



Томский государственный архитектурно-строительный университет

Кафедра

«Железобетонные и каменные конструкции»

Дисциплина

«ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ КОНСТРУКЦИИ»

Часть I

Курс лекций

Тема 3. Расчет железобетонных изгибаемых элементов по прочности

Лекция 8.

Расчет прочности изгибаемых элементов по нормальным сечениям

Составитель: В. В. Родевич

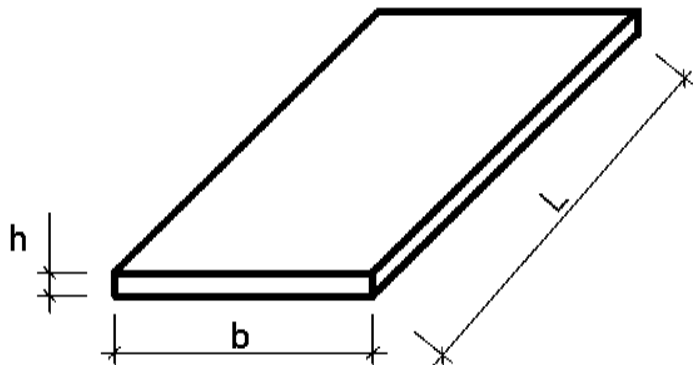
Вопросы:

1. Общие сведения об изгибаемых железобетонных элементах
2. Предпосылки расчета
3. Расчет элементов прямоугольного профиля с одиночной арматурой
4. Расчет элементов прямоугольного профиля с двойной арматурой

1. Общие сведения об изгибаемых железобетонных элементах

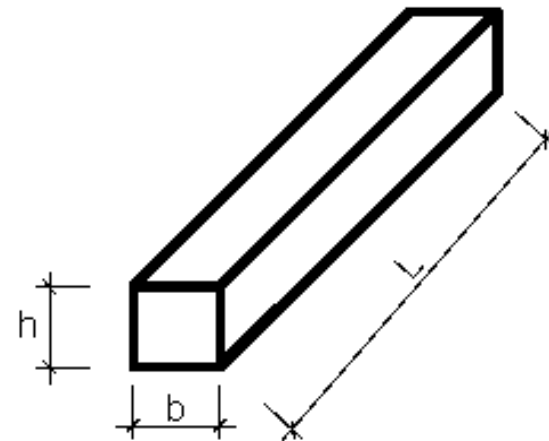
Изгибаемые элементы

Плиты

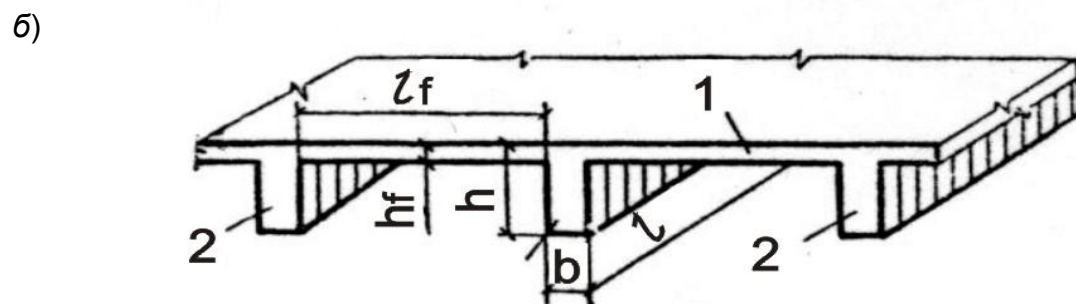
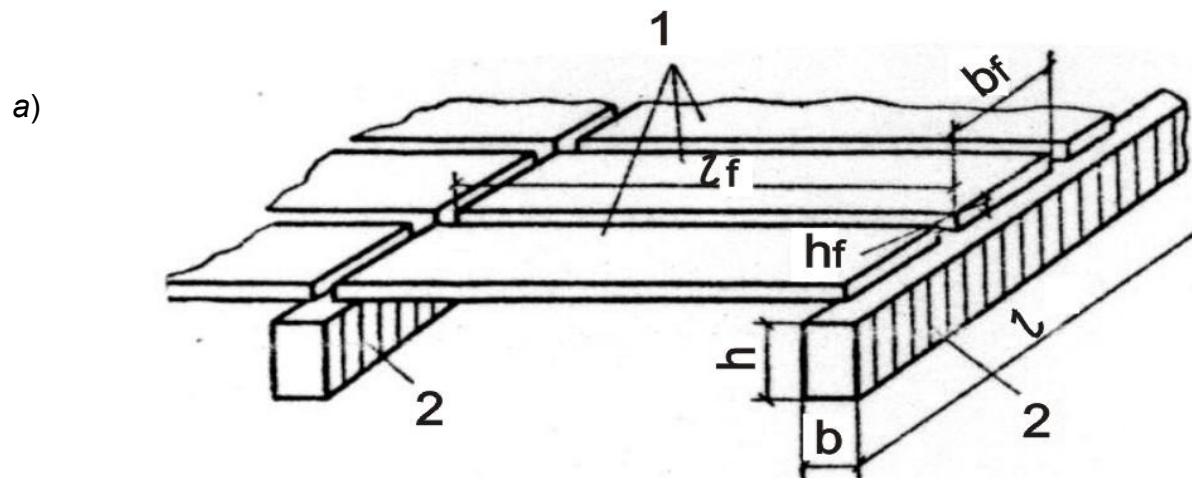


$h \lll L, b$

Балки

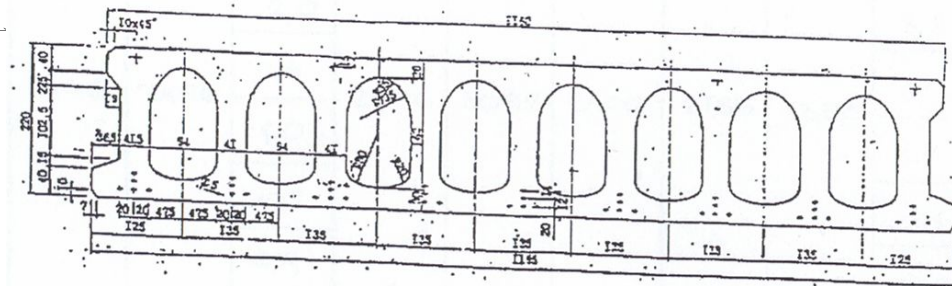
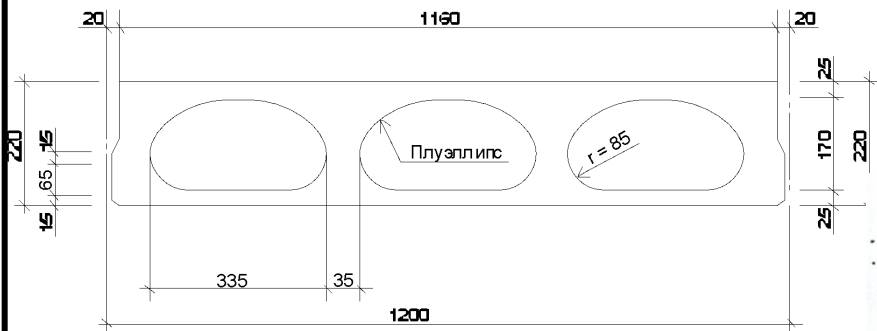
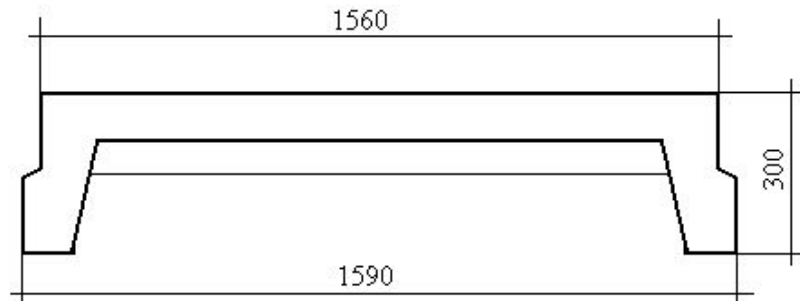
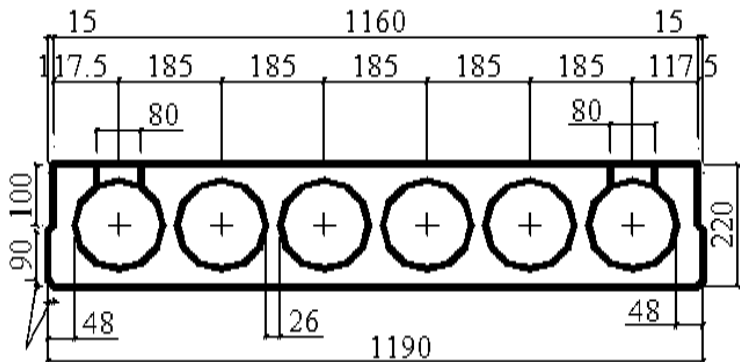


