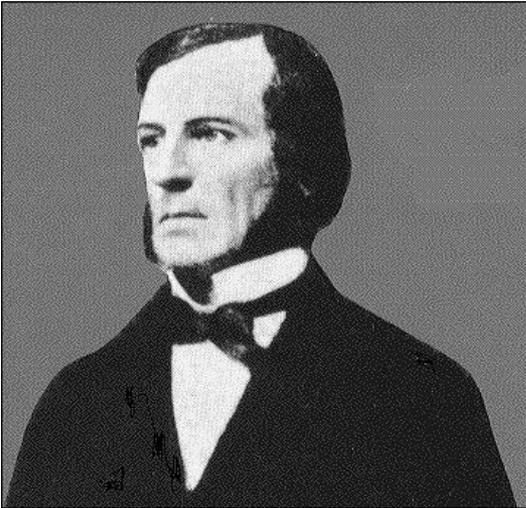


# АЛГЕБРА ЛОГИКИ

- Основные понятия булевой алгебры.
- Алгебра булевых функций.
- Логические выражения в программировании.

# 1. Основные понятия булевой алгебры



На улице идет дождь.

Число 5 больше 4.

**ВЫСКАЗЫВАНИЯ**

Значение переменной  $a$  больше 0.

ЛОЖНО

ИСТИННО

логические переменные (булевские)

A

B

C

0

1

x

x1

x2

# Основные логические операции

## Отрицание

не - Г  $2^2 = 4$

$A$	$\bar{A}$
0	1
1	0

$4 : 2 = 2$

## Конъюнкция

и  $\wedge$  &

$A$	$B$	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

## Дизъюнкция

или  $\vee$

$A$	$B$	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

## Импликация

если ... то ...  $\rightarrow$

$A$	$B$	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

## Эквивалентность

$\sim$

$A$	$B$	$A \sim B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

# Основные законы булевой алгебры

алгебра логики

классическая арифметика

1. Закон двойного отрицания:

$$\overline{\overline{A}} = A$$

$$-(-a) = a$$

2. Закон коммутативности (перестановка аргументов):

$$A \vee B = B \vee A$$

$$A \wedge B = B \wedge A$$

A

$$a + b = b + a$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

3. Закон ассоциативности (порядок вычислений):

$$A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$$

$$A \wedge (B \wedge C) = (A \wedge B) \wedge C$$

A

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

## 4. закон дистрибутивности (раскрытия скобок):

$$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

$$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

$$a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$$

## 5. Правила де Моргана:

$$\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B}$$

$$\overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B}$$

B

## 6. Правила операций с константами 0 и 1:

$$\overline{0} = 1,$$

$$\overline{1} = 0$$

$$A \vee 0 = A,$$

$$A \vee 1 = 1$$

$$A \wedge 1 = A,$$

$$1 \wedge 0 = 0$$

A,

0

$$a + 0 = a$$

$$a \cdot 1 = a \quad a \cdot 0 = 0$$

## 7. Правила операций с переменной и её инверсией:

$$A \vee \overline{A} = 1$$

$$A \wedge \overline{A} = 0$$

$$a + (-a) = 0$$

# 2. Алгебра булевых функций

$$F(A, B, \dots) =$$

импликация

эквивалентность

конъюнкция

дизъюнкция

отрицание

базис

Приоритет	Алгебра логики	Математическая алгебра
1	отрицание	—
2	Конъюнкция	$\wedge$
3	Дизъюнкция	$\vee$
4	импликация, эквивалентность	$\rightarrow$ $\sim$

$$A \rightarrow B = \overline{A} \vee B$$

B

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Всего:  $2^2 = 4$

1 шаг:  $4 : 2 = 2$

2 шаг:  $2 : 2 = 1$

	1	2	3	4
A	B	$\overline{1c}$	$3c \vee 2c$	
0	0	1	1	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	1	0	1	

$$A \sim B = (\overline{A} \wedge \overline{B}) \vee (A \wedge B)$$

B)

A	B	$A \sim B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

	1	2	3	4	5	6	7
A	B	$\overline{1c}$	$\overline{2c}$	$3c \wedge 4c$	$1c \wedge 2c$	$5c \vee 6c$	
0	0	1	1	1	0	1	
0	1	1	0	0	0	0	
1	0	0	1	0	0	0	
1	1	0	0	0	1	1	

Пример 1:  $F(A, B) = A \wedge B \vee B$

1	2	3	4
A	B	1c $\wedge$ 2c	3c $\vee$ 2c
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	0
1	1	1	1

Пример 2:  $F(A, B) = A \vee B \wedge \overline{B}$

$A \vee \overline{A} \equiv 1$

A,

$F(A, B) = A \vee 0 = A$

A	B	F(A,B)
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

1	2	3	4	5
A	B	$\overline{2c}$	2c $\wedge$ 3c	1c $\vee$ 4c
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1

Пример 3:

$$F(A, B, C) = A \overset{1}{\vee} B \overset{2}{\rightarrow} C$$

Всего:  $2^3 = 8$

1 арг:  $8 : 2 = 4$

2 арг:  $4 : 2 = 2$

3 арг:  $2 : 2 = 1$

1	2	3	4	5
A	B	C	$1c \vee 2c$	$4c \rightarrow 3c$
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Пример 4:

