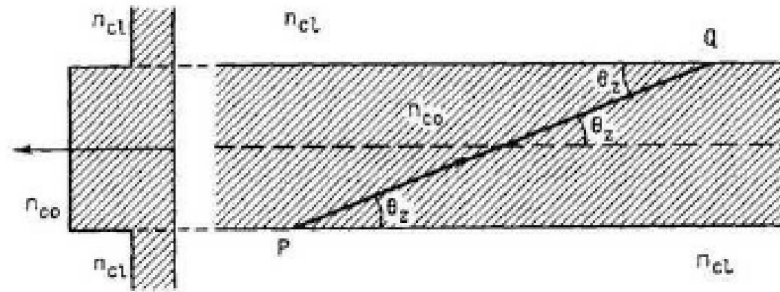


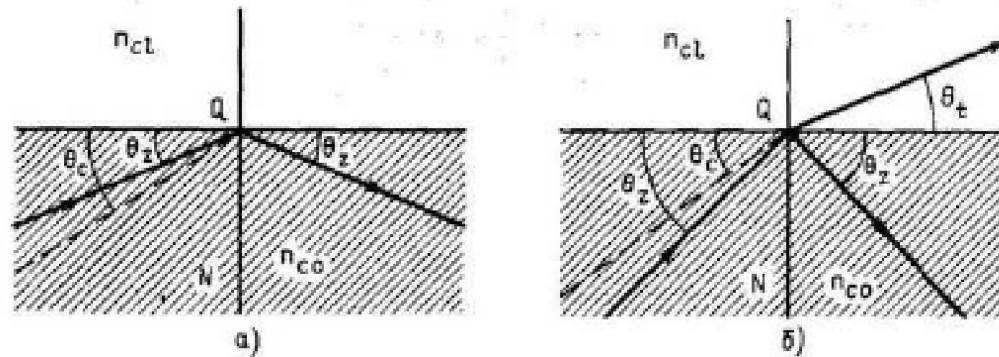
Планарные волноводы

Ступенчатые



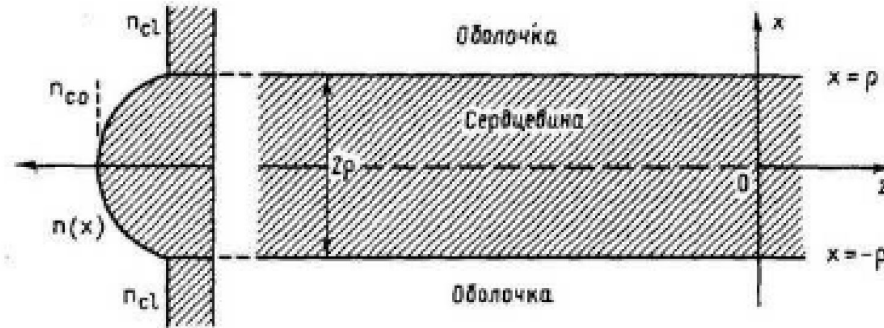
Отражение от плоской границы раздела

$$n_{co} \cos \theta_z = n_{cl} \cos \theta_t$$

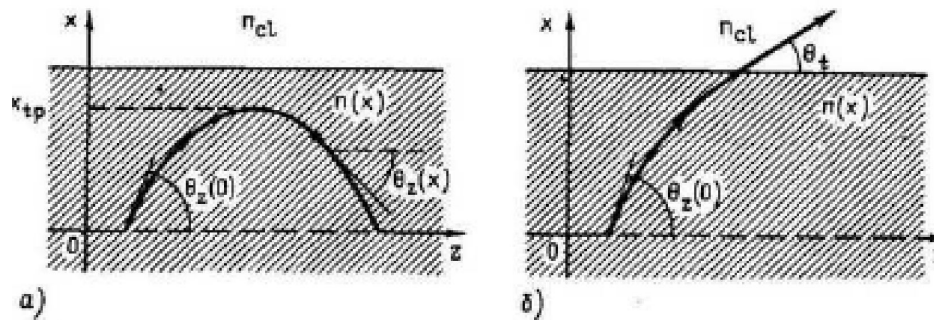


$$\theta_c = \arccos \left\{ \frac{n_{cl}}{n_{co}} \right\} = \arcsin \left\{ 1 - \frac{n_{cl}^2}{n_{co}^2} \right\}^{1/2}$$

Градиентные



Ход лучей в различных случаях



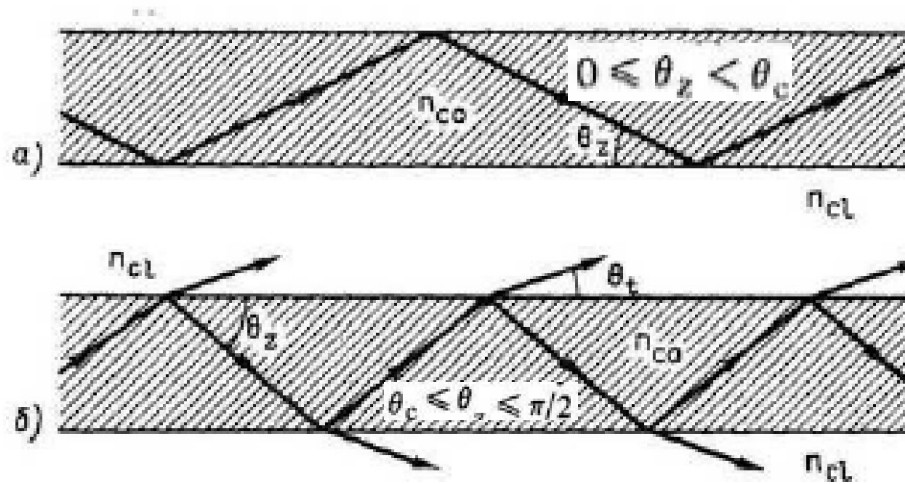
Обобщенный закон Снелля

$$n(x) \cos \theta_z(x) = n(0) \cos \theta_z(0)$$

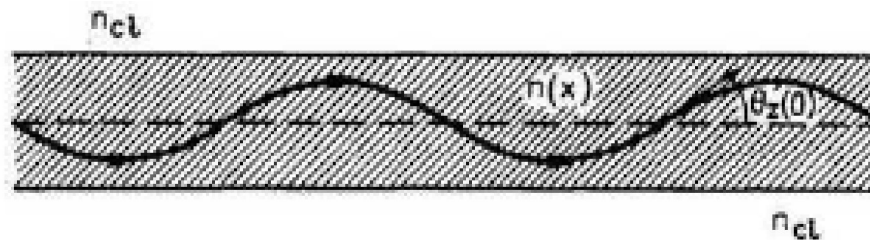
Точка поворота

$$n(x_{tp}) = n(0) \cos \theta_z(0); \quad 0 \leq x_{tp} \leq \rho.$$

Зигзагообразные траектории



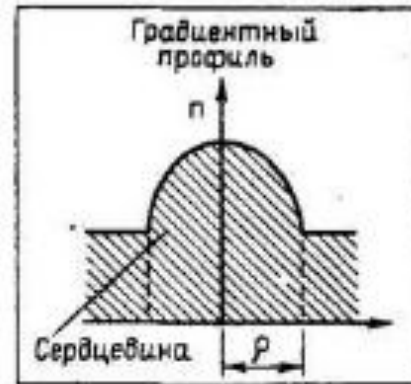
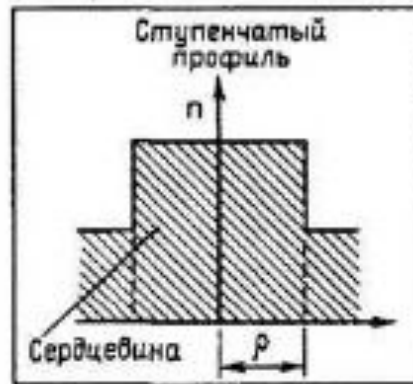
Синусоидальные траектории



