ЛЕКЦИЯ 7

26 марта 2013г.

Электромагнетизм

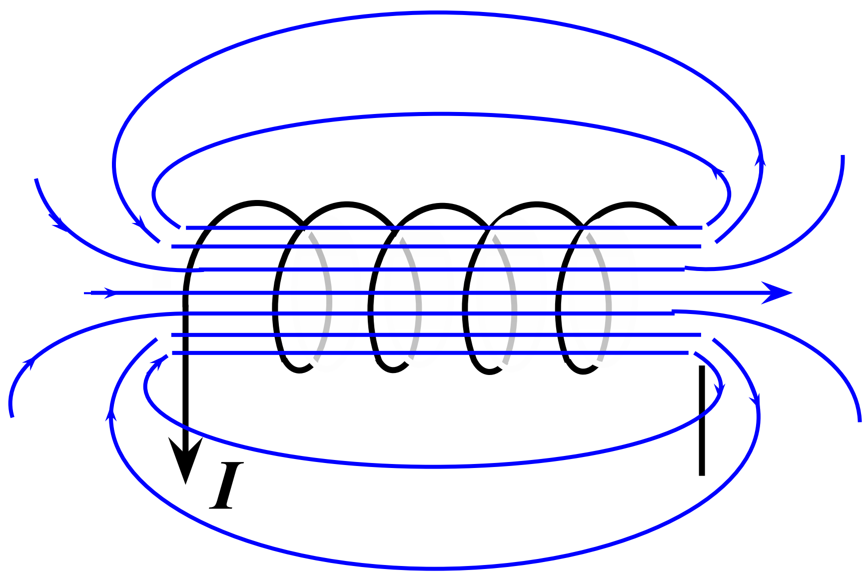
План лекции

1. Магнитное поле соленоида.
2. Закон Ампера. Сила взаимодействия параллельных токов.
3. Контур с током в магнитном поле.
4. Эффект Холла.

Теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$. Применение теоремы.

<u>Магнитное поле соленоида</u>

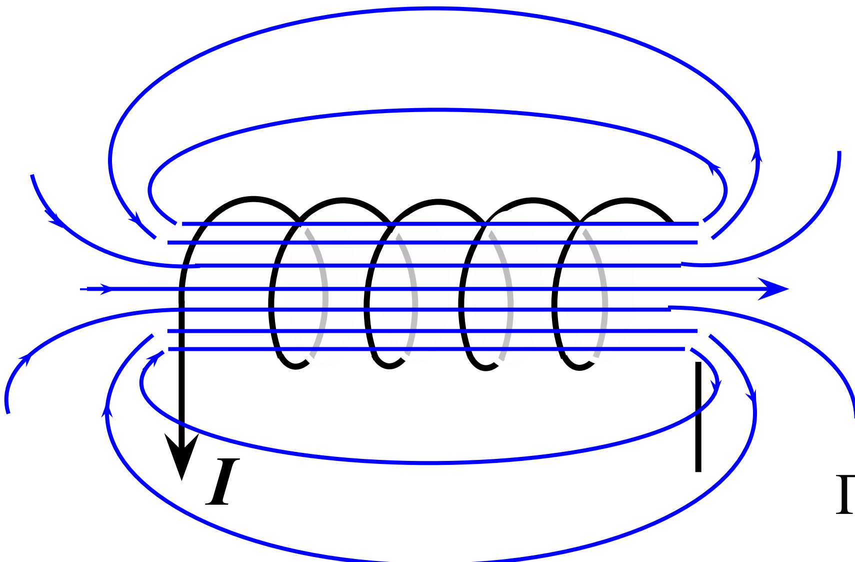
Соленоид – проводник, намотанный по винтовой линии на поверхность цилиндрического каркаса.



Линии вектора $\vec{B}$ внутри соленоида направлены по оси так, что образуют с направлением тока в соленоиде правовинтовую систему.

Теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$. Применение теоремы.

Магнитное поле соленоида



Из опыта: Поле бесконечно длинного соленоида сосредоточено внутри его, поле снаружи отсутствует.

Пусть длинный соленоид с током ***I*** имеет ***n*** витков на единицу длины.

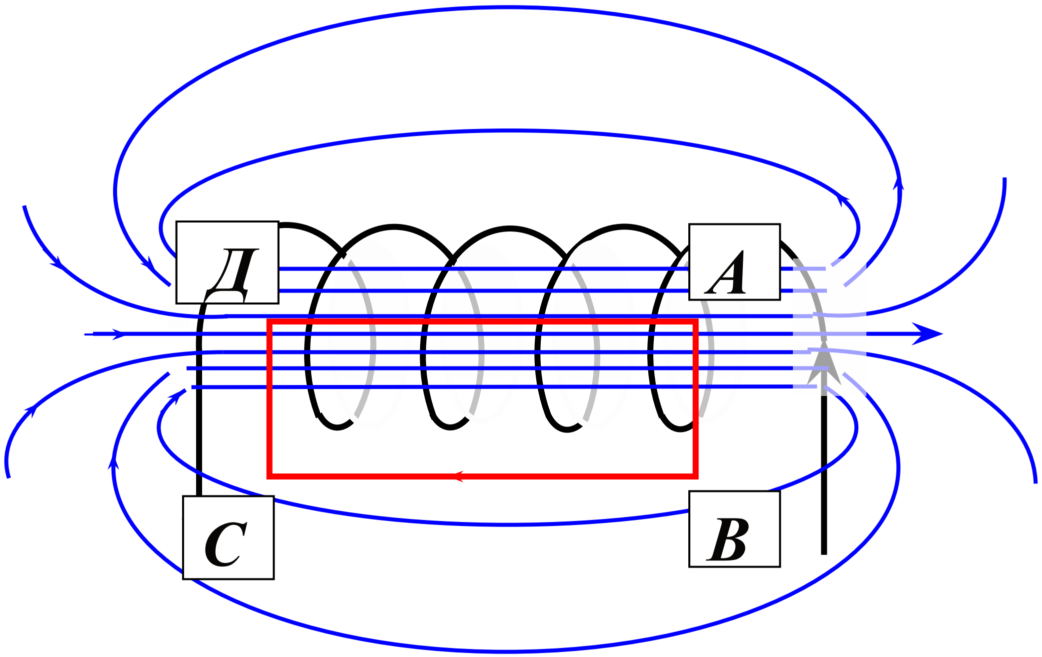
Каждый виток соленоида можно заменить замкнутым витком.

