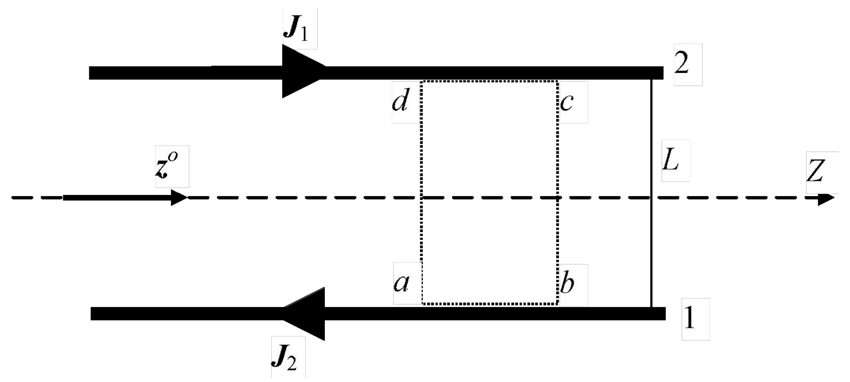
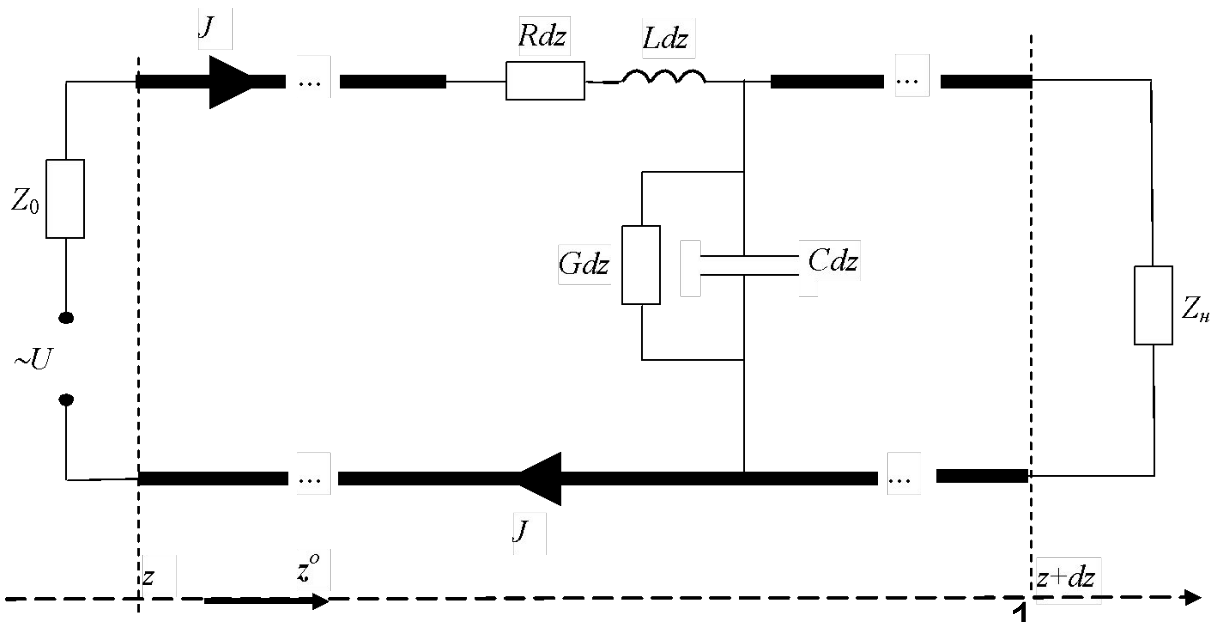
Волны в длинных линиях

Длинная линия, как система равномерно распределенных сопротивлений, индуктивностей, проводимостей и емкостей утечек





Волны в длинных линиях

Система телеграфных уравнений

$$-\frac{\partial U}{\partial z} = RI + L\frac{\partial I}{\partial t},$$

$$-\frac{\partial I}{\partial z} = C\frac{\partial U}{\partial t} + GU$$

Волновые уравнения длинных линий

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = -R\frac{\partial I}{\partial z} - L\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial I}{\partial z}\right), \qquad \frac{\partial^2 I}{\partial z^2} = -C\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right) + G\frac{\partial U}{\partial z}\ .$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \frac{RC+LG}{LC}\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{RG}{LC}U - \frac{1}{LC}\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} + \frac{RC+LG}{LC}\frac{\partial I}{\partial t} + \frac{RG}{LC}I - \frac{1}{LC}\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} = 0$$

