Лекция 9.

9 апреля 2013г.

ПЛАН ЛЕКЦИИ

1. ***Явление самоиндукции. Индуктивность.***
2. ***Энергия магнитного поля.***
3. ***Вихревое электрическое поле.***
4. ***Ток смещения.***
5. ***Уравнения Максвелла.***

ЯВЛЕНИЕ САМОИНДУКЦИИ. ИНДУКТИВНОСТЬ

Электромагнитная индукция возникает при изменении магнитного потока через контур. Если в контуре течет изменяющийся во времени ток, то магнитное поле этого тока также будет изменяться. Следовательно, появится ЭДС индукции в этом же контуре. Это *самоиндукция*.

Далее - самостоятельно!

ЭНЕРГИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Проводник с индуктивностью $\boldsymbol{L}$, по которому течет ток $\boldsymbol{I}$, обладает энергией

$$\boxed{W = LI^2/2}$$

Энергия локализована в возбуждаемом током магнитном поле. Это *магнитная энергия тока* или *собственная энергия тока*.

Далее - самостоятельно!

ВИХРЕВОЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

Изменяющееся во времени магнитное поле вызывает появление в контуре сторонних сил, действующих на носители тока. Максвелл: ***переменное магнитное поле порождает электрическое поле.*** В итоге в неподвижном контуре возникает индукционный ток. Это *вихревое поле*.

Свойства вихревого электрического поля.

Воспользуемся определением ЭДС. Для электростатического поля ЭДС это *циркуляция вектора напряженности поля по замкнутому контуру:*

$$\oint_L \left(\vec{E}, d\vec{l}\right) = \mathcal{E}$$

ВИХРЕВОЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

По Максвеллу изменяющееся во времени магнитное поле порождает вихревое электрическое поле $\boldsymbol{E_B}$, которое является источником ЭДС:

$$\mathcal{E} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = \oint_L \left(\vec{E}_B, d\vec{l}\right) = \oint_L E_{Bl}\, dl$$

где E_{Bl} - проекция вектора $\boldsymbol{E}$ на направление $\boldsymbol{dl}$.

Потоком вектора магнитной индукции (магнитным потоком) через ограниченную контуром поверхность $\boldsymbol{S}$ называется величина

$$\Phi_B = \int_S \left(\vec{B}, d\vec{S}\right) = \int_S B_n dS$$

Итог:

$$-\frac{d}{dt}\int_S \left(\vec{B}, d\vec{S}\right) = \oint_L \left(\vec{E}_B, d\vec{l}\right)$$

ВИХРЕВОЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

$$\oint_L \left(\vec{E}_B, d\vec{l}\right) = -\frac{d}{dt}\int_S \left(\vec{B}, d\vec{S}\right)$$

(поменяли местами операции дифференцирования и интегрирования).

<u>Сведения из теории электростатического поля</u>.

В случае электростатического поля ЭДС замкнутого контура равна нулю. Это означает, что циркуляция вектора напряженности электростатического поля $\boldsymbol{E_q}$ по замкнутому контуру равна нулю:

$$\oint_L \left(\vec{E}_q, d\vec{l}\right) = 0$$

ВИХРЕВОЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

$$\oint_L \left(\vec{E}_q, d\vec{l}\right) = 0$$

Следовательно, линии напряженности электростатического поля E_q не могут быть замкнутыми, они начинаются и заканчиваются на зарядах, либо уходят в бесконечность.

$$\oint_L \left(\vec{E}_q, d\vec{l}\right) = 0$$

$$\oint_L \left(\vec{E}_B, d\vec{l}\right) = -\int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, d\vec{S}\right)$$

Различие между электростатическим и вихревым полями: циркуляция вектора E_B в отличие от циркуляции вектора E_q не равна нулю.

Следовательно, электрическое поле E_B, возбуждаемое магнитным полем, как и само магнитное поле, является *вихревым*. Линии напряженности электрического поля E_B замкнуты.

ВИХРЕВОЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

Общий вывод:

В общем случае электрическое поле может быть как *потенциальным*, так и *вихревым*. Электрическое поле может слагаться из поля $\boldsymbol{E}_{q}$, создаваемого зарядами, и поля $\boldsymbol{E}_{в}$, обусловленного переменным во времени магнитным полем.