Рассчитаем поле внутри соленоида. Выберем прямоугольный контур и вычислим циркуляцию магнитного поля по этому контуру.

Теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$. Применение теоремы.

Магнитное поле соленоида

Циркуляцию вектора $\vec{B}$ по замкнутому контуру ***АВСДА***, который охватывает N витков, вычислим по формуле:

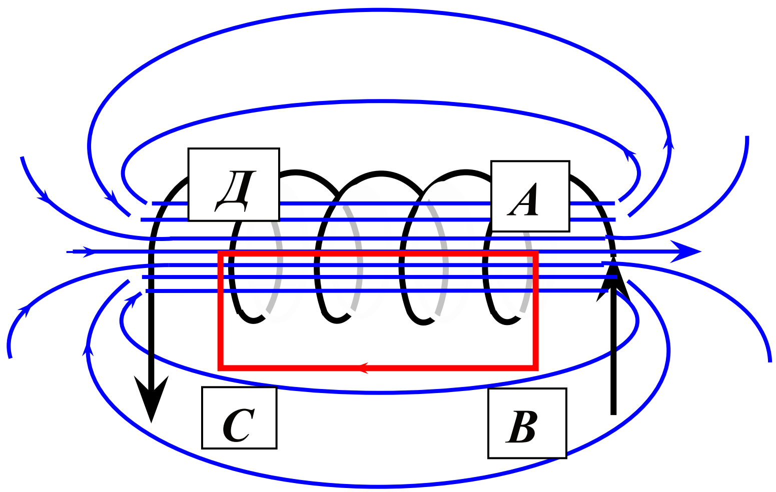


$$\oint_{АВСДА} B_l dl = \mu_0 NI$$

Интеграл по ***АВСДА*** представим в виде четырех интегралов: по ***АВ***, ***ВС***, ***СД*** и ***ДА***.

Теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$. *Применение теоремы.*

<u>Магнитное поле соленоида</u>



На участках ***АВ*** и ***СД*** контур перпендикулярен линиям магнитной индукции и $B_l = 0$.

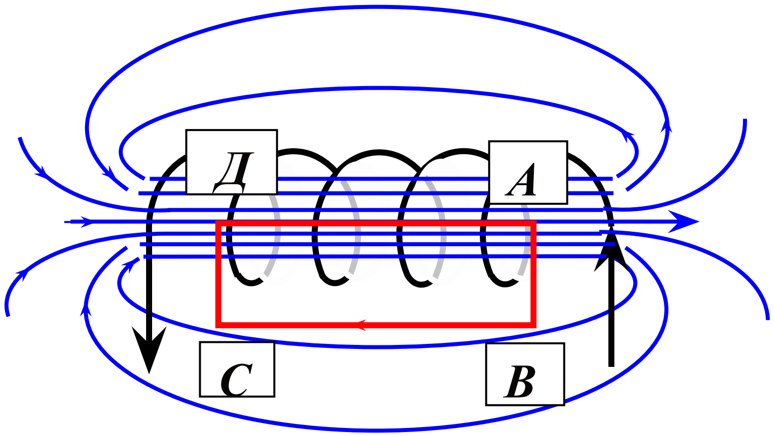
На участке ***ДА*** контур совпадает с линией магнитной индукции и циркуляция вектора $\vec{B}$ равна ***Bl***.

На участке ***ВС*** вне соленоида ***B* = *0***.

В итоге получаем: $$\oint\limits_{ABCДA} B_l dl = \oint\limits_{ДA} B_l dl = Bl = \mu_0 NI$$

Или: $$B = \frac{\mu_0 NI}{l}$$

Теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$. *Применение теоремы.*



$$B = \frac{\mu_0 NI}{l}$$

Поскольку $N/l = n$, то окончательно получим $\boxed{B = \mu_0 nI}$

Таким образом, поле внутри соленоида *однородно* (краевыми эффектами пренебрегаем). Произведение nI число *ампервитков* соленоида.

ЗАКОН АМПЕРА

Электрические токи создают вокруг себя магнитное поле. Но: каждый носитель тока испытывает действие магнитной силы. Действие этой силы передается проводнику, по которому заряды движутся. Итог: магнитное поле действует с определенной силой на сам проводник с током. ***Определим эту силу***.