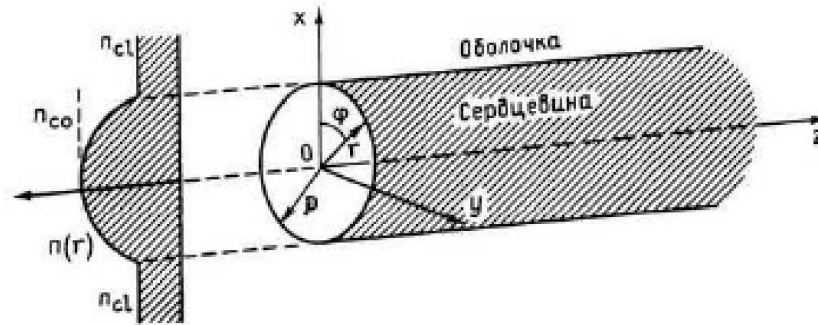
Устройство оптических волокон



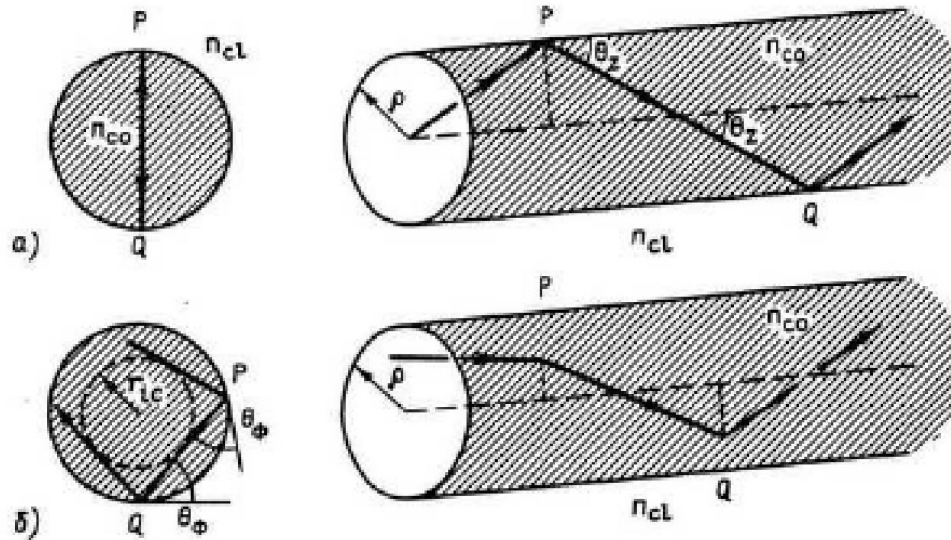
Профиль показателя преломления



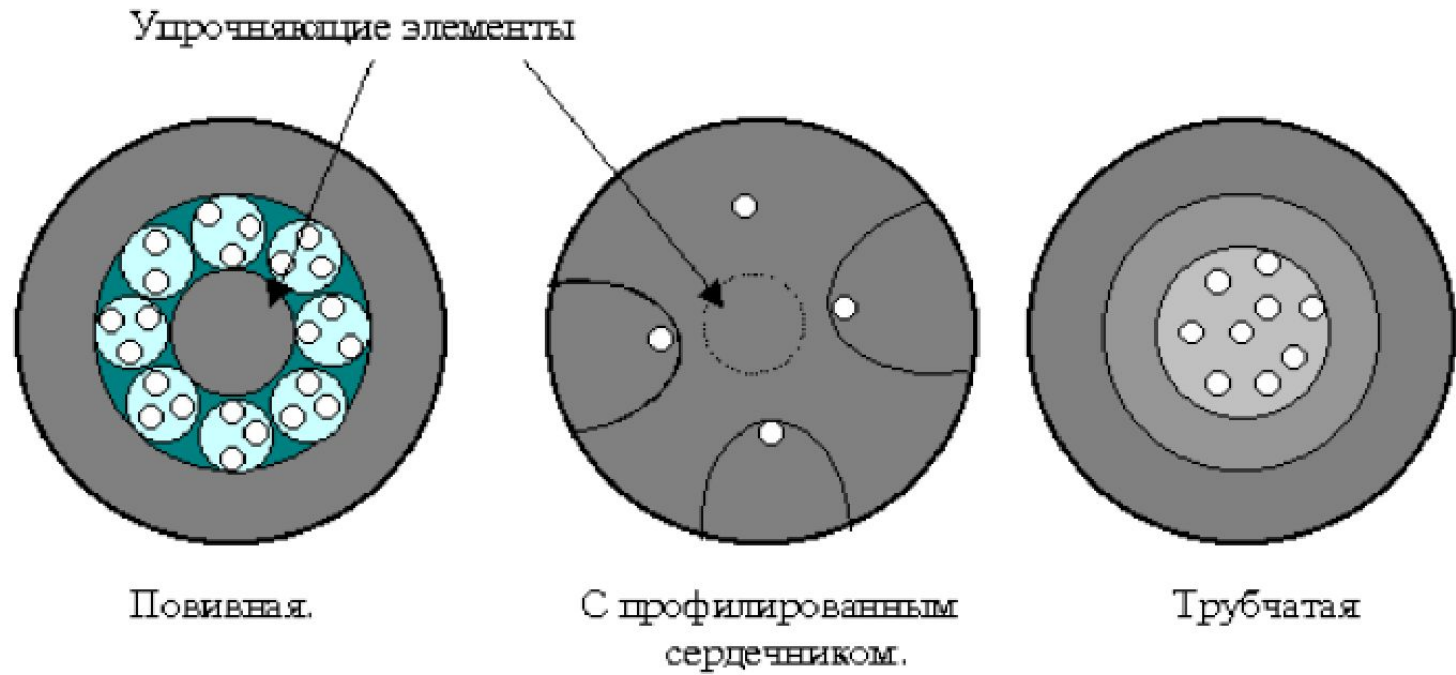
Градиентные



Меридиональные и сагиттальные лучи



Оптические кабели



Моды ступенчатых оптических волокон

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0(x, y) \exp[i(\omega t - \beta z)],$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0(x, y) \exp[i(\omega t - \beta z)].$$