Волны в длинных линиях

Начальные условия

$$U(0,z)=U_0(z) \qquad\qquad I(0,z)=I_0(z)$$

$$-\frac{\partial U(0,z)}{\partial z}=RI(0,z)+L\frac{\partial I(t,z)}{\partial t}\bigg|_{t=0}, \qquad \Rightarrow \frac{\partial U_0(z)}{\partial z}=-RI_0(z)-L\frac{\partial I(t,z)}{\partial t}\bigg|_{t=0},$$

$$-\frac{\partial I(0,z)}{\partial z}=C\frac{\partial U(t,z)}{\partial t}\bigg|_{t=0}+GU(0,z)\ , \quad \Rightarrow \frac{\partial I_0(z)}{\partial z}=-GU_0(z)-C\frac{\partial U(t,z)}{\partial t}\bigg|_{t=0} \quad .$$

$$\frac{\partial U(t,z)}{\partial t}\bigg|_{t=0}=U_0'(z)=-\frac{G}{C}U_0(z)-\frac{1}{C}\frac{\partial I_0(z)}{\partial z},$$

$$\frac{\partial I(t,z)}{\partial t}\bigg|_{t=0}=I_0'(z)=-\frac{R}{L}I_0(z)-\frac{1}{L}\frac{\partial U_0(z)}{\partial z} \quad .$$

Волны в длинных линиях

Однородная линия без потерь $R=G=0$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - LC\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0 \qquad \frac{\partial^2 I}{\partial z^2} - LC\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} = 0$$

$$\left(\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial z^2} - \mu_0\varepsilon_0\mu\varepsilon\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} = 0 \qquad \frac{\partial^2 \boldsymbol{H}}{\partial z^2} - \mu_0\varepsilon_0\mu\varepsilon\frac{\partial^2 \boldsymbol{H}}{\partial t^2} = 0\right)$$

Общее решение

$$U(t,z) = U_1(\upsilon t - z) + U_2(\upsilon t + z),$$

$$I(t,z) = I_1(\upsilon t - z) + I_2(\upsilon t + z).$$

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Волны в длинных линиях

Формулы Даламбера

$$U(t,z)=\frac{U_0(z-\upsilon t)+U_0(z+\upsilon t)}{2}+\frac{1}{2\upsilon}\int\limits_{z-\upsilon t}^{z+\upsilon t}\left.\frac{\partial U(t,\varsigma)}{\partial t}\right|_{t=0}d\varsigma$$

$$I(t,z)=\frac{I_0(z-\upsilon t)+I_0(z+\upsilon t)}{2}+\frac{1}{2\upsilon}\int\limits_{z-\upsilon t}^{z+\upsilon t}\left.\frac{\partial I(t,\varsigma)}{\partial t}\right|_{t=0}d\varsigma$$

$$U(t,z)=\frac{U_0(z-\upsilon t)+U_0(z+\upsilon t)}{2}-\frac{1}{2\upsilon C}\int\limits_{z-\upsilon t}^{z+\upsilon t}\frac{\partial I_0(\varsigma)}{\partial \varsigma}d\varsigma=$$

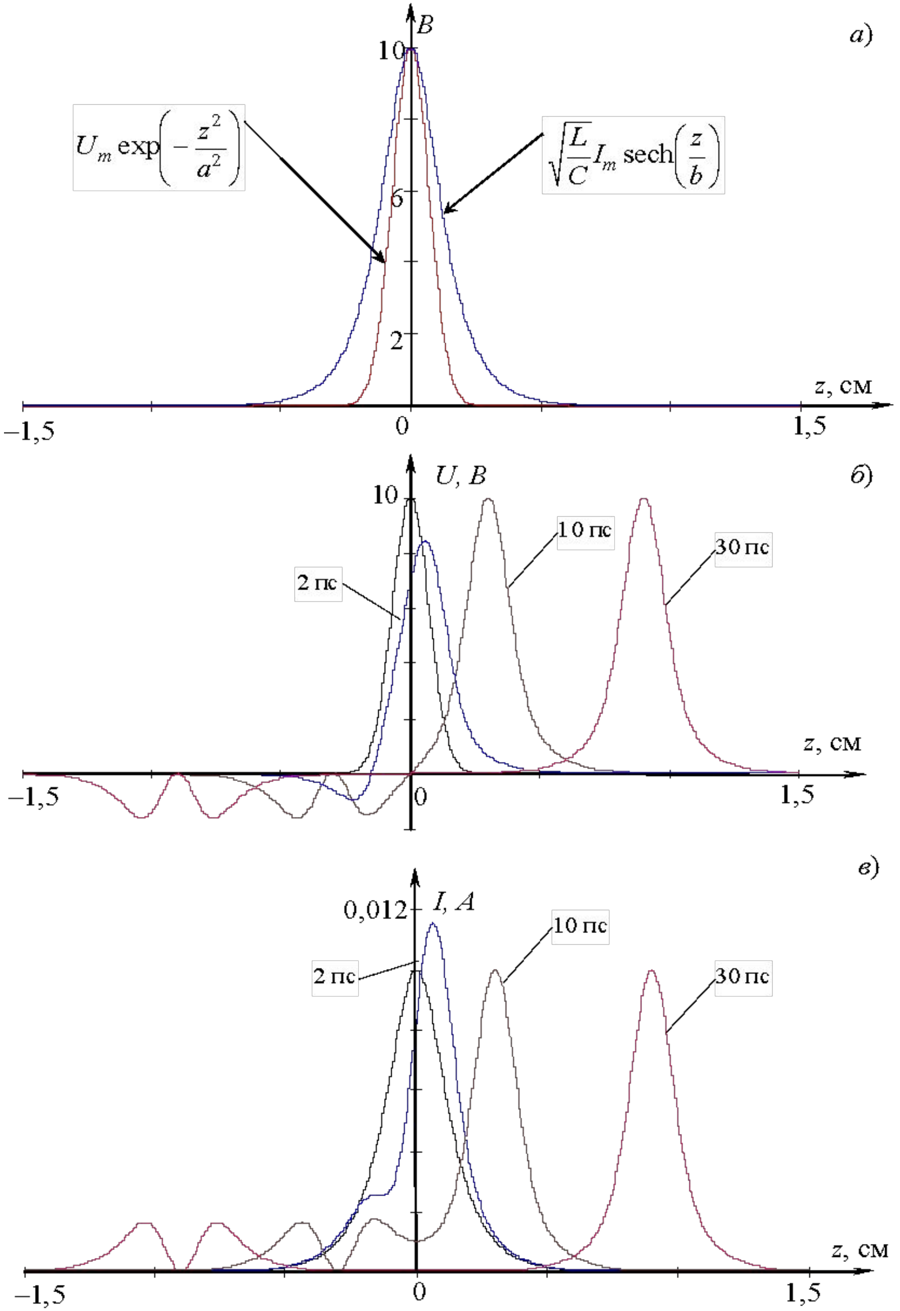
$$=\frac{U_0(z-\upsilon t)+U_0(z+\upsilon t)}{2}+\sqrt{\frac{L}{C}}\frac{I_0(z-\upsilon t)-I_0(z+\upsilon t)}{2}.$$

