ЛЕКЦИЯ 2

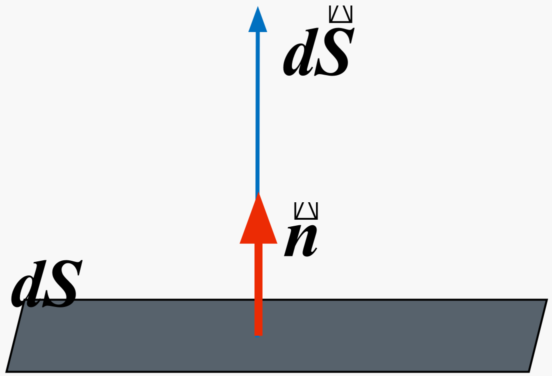
19 февраля 2013г.

Электростатика

План лекции

1. Электростатическая теорема Гаусса-Остроградского.
2. Вычисление полей с помощью теоремы Гаусса:
   - поле бесконечной однородно заряженной плоскости;
   - поле двух разноименно заряженных плоскостей;
   - поле бесконечно заряженного цилиндра;
   - поле объемно-заряженного шара.
3. Электрическое напряжение. Электродвижущая сила.

Некоторые сведения из теории векторных полей



dS - малый элемент поверхности;

$d\vec{S}$ - вектор, модуль которого равен площади элемента dS, а направление совпадает с нормалью к площадке (псевдовектор);

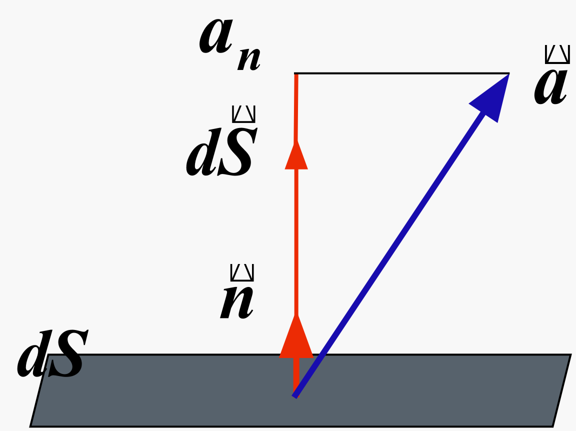
$$d\vec{S} = dS\,\vec{n}$$

$\vec{n}$ - единичный вектор нормали (орт вектора).

Введенный вектор $d\vec{S}$ - *вектор элемента площади.*

Некоторые сведения из теории векторных полей

Рассмотрим поле произвольного вектора $\vec{a} = \vec{a}(x, y, z)$.



dS - малый элемент поверхности в поле вектора $\vec{a}$.

Введем величину $d\Phi_a$, которую определим как скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $d\vec{S}$:

$$d\Phi_a = \left(\vec{a}, d\vec{S}\right) = a_n\, dS$$

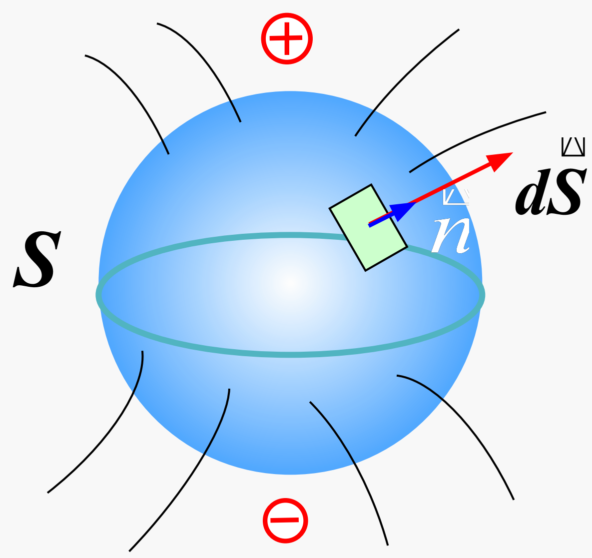
$d\Phi_a$ - *поток вектора* $\vec{a}$ через элемент поверхности dS

Поток вектора $\vec{a}$ через поверхность S:

$$\Phi_a = \int\limits_S \left(\vec{a}, d\vec{S}\right) = \int\limits_S a_n\, dS$$

Некоторые сведения из теории векторных полей

Потоки векторных полей через замкнутые поверхности



Положительными будут потоки $d\Phi_a$ выходящие из замкнутой поверхности

Входящие потоки – *отрицательные*

Суммарный поток вектора поля через замкнутую поверхность определяется *интегралом по замкнутой поверхности*:

$$\Phi_a = \oint_S \left(\vec{a}, d\vec{S}\right)$$

Теорема Гаусса-Остроградского

Поток Φ_E вектора напряженности электрического поля $\vec{E}$ сквозь произвольную замкнутую поверхность S в однородной, изотропной и линейной среде пропорционален электрическому заряду q, заключенному внутри поверхности S.