$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, & \mu = \mu \mu_0 \\ \nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, & \varepsilon = \varepsilon \varepsilon_0 \end{cases}$$

$$\varepsilon = \begin{cases} \varepsilon_{co}, & 0 \leq r \leq a \\ \varepsilon_{cl}, & r > a \end{cases}$$

$$\mu = \begin{cases} \mu_{co}, & 0 \leq r \leq a \\ \mu_{cl}, & r > a \end{cases}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} + i\beta H_y = i\omega \varepsilon E_x,$$

$$-i\beta H_x - \frac{\partial H_z}{\partial x} = i\omega \varepsilon E_y,$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = i\omega \varepsilon E_z,$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} + i\beta E_y = -i\omega \mu H_x,$$

$$i\beta E_x + \frac{\partial E_z}{\partial x} = i\omega \mu H_y,$$

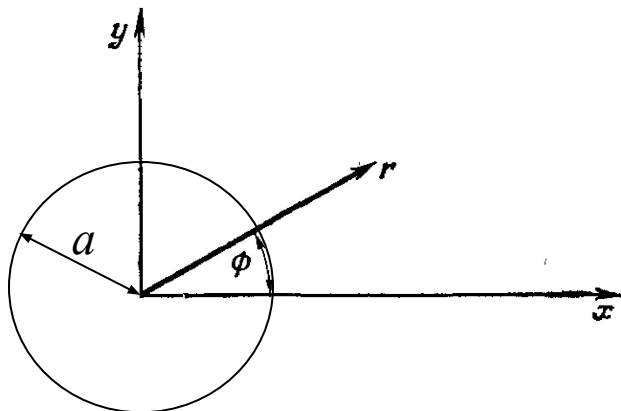
$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -i\omega \mu H_z.$$

$$\begin{aligned}
 E_x &= -\frac{i}{\kappa^2} \left(\beta \frac{\partial E_z}{\partial x} + \omega \mu \frac{\partial H_z}{\partial y} \right), & \kappa^2 &= k^2 - \beta^2, \\
 E_y &= -\frac{i}{\kappa^2} \left(\beta \frac{\partial E_z}{\partial y} - \omega \mu \frac{\partial H_z}{\partial x} \right), & k^2 &= \omega^2 \epsilon \mu. \\
 H_x &= -\frac{i}{\kappa^2} \left(\beta \frac{\partial H_z}{\partial x} - \omega \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial y} \right), \\
 H_y &= -\frac{i}{\kappa^2} \left(\beta \frac{\partial H_z}{\partial y} + \omega \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial x} \right),
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \kappa^2 E_z = 0.$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \kappa^2 H_z = 0.$$

Цилиндрическая система координат



$$\begin{aligned}
 x &= r \cos \phi, & r &= \sqrt{x^2 + y^2}, \\
 y &= r \sin \phi. & \phi &= \arctg \frac{y}{x}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_r &= F_x \cos \phi + F_y \sin \phi, \\
 F_\phi &= -F_x \sin \phi + F_y \cos \phi.
 \end{aligned}$$

Преобразование производных

$$\frac{\partial f}{\partial r} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} = \frac{\partial f}{\partial x} \cos \phi + \frac{\partial f}{\partial y} \sin \phi,$$

$$\frac{\partial f}{\partial \phi} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \phi} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \phi} = -r \frac{\partial f}{\partial x} \sin \phi + r \frac{\partial f}{\partial y} \cos \phi.$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \cos \phi \frac{\partial f}{\partial r} - \frac{\sin \phi}{r} \frac{\partial f}{\partial \phi}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \sin \phi \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{\cos \phi}{r} \frac{\partial f}{\partial \phi}$$

$$E_r = -\frac{i}{\kappa^2} \left(\beta \frac{\partial E_z}{\partial r} + \omega \mu \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right),$$

$$E_\phi = -\frac{i}{\kappa^2} \left(\beta \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \omega \mu \frac{\partial H_z}{\partial r} \right),$$

$$H_r = -\frac{i}{\kappa^2} \left(\beta \frac{\partial H_z}{\partial r} - \omega \varepsilon \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} \right),$$

$$H_\phi = -\frac{i}{\kappa^2} \left(\beta \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} + \omega \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial r} \right).$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial E_z}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial E_z}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{x}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} - \frac{y}{r^2} \frac{\partial E_z}{\partial \phi},$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = \frac{\partial E_z}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{y}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{x}{r^2} \frac{\partial E_z}{\partial \phi},$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} = & \left(\frac{1}{r} - \frac{x^2}{r^3} \right) \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{x}{r} \left(\frac{x}{r} \frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} - \frac{y}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial r \partial \phi} \right) + \\ & + \frac{2xy}{r^4} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \frac{y}{r^2} \left(\frac{x}{r} \frac{\partial^2 E_z}{\partial r \partial \phi} - \frac{y}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} \right), \\ \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} = & \left(\frac{1}{r} - \frac{y^2}{r^3} \right) \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{y}{r} \left(\frac{y}{r} \frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{x}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial r \partial \phi} \right) - \\ & - \frac{2xy}{r^4} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} + \frac{x}{r^2} \left(\frac{y}{r} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi \partial r} + \frac{x}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} \right). \end{aligned}$$

Уравнения для продольных составляющих полей в цилиндрической системе координат

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} + \kappa^2 E_z = 0.$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \phi^2} + \kappa^2 H_z = 0.$$

Будем искать решение в виде

$$\begin{cases} E_z = AF(r) \exp(i\nu\phi) \exp[i(\omega t - \beta z)] \\ H_z = BF(r) \exp(i\nu\phi) \exp[i(\omega t - \beta z)] \end{cases} \quad \text{В сердцевине}$$

$$\begin{cases} E_z = CF(r) \exp(i\nu\phi) \exp[i(\omega t - \beta z)] \\ H_z = DF(r) \exp(i\nu\phi) \exp[i(\omega t - \beta z)] \end{cases} \quad \text{В оболочке}$$

$$E_z(\phi = 0) = E_z(\phi = 2\pi), \Rightarrow \exp(i0) = 1 = \exp(iv2\pi), \Rightarrow v \in Z$$

Уравнение относительно радиальной функции – уравнение Бесселя

$$\frac{d^2 F}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dF}{dr} + \left(\chi^2 - \frac{v^2}{r^2} \right) F = 0,$$

$$\frac{d^2 F}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dF}{d\rho} + \left(1 - \frac{v^2}{\rho^2} \right) F = 0, \quad \text{где } \rho = \chi r$$