$L \ggg h, b$

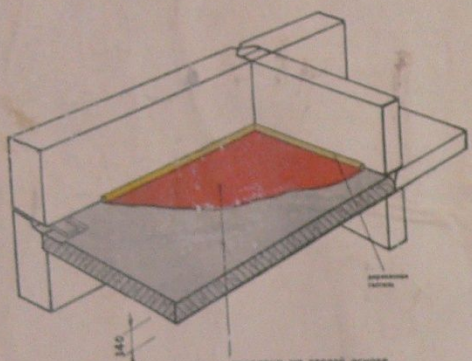


Изгибаемые железобетонные элементы
 а - сборное перекрытие; б - монолитное перекрытие
 1 – плита; 2 – балка;

ПРИМЕРЫ ПЛИТ ПЕРЕКРЫТИЯ И ПОКРЫТИЯ

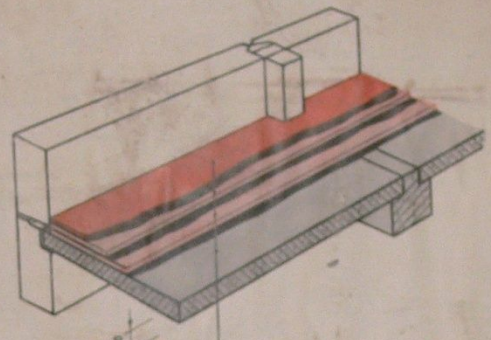


ПО СПЛОШНЫМ ПАНЕЛЯМ ТОЛЩИНОЙ 140 ММ



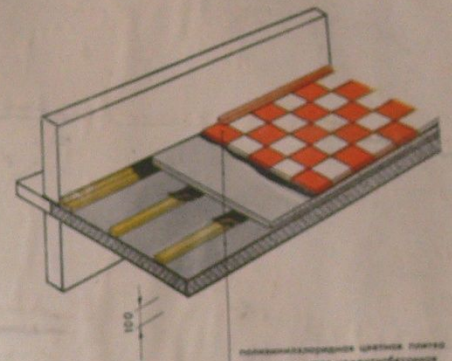
линолеум на теплой основе сплошная панель 140 мм

ПО СПЛОШНЫМ ПАНЕЛЯМ ТОЛЩИНОЙ 130 ММ ПО РИГЕЛЯМ РАМ



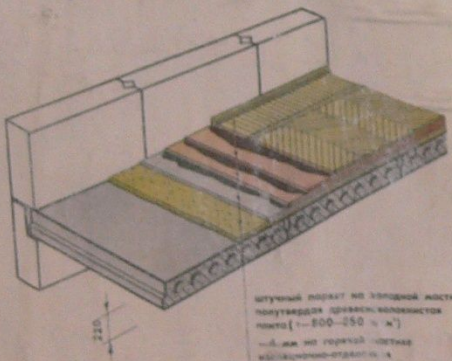
линолеум на теплой основе на холодной мастике
полутвердая древесноволокнистая плита (γ=800-850 кг/м³) — 4 мм на горячей мастике
полутвердая древесноволокнистая плита (γ=400-500 кг/м³) — 4 мм на горячей мастике
сплошная панель — 140 мм

ПО СПЛОШНЫМ ПАНЕЛЯМ ТОЛЩИНОЙ 100 ММ



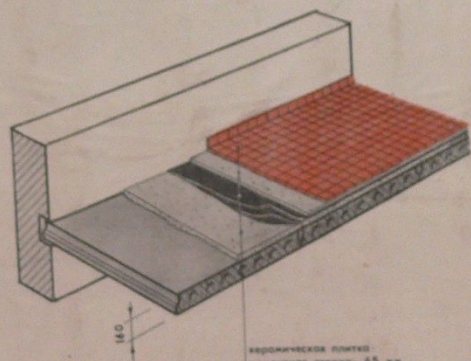
поливинилхлоридная шпательная плиточная гипсоцементобетонная панель — 50 мм
полиэфирная прокладка из толстой древесноволокнистой плиты — 25 мм
сплошная панель — 100 мм

ПО МНОГОПУСТОТНОМУ НАСТИЛУ



штучный паркет на холодной мастике
полутвердая древесноволокнистая плита (γ=800-850 кг/м³) — 4 мм на горячей мастике
модифицированный слой из древесноволокнистой плиты (γ=250-300 кг/м³) — 12,5 мм на горячей мастике
целлюлозная стержневая прокладка — 50 мм
многопустотный настил — 220 мм