ТОК СМЕЩЕНИЯ

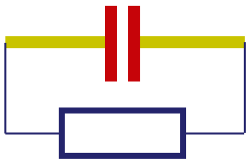
Единая теория электрических и магнитных явлений создана Максвеллом. Основа теории - идея Максвелла о симметрии во взаимозависимости электрического и магнитного полей.

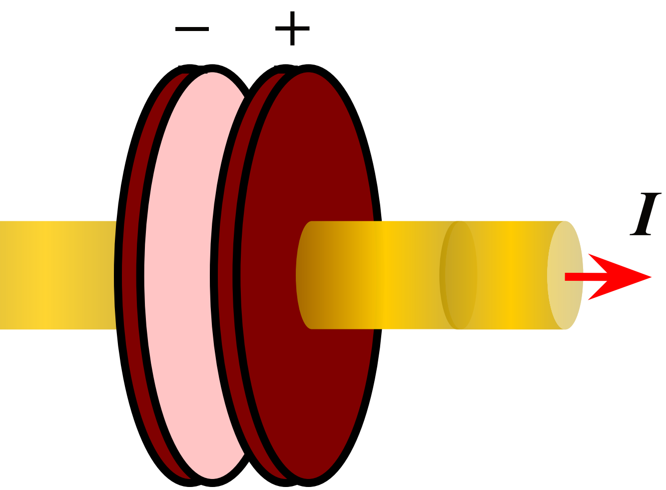
Предположение Максвелла: если меняющееся во времени магнитное поле $\partial \vec{B} / \partial t$ создает электрическое поле, то переменное электрическое поле $\partial \vec{E} / \partial t$ тоже должно создавать магнитное поле.

Для создания теории Максвелл ввел в рассмотрение *ток смещения*.

ТОК СМЕЩЕНИЯ

Рассмотрим цепь переменного тока, содержащую плоский конденсатор





Пусть предварительно заряженный конденсатор разряжается через внешнее сопротивление.

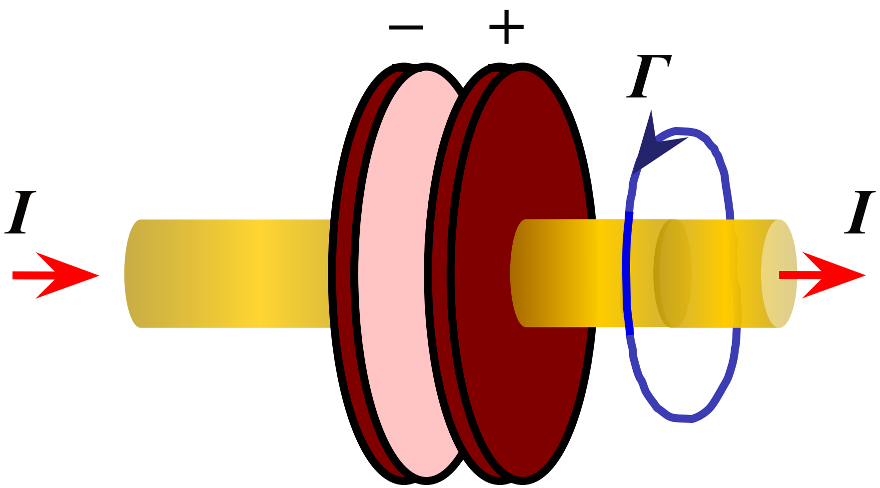
В подводящих проводах потечет ток ***I***.

Применим теорему о циркуляции вектора $\vec{H}$:

$$\oint_L (\vec{H}, d\vec{l}) = \int_S (\vec{j}, d\vec{S}) = I$$

(Циркуляция вектора $\vec{H}$ *по произвольному замкнутому контуру равна сумме токов проводимости, охватываемых этим контуром)*