Различные пары линейно-независимых решений

$$\begin{cases} J_\nu(\chi r) - \text{Конечна при любых вещественных значениях аргумента} \\ N_\nu(\chi r) - \text{Бесконечна в нуле} \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_\nu^{(1)}(\chi r) - \text{Бесконечны в нуле. При} \\ H_\nu^{(2)}(\chi r) - \text{Бесконечны в нуле. При} \end{cases} \begin{matrix} \text{больших значениях аргумента} \\ \text{пропорциональны} \end{matrix}$$

$$\exp(\pm i\chi r)$$

Общее решение в сердцевине $r < a$

$$E_z = AJ_\nu(r) \exp(i\nu\phi) \exp[i(\omega t - \beta z)]$$

$$H_z = BJ_\nu(r) \exp(i\nu\phi) \exp[i(\omega t - \beta z)]$$

$$\chi^2 = k^2 - \beta^2 = n_{co}^2 k_0^2 - \beta^2 = n_{co}^2 k_0^2 - n_{eff}^2 k_0^2 = (n_{co}^2 - n_{eff}^2) k_0^2$$

$$\chi - \text{вещественно} \quad n_{co}^2 > n_{eff}^2$$

$$E_r = -\frac{i}{\chi^2} \left[\beta \chi A J'_\nu(\chi r) + i \omega \mu_0 \frac{\nu}{r} B J_\nu(\chi r) \right] e^{i\nu\phi},$$

$$E_\phi = -\frac{i}{\chi^2} \left[i \beta \frac{\nu}{r} A J_\nu(\chi r) - \chi \omega \mu_0 B J'_\nu(\chi r) \right] e^{i\nu\phi},$$

$$H_r = -\frac{i}{\chi^2} \left[-i \omega \varepsilon_1 \frac{\nu}{r} A J_\nu(\chi r) + \chi \beta B J'_\nu(\chi r) \right] e^{i\nu\phi},$$

$$H_\phi = -\frac{i}{\chi^2} \left[\chi \omega \varepsilon_1 A J'_\nu(\chi r) + i \beta \frac{\nu}{r} B J_\nu(\chi r) \right] e^{i\nu\phi}.$$

Штрих означает дифференцирование относительно аргумента χr функции Бесселя (а не r).

Общее решение в оболочке $r > a$ должно обращаться в ноль на бесконечности

$$E_z = CH_v^{(1)}(\chi r) \exp(i\nu\phi) \exp[i(\omega t - \beta z)] = CH_v^{(1)}(i\gamma r) \exp(i\nu\phi) \exp[i(\omega t - \beta z)]$$

$$H_z = DH_v^{(1)}(\chi r) \exp(i\nu\phi) \exp[i(\omega t - \beta z)] = DH_v^{(1)}(i\gamma r) \exp(i\nu\phi) \exp[i(\omega t - \beta z)]$$

χ - мнимое

$$\chi^2 = -\gamma^2 = k^2 - \beta^2 = n_{cl}^2 k_0^2 - \beta^2 = n_{cl}^2 k_0^2 - n_{eff}^2 k_0^2 = (n_{cl}^2 - n_{eff}^2) k_0^2 < 0$$

$$n_{eff}^2 > n_{cl}^2$$

Ограничение на эффективный показатель преломления

$$n_{co}^2 > n_{eff}^2 > n_{cl}^2; \quad n_{co} > n_{eff} > n_{cl}$$

$$E_r = -\frac{1}{\gamma^2} \left[\beta \gamma CH_v^{(1)'}(i\gamma r) + \omega \mu_0 \frac{\nu}{r} DH_v^{(1)}(i\gamma r) \right] e^{i\nu\phi},$$

$$E_\phi = -\frac{1}{\gamma^2} \left[\beta \frac{\nu}{r} CH_v^{(1)}(i\gamma r) - \gamma \omega \mu_0 DH_v^{(1)'}(i\gamma r) \right] e^{i\nu\phi},$$

$$H_r = -\frac{1}{\gamma^2} \left[-\omega \varepsilon_2 \frac{\nu}{r} CH_v^{(1)}(i\gamma r) + \gamma \beta DH_v^{(1)}(i\gamma r) \right] e^{i\nu\phi},$$

$$H_\phi = -\frac{1}{\gamma^2} \left[\gamma \omega \varepsilon_2 CH_v^{(1)'}(i\gamma r) + \beta \frac{\nu}{r} DH_v^{(1)}(i\gamma r) \right] e^{i\nu\phi}.$$

Граничные условия в $r=a$

$$\mathbf{E}_\tau^I - \mathbf{E}_\tau^{II} = 0 \Rightarrow \begin{cases} E_z(r \rightarrow a-0) = E_z(r \rightarrow a+0) \\ E_\phi(r \rightarrow a-0) = E_\phi(r \rightarrow a+0) \end{cases}$$

$$\mathbf{H}_\tau^I - \mathbf{H}_\tau^{II} = \eta \Rightarrow \begin{cases} H_z(r \rightarrow a-0) = H_z(r \rightarrow a+0) \\ H_\phi(r \rightarrow a-0) = H_\phi(r \rightarrow a+0) \end{cases}$$

$$AJ_\nu(\kappa a) - CH_\nu^{(1)}(i\gamma a) = 0,$$

$$\frac{\beta}{\kappa^2} \frac{\nu}{a} AJ_\nu(\kappa a) + i \frac{\omega\mu_0}{\kappa} BJ'_\nu(\kappa a) + \frac{\beta\nu}{\gamma^2 a} CH_\nu^{(1)'}(i\gamma a) - \frac{\omega\mu_0}{\gamma} DH_\nu^{(1)'}(i\gamma a) = 0,$$

$$BJ_\nu(\kappa a) - DH_\nu^{(1)}(i\gamma a) = 0,$$

$$-i \frac{\omega\epsilon_1}{\kappa} AJ'_\nu(\kappa a) + \frac{\beta}{\kappa^2} \frac{\nu}{a} BJ_\nu(\kappa a) + \frac{\omega\epsilon_2}{\gamma} CH_\nu^{(1)'}(i\gamma a) + \frac{\beta}{\gamma^2} \frac{\nu}{a} DH_\nu^{(1)'}(i\gamma a) = 0$$

Дисперсионное уравнение относительно β

$$\begin{vmatrix} J_\nu(\kappa a) & 0 & -H_\nu^{(1)}(i\gamma a) & 0 \\ \frac{\nu}{a} \frac{\beta}{\kappa^2} J_\nu(\kappa a) & i \frac{\omega \mu_0}{\kappa} J'_\nu(\kappa a) & \frac{\nu}{a} \frac{\beta}{\gamma^2} H_\nu^{(1)}(i\gamma a) & -\frac{\omega \mu_0}{\gamma} H_\nu^{(1)'}(i\gamma a) \\ 0 & J_\nu(\kappa a) & 0 & -H_\nu^{(1)}(i\gamma a) \\ -i \frac{\omega \varepsilon_1}{\kappa} J'_\nu(\kappa a) & \frac{\nu}{a} \frac{\beta}{\kappa^2} J_\nu(\kappa a) & \frac{\omega \varepsilon_2}{\gamma} H_\nu^{(1)'}(i\gamma a) & \frac{\nu}{a} \frac{\beta}{\gamma^2} H_\nu^{(1)}(i\gamma a) \end{vmatrix} = 0.$$