волновое сопротивление

$$\rho=\sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$I(t,z)=\frac{I_0(z-\upsilon t)+I_0(z+\upsilon t)}{2}+\sqrt{\frac{C}{L}}\frac{U_0(z-\upsilon t)-U_0(z+\upsilon t)}{2}.$$

Волны в длинных линиях



Волны в длинных линиях

Линия без искажений

$$RC = LG$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \frac{RC + LG}{LC}\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{RG}{LC}U - \frac{1}{LC}\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0$$

$$U(t,z) = u(t,z)\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$$

$$\frac{\partial U(t,z)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left[u(t,z)\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right] = \left[\frac{\partial u(t,z)}{\partial t} - \frac{R}{L}u(t,z)\right]\exp\left(-\frac{R}{L}t\right),$$

$$\frac{\partial^2 U(t,z)}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t}\left\{\left[\frac{\partial u(t,z)}{\partial t} - \frac{R}{L}u(t,z)\right]\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right\} = \left[\frac{\partial^2 u(t,z)}{\partial t^2} - 2\frac{R}{L}\frac{\partial u(t,z)}{\partial t} + \frac{R^2}{L^2}u(t,z)\right]\exp\left(-\frac{R}{L}t\right),$$

$$\frac{\partial^2 U(t,z)}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 u(t,z)}{\partial z^2}\exp\left(-\frac{R}{L}t\right).$$

Волны в длинных линиях

$$\left[\frac{\partial^2 u(t,z)}{\partial t^2} - 2\frac{R}{L}\frac{\partial u(t,z)}{\partial t} + \frac{R^2}{L^2}u(t,z)\right]\exp\left(-\frac{R}{L}t\right) + \frac{RC+LG}{LC}\left[\frac{\partial u(t,z)}{\partial t} - \frac{R}{L}u(t,z)\right]\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$$

$$+\frac{RG}{LC}u(t,z)\exp\left(-\frac{R}{L}t\right) - \frac{1}{LC}\frac{\partial^2 u(t,z)}{\partial z^2}\exp\left(-\frac{R}{L}t\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{\partial^2 u(t,z)}{\partial t^2} - \frac{1}{LC}\frac{\partial^2 u(t,z)}{\partial z^2} + \left(\frac{RC+LG}{LC} - 2\frac{R}{L}\right)\frac{\partial u(t,z)}{\partial t} + \left[\frac{R^2}{L^2} - \frac{R}{L}\frac{RC+LG}{LC} + \frac{RG}{LC}\right]u(t,z) = 0.$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - LC\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