Задача: определить силу $d\vec{F}$, действующую на единичный элемент тока $d\vec{l}$ со стороны магнитного поля $\vec{B}$, созданного другим элементом тока $d\vec{l}$.

ЗАКОН АМПЕРА

На движущийся со скоростью $\vec{v}$ заряд q действует магнитная сила

$$\vec{F}_м = q\left[\vec{v},\ \vec{B}\right]$$

Поместим провод с током в магнитное поле. Магнитная сила действует на каждый из носителей тока.

Пусть n - это число носителей тока, содержащихся в единице объема проводника.

Тогда в элементе провода dl содержится $n\,S\,dl$ носителей заряда (S - это площадь поперечного сечения проводника в том месте, где располагается элемент тока).

На каждый из носителей тока будет действовать магнитная сила $\langle\vec{F}\rangle = e\left[\langle\vec{u}\rangle, \vec{B}\right]$, на все носители в пределах dl -

$$d\vec{F} = \langle\vec{F}\rangle nSdl$$

$\langle\vec{u}\rangle$ - средняя скорость упорядоченного движения носителей тока.

ЗАКОН АМПЕРА

$$d\vec{F} = ne\left[\langle\vec{u}\rangle, \vec{B}\right]Sdl$$

Внесем постоянные величины ne под знак векторного произведения и, учтя, что $ne\langle\vec{u}\rangle = \vec{j}$, получим

$$\boxed{d\vec{F} = \left[\vec{j}, \vec{B}\right]dV}$$

где - $dV = Sdl$ объем элемента провода.

Для тонкого проводника $\vec{j}dV = Id\vec{l}$. После подстановки:

$$\boxed{d\vec{F} = I\left[d\vec{l}, \vec{B}\right]}$$

Получили различные формы записи **закона Ампера**. Силы, действующие на токи в магнитном поле - **силы Ампера**.

ЗАКОН АМПЕРА

$$d\vec{F} = \left[\vec{j}, \vec{B}\right] dV$$

$\vec{j}dV$ - объемный элемент тока.

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l}, \vec{B}\right]$$

$Id\vec{l}$ - линейный элемент тока.

<u>Направление силы Ампера.</u>

Векторы $d\vec{l}$, $\vec{B}$ *и* $d\vec{F}$ *образуют правовинтовую ортогональную тройку векторов.*

Модуль силы Ампера: $dF = IB\,dl\sin\alpha$

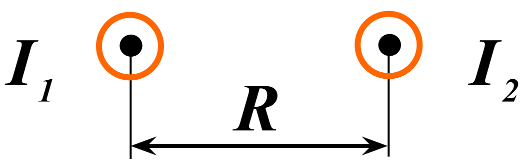
α - угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{B}$.

ЗАКОН АМПЕРА

Сила взаимодействия двух параллельных токов

Рассмотрим два бесконечных прямолинейных проводника с токами I_1 и I_2 , расстояние между которыми равно R .

Пусть токи в проводниках текут в одном направлении, «к нам».

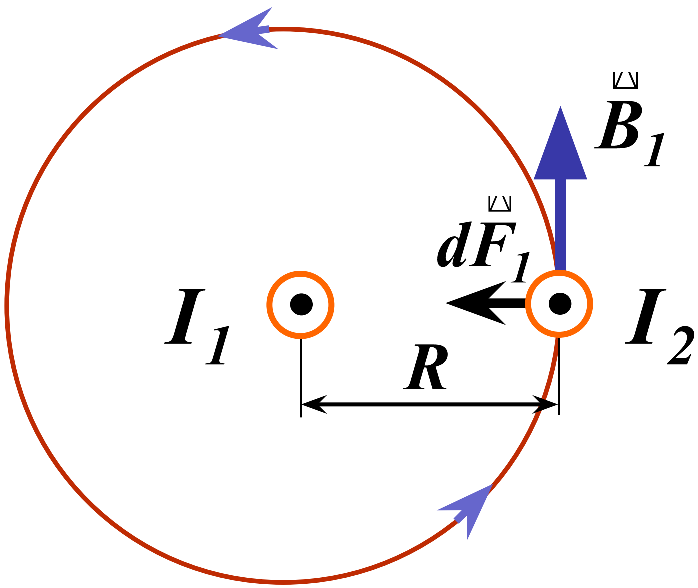


Каждый из проводников создает магнитное поле, которое действует в соответствии с законом Ампера на другой проводник с током.

Определим силу, с которой действует магнитное поле тока I_1 на элемент dl второго проводника с током I_2.

ЗАКОН АМПЕРА

Сила взаимодействия двух параллельных токов



Ток I_1 создает вокруг себя магнитное поле, линии магнитной индукции которого - концентрические окружности.