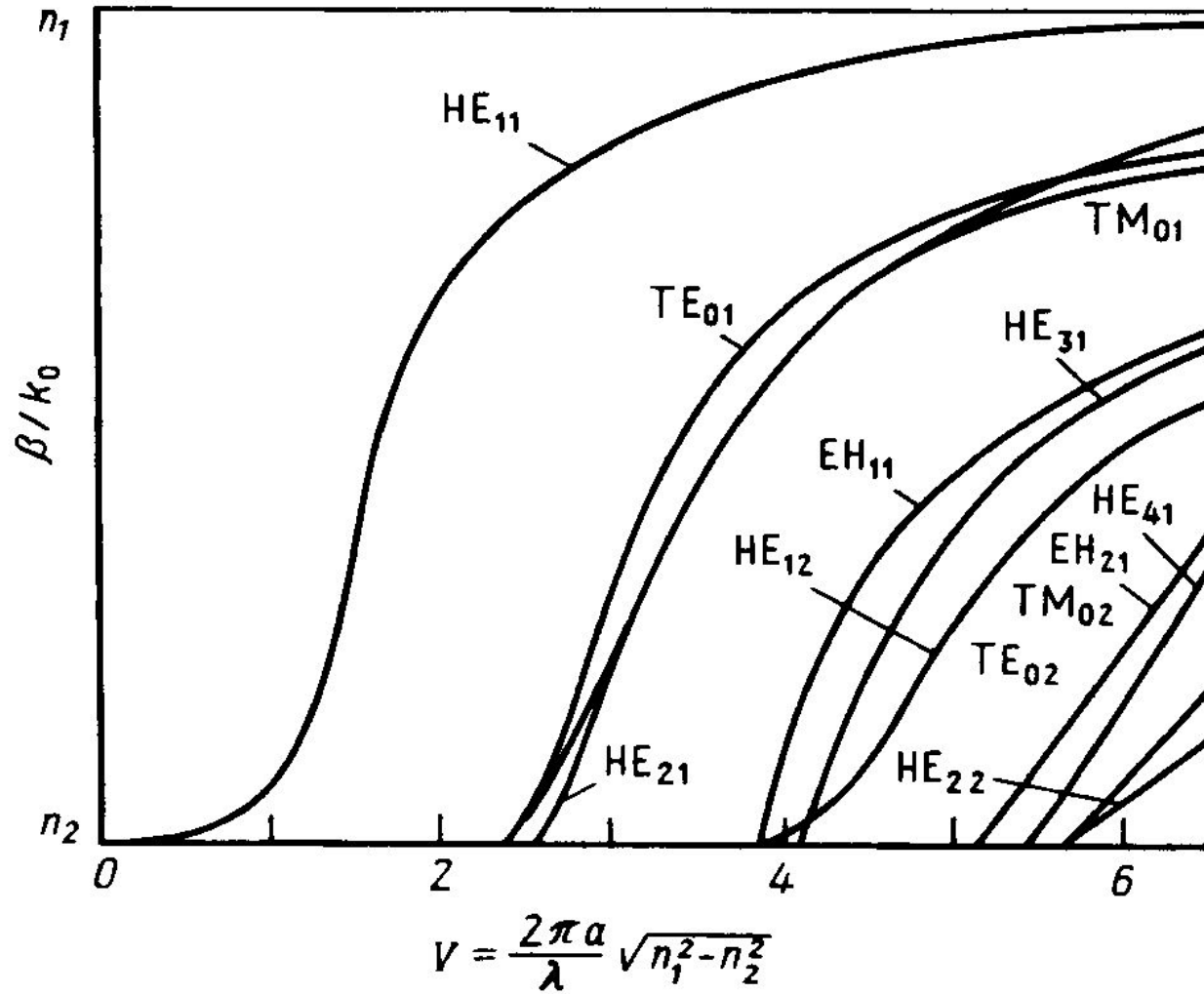
Здесь $\varepsilon_1 = \varepsilon_{co}$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_{cl}$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \frac{a\gamma^2}{\kappa} \frac{J_\nu^{(1)'}(\kappa a)}{J_\nu(\kappa a)} + i\gamma a \frac{H_\nu^{(1)'}(i\gamma a)}{H_\nu^{(1)}(i\gamma a)} \right] \left[\frac{a\gamma^2}{\kappa} \frac{J'_\nu(\kappa a)}{J_\nu(\kappa a)} + i\gamma a \frac{H_\nu^{(1)'}(i\gamma a)}{H_\nu^{(1)}(i\gamma a)} \right] = \\ & = \left[\nu \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \frac{\beta k_2}{\kappa^2} \right]^2. \end{aligned}$$

$$\chi^2 = k^2 - \beta^2 = (n_{co}^2 - n_{eff}^2) k_0^2 \qquad \gamma^2 = \beta^2 - k^2 = (n_{eff}^2 - n_{cl}^2) k_0^2$$

$$\kappa^2 + \gamma^2 = k_1^2 - k_2^2 = \omega^2 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \mu_0$$