Аналогично

$$I(t,z) = i(t,z)\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$$

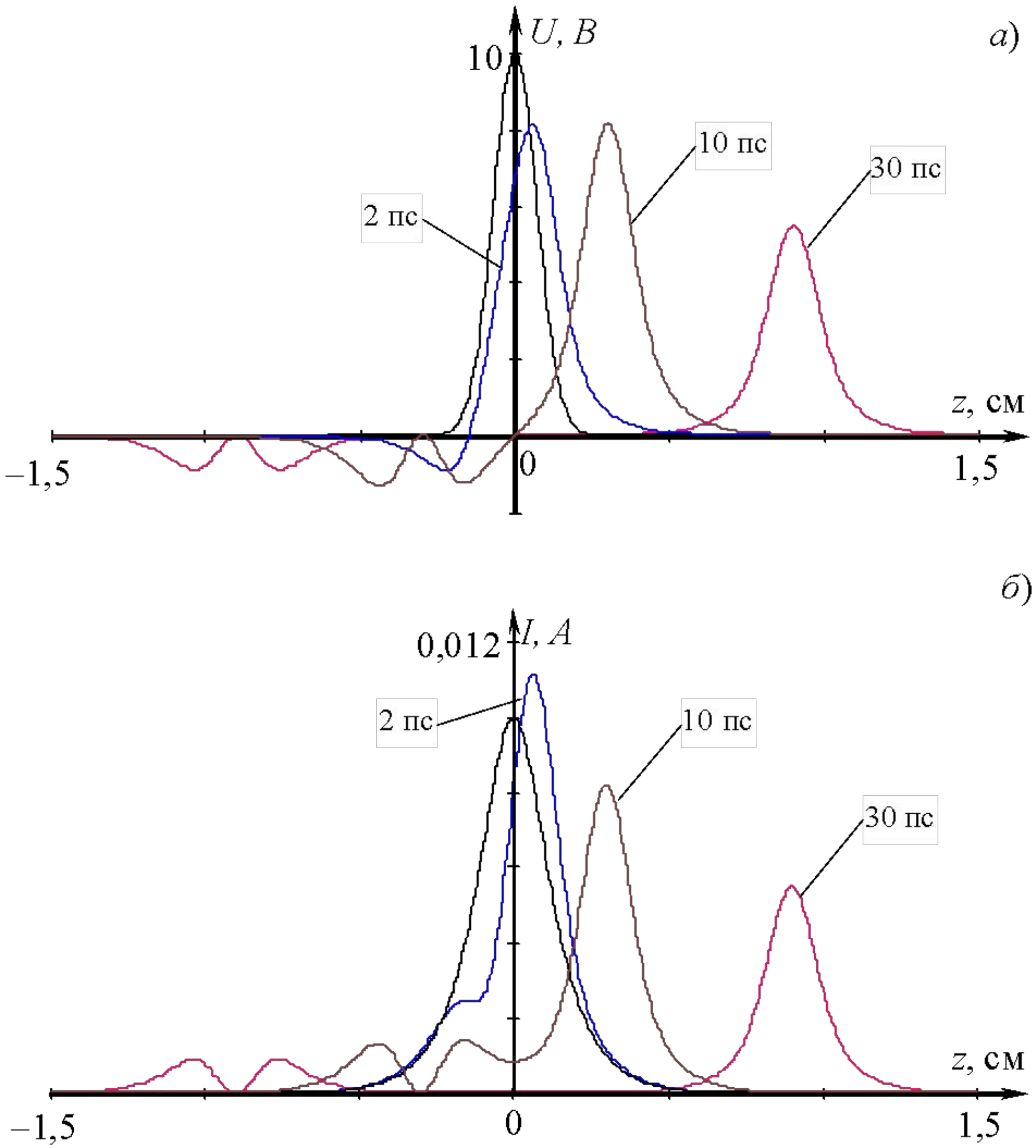
$$\frac{\partial^2 i}{\partial z^2} - LC\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} = 0$$

Волны в длинных линиях

$$U(t,z)=\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\left[\frac{U_0(z-\upsilon t)+U_0(z+\upsilon t)}{2}+\sqrt{\frac{L}{C}}\,\frac{I_0(z-\upsilon t)-I_0(z+\upsilon t)}{2}\right],$$

$$I(t,z)=\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\left[\frac{I_0(z-\upsilon t)+I_0(z+\upsilon t)}{2}+\sqrt{\frac{C}{L}}\,\frac{U_0(z-\upsilon t)-U_0(z+\upsilon t)}{2}\right].$$

Волны в длинных линиях



Волны в длинных линиях

Гармонические процессы в длинных линиях

$$U(t,z)=\tilde{U}(z)\exp(i\omega t)$$

$$I(t,z)=\tilde{I}(z)\exp(i\omega t)$$

$$-\frac{\partial U}{\partial z}=RI+L\frac{\partial I}{\partial t},$$

$$-\frac{\partial I}{\partial z}=C\frac{\partial U}{\partial t}+GU$$

$$-\frac{d\tilde{U}}{dz}=(R+i\omega L)\tilde{I}=\tilde{Z}_0\tilde{I},$$

$$-\frac{d\tilde{I}}{dz}=(G+i\omega C)\tilde{U}=\tilde{Y}_0\tilde{U}$$

$$\tilde{Z}_0=R+i\omega L,$$

$$\tilde{Y}_0=G+i\omega C$$

$$-\frac{d^2\tilde{U}}{dz^2}=\tilde{Z}_0\frac{d\tilde{I}}{dz},$$

$$\frac{d^2\tilde{U}}{dz^2}=\tilde{Z}_0\tilde{Y}_0\tilde{U},$$

$$-\frac{d^2\tilde{I}}{dz^2}=\tilde{Y}_0\frac{d\tilde{U}}{dz}$$

$$\frac{d^2\tilde{I}}{dz^2}=\tilde{Z}_0\tilde{Y}_0\tilde{I}$$

Общее решение для напряжения и тока

$$\dot{U} = \dot{A}_1 \exp(-\gamma z) + \dot{A}_2 \exp(\gamma z) = \dot{A}_1 \exp(-\alpha z)\exp(-i\beta z) + \dot{A}_2 \exp(\alpha z)\exp(i\beta z),$$