ПО МНОГОПУСТОТНОМУ НАСТИЛУ В ПЕРЕКРЫТИИ САНИТАРНЫХ УЗЛОВ



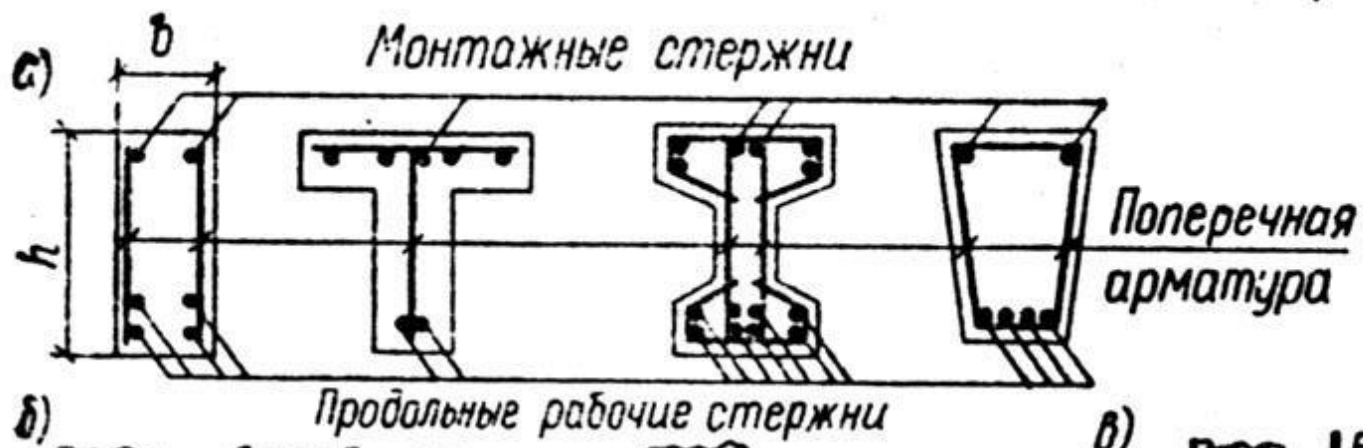
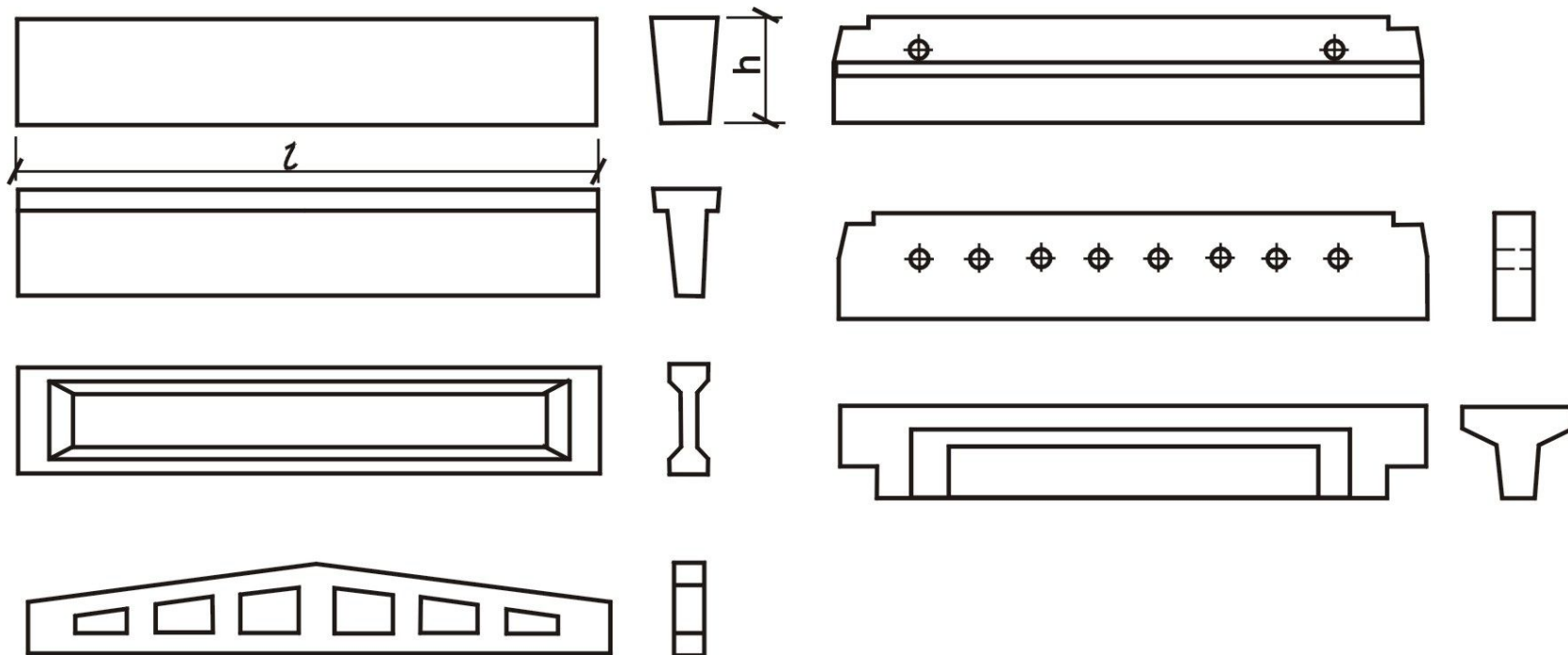
керамическая плиточная цементная стяжка — 65 мм
два слоя тола на мастике
слой цементного раствора
многопустотный настил — 160 мм

ПО МНОГОПУСТОТНОМУ НАСТИЛУ В ЧЕРДАЧНОМ ПЕРЕКРЫТИИ

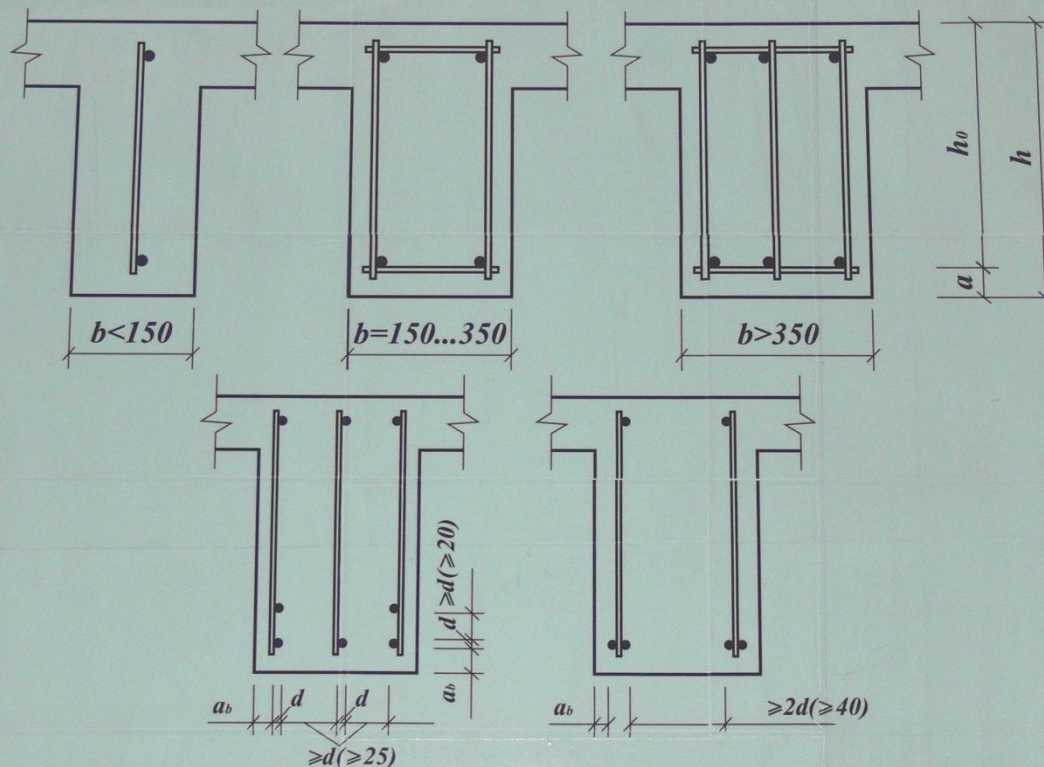


утеплитель — 2 слоя цементно-фибриллитовые плиты, толщиной по 75 мм (у наружной стены дополнительный слой утеплителя)
многопустотный настил — 220 мм

ПРИМЕРЫ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК



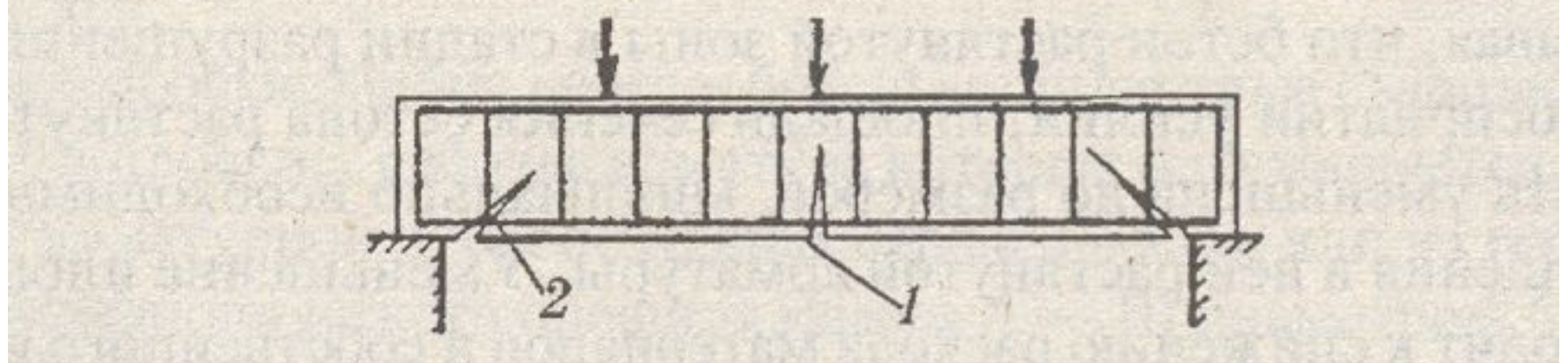
РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРОДОЛЬНОЙ СВАРНОЙ АРМАТУРЫ В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ БАЛКИ.