Решением являются величины $\beta_{\nu\delta}$



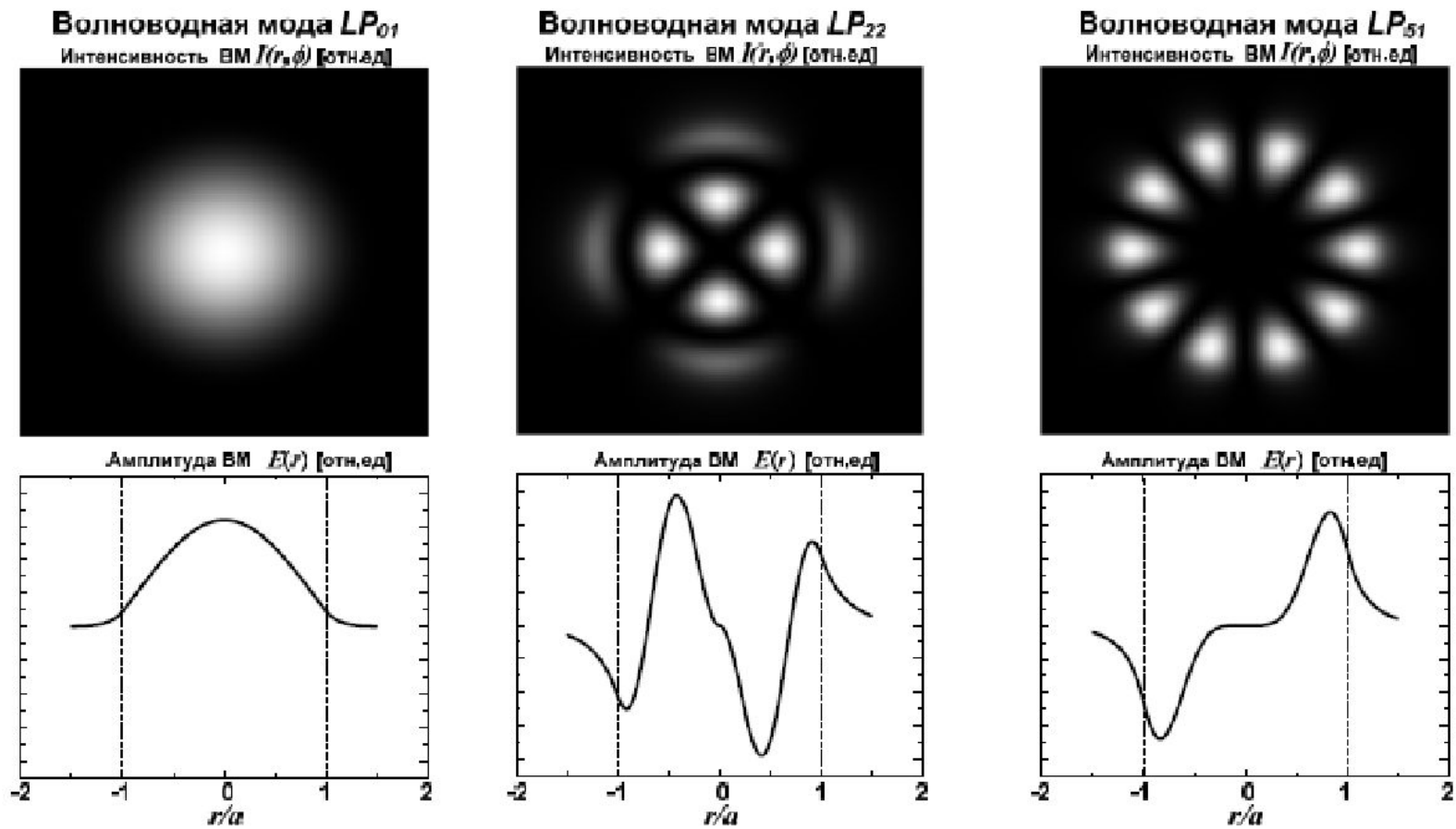


Рисунок 1.9 – Нормированные профили некоторых LP мод

Соотношения между коэффициентами

$$C = \frac{J_\nu(\kappa a)}{H_\nu^{(1)}(i\gamma a)} A$$

$$D = \frac{J_\nu(\kappa a)}{H_\nu^{(1)}(i\gamma a)} B.$$

$$B = \frac{i}{\nu} \frac{a\kappa\gamma [\epsilon_1 \gamma J'_\nu(\kappa a) H_\nu^{(1)}(i\gamma a) + i\epsilon_2 \kappa J_\nu(\kappa a) H_\nu^{(1)}(i\gamma a)]}{\omega(\epsilon_1 - \epsilon_2) \mu_0 \beta J_\nu(\kappa a) H_\nu^{(1)}(i\gamma a)} A.$$

Последний неизвестный коэффициент определяется из заданной мощности светового поля в волокне

Структура электромагнитного поля моды

$$\mathbf{E}_{\nu\delta}(r, \phi, z) = \left(E_{z(\nu\delta)}(r, \phi) \mathbf{z}^o + E_{\phi(\nu\delta)}(r, \phi) \phi^o + E_{r(\nu\delta)}(r, \phi) \mathbf{r}^o \right) \exp[i(\omega t - \beta_{\nu\delta} z)]$$

$$\mathbf{H}_{\nu\delta}(r, \phi, z) = \left(H_{z(\nu\delta)}(r, \phi) \mathbf{z}^o + H_{\phi(\nu\delta)}(r, \phi) \phi^o + H_{r(\nu\delta)}(r, \phi) \mathbf{r}^o \right) \exp[i(\omega t - \beta_{\nu\delta} z)]$$

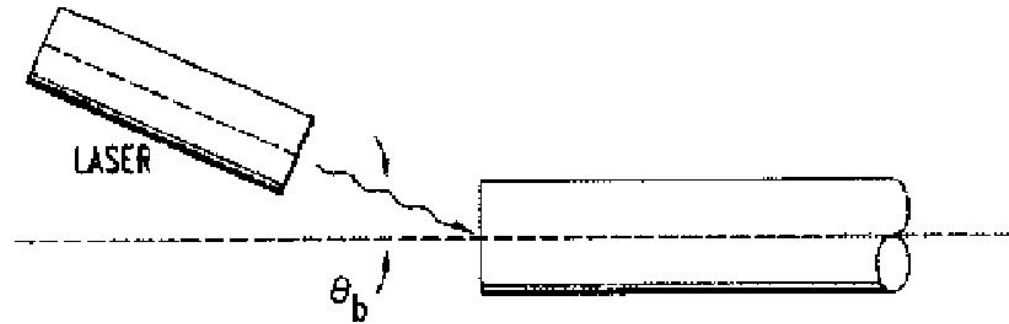
Соотношение ортогональности

$$\int_{-\infty}^{\infty} (\mathbf{E}_\mu \times \mathbf{H}_\nu^*)_z dx dy = 0 \quad \text{для} \quad \nu \neq \mu.$$

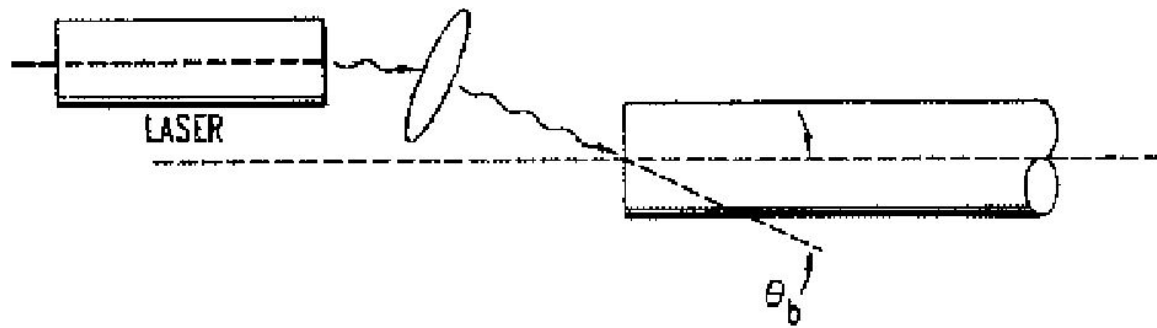
$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\mathbf{E}_\nu \times \mathbf{H}_\nu^*]_z dx dy = P_\nu$$

Соотношение ортогональности мод $\hat{\mathbf{e}}_\nu(\nu, \delta)$

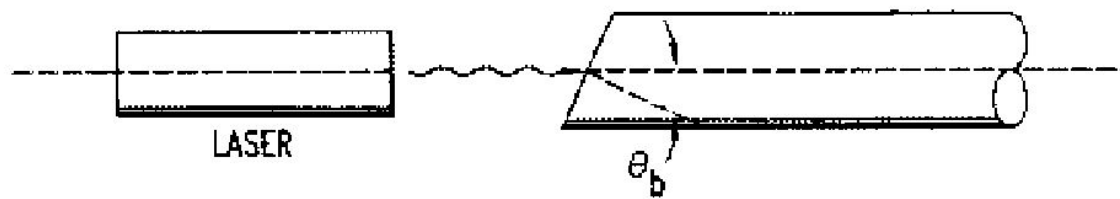
Торцевое возбуждение волокон



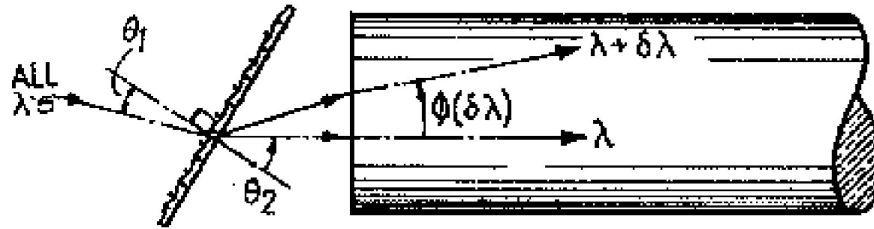
(a)



(б)



Торцевое возбуждение волокон при помощи дифракционной решетки



Пусть

$$\mathbf{E}_{ext}(r, \phi, t) \exp(i\omega t), \quad \mathbf{H}_{ext}(r, \phi, t) \exp(i\omega t) \quad (\text{çàâèñèèñ òüââèòîð - ôóíèöèé îð } t \text{ àäèáíàÿ})$$

электромагнитное поле на торце волокна $z=+0$.

