Основы автоматики и САУ

Часть 1

- **Технологические процессы (ТП)** - целенаправленное преобразования вещества, энергии и информации для получения требуемого продукта или результата.

- В любом технологическом процессе выполняются целенаправленные действия, называемые:

- **- рабочими операциями** – создающими требуемый продукт или результат (например, перемещение груза роботом);
- - **вспомогательными операциями** – создающими условия для нормального выполнения рабочих операций (например, захват и освобождение груза роботом);
- - **операциями управления** рабочими и вспомогательными операциями во времени и в пространстве изменений координат системы.

- **Автоматикой** называется отрасль науки и техники, охватывающая совокупность методов и технических средств автоматического управления всеми операциями по осуществлению ТП в технических объектах управления без непосредственного участия человека-оператора.

- Термин «автоматика» образован от греческих слов «ауто» (сам) и «матос» (усиление, самоусиление, самодействие).

- **Системы автоматического управления (САУ)** – это системы, в которых информация о ходе технологического процесса используется для автоматического управления технологическим процессом без участия человека, обеспечивая автоматизацию технологического процесса.

- **В системах автоматического управления (САУ)** все операции управления выполняются автоматическими устройствами и поэтому САУ могут работать без участия человека.

- **В автоматизированных системах управления (АСУ**) часть операций управления выполняют автоматические устройства, а другую часть операций управления выполняет человек-оператор, без участия которого АСУ работать не могут.

- Наука о методах и средствах автоматического управления техническими объектами управления называется **технической кибернетикой**.

- Методической основой технической кибернетики является **теория автоматического управления**, которая оперирует математическими моделями элементов и САУ, рассматривает их информационные связи друг с другом и с окружающей средой и **решает задачи анализа и синтеза САУ.**

- **Анализ САУ** заключается в определении и количественной оценке свойств САУ с заданной структурой и известными параметрами элементов и внешних воздействий.

- **Синтез САУ** заключается в определении необходимой структуры и параметров элементов САУ для получения заданных свойств САУ при заданных воздействиях.

- **Классификация САУ**

- Разнообразие САУ по назначению, принципам построения, принципам действия, характеристикам, способам получения и передачи информации и другим признакам исключает возможность осуществления их всеобъемлющей классификации. Поэтому существует много частных классификаций САУ по разным групповым признакам.

Классификация САУ

- 1) ***По виду уравнений, описывающих процессы управления***:

- а) **класс линейных систем управления**;
- б) **класс нелинейных систем управления.**

Классификация САУ

- *Каждый класс систем управления делится на подклассы:*

- а) **системы с постоянными параметрами** (описываются уравнениями с постоянными коэффициентами);
- б) **системы с переменными параметрами** (описываются уравнениями с переменными коэффициентами);
- в) **системы с распределенными параметрами** (описываются уравнениями в частных производных);
- г) **системы с запаздыванием** (описываются уравнениями с запаздывающим аргументом).

Классификация САУ

- 2) ***По характеру передачи сигналов управления*** *различают:*

- а) **непрерывные (аналоговые) системы управления;**
- б) **дискретные системы управления (импульсные и цифровые);**
- в) **релейные системы управления**.

Классификация САУ

- 3) ***По характеру процессов в системе управления*** *различают:*

- а) **детерминированные системы** (имеют определенные параметры и определенные процессы);
- б) **стохастические системы** (имеют случайные параметры и случайные процессы).

Классификация САУ

- 4) ***По характеру функционирования САУ*** *делятся на четыре типа:*

- а) **обыкновенные САУ (**имеют полную начальную информацию);
- б*)* **адаптивные САУ** (имеют неполную начальную информацию, автоматически восполняемую в процессе работы системы);
- в) **терминальные САУ** (решают задачу достижения заданного состояния системы в конечный момент времени, до которого процесс управления может идти произвольно с оптимизацией по другим критериям);
- г) **интеллектуальные САУ** – это САУ, способные к «пониманию» ситуации и обучению, в которых решаются задачи управления сложными ОУ с использованием механизма получения, хранения и системной обработки знаний (информации) об ОУ, возмущениях, состоянии внешней среды и условиях работы САУ для реализации своих функций управления на основе применения современных информационных технологий обработки знаний (информации) – искусственных нейронных сетей, нечеткой логики и других технологий.

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЛИНЕЙНЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ САУ

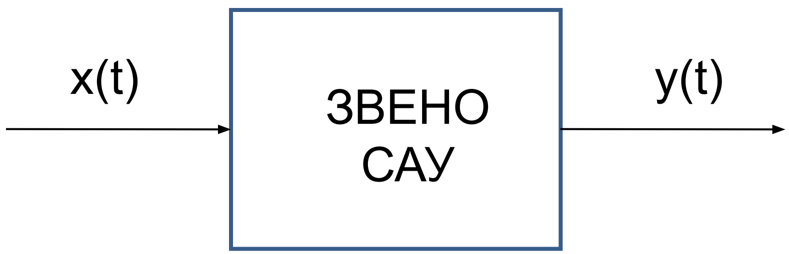
Математические модели САУ

- Для математического описания САУ по её функциональной схеме определяется состав её отдельных звеньев, связанных друг с другом и с внешней средой.

- Основными формами представления операторов преобразования входных переменных в переменные выхода в конечномерных линейных непрерывных стационарных детерминированных моделях звеньев и САУ являются:
- **дифференциальные уравнения,**
- **передаточные функции,**
- **временные и частотные характеристики .**

Математические модели САУ

- Происходящие в каждом звене процессы описываются **линейными дифференциальными уравнениями зависимости выходной величины y(t) от входного воздействия x(t).**



$$a_0\frac{d^n y(t)}{dt^n}+a_1\frac{d^{n-1}y(t)}{dt^{n-1}}+a_2\frac{d^{n-2}y(t)}{dt^{n-2}}+\cdots+a_n y(t)=$$

$$=\ b_0\frac{d^m x(t)}{dt^m}+b_1\frac{d^{m-1}x(t)}{dt^{m-1}}+\cdots+b_m x(t)$$

где m<=n для конструктивной реализации

Математические модели САУ

- Эти уравнения называются **математическими моделями** звеньев и для звеньев разной физической природы составляются по законам соответствующей науки (механики, электротехники, термодинамики и др.), нелинейные уравнения линеаризуются.

- Совокупность уравнений (математических моделей) взаимосвязанных звеньев САУ образуют систему уравнений САУ, называемую **математической моделью САУ**.

- **Передаточная функция или операторная функция передачи (ОФП)** является важнейшим математическим описанием звена или САУ, представляющим запись дифференциального уравнения **в операторной форме в виде отношения изображений по Лапласу выходной и входной величин** при нулевых начальных условиях, которая получается в виде:

$$W(p) = \frac{L\{y(t)\}}{L\{x(t)\}} = \frac{\int_0^\infty y(t)e^{-pt}dt}{\int_0^\infty x(t)e^{-pt}dt} = \frac{y(p)}{x(p)}$$

- **Операторная функция передачи (ОФП)**

$$W(p)=\frac{L\{y(t)\}}{L\{x(t)\}}=\frac{\int_0^\infty y(t)e^{-pt}dt}{\int_0^\infty x(t)e^{-pt}dt}=\frac{y(p)}{x(p)}$$

$$a_0\frac{d^n y(t)}{dt^n}+a_1\frac{d^{n-1}y(t)}{dt^{n-1}}+a_2\frac{d^{n-2}y(t)}{dt^{n-2}}+\dots+a_n y(t)=$$

$$=b_0\frac{d^m x(t)}{dt^m}+b_1\frac{d^{m-1}x(t)}{dt^{m-1}}+\dots+b_m x(t)$$

Переводим дифференциальное уравнение в операторную форму, заменой:

