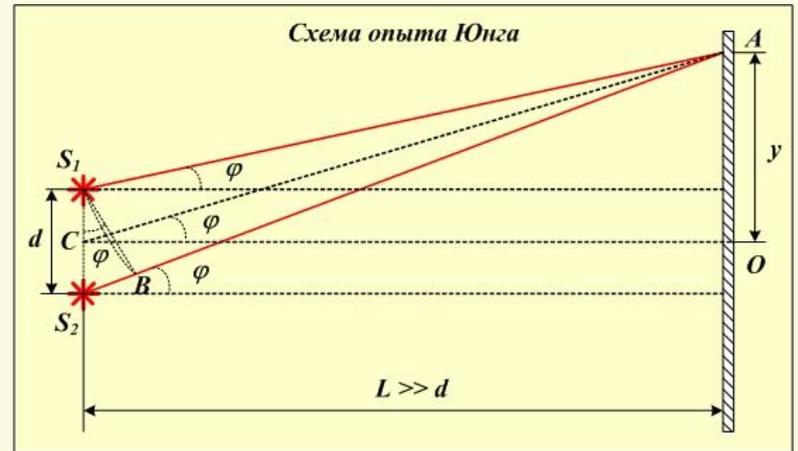
$$y = L \sin \varphi.$$

Для светлых полос (максимумы)  $d \sin \varphi = m\lambda$ , следовательно,

$$\sin \varphi = \frac{m\lambda}{d},$$

$$y_m = \frac{m\lambda L}{d}.$$

Здесь  $m$  – номер светлой полосы (максимума).



### 3.3. Опыт Юнга.

Для тёмных полос (минимумы)

$$d \sin \varphi = (2m + 1) \frac{\lambda}{2},$$

следовательно,

$$\sin \varphi = \frac{(2m + 1) \lambda}{2d},$$

$$y_m = \frac{(2m + 1) \lambda L}{2d}.$$

Здесь  $m$  – номер тёмной полосы (минимума).

Расчёт интерференционной картины в экспериментах с бипризмой Френеля, двойным зеркалом Френеля и др. производится аналогично расчёту для опыта Юнга. Различие состоит только в определении расстояния между мнимыми источниками света  $d$ .

Опыт Юнга