Оно возбуждает направляемые моды волокна с мультииндексами μ (в частности все моды волокна). Тогда этим направляемым модам при $z=+0$ отвечает часть поля электрической напряженности \mathbf{E}_{ext} равная

$$\mathbf{E}_0(r, \phi, t) = \sum_{\mu} \Psi_{\mu}(t) \mathbf{E}_{\mu}(r, \phi) \exp(i\omega t)$$

Неизвестные функции $\Psi_{\mu}(t)$ зависят от времени медленно

Таким образом электромагнитное поле на торце волокна $z=+0$ можно представить как

$$\mathbf{E}_{ext}(r, \phi, t) \exp(i\omega t) = \mathbf{E}_0(r, \phi, t) + \Delta \mathbf{E}(r, \phi, t) \exp(i\omega t) = \sum_{\mu} \Psi_{\mu}(t) \mathbf{E}_{\mu}(r, \phi) \exp(i\omega t) + \Delta \mathbf{E}(r, \phi, t) \exp(i\omega t)$$

Часть поля $\Delta \mathbf{E}(r, \phi, t)$ соответствует излучательным модам

Рассмотрим

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \left[\mathbf{E}_{ext}(r, \phi, t) \exp(i\omega t) \times \mathbf{H}_{\xi}^*(r, \phi) \exp(-i\omega t) \right]_z r dr d\phi = \\ & = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \left[\left(\sum_{\mu} \Psi_{\mu}(t) \mathbf{E}_{\mu}(r, \phi) + \Delta \mathbf{E}(r, \phi, t) \right) \times \mathbf{H}_{\xi}^*(r, \phi) \right]_z r dr d\phi = \\ & = \sum_{\mu} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \Psi_{\mu}(t) \left[\mathbf{E}_{\mu}(r, \phi) \times \mathbf{H}_{\xi}^*(r, \phi) \right]_z r dr d\phi + \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \left[\Delta \mathbf{E}(r, \phi, t) \times \mathbf{H}_{\mu}^*(r, \phi) \right]_z r dr d\phi = \\ & = \Psi_{\xi}(t) \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \left[\mathbf{E}_{\xi}(r, \phi) \times \mathbf{H}_{\xi}^*(r, \phi) \right]_z r dr d\phi = \Psi_{\xi}(t) P_{\xi} \end{aligned}$$

Таким образом

$$\Psi_{\xi}(t) = \frac{1}{P_{\xi}} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \left[\mathbf{E}_{ext}(r, \phi, t) \times \mathbf{H}_{\xi}^*(r, \phi) \right]_z r dr d\phi = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \left[\mathbf{E}_{ext}(r, \phi, t) \times \mathbf{H}_{\xi}^*(r, \phi) \right]_z r dr d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \left[\mathbf{E}_{\xi}(r, \phi) \times \mathbf{H}_{\xi}^*(r, \phi) \right]_z r dr d\phi}$$

Если

$$\mathbf{E}_{ext}(r, \phi, t) = f(t) \mathbf{E}_{\xi}(r, \phi)$$

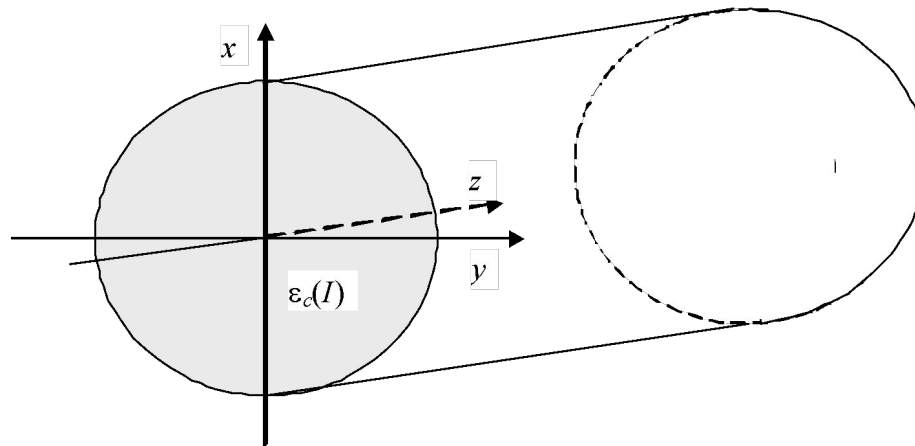
($f(t)$ – функция описывающая временную форму импульса)

То возбуждается только одна мода, соответствующая мультииндексу ξ .
В этом случае излучательные моды при $z=+0$ отсутствуют,
эффективность возбуждения максимальна.

Пропускная способность оптического волокна

Определяется уширением импульсов за счет различных видов дисперсии

$$\Delta F = \frac{1}{\tau}$$



Уширение импульса определяется как квадратичная разность длительности импульсов на выходе и входе

$$\tau = \sqrt{t_{out}^2 - t_{in}^2}$$

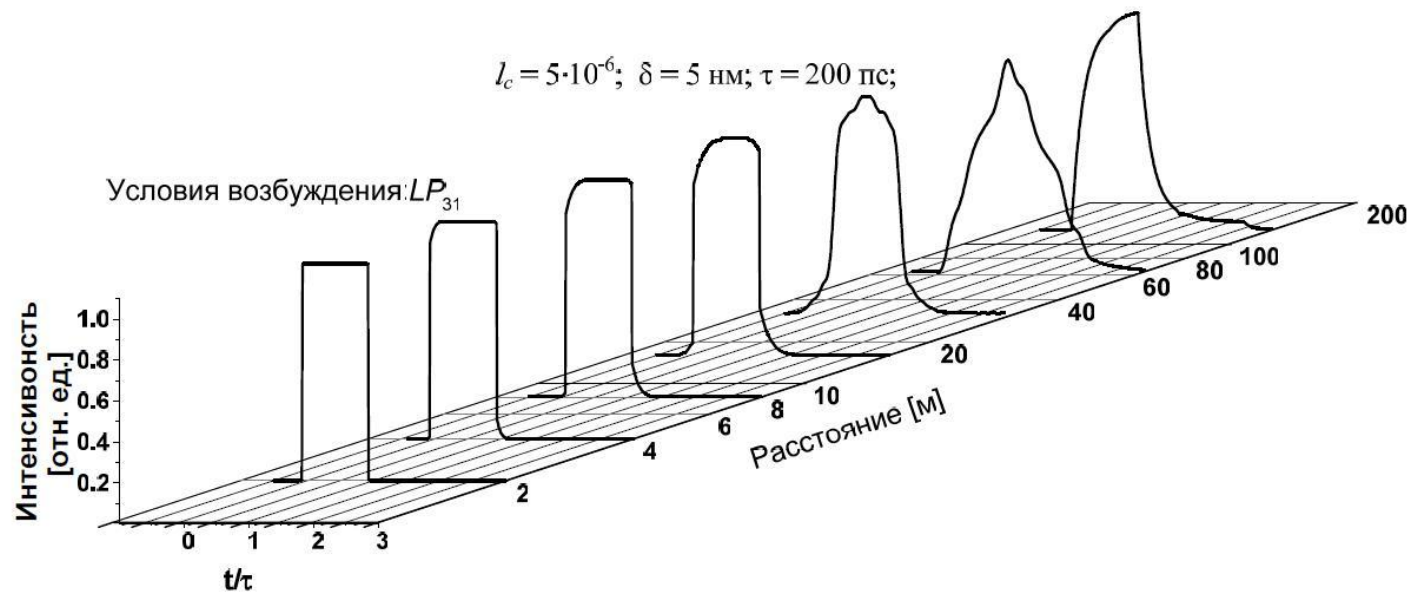


Рисунок 4.2 – Трансформация оптического сигнала с прямоугольной огибающей $y(t,z)$ в ОВ при его возбуждении модой LP_{31} ($k = 4$)

Рисунок взят из диссертации Круглова Р.С.