$$\gamma = \alpha + i\beta = \sqrt{\dot{Z}_0 \dot{Y}_0} = \sqrt{(R + i\omega L)(G + i\omega C)}$$

$$\frac{d\dot{I}}{dz} = -\dot{Y}_0 \dot{U} = -\dot{Y}_0 \left(\dot{A}_1 \exp(-\gamma z) + \dot{A}_2 \exp(\gamma z)\right)$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{A}_1 \exp(-\gamma z) - \dot{A}_2 \exp(\gamma z)}{\sqrt{\dot{Z}_0 / \dot{Y}_0}} = \frac{\dot{A}_1 \exp(-\alpha z)\exp(-i\beta z) - \dot{A}_2 \exp(\alpha z)\exp(i\beta z)}{\sqrt{\dot{Z}_0 / \dot{Y}_0}}$$

$$Z_{\hat{a}} = \sqrt{\dot{Z}_0 / \dot{Y}_0} = \sqrt{\frac{R + i\omega L}{G + i\omega C}} = \sqrt[4]{\frac{R^2 + \omega^2 L^2}{G^2 + \omega^2 C^2}} \exp(i\theta)$$

$$\theta = \frac{1}{2} arctg\left[\frac{\omega(GL - RC)}{RG + \omega^2 LC}\right]$$

$$\dot{A}_1 = A_1 \exp\left(i\psi_1\right) \qquad \dot{A}_2 = A_2 \exp\left(i\psi_2\right)$$

Следуя методу комплексных амплитуд

$$U(t,z) = \mathrm{Re}\left[\dot{U}(z)\exp(i\omega t)\right] \qquad I(t,z) = \left[\dot{I}(z)\exp(i\omega t)\right]$$

$$U = \sqrt{2}A_1 \exp(-\alpha z)\sin(\omega t - \beta z + \psi_1) + \sqrt{2}A_2 \exp(\alpha z)\sin(\omega t + \beta z + \psi_2),$$

$$I = \frac{\sqrt{2}A_1}{Z_{\hat{a}}}\exp(-\alpha z)\sin(\omega t - \beta z + \psi_1 - \theta) - \frac{\sqrt{2}A_2}{Z_{\hat{a}}}\exp(\alpha z)\sin(\omega t + \beta z + \psi_2 - \theta).$$

Гармонические процессы в линиях конечной длины

Пусть координаты начала и конца линии конечной длины равны соответственно z=0 и z=l

Граничные условия в начале линии z=0 $\qquad \dot{U}_1 \qquad \dot{I}_1$

$$\dot{U}_1 = \dot{A}_1 + \dot{A}_2 \qquad\qquad \dot{A}_1 = \frac{\dot{U}_1 + Z_{\hat{a}}\dot{I}_1}{2}$$

$$Z_{\hat{a}}\dot{I}_1 = \dot{A}_1 - \dot{A}_2 \qquad\qquad \dot{A}_2 = \frac{\dot{U}_1 - Z_{\hat{a}}\dot{I}_1}{2}$$

$$\dot{U}(z) = \frac{\dot{U}_1 + Z_{\hat{a}}\dot{I}_1}{2}\exp(-\gamma z) + \frac{\dot{U}_1 - Z_{\hat{a}}\dot{I}_1}{2}\exp(\gamma z) = \dot{U}_1 \operatorname{ch}(\gamma z) - Z_{\hat{a}}\dot{I}_1 \operatorname{sh}(\gamma z),$$

$$\dot{I}(z) = \frac{\dot{U}_1 + Z_{\hat{a}}\dot{I}_1}{2Z_{\hat{a}}}\exp(-\gamma z) - \frac{\dot{U}_1 - Z_{\hat{a}}\dot{I}_1}{2Z_{\hat{a}}}\exp(\gamma z) = -\frac{\dot{U}_1}{Z_{\hat{a}}}\operatorname{sh}(\gamma z) + \dot{I}_1 \operatorname{ch}(\gamma z).$$

Волны в длинных линиях

Следует отметить, что задание $\dot U_1$ и $\dot I_1$ в начале линии определяет значение напряжения и тока в конце линии $\dot U(l)$ и $\dot I(l)$. Если концу линии подключено сопротивление нагрузки $Z_н$, то оно уже не может быть произвольным. Очевидно его величина должна удовлетворять условию $Z_н = \dot U(l)/\dot I(l)$. Ситуация может показаться парадоксальной. Однако, на практике обычно известно сопротивление в конце линии $Z_н$, что означает задание отношения напряжения к току в конце линии $\dot U(l)/\dot I(l) = Z_н$ и напряжения или тока генератора подключенного к началу линии. Такое задание граничных условий приводит к системе уравнений для постоянных $\dot A_1$ и $\dot A_2$, отличной от использованных выше