СООТНОШЕНИЕ ДИАМЕТРОВ СВАРИВАЕМЫХ И СВЯЗЫВАЕМЫХ СТЕРЖНЕЙ

Конструкция каркаса	Наименьший допустимый диаметр, мм, стержней поперечной арматуры при диаметре продольных стержней, мм									
	12	16	18	20	22	25	28	32	36	40
Сварной	3	4	5	5	6	8	8	8	10	10
Вязаный	5	5	5	5	6	8	8	8	10	10

2. Предпосылки расчета

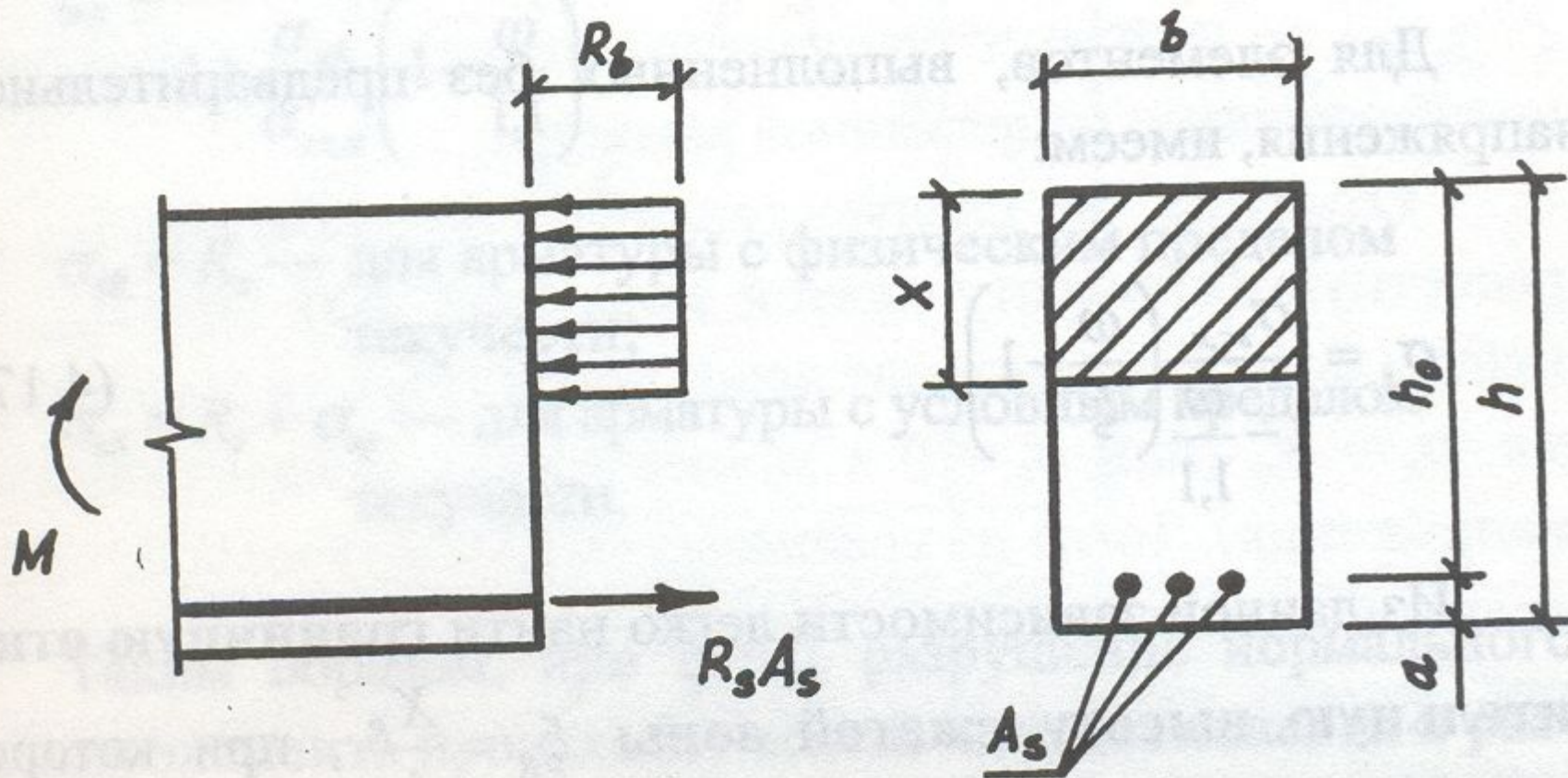


Разрушение железобетонного изгибаемого элемента
1- по нормальному сечению; 2- по наклонному сечению

При расчете приняты следующие предпосылки:

- бетон растянутой зоны не работает, его сопротивление растяжению принимается равным нулю;
- сопротивление бетона сжатию представляется напряжениями, равными расчетному сопротивлению бетона сжатию R_b

- действительная криволинейная эпюра нормальных напряжений в бетоне сжатой зоны сечения заменяется прямоугольной
- усилия в растянутой зоне воспринимаются только продольной арматурой, напряжения в которой принимаются не более расчетного сопротивления растяжению $\sigma_s < R_s$
- деформации (напряжения) в арматуре определяются в зависимости от высоты сжатой зоны бетона (для предварительно напряженных конструкций - с учетом деформаций(напряжений) от предварительного напряжения).



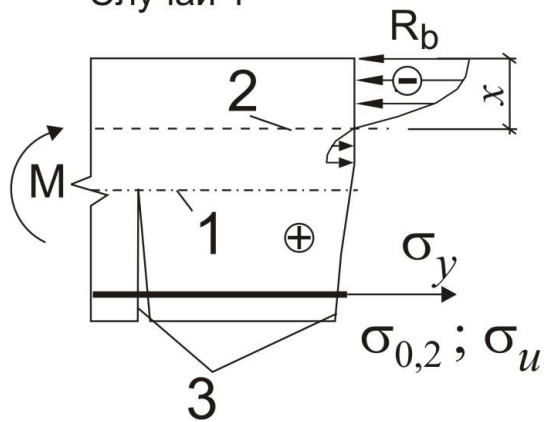
Расчетная модель железобетонного изгибаемого элемента
прямоугольного профиля

Случаи разрушения железобетонного изгибаемого элемента

Стадия III

а)

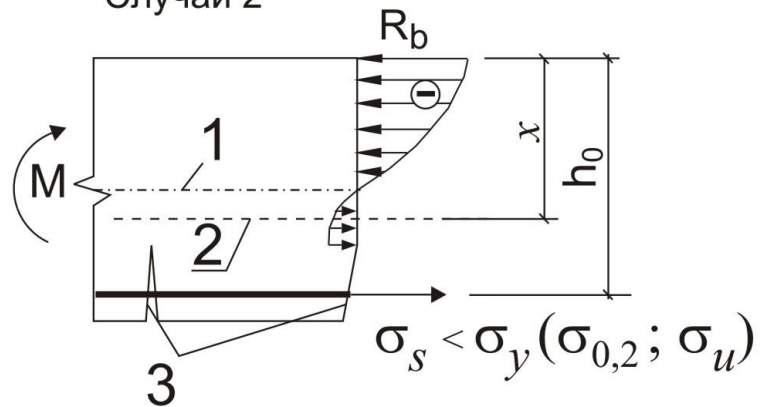
Случай 1



$$\xi \leq \xi_R$$

б)

Случай 2



$$\xi > \xi_R$$

$$\xi_R = \frac{\omega}{1 + \frac{\sigma_{sR}}{\sigma_{sc,u}} \cdot \left(1 - \frac{\omega}{1.1}\right)}$$