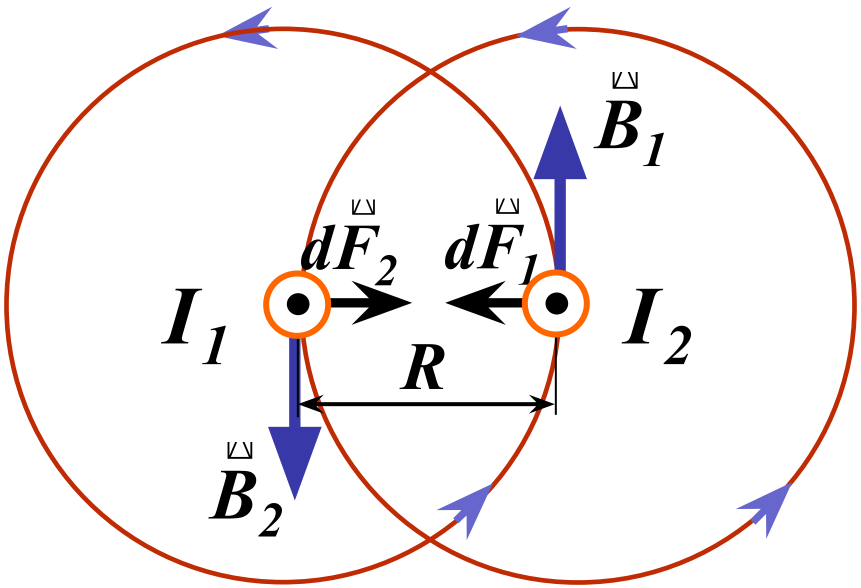
Направление вектора $\vec{B}_1$ определяется правилом правого винта, его модуль равен

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{R}$$

Направление силы $d\vec{F}_1$, с которой поле $\vec{B}_1$ действует на элемент тока $d\vec{l}$, определяется из закона Ампера $d\vec{F} = I\left[d\vec{l}, \vec{B}\right]$.

ЗАКОН АМПЕРА

Сила взаимодействия двух параллельных токов



Ток I_2 создает вокруг себя такое же магнитное поле, что и I_1. Поэтому дополним картину полей и сил.

Выражение для модуля силы Ампера:

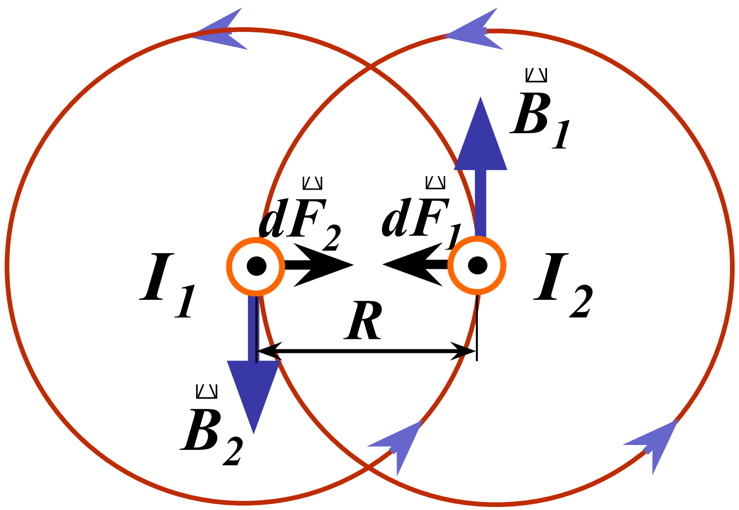
$$dF_1 = I_2 B_1\, dl \sin\alpha$$

Угол α между $d\vec{l}$ и $\vec{B}_1$ - прямой, модуль силы $d\vec{F}_1$ равен

$$dF_1 = I_2 B_1\, dl$$

ЗАКОН АМПЕРА

Сила взаимодействия двух параллельных токов



$$dF_1 = I_2 B_1 dl \qquad B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{R}$$

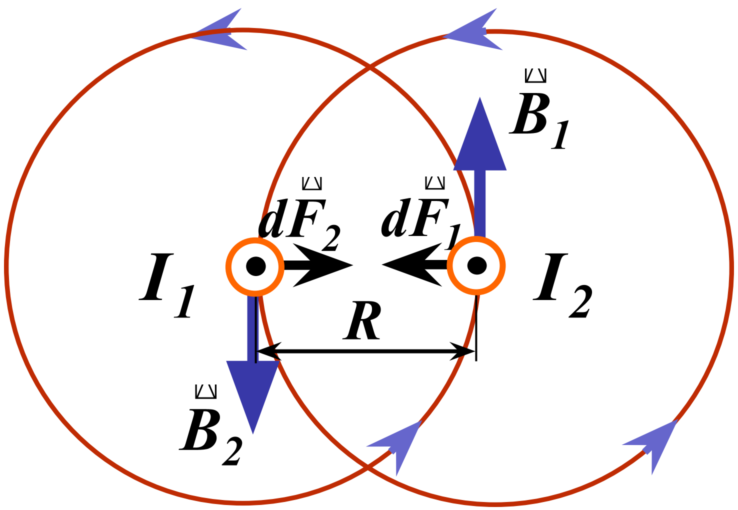
$$dF_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{R} dl$$

Рассуждая аналогично, получим подобное выражение для модуля силы dF_2, с которой магнитное поле тока I_2 действует на элемент dl первого проводника с током I_1:

$$dF_2 = I_1 B_2 dl = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{R} dl$$