Теорема Гаусса-Остроградского выполняется в *однородной, изотропной* и *линейной* среде.

Однородной называется среда - … **изучить самостоятельно**.

Изотропной называется среда - … **изучить самостоятельно**.

Линейной называется среда- … **изучить самостоятельно**.

Теорема Гаусса-Остроградского

В <u>*интегральной форме*</u> :

$$\boxed{\oint_S (\vec{E}, d\vec{S}) = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0}}$$

$$\boxed{div\,\vec{E} = \frac{\rho_q}{\varepsilon\varepsilon_0}}$$

- в <u>*дифференциальной* форме.</u>

ε - *диэлектрическая проницаемость среды*. Учитывает влияние свойств среды на значение вектора напряженности.

ρ_q - объемная плотность заряда.

$$\boxed{\rho_q = \frac{dq}{dV}}$$

Задание: разобраться, что такое дивергенция.

<u>Физический смысл теоремы Гаусса.</u>

Это закон создания электрических полей неподвижными зарядами. В *интегральной форме* закон выражен применительно к замкнутой поверхности конечных размеров, в *дифференциальной* форме – применительно к точке.

Вычисление электростатических полей с помощью теоремы Гаусса-Остроградского.

Поверхностная и *линейная* плотности зарядов.

Если заряд dq сосредоточен в тонком поверхностном слое, его распределение можно характеризовать *поверхностной плотностью* $\sigma(x, y, z)$ (сигма).

$$\boxed{\sigma = \frac{dq}{dS}}$$

dq - заряд, заключенный в слое площадью dS .

$$\boxed{q = \int_S \sigma(x, y, z)\,dS}$$

Вычисление электростатических полей с помощью теоремы Гаусса-Остроградского.

Если заряд распределен вдоль некоторой линии (нить, тонкий стержень и т.д.), его распределение в пространстве можно описать *линейной плотностью* $\tau_q(x,y,z)$.

$$\boxed{\tau_q = \frac{dq}{dl}}$$

Общий заряд q вычисляется с помощью интеграла

$$\boxed{q = \int_l \tau_q dl}$$

l - длина заряженной линии.

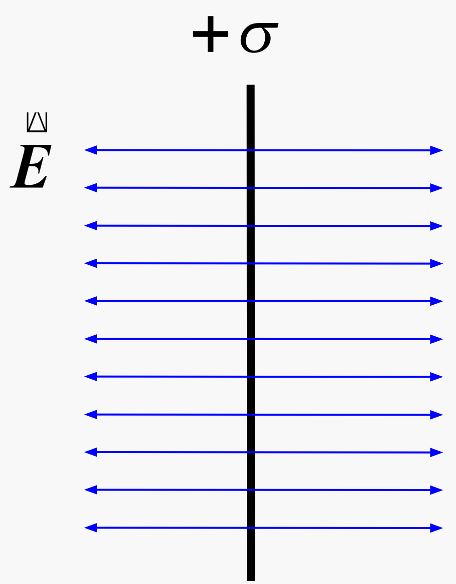
Если *объемная* , *поверхностная* и *линейная* плотности не зависят от координат, то распределение заряда называется *однородным*.

$$q = \rho_q V \qquad q = \sigma S \qquad q = \tau_q l$$

Вычисление электростатических полей с помощью теоремы Гаусса-Остроградского.

1. <u>Поле бесконечной однородно заряженной плоскости</u>

Пусть поверхностная плотность положительного заряда во всех точках плоскости одинакова и равна σ.



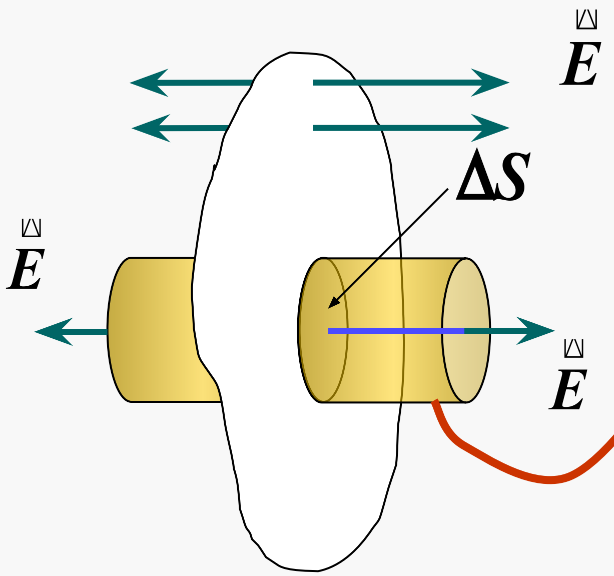
Напряженность поля $\vec{E}$ в любой точке имеет направление, перпендикулярное к плоскости.