ТОК СМЕЩЕНИЯ

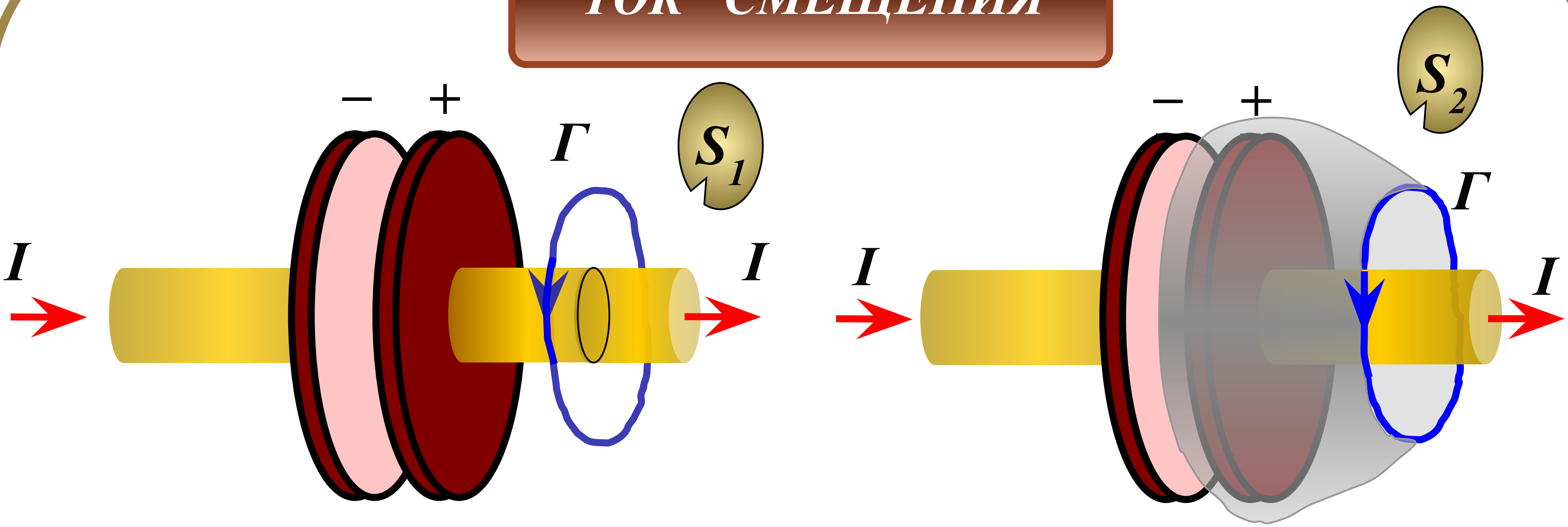


Выберем контур *Г*, охватывающий подводящий провод, зададим направление обхода контура.

Для того чтобы применить теорему о циркуляции вектора $\vec{H}$, нужно выбрать поверхность, натянутую на контур *Г*.

Циркуляция вектора $\vec{H}$ от формы этой поверхности не должна зависеть, поэтому рассмотрим две поверхности, натянутые на контур.

ТОК СМЕЩЕНИЯ

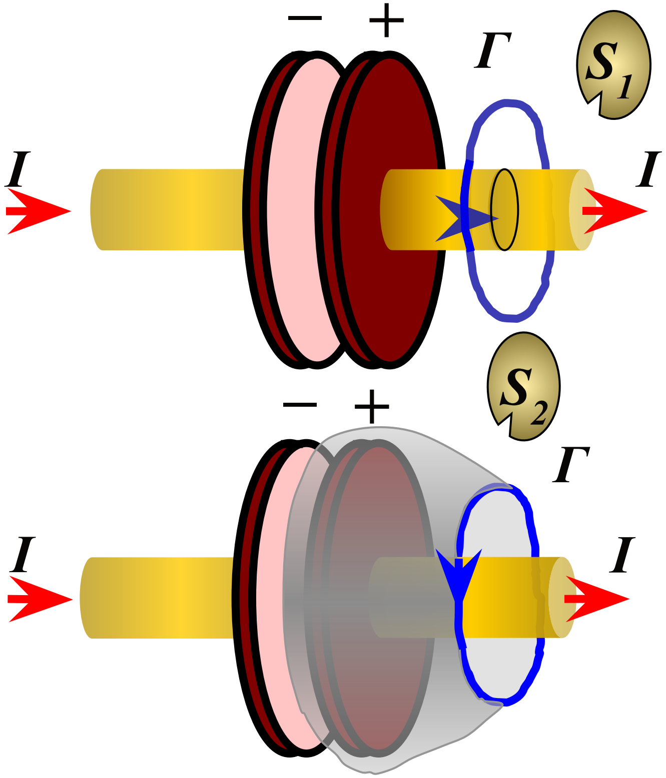


Поверхность S_1 пересекает провод с током.

Поверхность S_2 не пересекает провод с током.

Видим, что через поверхность S_1 течет ток проводимости I, а через поверхность S_2 тока нет, поскольку линии тока проводимости терпят разрыв в промежутке между обкладками конденсатора.