Граничные условия при заданном напряжении генератора и сопротивлении нагрузки

$$\dot U_1 = \dot A_1 + \dot A_2$$

$$0 = \dot A_1\left(1 - \frac{Z_н}{Z_в}\right)\exp(-\gamma l) + \dot A_2\left(1 + \frac{Z_н}{Z_в}\right)\exp(\gamma l)$$

$$\dot{A}_1 = \frac{\dot{U}_1}{1 - \dfrac{1-\left(Z_{í}/Z_{â}\right)}{1+\left(Z_{í}/Z_{â}\right)}\exp(-2\gamma l)}, \qquad \dot{A}_2 = \frac{\dot{U}_1}{1 - \dfrac{1+\left(Z_{í}/Z_{â}\right)}{1-\left(Z_{í}/Z_{â}\right)}\exp(2\gamma l)}.$$

Граничные условия в конце линии

Пусть заданы $\dot{U}_2$ и $\dot{I}_2$ в конце линии $z'=l$. Введем новую координату $z=l-z'$. Тогда

$$\dot{U} = \dot{A}_1 \exp(-\gamma l)\exp(\gamma z') + \dot{A}_2 \exp(\gamma l)\exp(-\gamma z'),$$

$$Z_{â}\dot{I} = \dot{A}_1 \exp(-\gamma l)\exp(\gamma z') - \dot{A}_2 \exp(\gamma l)\exp(-\gamma z')$$

$$\dot{A}_3 = \dot{A}_1 \exp(-\gamma l) \qquad \dot{A}_4 = \dot{A}_2 \exp(\gamma l)$$

$$\dot{U} = \dot{A}_3 \exp(\gamma z') + \dot{A}_4 \exp(-\gamma z'),$$
$$Z_{\hat{a}} \dot{I} = \dot{A}_3 \exp(\gamma z') - \dot{A}_4 \exp(-\gamma z').$$

Применяя к последним уравнениям граничные условия получим систему

$$\dot{U}_2 = \dot{A}_3 + \dot{A}_4 \qquad \dot{A}_3 = \frac{\dot{U}_2 + Z_{\hat{a}} \dot{I}_2}{2}$$

$$Z_{\hat{a}} \dot{I}_2 = \dot{A}_3 - \dot{A}_4 \qquad \dot{A}_4 = \frac{\dot{U}_2 - Z_{\hat{a}} \dot{I}_2}{2}$$

$$\dot{U}(z) = \dot{U}_2 \operatorname{ch}(\gamma z') + Z_{\hat{a}} \dot{I}_2 \operatorname{sh}(\gamma z'),$$
$$\dot{I}(z) = \frac{\dot{U}_2}{Z_{\hat{a}}} \operatorname{sh}(\gamma z') + \dot{I}_2 \operatorname{ch}(\gamma z').$$

К рассмотренному здесь случаю относятся все замечания, сделанные для случая граничных условий, заданных в начале линии.

Волны в длинных линиях

Параметры линии

$$Z_0 = \left|\tilde{Z}_0\right| = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}\,, \qquad Y_0 = \left|\tilde{Y}_0\right| = \sqrt{G^2 + \omega^2 C^2}\,.$$

Коэффициент затухания

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2}\left(Z_0 Y_0 + RG - \omega^2 LC\right)}$$

Коэффициент фазы или постоянная распространения

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{2}\left(Z_0 Y_0 + \omega^2 LC - RG\right)}$$

Волновое сопротивление

$$Z_{\hat{a}} = \sqrt{\tilde{Z}_0 / \tilde{Y}_0} = \sqrt{\frac{R + i\omega L}{G + i\omega C}} = \sqrt[4]{\frac{R^2 + \omega^2 L^2}{G^2 + \omega^2 C^2}} \exp(i\theta) \qquad \theta = \frac{1}{2} arctg\left[\frac{\omega(GL - RC)}{RG + \omega^2 LC}\right]$$

Сопротивление *Zв* определяет токи прямой и обратной волн. Средние значения модуля *Zв* для воздушных линий 300—400 Ом, а для кабелей 60—80 Ом. Для кабелей погонная емкость C значительно больше, а погонная индуктивность L меньше, чем для воздушных линий, так как провода у них расположены ближе друг к другу, а относительная диэлектрическая проницаемость изоляции порядка 4—5. Поэтому *Zв* для кабелей в 6÷8 раз меньше, чем для воздушных линий.

Как для воздушной, так и для кабельной линии всегда $R/G \gg LC$, что объясняется в отношении всех линий незначительной величиной утечки G и дополнительно в отношении кабельных линий довольно большой погонной емкостью C.

Поскольку практически $\omega C \gg G$, аргумент комплексной проводимости близок к 90° и больше аргумента комплекса комплексного сопротивления . Поэтому аргумент θ волнового сопротивления обычно отрицателен. Кроме того $\theta=0$ при $\omega=0$ и $\omega=\infty$.