$y(t) \rightarrow y(p)$ $\qquad \frac{d^n}{dt^n} \rightarrow p^n$ $\qquad \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} \rightarrow p^{n-1}$ $\qquad$ и далее

$x(t) \rightarrow x(p)$ $\qquad \frac{d^m}{dt^m} \rightarrow p^m$ $\qquad \frac{d^{m-1}}{dt^{m-1}} \rightarrow p^{m-1}$ $\qquad$ и далее

- **Операторная функция передачи (ОФП)**

Получаем из дифференциального уравнения:

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + a_2 \frac{d^{n-2} y(t)}{dt^{n-2}} + \cdots + a_n y(t) =$$

$$= b_0 \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + b_m x(t)$$

Уравнение в операторной форме после замены:

$$a_0 p^n y(p) + a_1 p^{n-1} y(p) + a_2 p^{n-2} y(p) + \ldots + a_n y(p) =$$

$$= b_0 p^m x(p) + b_1 p^{m-1} x(p) + \ldots + b_m x(p)$$

- **Операторная функция передачи (ОФП)**

$$a_0 p^n y(p) + a_1 p^{n-1} y(p) + a_2 p^{n-2} y(p) + \ldots + a_n y(p) =$$

$$= b_0 p^m x(p) + b_1 p^{m-1} x(p) + \ldots + b_m x(p)$$

Вынесем y(p) и x(p) за скобки:

$$y(p)\left(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \ldots + a_n\right) =$$

$$= x(p)\left(b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \ldots + b_m\right)$$

Запишем ОФП: $W(p) = \dfrac{L\{y(t)\}}{L\{x(t)\}} = \dfrac{\int_0^\infty y(t)e^{-pt}dt}{\int_0^\infty x(t)e^{-pt}dt} = \dfrac{y(p)}{x(p)}$

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \ldots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \ldots + a_n}$$

Типовые звенья САУ и их характеристики

- Звенья с математическим описанием обыкновенными дифференциальными уравнениями первого и второго порядка называются **типовыми динамическими звеньями**.

- Из типовых динамических звеньев составляются алгоритмические структурные схемы систем управления.
- Знание характеристик типовых звеньев значительно облегчает изучение свойств таких систем.

Типовые звенья САУ и их характеристики

- Классификацию типовых звеньев удобно осуществить, рассматривая различные частные случаи общего дифференциального уравнения:

$$a_0 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_2 y(t) = b_0 \frac{dx(t)}{dt} + b_1 x(t)$$

В операторной форме:

$$a_0 p^2 y(p) + a_1 p y(p) + a_2 y(p) = b_0 p x(p) + b_1 x(p)$$

Типовые звенья САУ и их характеристики

- Вынесем x(p) и y(p) за скобки:

$$y(p)(a_0 p^2 + a_1 p + a_2) = x(p)(b_0 p + b_1)$$

- Передаточная функция в общем виде для типовых звеньев САУ:

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{b_0 p + b_1}{a_0 p^2 + a_1 p + a_2}$$

Типовые звенья САУ и их характеристики

- Принято уравнение:

$$y(p)(a_0 p^2 + a_1 p + a_2) = x(p)(b_0 p + b_1)$$

- записывать в виде (разделив на a_2):

$$y(p)(T_2^2 p^2 + T_1 p + 1) = x(p) K(\tau p + 1),$$

- где $T_2^2 = \dfrac{a_0}{a_2}, \quad T_1 = \dfrac{a_1}{a_2}, \quad K = \dfrac{b_1}{a_2}, \quad \tau = \dfrac{b_0}{b_1}.$
- Параметры T_2, T_1, τ называются **постоянными времени**, измеряемыми в секундах;
- K называется ***коэффициентом передачи***.

Типовые звенья САУ и их характеристики

- Передаточная функция из уравнения:

$$y(p)(T_2^2 p^2 + T_1 p + 1) = x(p) K(\tau p + 1)$$

- в общем виде для типовых звеньев САУ:

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{K(\tau p + 1)}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}$$

Типовые звенья САУ и их характеристики

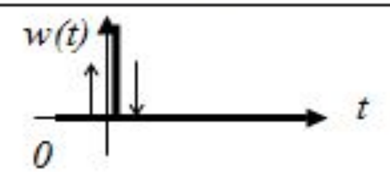
- Типовые динамические звенья делятся по зависимостям выходной величины **у** от входного воздействия $\boldsymbol{x}$ в установившихся режимах работы на:

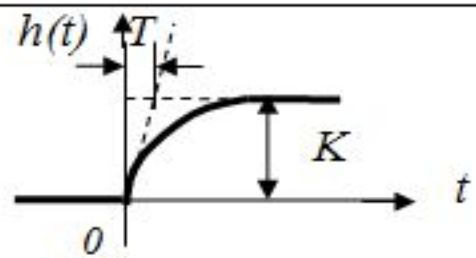
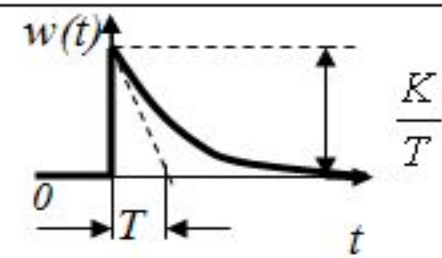
- **позиционные**, в которых выходная величина пропорциональна входному воздействию $y=Kx$;
- **интегрирующие,** в которых выходная величина пропорциональна интегралу от входного воздействия $y=K\int xdt$;
- **дифференцирующие**, в которых выходная величина пропорциональна дифференциалу (первой производной по времени) от входного воздействия $y=K\,dx/dt$;
- **запаздывающие**, в которых выходная величина равна входной величине, сдвинутой в текущем времени на время запаздывания τ $y=x(t-\tau)$.

Типовые звенья САУ и их характеристики

- Подробно на лабораторных работах.
- Пример:

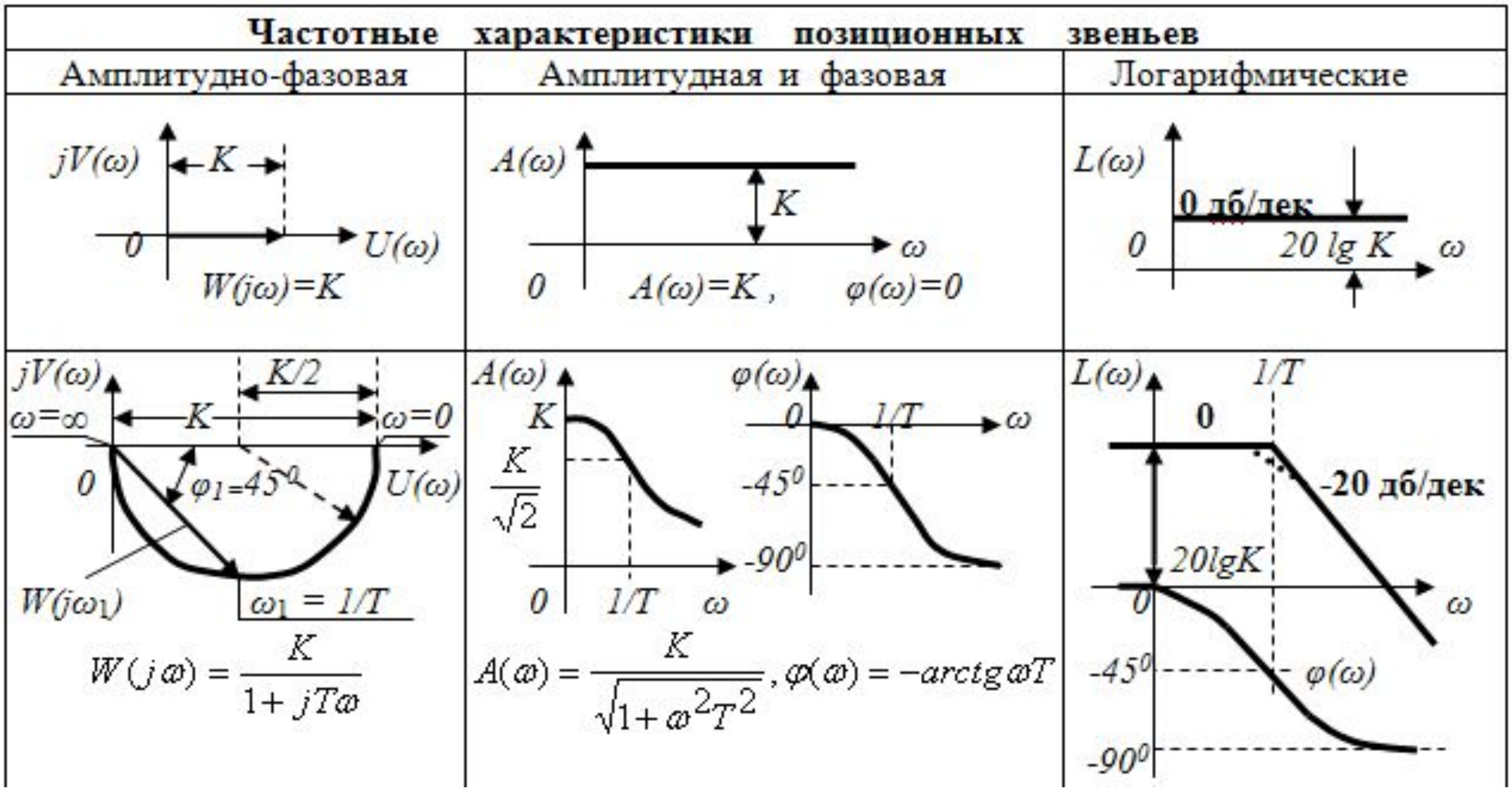
<table>
<tr><th rowspan="2">Тип звена и его передаточная функция</th><th colspan="2">Временные характеристики позиционных звеньев</th></tr>
<tr><th>Переходная функция h(t)</th><th>Функция веса w(t)</th></tr>
<tr><td>1. Безынерционное

$W(p) = K$</td><td>
$h(t) = K \bullet 1(t)$</td><td>
$w(t) = K \bullet \delta(t)$</td></tr>
<tr><td>2. Апериодическое 1-го порядка

$W(p) = \dfrac{K}{1 + Tp}$</td><td>
$h(t) = K(1 - e^{-\frac{t}{T}}) \cdot 1(t)$</td><td>
$w(t) = \dfrac{K}{T} e^{-\frac{t}{T}} \cdot 1(t)$</td></tr>
</table>

Типовые звенья САУ и их характеристики

- Подробно на лабораторных работах.
- Пример:



Временные характеристики

- Временными характеристиками звена или САУ являются *переходная функция h(t)* и *функция веса w(t)* .

- **Переходной функцией** (переходной характеристикой) $h(t)=y(t)$ звена или САУ называется реакция на единичное ступенчатое входное воздействие $x(t)=1[t]$ при нулевых начальных условиях.

- **Функцией веса** (весовой функцией, импульсной переходной характеристикой) $w(t)=y(t)$ звена или САУ называется реакция на единичное импульсное входное воздействие $x(t)=\delta(t)$ (дельта-функцию или функцию Дирака) при нулевых начальных условиях.

Временные характеристики

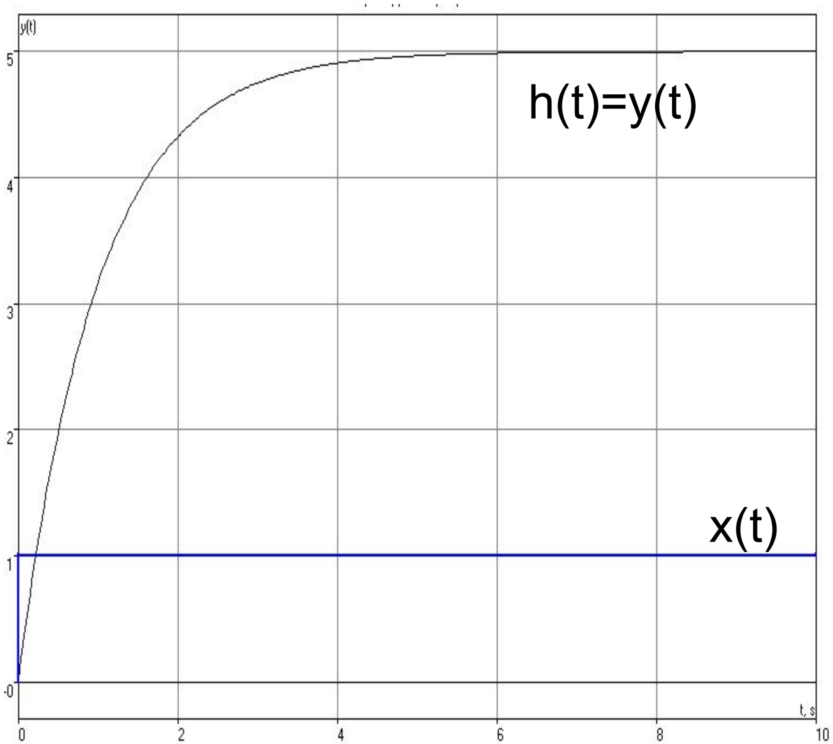
- **Дельта-функция** или **функция Дирака** получается при дифференцировании единичной ступенчатой функции $\delta(t)=d1[t]/dt$, при этом $\delta(t)=0$ в любой момент времени t, кроме $t=0$, где величина импульса стремится к бесконечности при бесконечно малой продолжительности импульса, а площадь импульса равна единице $\int\delta(t)dt=1$.

- **Функция веса $w(t)$ связана с переходной функцией $h(t)$ дифференцирования $w(t)=dh(t)/dt$.**

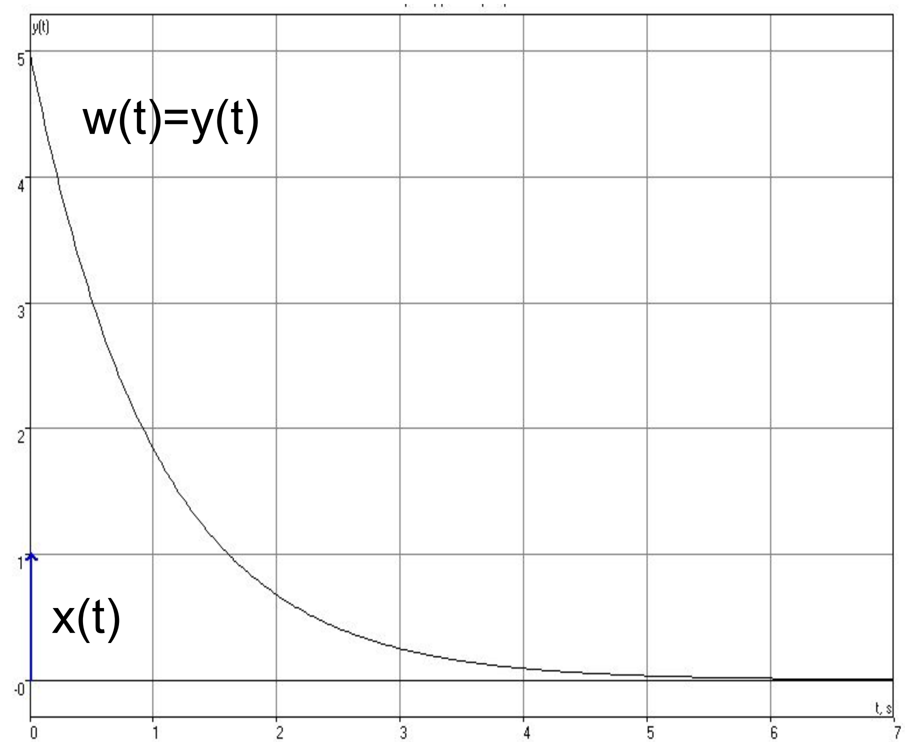
Временные характеристики

- Например, для САУ с : $W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{5}{1+1p}$