П. 3.12* СНиП

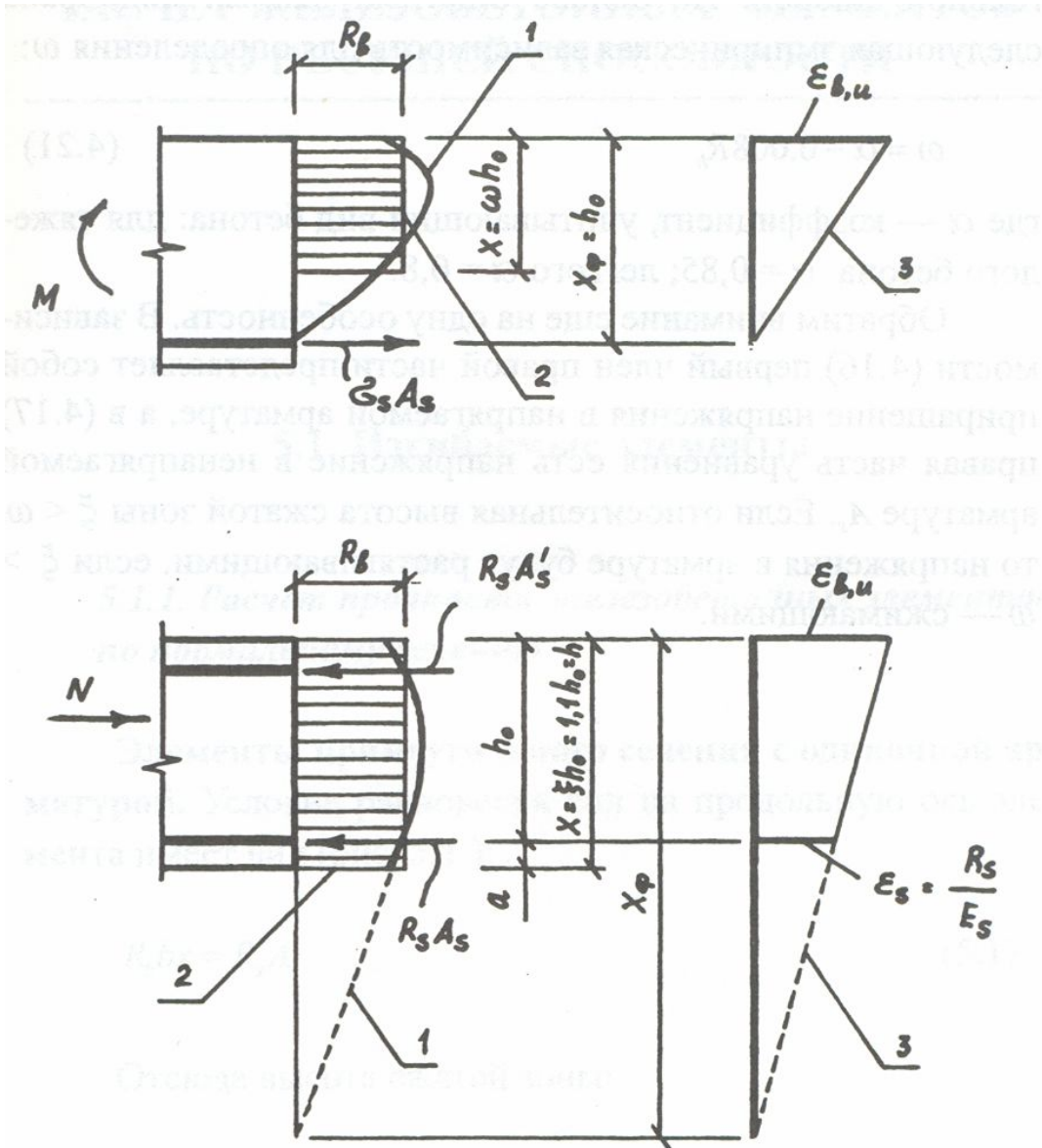
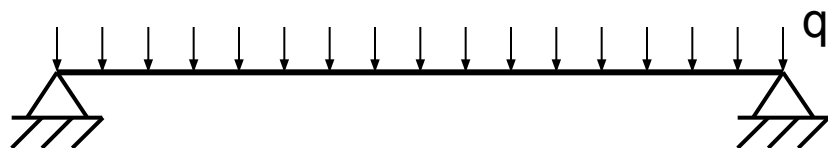
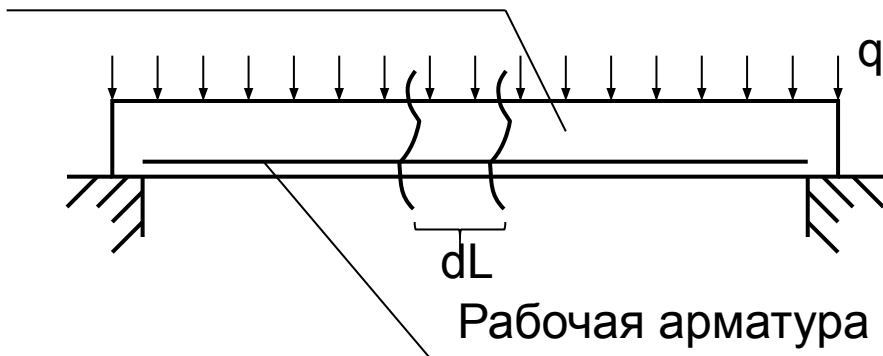


Рис. 4.5. Физический смысл характеристики сжатой зоны бетона (ω)

- 1 — фактическая эпюра напряжений в бетоне
- 2 — расчетная эпюра напряжений в бетоне
- 3 — эпюра деформаций

3. Расчет элементов прямоугольного профиля с одиночной арматурой

Изгибаемый элемент

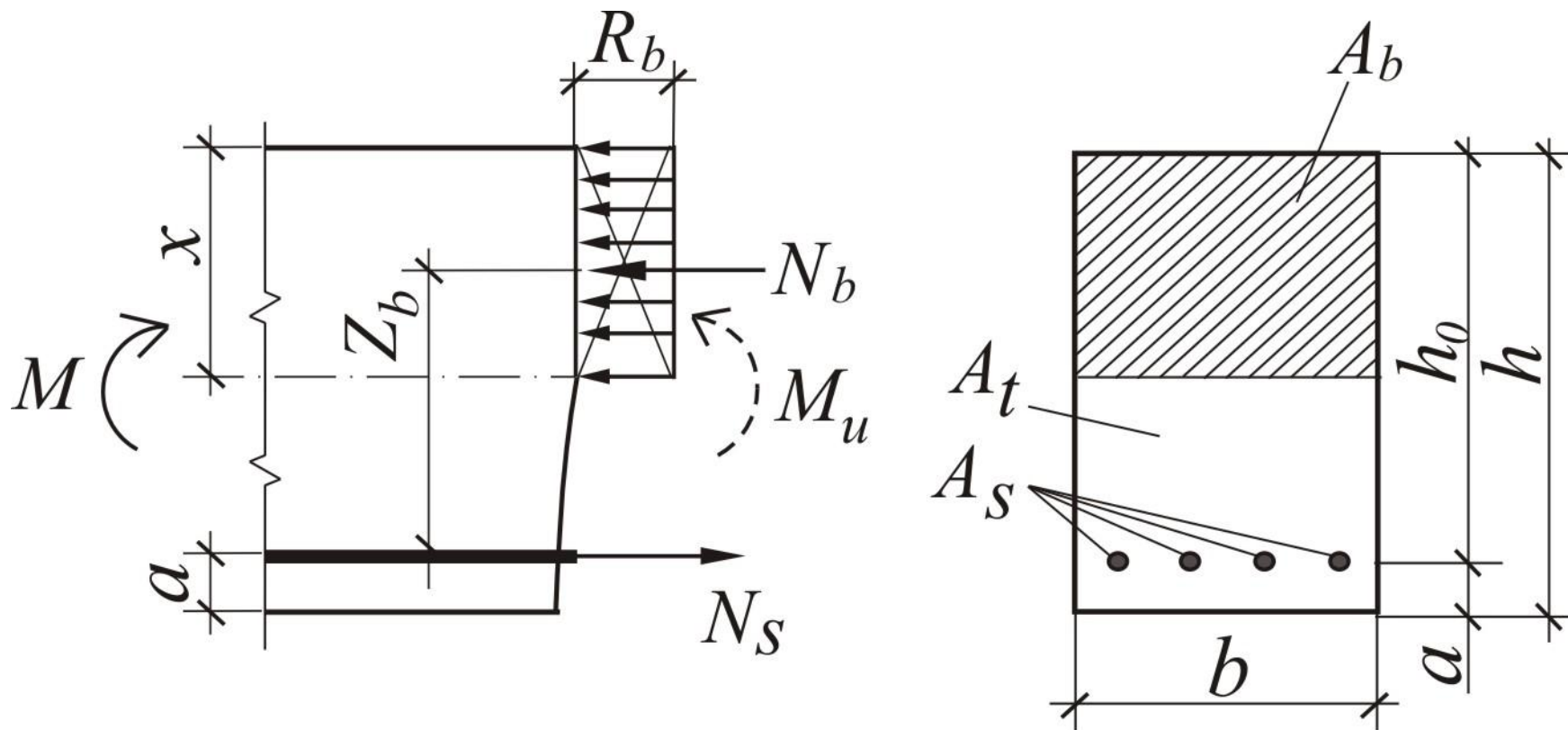


Расчетная схема



Эпюра внутренних усилий

$$M = M_u$$



$$A_b = bx;$$

$$z_b = h_0 - 0,5x;$$

Схема усилий и напряжений в нормальном расчетном сечении элемента прямоугольной формы с одиночной арматурой