Волны в длинных линиях

Фазовая скорость

$$\phi = \omega t - \beta z + \psi_{1,2}$$

$$\frac{d\phi}{dt} = 0 = \omega - \beta\frac{dz}{dt} \Rightarrow \frac{dz}{dt} = \upsilon = \frac{\omega}{\beta}$$

Входное сопротивление

$$\dot{Z}_{\hat{a}\tilde{o}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{U}_2 \operatorname{ch}\gamma l + Z_{\hat{a}}\dot{I}_2 \operatorname{sh}\gamma l}{\left(\dot{U}_2 / Z_{\hat{a}}\right)\operatorname{sh}\gamma l + \dot{I}_2 \operatorname{ch}\gamma l} = Z_{\hat{a}}\frac{Z_2 + Z_{\hat{a}} \operatorname{th}\gamma l}{Z_2 \operatorname{th}\gamma l + Z_{\hat{a}}}$$

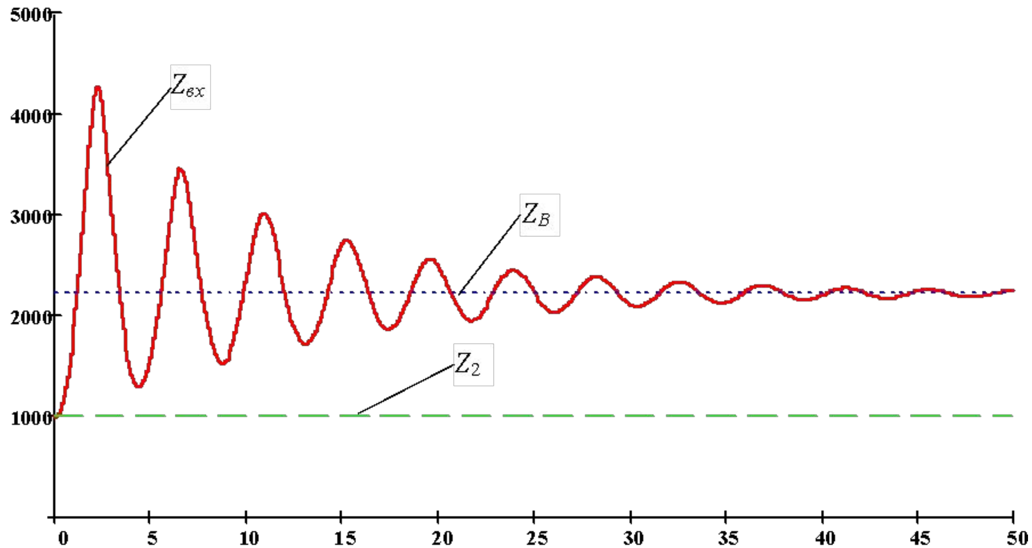
Режим холостого хода

$$Z_{\tilde{o}} = \frac{\dot{U}_{1\tilde{o}}}{\dot{I}_{1\tilde{o}}} = \frac{\dot{U}_2 \operatorname{ch}\gamma l}{\left(\dot{U}_2 / Z_{\hat{a}}\right)\operatorname{sh}\gamma l} = Z_{\hat{a}}\,\tilde{n}\mathrm{th}\,\gamma l = \frac{Z_{\hat{a}}}{\operatorname{th}\gamma l}$$

Режим короткого замыкания

$$Z_{\hat{e}} = \frac{\dot{U}_{1\hat{e}}}{\dot{I}_{1\hat{e}}} = \frac{Z_{\hat{a}}\dot{I}_2 \operatorname{sh}\gamma l}{\dot{I}_2 \operatorname{ch}\gamma l} = Z_{\hat{a}} \operatorname{th}\gamma l$$

$$\dot{Z}_{\hat{a}\tilde{o}} = Z_{\tilde{o}}\frac{Z_2 + Z_{\hat{e}}}{Z_2 + Z_{\tilde{o}}} = Z_{\hat{a}\tilde{o}}\exp\left(i\varphi_{\hat{a}\tilde{o}}\right)$$