ЗАКОН АМПЕРА

Сила взаимодействия двух параллельных токов



$$dF_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{R}dl$$

Сила $d\vec{F}_2$ направлена в сторону, противоположную силе $d\vec{F}_1$

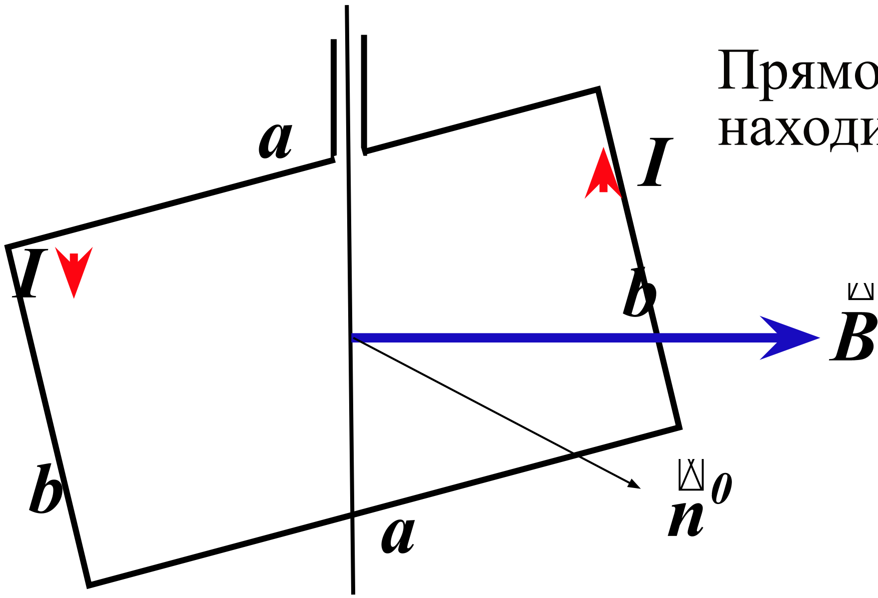
$$dF_1 = dF_2$$

Следовательно, два проводника притягивают друг друга с силой

Если токи в проводниках направлены противоположно, то между ними действует сила отталкивания, равная по модулю силе $d\vec{F}$.

$$\boxed{dF = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{R}dl}$$

КОНТУР С ТОКОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ



Прямоугольный контур (рамка) с током находится в однородном магнитном поле.

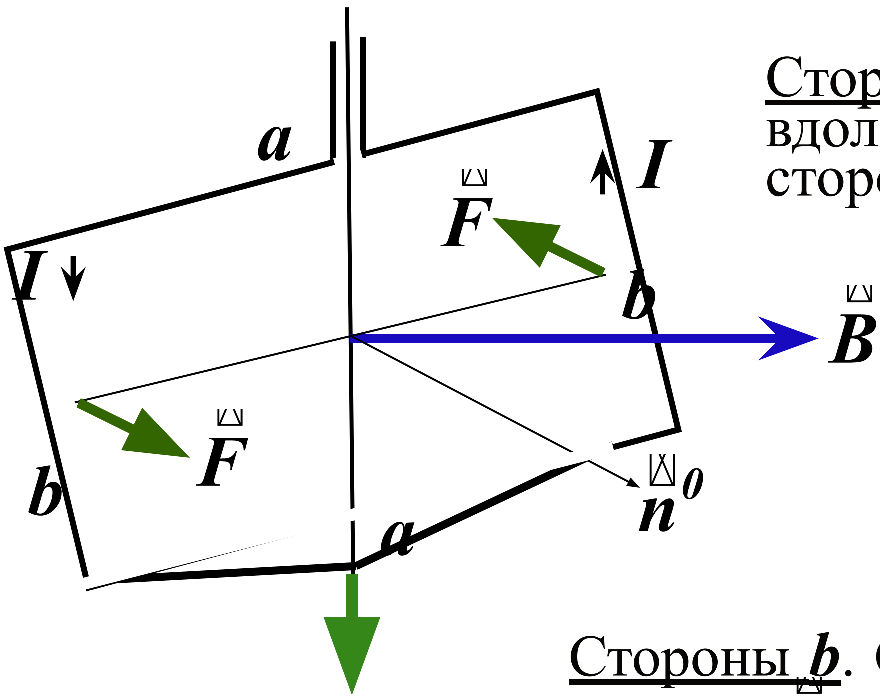
a и ***b*** – стороны рамки. Рамка имеет возможность вращаться вокруг оси, проходящей через середины ее сторон длиной ***a***.

В рамке протекает ток.

Поместим рамку перпендикулярно линиям магнитного поля.

Рассмотрим действие силы Ампера на каждую из сторон рамки.

КОНТУР С ТОКОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ



Стороны ***a***. Силы Ампера направлены вдоль оси контура, в противоположные стороны.

Действие сил сводится только к деформации контура (сжатию или растяжению).

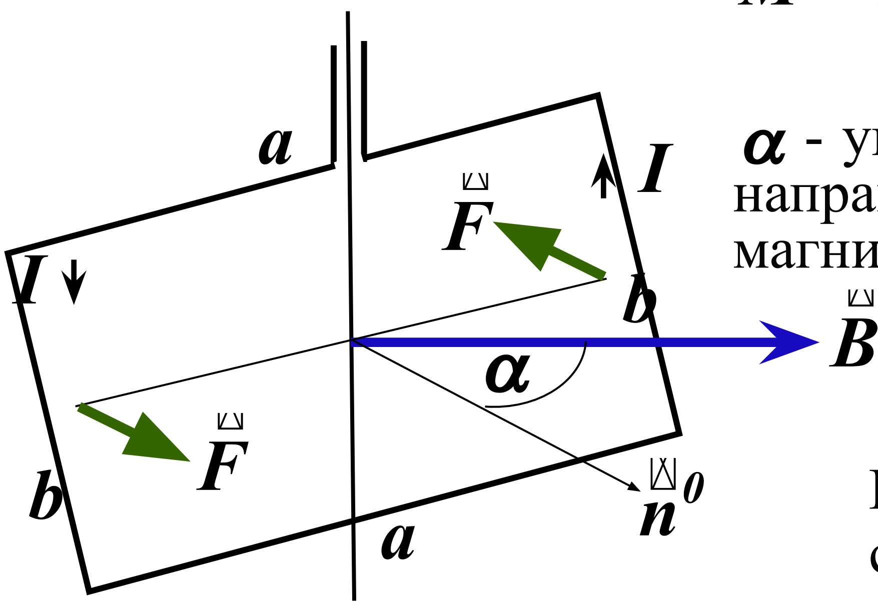
Стороны ***b***. Силы Ампера перпендикулярны линиям $\vec{B}$ и сторонам ***b.***