Переходная характеристика:



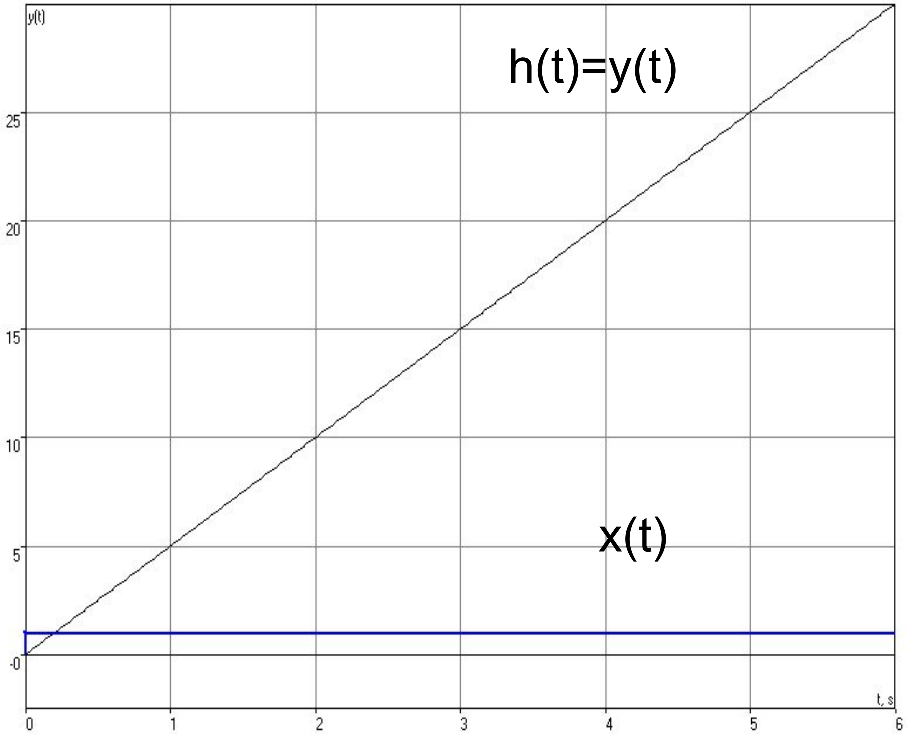
Импульсная характеристика:



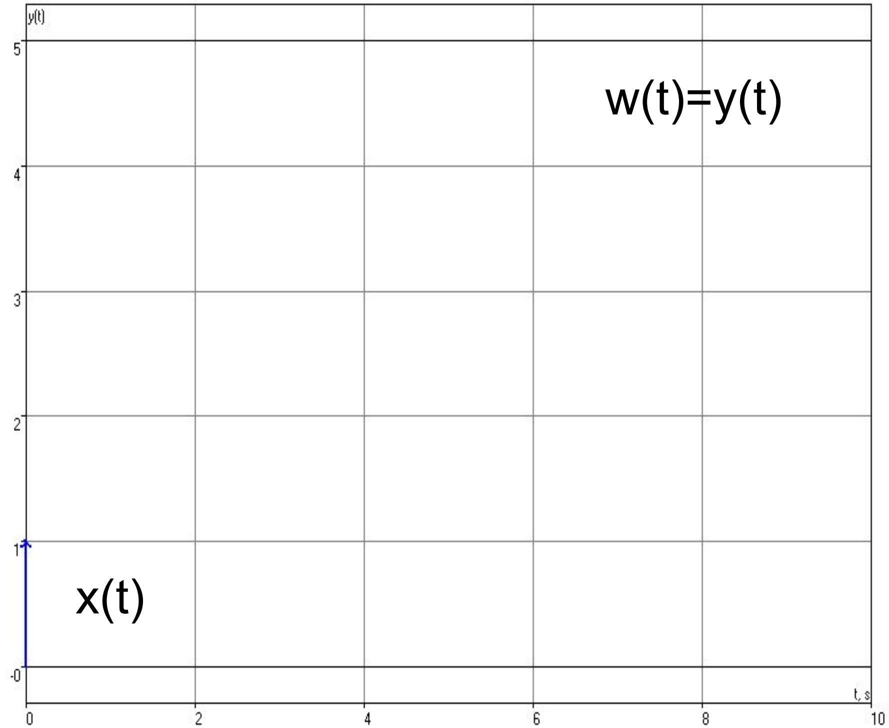
Временные характеристики

- Например, для САУ с : $W(p)=\frac{y(p)}{x(p)}=\frac{5}{1p}$

Переходная характеристика:



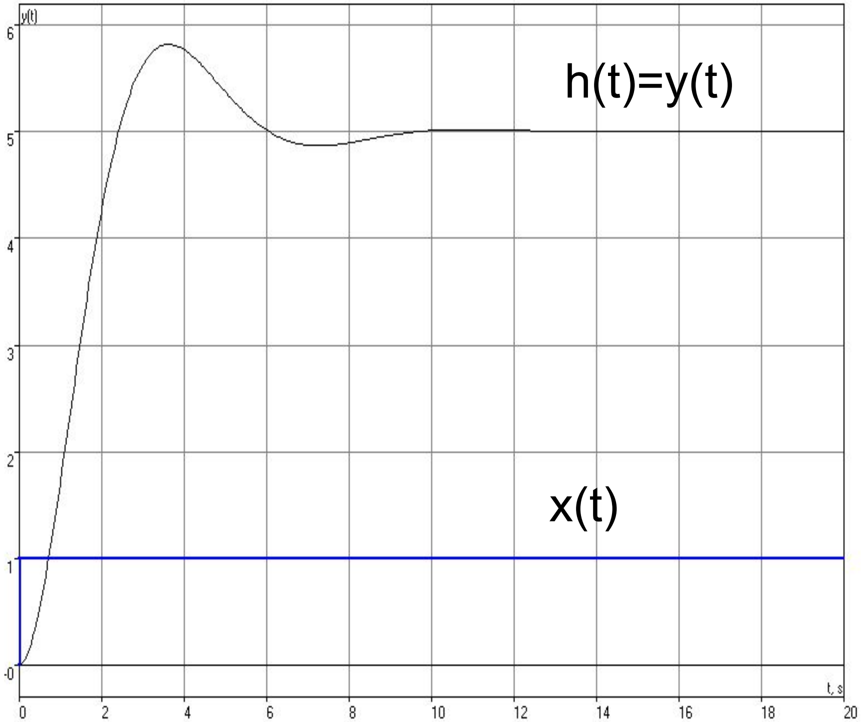
Импульсная характеристика:



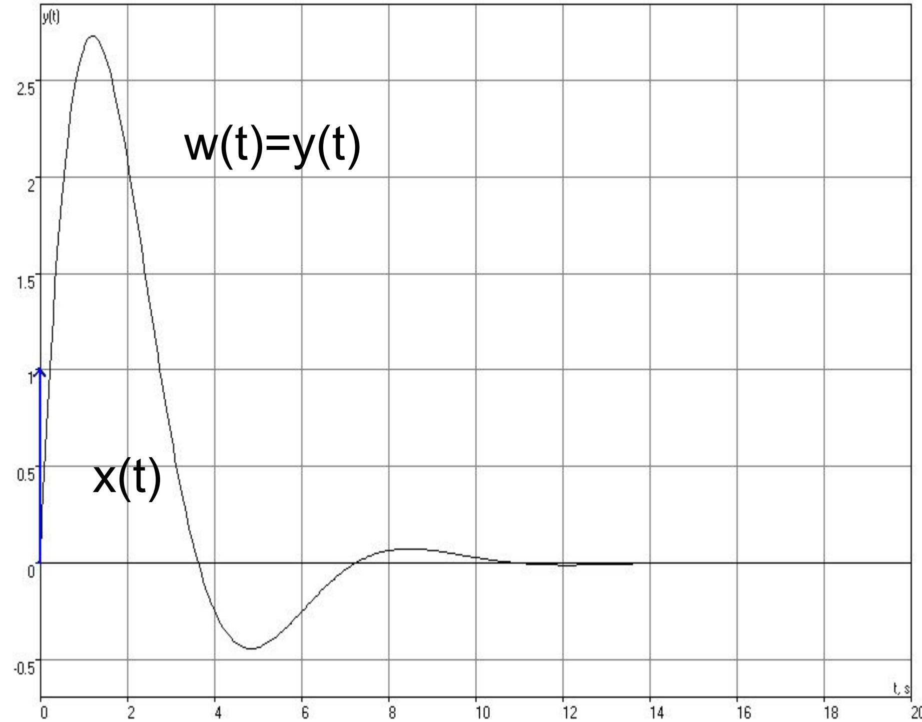
Временные характеристики

- Например, для САУ с : $W(p)=\dfrac{y(p)}{x(p)}=\dfrac{5}{1+1p+1p^2}$

Переходная характеристика:



Импульсная характеристика:



Временные характеристики

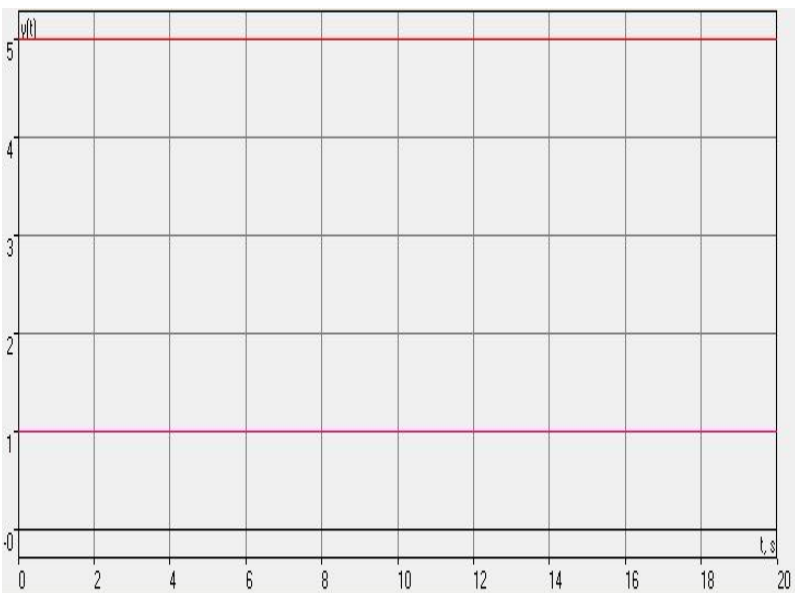
- Например, для САУ с :

5

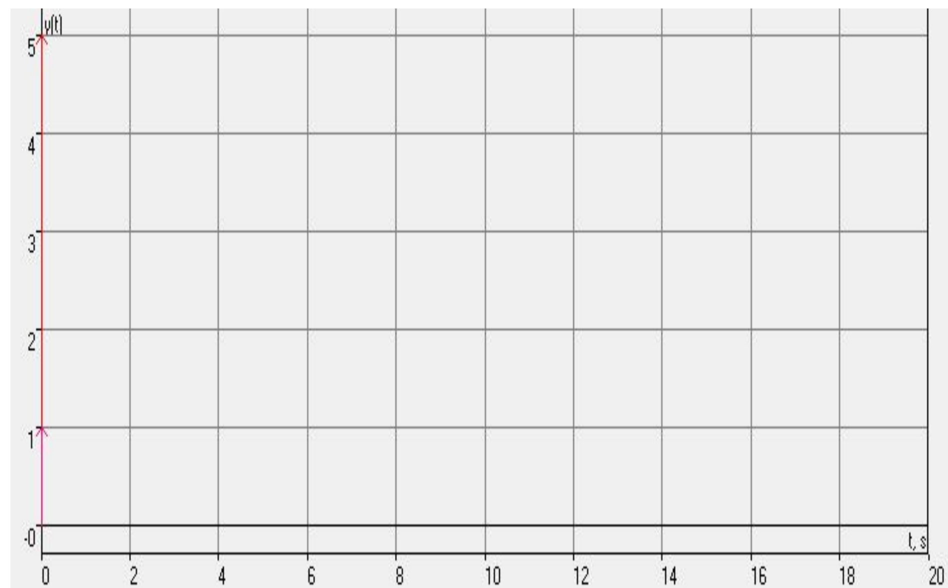
1

$W(p)=\frac{y(p)}{x(p)}=$ ¿

Переходная характеристика
Ступенчатое входное воздействие:



Импульсная характеристика
Дельта-функция:



Временные характеристики

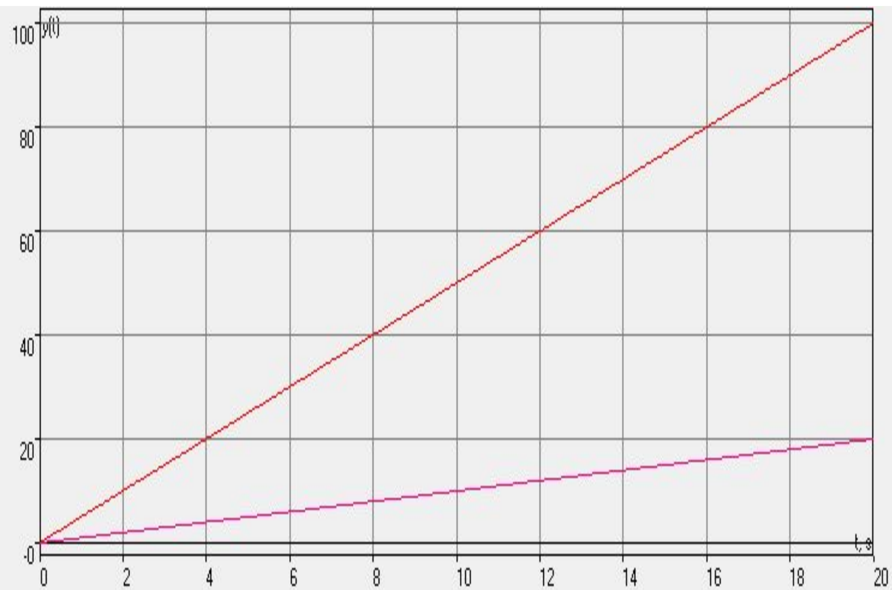
- Например, для САУ с :

5

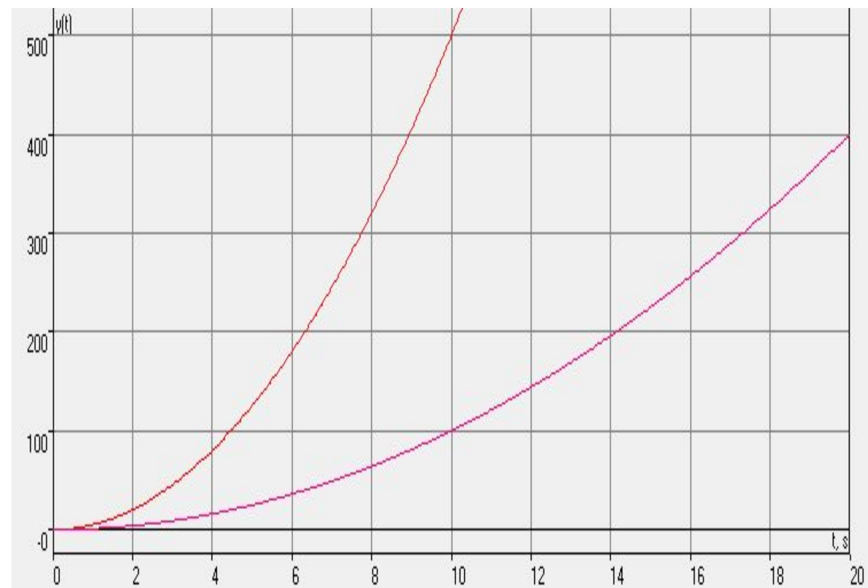
1

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = ¿$$

Линейное входное воздействие:



Параболическое входное воздействие:



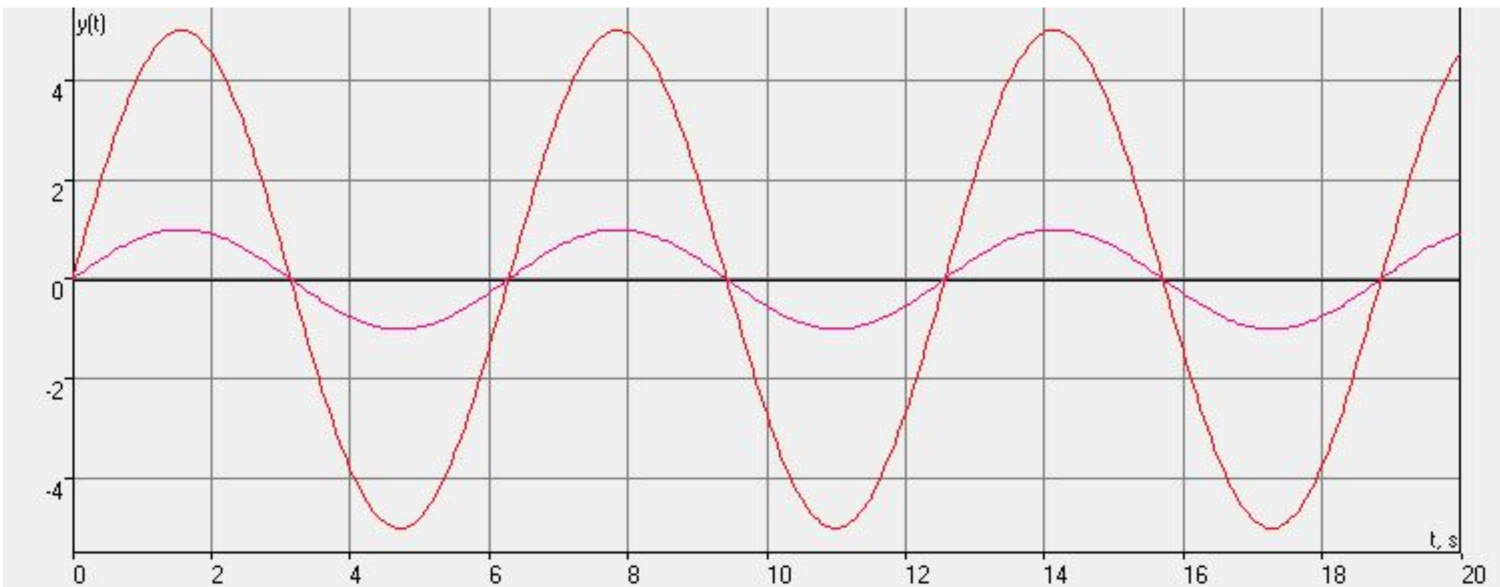
Временные характеристики

- Например, для САУ с :

5
1

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = ¿ -$$

Синусоидальное входное воздействие:



Частотные характеристики

- Частотные характеристики представляют собой **зависимость амплитуды и фазы выходного сигнала звена или системы в установившемся режиме при гармоническом входном сигнале неизменной амплитуды и изменяемой частоты.**
- Частотные характеристики имеют важное значение для исследования систем автоматического управления, так как они **характеризуют передаточные свойства звеньев и систем.**

Частотные характеристики

$$x(t)=x_m \sin\omega t \longrightarrow \boxed{\text{САУ}} \longrightarrow y(t)=y_m \sin(\omega t+\phi)$$

Если на вход САУ в момент времени $t=0$ приложено гармоническое воздействие ***x(t)*** определенной частоты ω:

$$\boldsymbol{x(t)=x_m \sin\omega t},$$

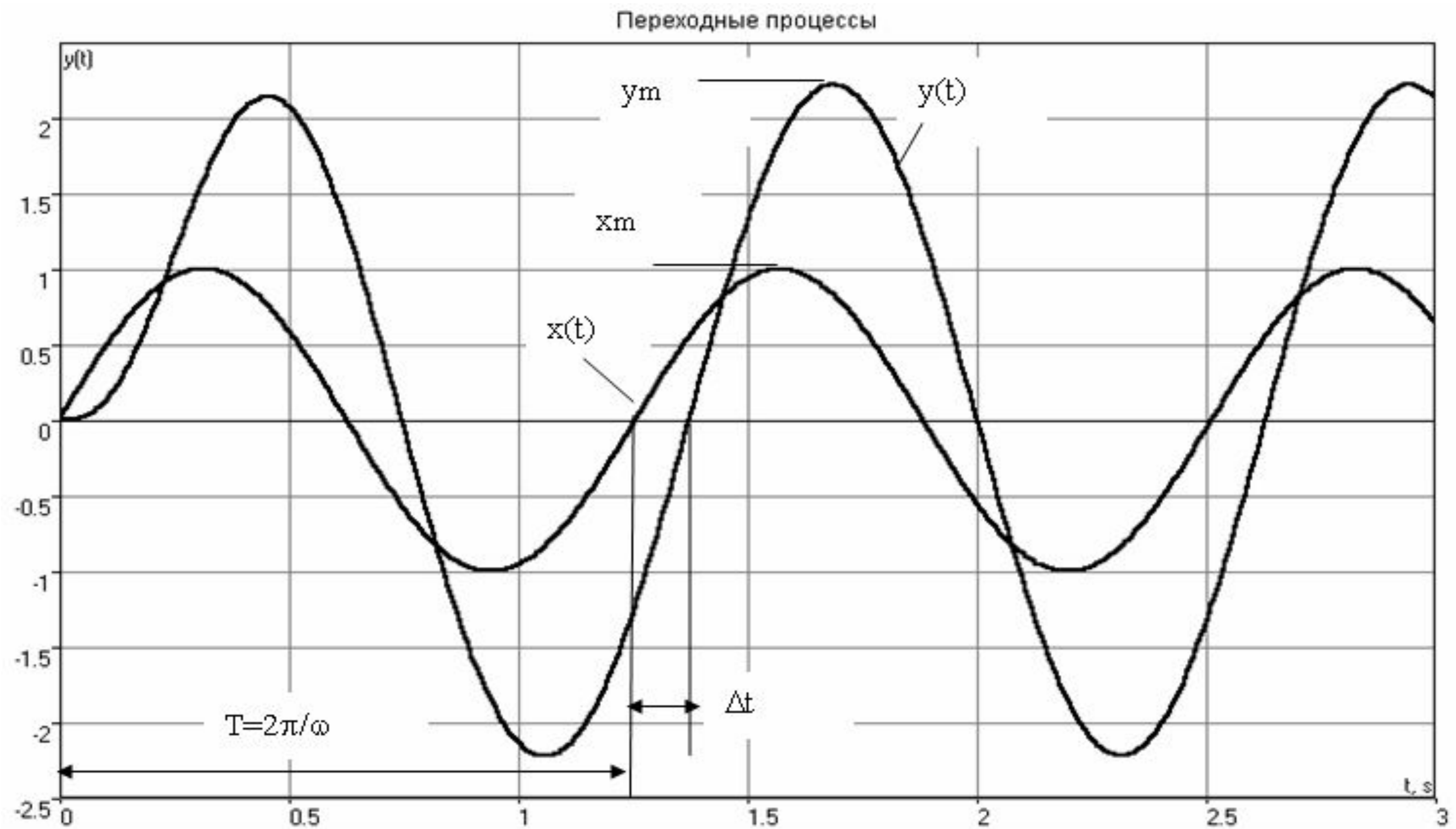
то после окончания переходного процесса в системе установится режим установившихся вынужденных колебаний, а выходная величина ***y(t)*** будет изменяться по гармоническому закону с той же частотой ω, но с другой амплитудой $\boldsymbol{y_m}$ и со сдвигом $\boldsymbol{\Delta t}$ во времени:

$$\boldsymbol{y(t)=y_m \sin(\omega t+\phi)},$$

где $\phi = (\Delta t /T) \cdot 360$ – фазовый сдвиг между входным и выходным сигналами в градусах.