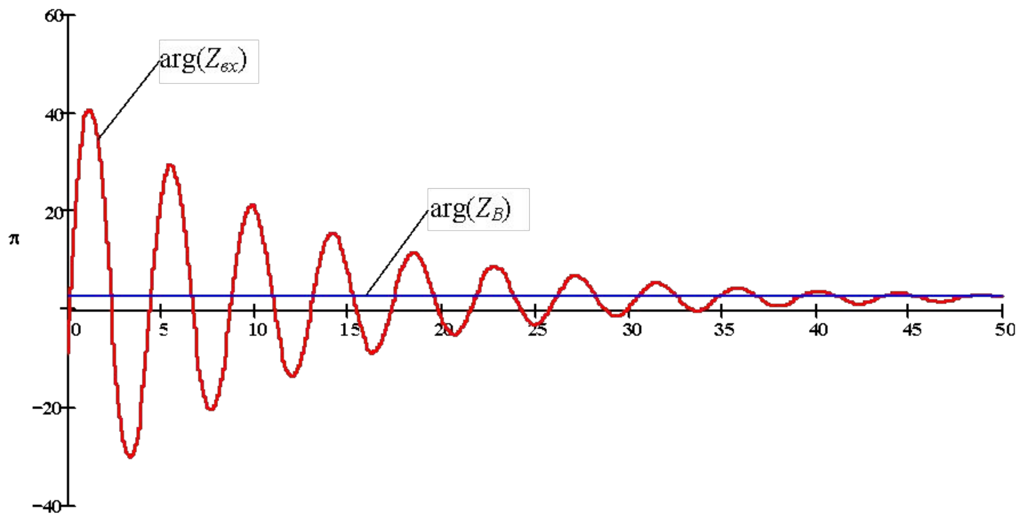
f=1 МГц

R=0,027 Ом/м

G=32,5 нСм/м

L=0,256 мкГн/м

C=0,052 пФ/м



Коэффициент отражения волны

$$K_{\text{îòð}} = \frac{\dot{U}_{\text{îá}}}{\dot{U}_{\text{ïð}}} \qquad K_{\text{îòð}} = \frac{\dot{A}_4 \exp(-\gamma z)}{\dot{A}_3 \exp(\gamma z)} = \frac{\dot{U}_2 - I_2 Z_{\text{â}}}{\dot{U}_2 + I_2 Z_{\text{â}}} \exp(-2\gamma z) = \frac{\dot{Z}_2 - Z_{\text{â}}}{\dot{Z}_2 + I_2 Z_{\text{â}}} \exp(-2\gamma z)$$

$$K_0 = \frac{\dot{Z}_2 - Z_{\text{â}}}{\dot{Z}_2 + I_2 Z_{\text{â}}}$$

Коэффициент бегущей волны. Коэффициент стоячей волны

$$K_{\text{áâ}} = \frac{U_{\min}}{U_{\max}} \qquad K_{\text{câ}} = \frac{1}{K_{\text{áâ}}}$$

Волны в длинных линиях

Линия разомкнута, короткозамкнута или реактивная нагрузка. Режим стоячей волны

$$K_{\acute{a}\hat{a}} = \frac{U_{\min}}{U_{\max}} = \frac{U_{\ddot{\imath}\grave{a}\ddot{a}} - U_{\hat{\imath}\grave{o}\eth}}{U_{\ddot{\imath}\grave{a}\ddot{a}} + U_{\hat{\imath}\grave{o}\eth}} \qquad K_{c\hat{a}} = \frac{U_{\ddot{\imath}\grave{a}\ddot{a}} + U_{\hat{\imath}\grave{o}\eth}}{U_{\ddot{\imath}\grave{a}\ddot{a}} - U_{\hat{\imath}\grave{o}\eth}} = \frac{1}{K_{\acute{a}\hat{a}}}$$

$$K_{\acute{a}\hat{a}} = 0 \qquad K_{c\hat{a}} = \infty$$

$$K_{\acute{a}\hat{a}} = \frac{1 - |K_0|}{1 + |K_0|} \qquad |K_0| = \frac{1 - K_{\acute{a}\hat{a}}}{1 + K_{\acute{a}\hat{a}}}$$

Поток энергии вдоль линии равен нулю. Напряжения и токи в узлах равны нулю. В любом сечении ток сдвинут относительно напряжения по фазе на 90^o.

Режим бегущей волны

$$K_{\acute{a}\hat{a}} = 1 \qquad K_{c\hat{a}} = 1 \quad ???!!!$$

Токи и напряжения синфазны

Согласованная нагрузка

$$Z_2 = Z_{\hat{a}} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \qquad \dot{A}_3 = \dot{U}_2 \qquad \dot{A}_4 = 0$$

$$\dot{U} = \frac{\dot{U}_{\ddot{i}\eth}}{Z_{\hat{a}}} = \frac{\dot{U}_2}{Z_{\hat{a}}} \exp(\gamma z) = \dot{I}_2 \exp(\gamma z) \qquad \dot{I}_{\hat{i}\acute{a}} = 0$$

$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = Z_{\hat{a}}$$

Линия без искажений

$$\alpha = \beta = \sqrt{\frac{R\omega C}{2}} \qquad Z_{\hat{a}} = \sqrt{\frac{R}{i\omega C}} = \sqrt{\frac{R}{\omega C}} \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right)$$

Волны в длинных линиях

(О) Напряжение $\dot{U}_1$ и ток $\dot{I}_1$ в точке с координатой $x = x_1$ линии длиной l известны. Запишите выражения для напряжения $\dot{U}_2$ и тока $\dot{I}_2$ в точке с координатой $x = x_2$ линии для приведенных в таблице значений x_1 и x_2.

Вариант	*а*	*б*	*в*	*г*	*д*	*е*
x_1	0	l	$l/2$	0	l	$l/2$
x_2	l	0	0	$l/2$	$l/2$	l

Волновое сопротивление считать заданным