Численное значение сил Ампера: $F = IbB$

КОНТУР С ТОКОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Силы, действующие на стороны ***b*** контура, создают вращающий момент $\vec{M}$.

$$M = Fa\sin\alpha$$



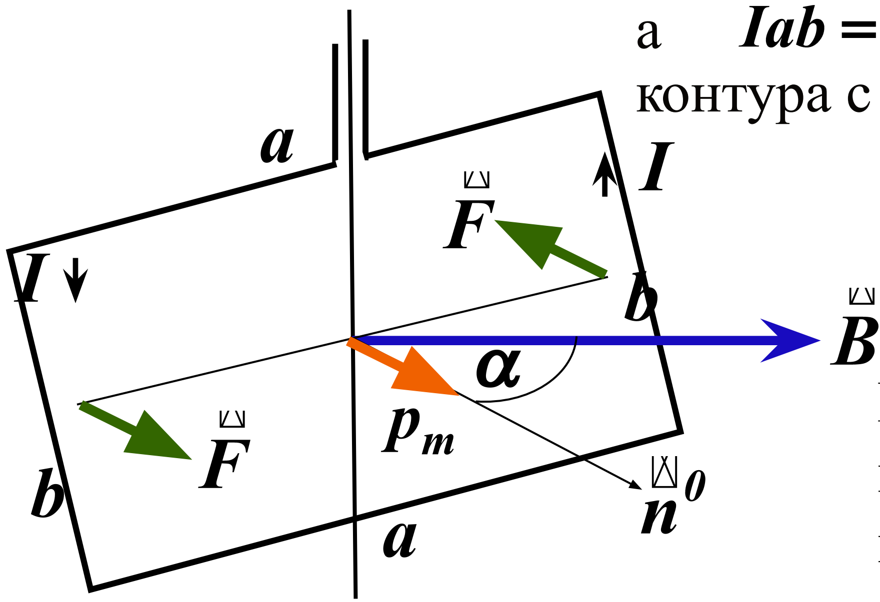
α - угол между нормалью к контуру и направлением силовых линий магнитного поля, $a\sin\alpha$ - плечо силы.

Подставив выражение для силы $F = IbB$, получим

$$M = IBab\sin\alpha$$

КОНТУР С ТОКОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

$$M = IBab\sin\alpha$$



ab - это площадь, ограниченная контуром, а $Iab = p_m$ - модуль магнитного момента контура с током.

Итог: $M = p_m B\sin\alpha$

Магнитный момент $\vec{p}_m$ контура направлен как и положительная нормаль контура:

$$Iab\vec{n}^0 = \vec{p}_m$$

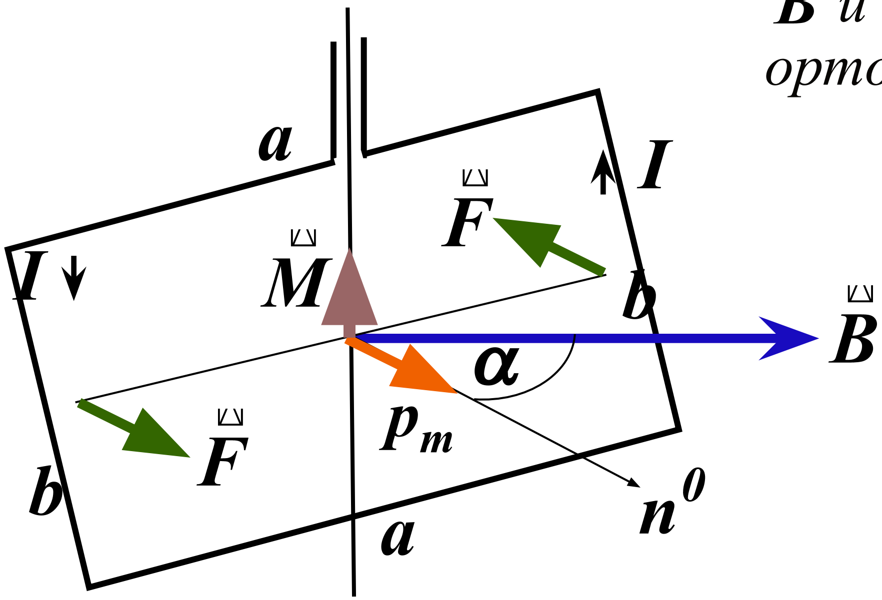
Вращающий момент в векторной форме:

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m, \vec{B}\right]$$

КОНТУР С ТОКОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

$$\boxed{\vec{M} = \left[\vec{p}_m, \vec{B}\right]}$$

Направление вектора $\vec{M}$: *векторы* $\vec{p}_m$, $\vec{B}$ *и* $\vec{M}$ *образуют правовинтовую ортогональную тройку векторов.*

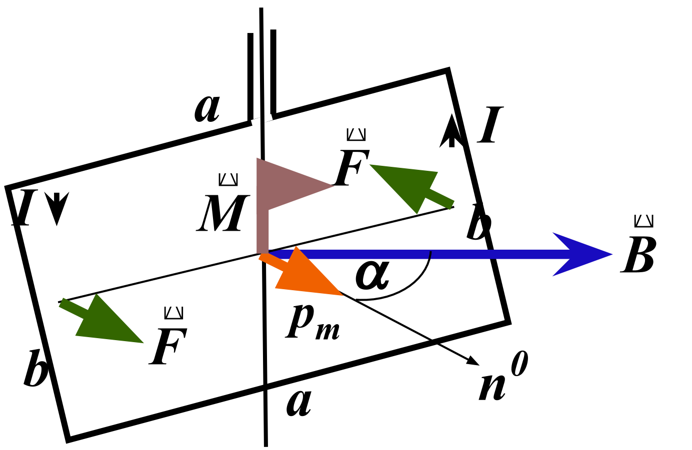


Вращающий момент, действующий в однородном магнитном поле на контур с током, стремится сориентировать его перпендикулярно к силовым линиям магнитного поля.

КОНТУР С ТОКОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

$$\boxed{\vec{M} = \left[\vec{p}_m, \vec{B}\right]}$$

Эта формула применима к плоскому витку произвольной формы.



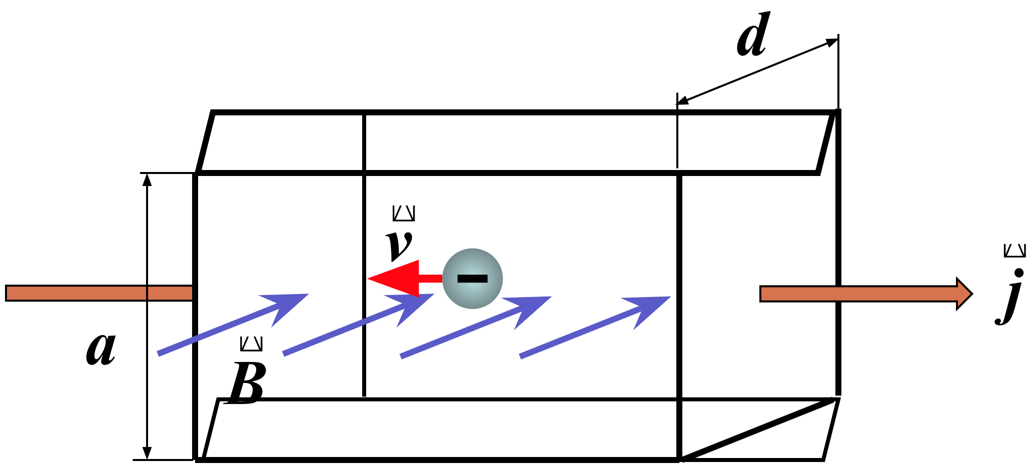
Кроме того, она может использоваться для расчета вращающего момента контура в неоднородном магнитном поле.

ЭФФЕКТ ХОЛЛА

Изучить самостоятельно!

ЭФФЕКТ ХОЛЛА

Если металлическую пластинку, вдоль которой течет постоянный электрический ток, поместить в перпендикулярное к ней магнитное поле, то между гранями, параллельными направлениям тока и поля, возникает разность потенциалов. Это ***эффект Холла.***



Поместим металлическую пластинку с плотностью тока $\vec{j}$ в магнитное поле $\vec{B}$, перпендикулярное $\vec{j}$.

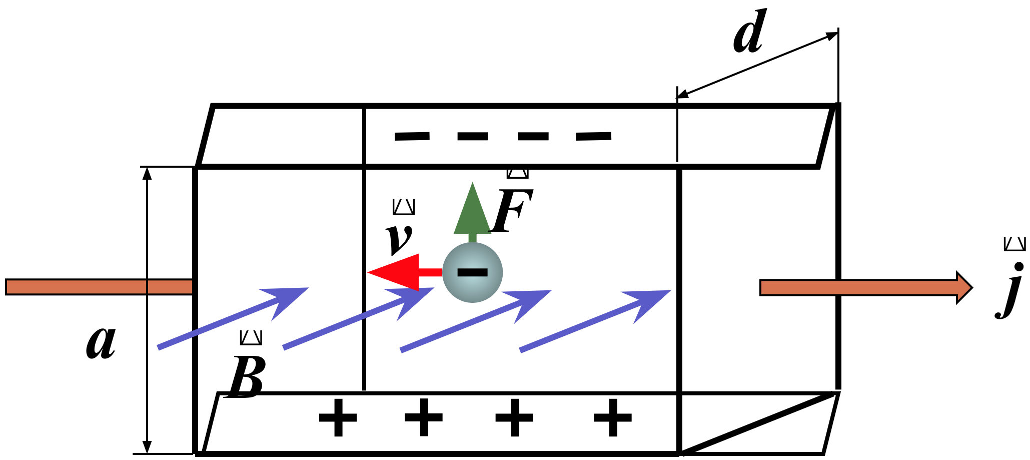
В металле носителями тока являются свободные электроны.