ТОК СМЕЩЕНИЯ



Получается, что циркуляция вектора $\vec{H}$ зависит от формы поверхности, натянутой на контур ***Г***, чего не может быть.

Противоречие!

ТОК СМЕЩЕНИЯ

Для разрешения противоречия Максвелл ввел понятие о *плотности тока смещения.*

$$\boxed{\vec{j}_{см} = \partial \vec{D} / \partial t}$$

Сумма токов проводимости и смещения - *полный ток*:

$$I_{полн} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$$

Плотность полного тока:

$$\vec{j}_{полн} = \vec{j} + \vec{j}_{см} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Линии полного тока являются непрерывными в отличие от линий тока проводимости. Токи проводимости в конденсаторе замыкаются токами смещения.

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Введение полного тока позволяет разрешить противоречие, возникшее при попытке применить теорему о циркуляции вектора $\vec{H}$, записанную для постоянных токов.

Общий вид теоремы:

$$\oint_L \left(\vec{H}, d\vec{l}\right) = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) d\vec{S}$$

$$\partial \vec{D} / \partial t = \vec{j}_{см}$$

Термин «ток смещения» - условный. По существу, это изменяющееся со временем электрическое поле.

Открытие тока смещения позволило Максвеллу создать единую теорию электрических и магнитных явлений – ***макроскопическую теорию электромагнитного поля.***

В основе теории - четыре уравнения. В учении об электромагнетизме эти уравнения играют такую же роль, как законы Ньютона в механике.

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Уравнения Максвелла.

1. $$\oint_L (\vec{E}, d\vec{l}) = -\int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, d\vec{S} \right)$$

$$\boxed{rot\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

Циркуляция вектора $\vec{E}$ по любому замкнутому контуру равна со знаком минус производной по времени от магнитного потока через произвольную поверхность, ограниченную этим контуром.

Поскольку электрическое поле может быть как потенциальным $\vec{E}_q$, так и вихревым $\vec{E}_B$, в первом уравнении Максвелла $\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_B$.

Уравнение показывает, что источником электрического поля могут быть не только электрические заряды, но и изменяющиеся во времени магнитные поля.

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Уравнения Максвелла.

2. $\oint\limits_S \left(\vec{B}, d\vec{S}\right) = 0$ $div\,\vec{B} = 0$

Поток вектора индукции магнитного поля через произвольную замкнутую поверхность равен нулю.

Это теорема Гаусса для магнитного поля.

Магнитное поле не имеет стоков и истоков, линии поля не имеют ни начала ни конца. Магнитное поле называют *соленоидальным* или *вихревым*.

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Уравнения Максвелла.

3. $$\oint_L \left(\vec{H}, d\vec{l}\right) = \int_S \left(\left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right), d\vec{S}\right)$$

$$rot\,\vec{H} = \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)$$

Циркуляция вектора $\vec{H}$ *по любому замкнутому контуру равна полному току через произвольную поверхность, ограниченную этим контуром.*

Под полным током понимается сумма токов проводимости и смещения. Уравнение показывает, что магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями.

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Уравнения Максвелла.

4. $$\oint\limits_S \left(\vec{D}, d\vec{S}\right) = \int\limits_V \rho dV$$ $$div\,\vec{D} = \rho$$

Поток вектора электрического смещения через произвольную замкнутую поверхность в произвольной среде равен стороннему заряду, заключенному внутри поверхности.

Это постулат Максвелла, выражающий закон создания электрических полей действием зарядов в произвольных средах. Постулат записан в общем виде, для стороннего заряда, распределенного внутри замкнутой поверхности непрерывно с объемной плотностью ρ.

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Из уравнений Максвелла следует:

- источниками электрического поля являются электрические заряды, либо изменяющиеся во времени магнитные поля.

- источниками магнитного поля являются движущиеся заряды (электрические токи), либо переменные электрические токи.

Уравнения Максвелла не симметричны относительно магнитных и электрических полей. Причина: в природе существуют электрические заряды, но не обнаружены заряды магнитные.

Уравнения Максвелла для *стационарных полей* ($\boldsymbol{E}, \boldsymbol{B} = \boldsymbol{const}$):

$$\oint_L \left(\vec{E}, d\vec{l}\right) = 0\,; \qquad \oint_S \left(\vec{B}, d\vec{S}\right) = 0\,; \qquad \oint_L \left(\vec{H}, d\vec{l}\right) = I\,; \qquad \oint_S \left(\vec{D}, d\vec{S}\right) = q\,.$$