Физической причиной уширения импульса является дисперсия ОВ

- **Межмодовая дисперсия** возникает вследствие различия групповых скоростей ВМ, поэтому имеет место только в многомодовом волокне.
- **Материальная дисперсия** обусловлена зависимостью показателя преломления среды от длины волны светового излучения, что приводит к различию скоростей распространения спектральных составляющих источника излучения.
- **Волноводная дисперсия** обусловлена направляющими свойствами ОВ. Данный тип дисперсии, в первую очередь, определяется профилем показателя преломления ОВ и пропорционален ширине спектра излучения источника $\Delta\lambda$.
- **Поляризационно-модовая дисперсия** возникает вследствие различия скоростей распространения двух взаимно перпендикулярных поляризационных составляющих моды. Величина поляризационно-модовой дисперсии очень мала, поэтому ее учет необходим только в одномодовом ОВ при передаче широкополосных сигналов.

Результирующее значение уширения импульсов

$$\tau = \sqrt{\tau_{inter}^2 + (\tau_{fiber} + \tau_{mat})^2}$$

Уширение импульса за счет волноводной и материальной дисперсии

$$\tau_{intra} = \tau_{fiber} + \tau_{mat}$$

Формула Селлмейера для материальной дисперсии кварца

$$\begin{aligned} \varepsilon(\omega) = & 1 + \frac{5,2789223527}{7,5828826765 - \omega^2 \cdot 10^{-32}} + \frac{1.0712196689}{2.6259078333 - \omega^2 \cdot 10^{-32}} + \\ & + \frac{3.2515626565}{3.6229941951 - \omega^2 \cdot 10^{-28}} \end{aligned}$$

Внутримодовая дисперсия

$$\beta_M(\omega) = \beta_M(\omega_0) + \left[\frac{\partial \beta_M}{\partial n} \frac{\partial n}{\partial \omega} + \frac{\partial \beta_M}{\partial \omega} \right]_{\omega=\omega_0} (\omega - \omega_0) +$$

$$+ \left[\frac{\partial^2 \beta_M}{\partial n^2} \left(\frac{\partial n}{\partial \omega} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 \beta_M}{\partial n \partial \omega} \frac{\partial n}{\partial \omega} + \frac{\partial \beta_M}{\partial n} \frac{\partial^2 n}{\partial \omega^2} + \frac{\partial^2 \beta_M}{\partial \omega^2} \right]_{\omega=\omega_0} (\omega - \omega_0)^2$$

$$\beta_1 = \frac{\partial \beta_M}{\partial n} \frac{\partial n}{\partial \omega} + \frac{\partial \beta_M}{\partial \omega} \qquad v_g = \beta_1^{-1}$$

$$\beta_2 = \frac{d^2 \beta_M}{d\omega^2} = \frac{\partial^2 \beta_M}{\partial n^2} \left(\frac{\partial n}{\partial \omega} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 \beta_M}{\partial n \partial \omega} \frac{\partial n}{\partial \omega} + \frac{\partial \beta_M}{\partial n} \frac{\partial^2 n}{\partial \omega^2} + \frac{\partial^2 \beta_M}{\partial \omega^2}$$

Уширение за счет внутримодовой дисперсии

$$\tau_{intra}^{(m)} = L \left(\frac{1}{v_m(\omega')} - \frac{1}{v_m(\omega'')} \right)$$

где L – длина оптического волокна

Межмодовая дисперсия

Суперпозиция мод

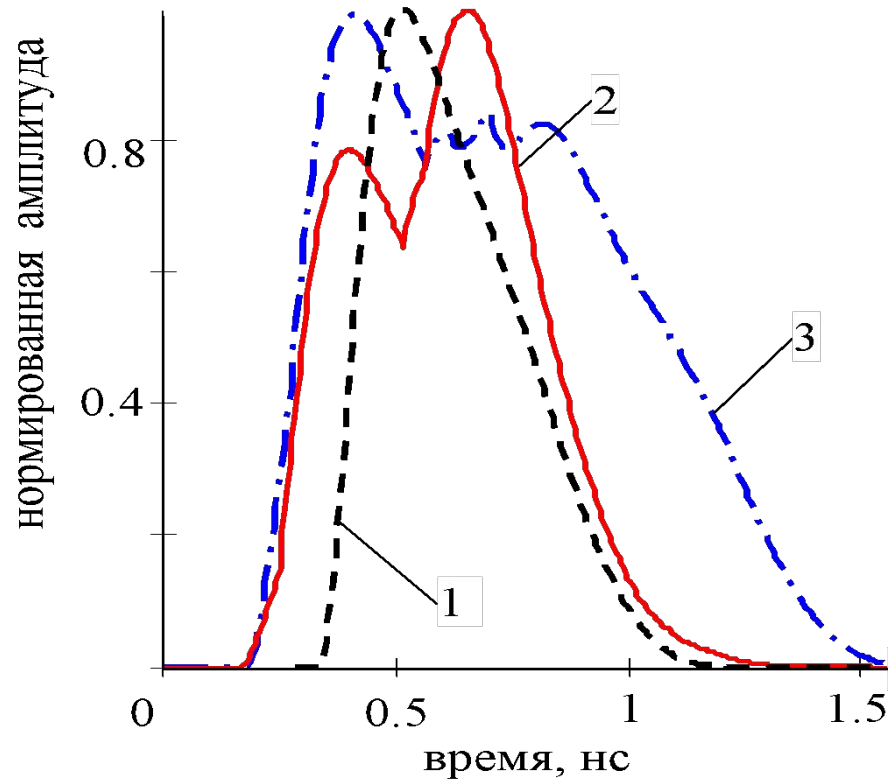
$$E(x, y, z, t) = \sum_M \mathcal{E}_M^s \left(t - \frac{z}{v_M(\omega_0)} \right) E_M(x, y, \omega_0) \exp[i(\omega_0 t - \beta_M z)]$$

Задержка моды с номером

$$\tau_m = \frac{L}{v_m(\omega)}$$

Уширение за счет межмодовой дисперсии

$$\tau_{inter} = \max(\tau_m - \tau_n)$$



Нормированные временные формы светового импульса: 1 – на входе многомодового микроструктурированного оптического волокна на основе полиметилметакрилата; 2 – на выходе волокна длиной 150 м.