Их скорость $\vec{v}$ направлена против вектора $\vec{j}$.

Электроны испытывают действие силы Лоренца.

ЭФФЕКТ ХОЛЛА

Сила Лоренца направлена вверх (направление определяется векторным произведением $\left[\vec{v}, \vec{B}\right]$, с учетом того, что ток переносится электронами).

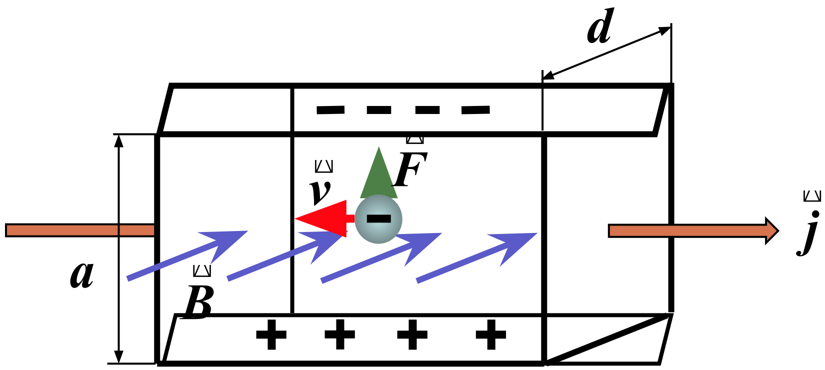


В результате действия силы Лоренца у электронов появится составляющая скорости, направленная вверх.

У верхней грани пластины образуется избыток отрицательных, у нижней – избыток положительных зарядов.

В результате возникает поперечное электрическое поле.

ЭФФЕКТ ХОЛЛА

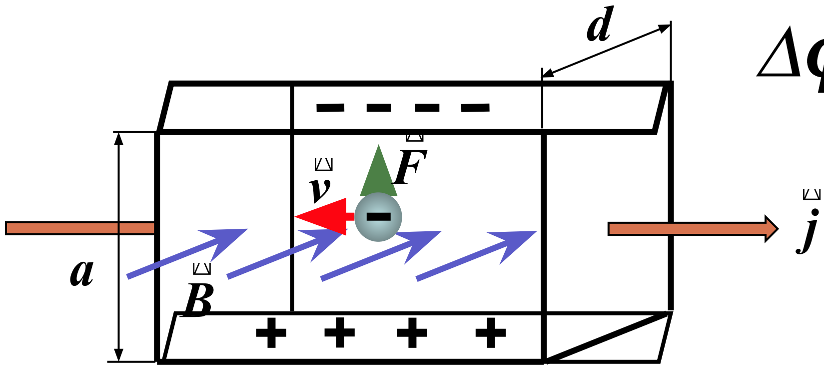


Стационарное распределение зарядов в поперечном направлении установится при таком значении напряженности электрического поля $\vec{E}$, что его действие на заряды будет уравновешивать силу Лоренца.

Возникшую при этом поперечную холловскую разность потенциалов $\Delta\varphi$ можно вычислить из условия установившегося стационарного распределения зарядов:

$$eE = e\Delta\varphi / a = evB,$$ отсюда $$\Delta\varphi = vBa,$$ a - высота пластинки

ЭФФЕКТ ХОЛЛА



$$\Delta\varphi = vBa$$

Выразим скорость частиц через силу тока в пластинке

$$I = jS = envS, \qquad v = \frac{I}{enS}$$

$$\Delta\varphi = \frac{I}{enS}Ba$$

$S = ad$ - площадь поперечного сечения пластинки.

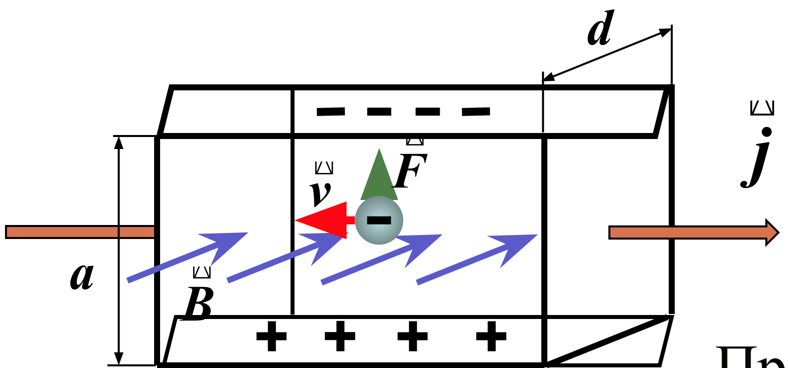
Величина $1/en = R$ - постоянная Холла, зависящая от вещества.

Окончательно:

$$\boxed{\Delta\varphi = R\frac{IB}{d}}$$

выражение для поперечной холловской разности потенциалов.

ЭФФЕКТ ХОЛЛА



$$\Delta\varphi = R\frac{IB}{d}$$

$$1/en = R$$

<u>Примеры использования эффекта Холла.</u>

Знание постоянной Холла позволяет:

а) найти концентрацию и подвижность носителей тока в веществе;

б) судить о природе проводимости полупроводников (знак постоянной Холла совпадает со знаком заряда носителей тока).

Датчики Холла используются для измерения величины магнитного поля, применяются в измерительной технике для иных целей.