$$\Sigma N_x = 0;$$
$$R_s A_s = R_b \cdot bx; \quad (1)$$

$$\Sigma M_s = 0;$$
$$M \leq R_b \cdot bx(h_0 - 0.5x); \quad (2)$$

$$\Sigma M_b = 0$$
$$M \leq R_s A_s (h_0 - 0.5x); \quad (3)$$

Уравнения равновесия

Из уравнения (1) получим:

$$X = R_s \cdot A_s / (R_b \cdot b)$$

Преобразуем уравнение (2)

$$M = R_b \cdot b \cdot x \cdot h_0 \cdot \left(1 - 0,5 \frac{x}{h_0}\right) \times \frac{h_0}{h_0}$$

Получим $M = R_b \cdot b \cdot x \cdot \frac{h_0^2}{h_0} \cdot \left(1 - 0,5 \frac{x}{h_0}\right)$

или $M = R_b \cdot b \cdot h_0^2 \cdot \underbrace{\xi \cdot (1 - 0,5 \cdot \xi)}_{\alpha_m}$ где $\xi = \frac{x}{h_0}$

Тогда получим

$$M = R_b \cdot b \cdot h_0^2 \cdot \alpha_m \quad \text{где} \quad \alpha_m = \xi \cdot (1 - 0,5 \cdot \xi)$$

Аналогично преобразуем уравнение (3)

$$M = R_s \cdot A_s \cdot h_0 \cdot \left(1 - 0,5 \cdot \frac{x}{h_0} \right)$$

или

$$M = R_s \cdot A_s \cdot h_0 \cdot (1 - 0,5 \cdot \xi)$$

Введем $\zeta = \frac{z_b}{h_0}$ где $z_b = h_0 - 0,5 \cdot x$

тогда $\zeta = \frac{h_0 - 0,5 \cdot x}{h_0}$ или $\zeta = 1 - 0,5 \cdot \xi$

Окончательно получим

$$M = R_s \cdot A_s \cdot h_0 \cdot \zeta$$

Или

$$A_s = \frac{M}{R_s \cdot h_0 \cdot \zeta}$$

Безразмерные коэффициенты упрощают расчет, зависят от одной величины и позволяют свести данные в таблицу.

$$\alpha_m = \xi \cdot (1 - 0,5 \cdot \xi) \quad \zeta = 1 - 0,5 \cdot \xi$$

$$\xi = \frac{x}{h_0} \quad \text{или} \quad \xi = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \alpha_m}$$

Такой метод расчета называют

табличным методом расчета железобетонных изгибаемых элементов по нормальным сечениям

ξ	ζ	α_m	ξ	ζ	α_m	ξ	ζ	α_m
0,01	0,995	0,010	0,26	0,870	0,226	0,51	0,745	0,380
0,02	0,990	0,020	0,27	0,865	0,234	0,52	0,740	0,385
0,03	0,985	0,030	0,28	0,860	0,241	0,53	0,735	0,390
0,04	0,980	0,039	0,29	0,855	0,243	0,54	0,730	0,394
0,05	0,975	0,049	0,30	0,850	0,255	0,55	0,725	0,399
0,06	0,970	0,058	0,31	0,845	0,262	0,56	0,720	0,403
0,07	0,965	0,068	0,32	0,840	0,269	0,57	0,715	0,407
0,08	0,960	0,077	0,33	0,835	0,276	0,58	0,710	0,412
0,09	0,955	0,086	0,34	0,830	0,282	0,59	0,705	0,416
0,10	0,950	0,095	0,35	0,825	0,289	0,60	0,700	0,420
0,11	0,945	0,104	0,36	0,820	0,295	0,62	0,690	0,428
0,12	0,940	0,113	0,37	0,815	0,302	0,64	0,680	0,435
0,13	0,935	0,122	0,38	0,810	0,308	0,66	0,670	0,442
0,14	0,930	0,130	0,39	0,805	0,314	0,68	0,660	0,449
0,15	0,925	0,139	0,40	0,800	0,320	0,70	0,650	0,455
0,16	0,920	0,147	0,41	0,795	0,326	0,72	0,640	0,461
0,17	0,915	0,156	0,42	0,790	0,332	0,74	0,630	0,466
0,18	0,910	0,164	0,43	0,785	0,338	0,76	0,620	0,471
0,19	0,905	0,172	0,44	0,780	0,343	0,78	0,610	0,476
0,20	0,900	0,180	0,45	0,775	0,349	0,80	0,600	0,480
0,21	0,895	0,188	0,46	0,770	0,354	0,85	0,575	0,489
0,22	0,890	0,196	0,47	0,765	0,360	0,90	0,550	0,495
0,23	0,885	0,204	0,48	0,760	0,365	0,95	0,525	0,499
0,24	0,880	0,211	0,49	0,755	0,370	1,00	0,500	0,500

Таблица 20
«Пособия по проектированию железобетонных конструкций из тяжелых и легких бетонов без предварительного напряжения (к СНиП 2.03.01-84*)»

С помощью таблиц можно легко решать три типа задач при подборе и проверке прочности нормальных прямоугольных сечений.

ТИПЫ решения задач железобетонных изгибаемых элементов

```
graph TD; A[ТИПЫ решения задач железобетонных изгибаемых элементов] --> B[1 ТИП (прямая задача)]; A --> C[2 ТИП (обратная задача)]; A --> D[3 ТИП];
```

1 ТИП (прямая задача)

Определение требуемого армирования при заданных размерах сечения, заданных видах и классах бетона и арматуры, известном изгибающем моменте от расчетной нагрузки, влажности окружающей среды