Очевидно, что в симметричных относительно плоскости точках напряженность поля одинакова по модулю и противоположно направлена.

Вычисление электростатических полей с помощью теоремы Гаусса-Остроградского.

1. <u>Поле бесконечной однородно заряженной плоскости</u>

Представим себе цилиндрическую поверхность с образующими, перпендикулярными к заряженной плоскости и основаниями ΔS , симметрично расположенными относительно плоскости.



Поток вектора $\vec{E}$ через боковую часть поверхности равен нулю.

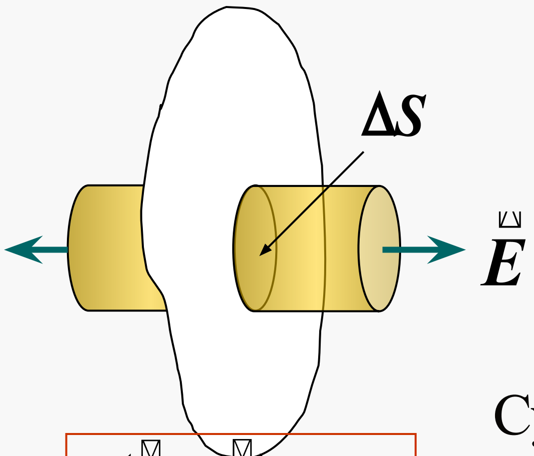
Для оснований цилиндрической поверхности E_n совпадает с $\vec{E}$.

Применим к поверхности теорему Гаусса

$$\oint_S \left(\vec{E}, d\vec{S}\right) = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

Вычисление электростатических полей с помощью теоремы Гаусса-Остроградского.

1. <u>Поле бесконечной однородно заряженной плоскости</u>



Поскольку во всех точках поверхности, пронизываемой полем, вектор напряженности поля перпендикулярен к поверхности и одинаков по величине, интеграл вычисляется легко:

$$\oint_S \left(\vec{E}, d\vec{S}\right) = E\,\Delta S$$

Суммарный поток через поверхность равен $2E\Delta S$

$$\boxed{\oint_S \left(\vec{E}, d\vec{S}\right) = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0}}$$

Учитывая, что $q = \sigma\,\Delta S$, получим $2E\Delta S = \sigma\Delta S / \varepsilon\varepsilon_0$. Окончательно:

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}}$$

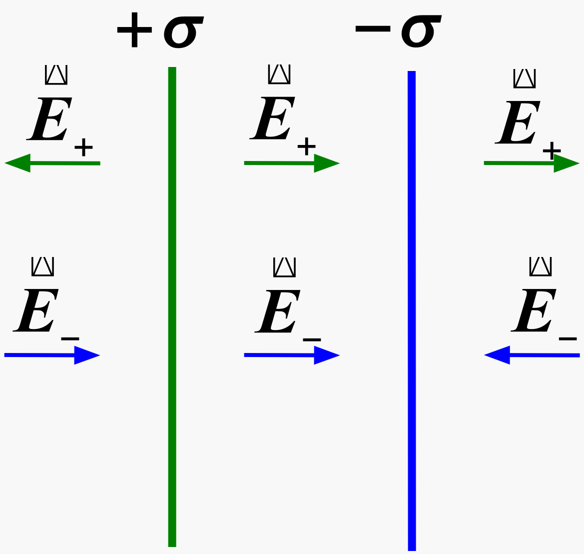
Полученный результат не зависит от длины цилиндра.

На любом расстоянии от бесконечной однородно заряженной плоскости напряженность поля одинакова.

Вычисление электростатических полей с помощью теоремы Гаусса-Остроградского.

2. <u>Поле двух разноименно заряженных плоскостей.</u>

Две параллельные бесконечные плоскости заряжены разноименно с одинаковой по величине поверхностной плотностью σ.



Электрическое поле определятся суперпозицией полей каждой из пластин.

В области между плоскостями поля имеют одинаковое направление, результирующая напряженность равна:

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}}$$

Вне объема, ограниченного плоскостями, результирующая $E = 0$.

Поле двух разноименно заряженных плоскостей однородно и сосредоточено между плоскостями.

Вычисление электростатических полей с помощью теоремы Гаусса-Остроградского.

3. <u>Поле бесконечного заряженного цилиндра</u>
4. <u>Поле объемно-заряженного шара</u>

- изучить самостоятельно!!