Частотные характеристики

$$x(t)=x_m\sin\omega t \longrightarrow \boxed{\text{САУ}} \longrightarrow y(t)=y_m\sin(\omega t+\phi)$$



Частотные характеристики

- Изменяя частоту ω от 0 до ∝ при постоянном значении x_m, можно установить, что амплитуда и фазовый сдвиг выходного сигнала зависят от частоты входного сигнала.

- Так как амплитуда выходного сигнала определяется также значением амплитуды входного сигнала, то возникает необходимость рассматривать отношение амплитуд $ym\,/xm$.

Частотные характеристики

- **Зависимость отношения амплитуд выходного и входного сигнала от частоты** называют **амплитудной частотной характеристикой (АЧХ)** и обозначают $\boldsymbol{A(\omega)}$.

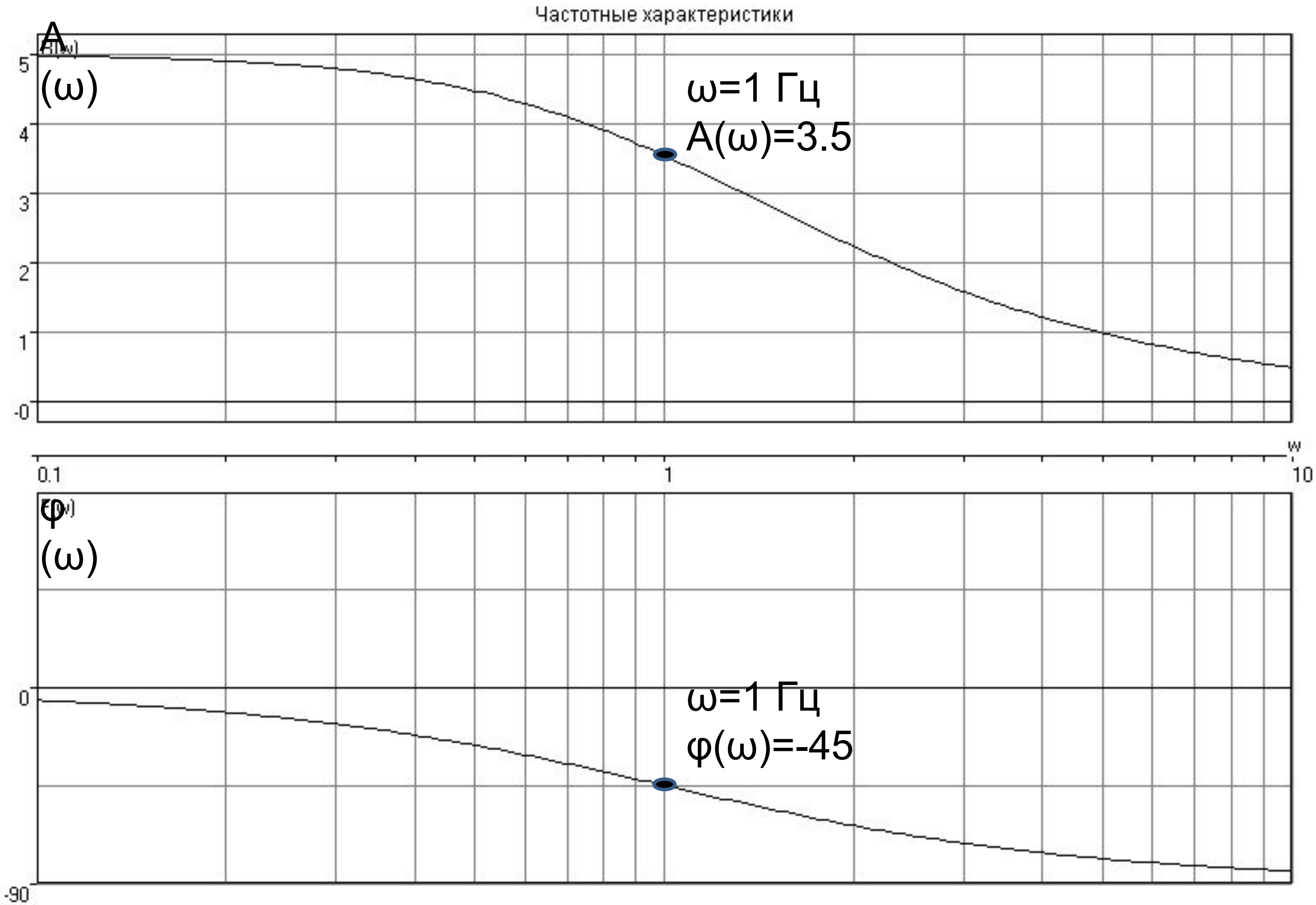
- АЧХ характеризует пропускание элементом сигналов различной частоты. Пропускание оценивается по отношению амплитуд $ym\ /xm$.