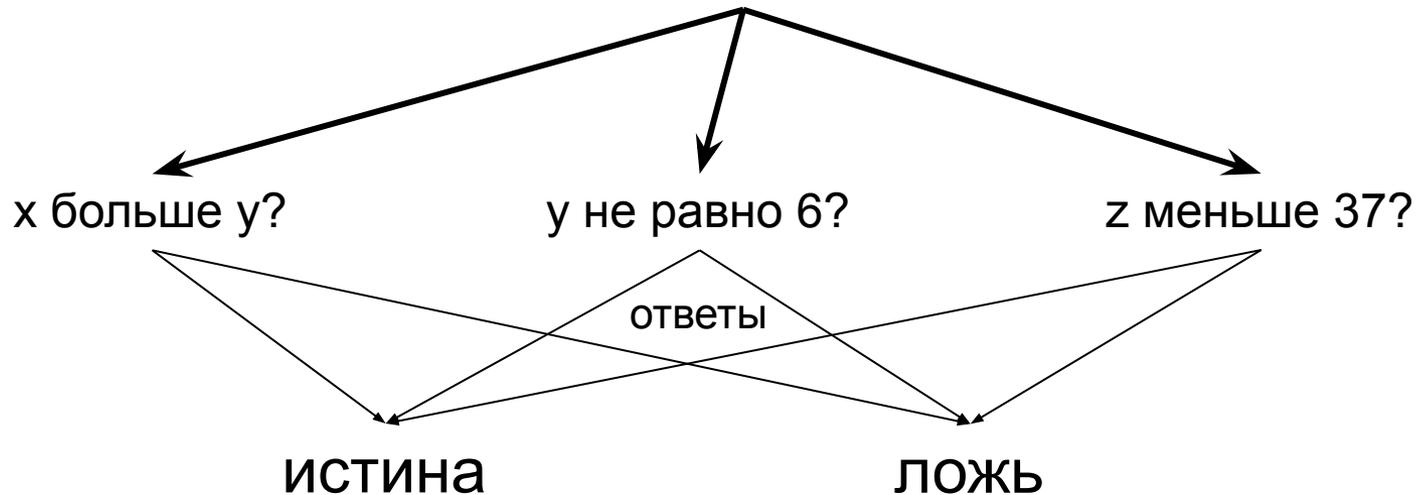
$$F(A, B, C) = \overset{1}{A} \overset{5}{\vee} \overset{3}{\overline{B}} \overset{7}{\wedge} \overset{6}{C} \rightarrow (A \sim C)$$

Всего:  $2^3 = 8$       1 арг:  $8 : 2 = 4$       2 арг:  $4 : 2 = 2$       3 арг:  $2 : 2 = 1$

1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	B	C	$\overline{1c}$	$2c \wedge 3c$	$\overline{5c}$	$4c \vee 6c$	$1c \sim 3c$	$7c \rightarrow 8c$
0	0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1	0	0
0	1	0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	0	0	1	1

# 3. ЛОГИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ В ПРОГРАММИРОВАНИИ

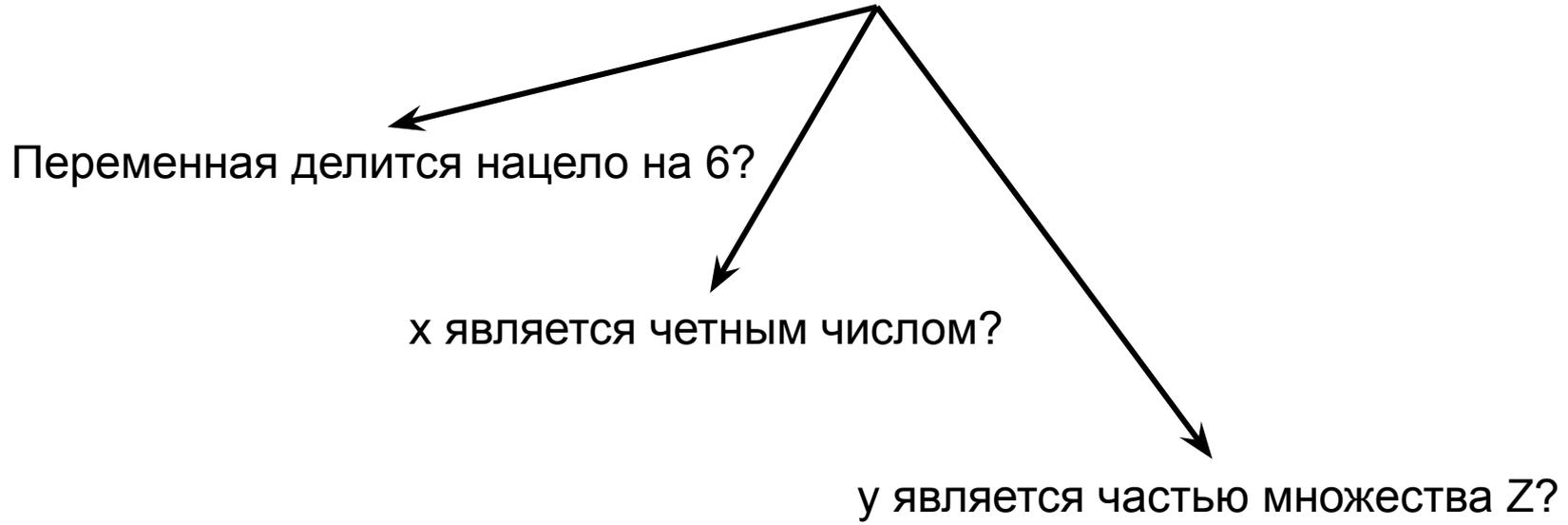
а) условия сравнения



Операции сравнения:

меньше    меньше или равно    равно    не равно    больше или равно    больше

## б) условия действия



## с) условия перебора значений



# ЛИТЕРАТУРА:

- Алгебра логики и цифровые компьютеры [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://buchavip.narod.ru>
- Булевы высказывания [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://psi-logic.narod.ru>