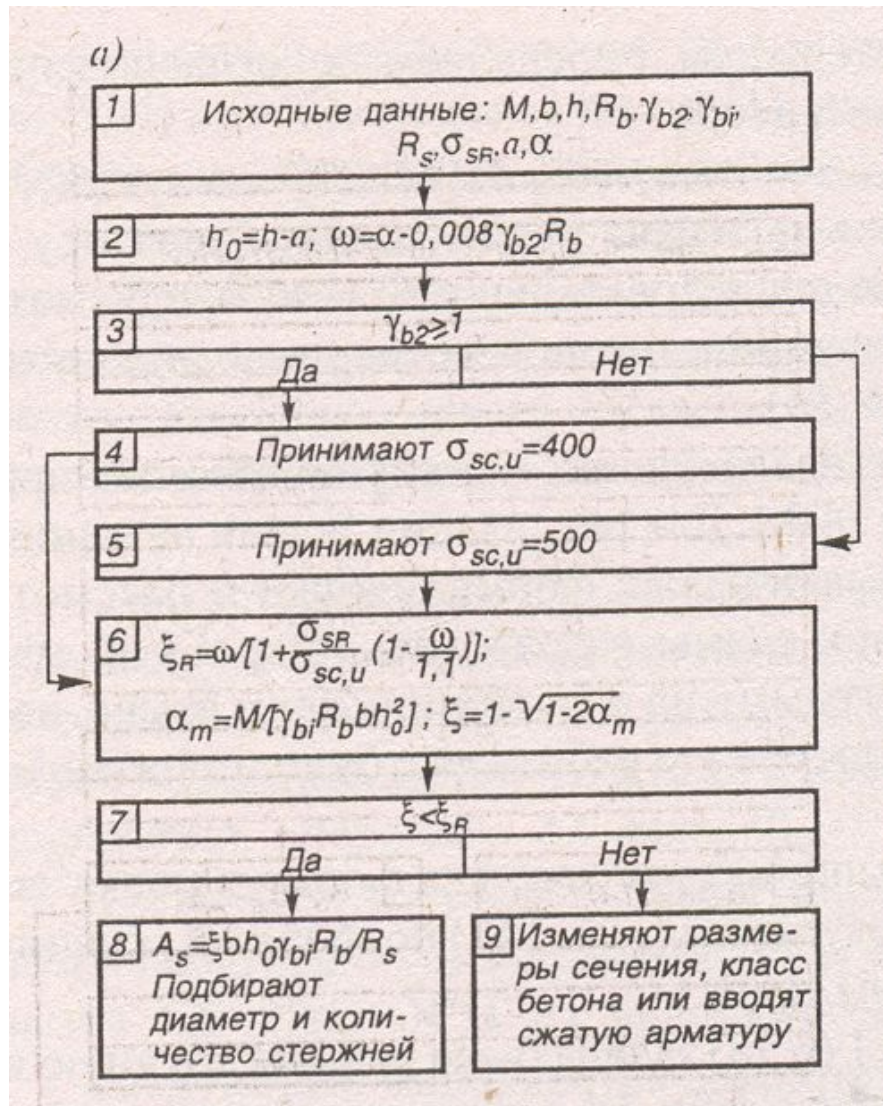
2 ТИП (обратная задача)

Проверка несущей способности элемента при заданном армировании, известных размерах сечения, видах и классах бетона и арматуры, класса ответственности здания по назначению.

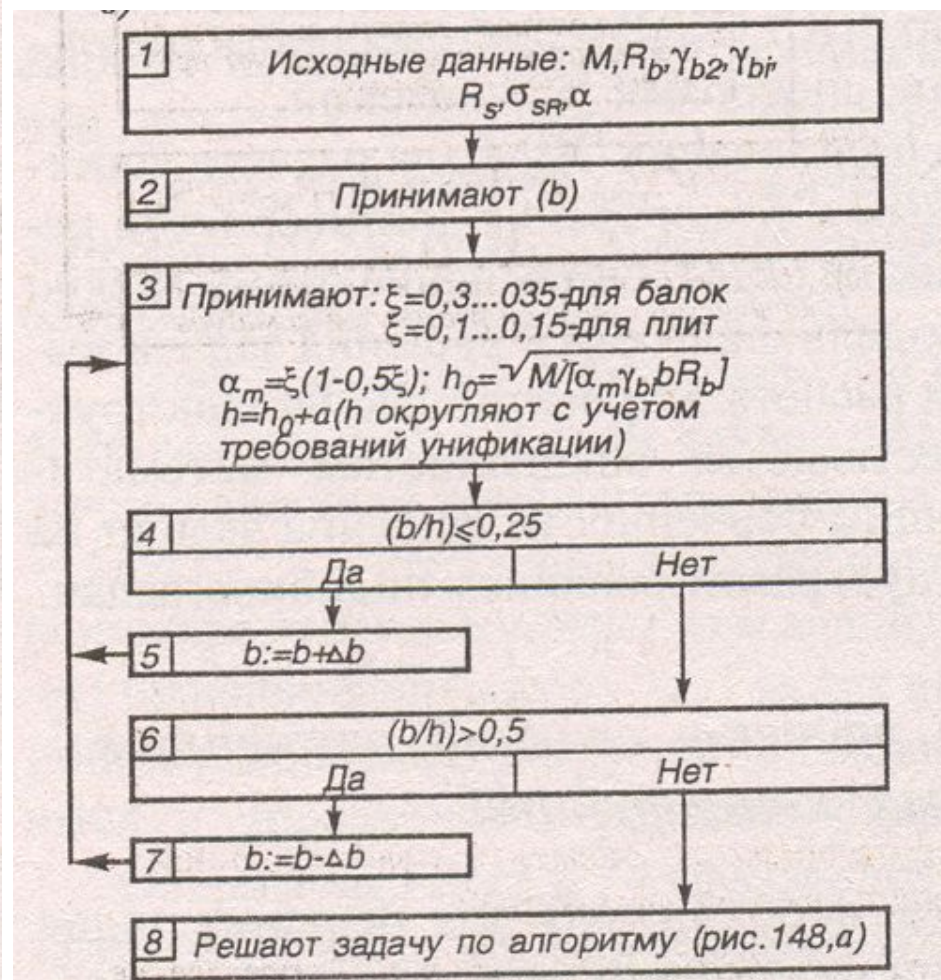
3 ТИП

Определение всех размеров бетонного сечения элемента и площади сечения арматуры при известном моменте от расчетной нагрузки, видах и классах бетона и арматуры.

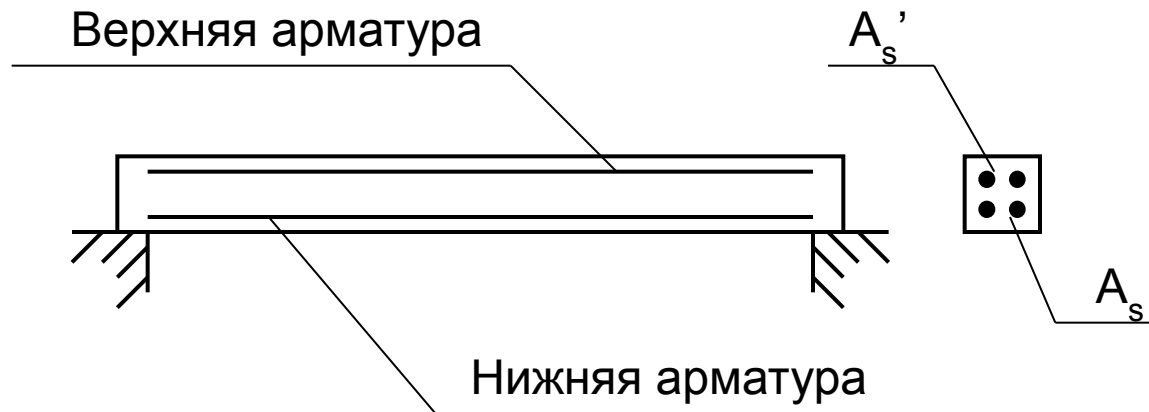
Алгоритм решения 1 типа задачи по подбору сечения арматуры A_s



Алгоритм решения 3 типа задачи



4. Расчет элементов прямоугольного профиля с двойной арматурой



Сжатую арматуру устанавливают по расчету, когда прочность бетона сжатой зоны недостаточна, т. е. когда $x > \xi_R \cdot h_0$. При этом увеличение рабочей высоты сечения h_0 и класса бетона оказывается невозможным.

Сжатую арматуру устанавливают также при воздействии на элемент изгибающих моментов двух знаков (неразрезные балки, ригели рам и т.д.), а также для уменьшения эксцентриситета предварительного обжатия в предварительно напряженных элементах.

Сечения с двойной арматурой характеризуются повышенным расходом стали.

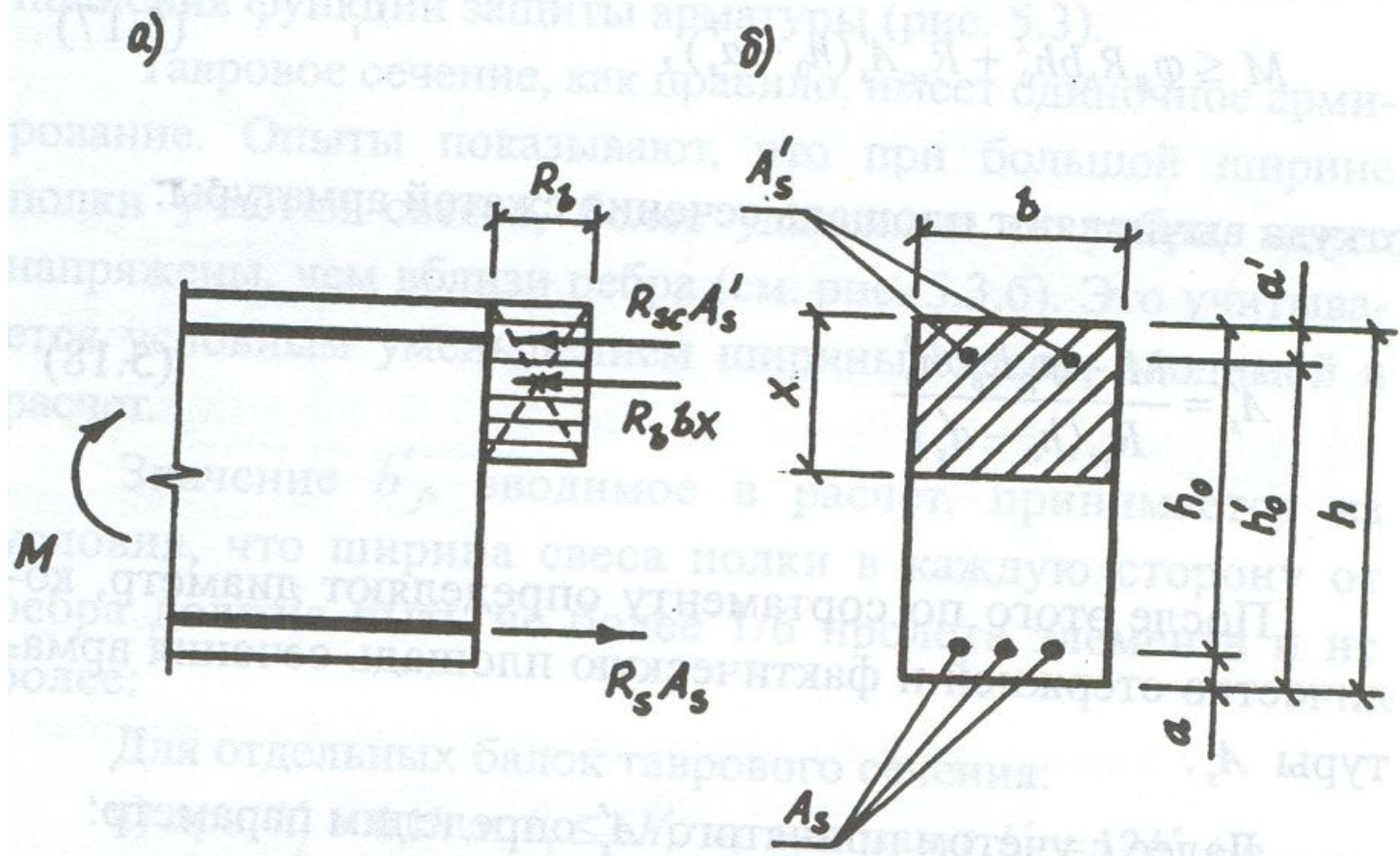


Рис. 5.2. Элемент прямоугольного сечения с двойной арматурой
 а — схема усилий при расчете прочности по нормальному сечению
 б — поперечное сечение

Условие прочности

$$M \leq M_u = R_b b x (h_0 - 0.5x) + R_{sc} A_s' (h_0 - a'),$$

$$R_b b x + R_{sc} A_s' - R_s A_s = 0,$$

откуда

а

$$x = \frac{R_s \cdot A_s - R_{sc} \cdot A_s'}{R_b \cdot b}$$

При расчете элементов с двойной арматурой могут встретиться задачи двух видов:

- сжатая арматура необходима для усиления сжатой зоны бетона (если увеличение размеров сечения нежелательно);
- сжатая арматура предусмотрена по конструктивным соображениям или при условии действия двузначного изгибающего момента.

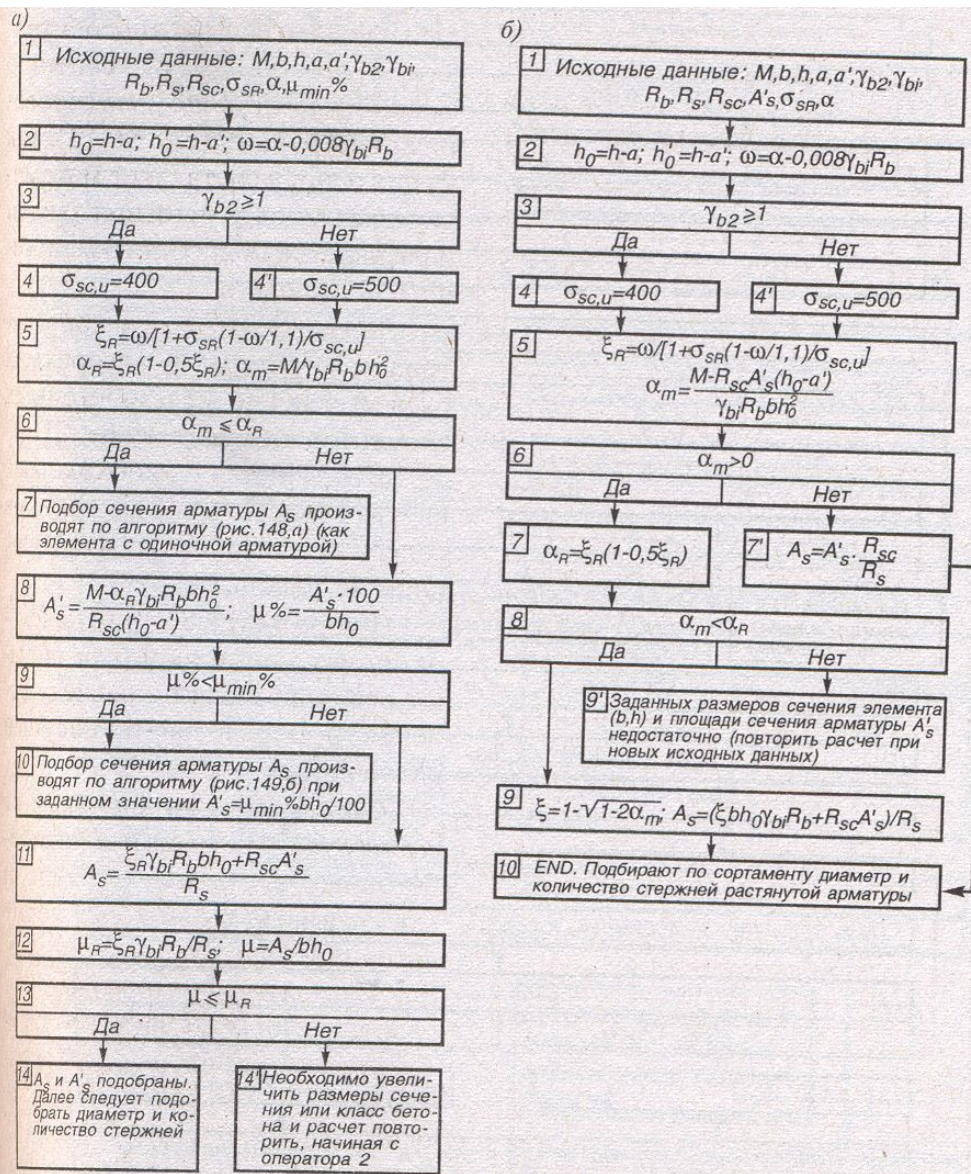


Рис. 149. Алгоритмы расчета сечения изгибаемого элемента прямоугольной формы с двойной ненапрягаемой арматурой:

а — определение площади сечения растянутой A_s и сжатой A'_s арматур; б — определение площади сечения A_s растянутой арматуры при заданной площади сечения A'_s , сжатой арматуры