Частотные характеристики

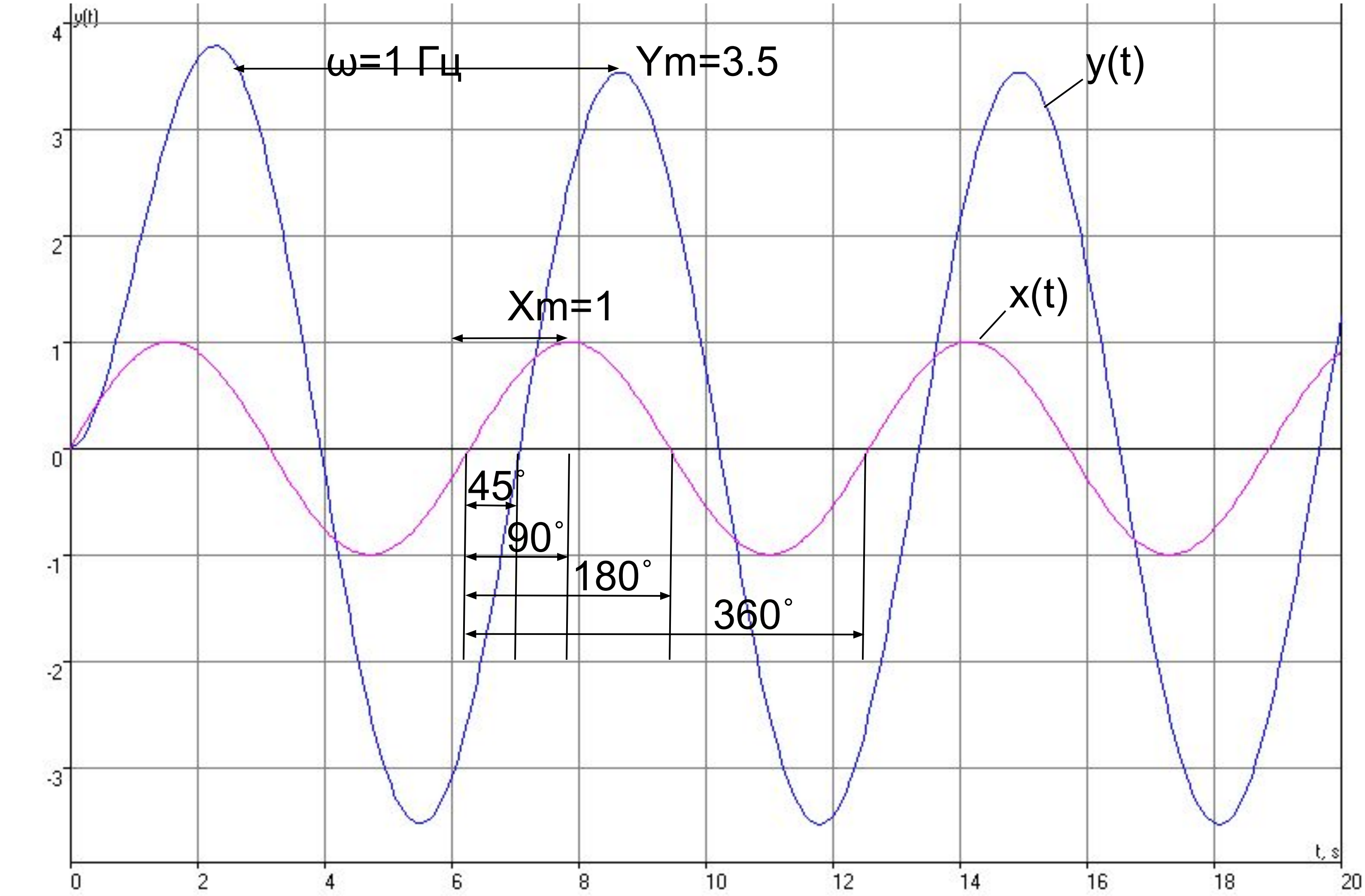
- **Зависимость фазового сдвига между входным и выходным сигналами от частоты** называют **фазовой частотной характеристикой (ФЧХ)** $\phi(\omega)$.

- Если фазовый сдвиг <0, то говорят о фазовом запаздывании, если фазовый сдвиг >0, то говорят о фазовом опережении.

Частотные характеристики



Частотные характеристики



Частотные характеристики

- При объединении амплитудной и фазовой частотных характеристик в одну получают **амплитудно-фазовую частотную характеристику** (АФЧХ или АФХ) (частотная передаточная функция, комплексный коэффициент передачи) $W(j\omega)$, которая получается из передаточной функции (ОФП) $W(p)$ звена или САУ при замене $p=j\omega$ и изменении частоты ω от 0 до ∞.

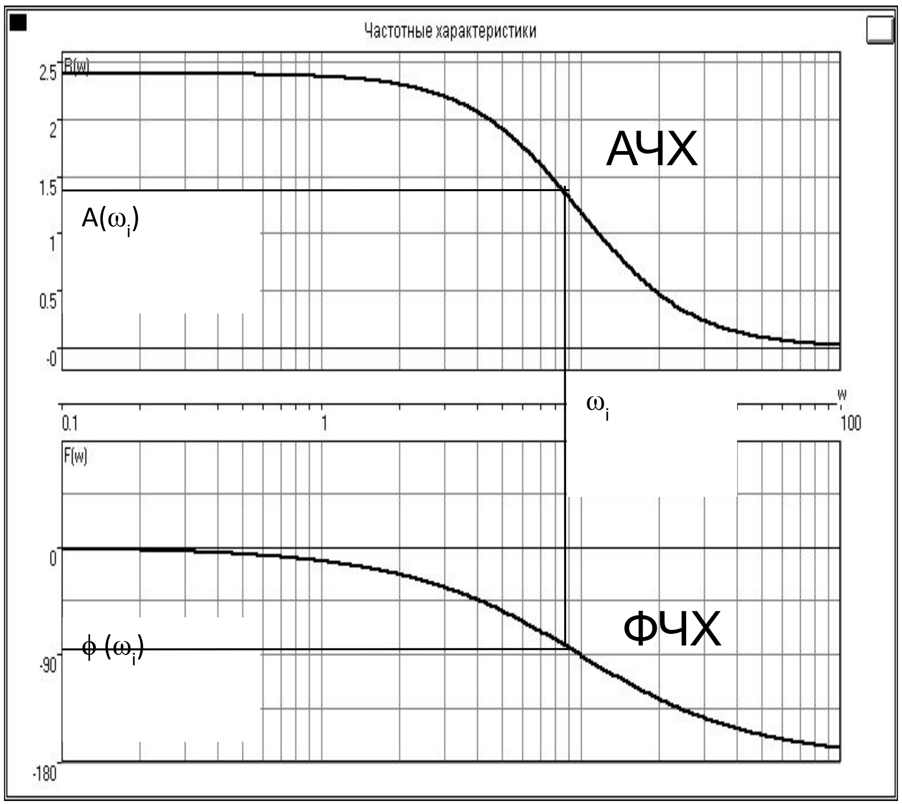
Частотные характеристики

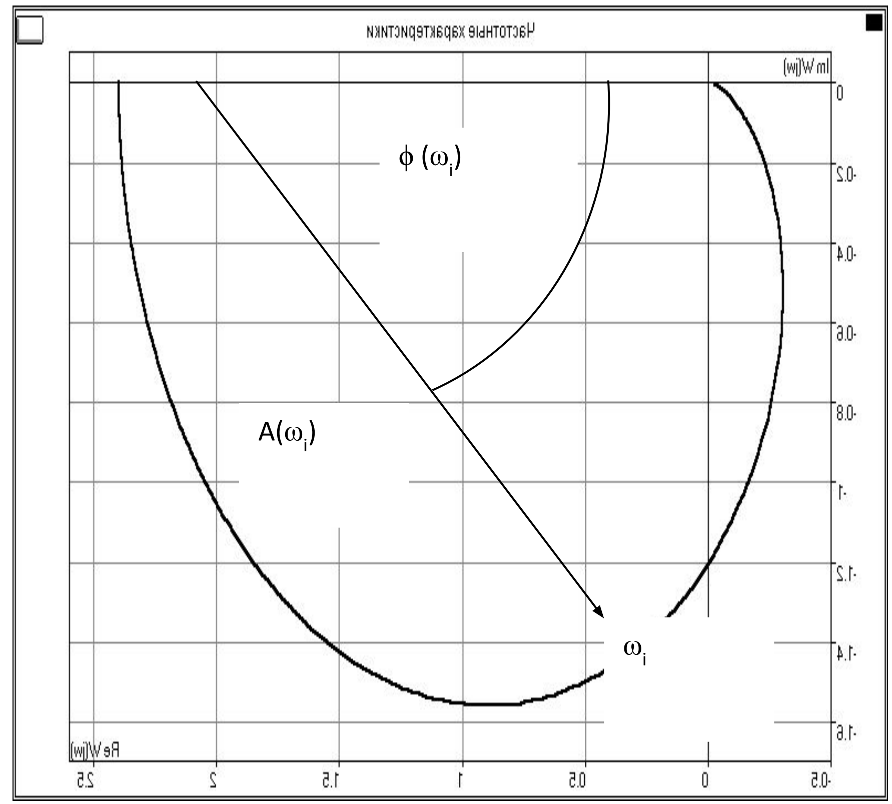
- Амплитудно-фазовая частотная характеристика $W(j\omega)$ является функцией комплексного переменного $j\omega$.

- **Модуль АФХ равен $A(\omega)$, а аргумент равен $\phi(\omega)$.**
- Каждому значению частоты ω_i соответствует комплексное число $W(j\omega_i)$, представленное на комплексной плоскости изображающим вектором длиной $A(\omega_i)$ и расположенным к вещественной положительной оси под углом $\phi(\omega_i)$.

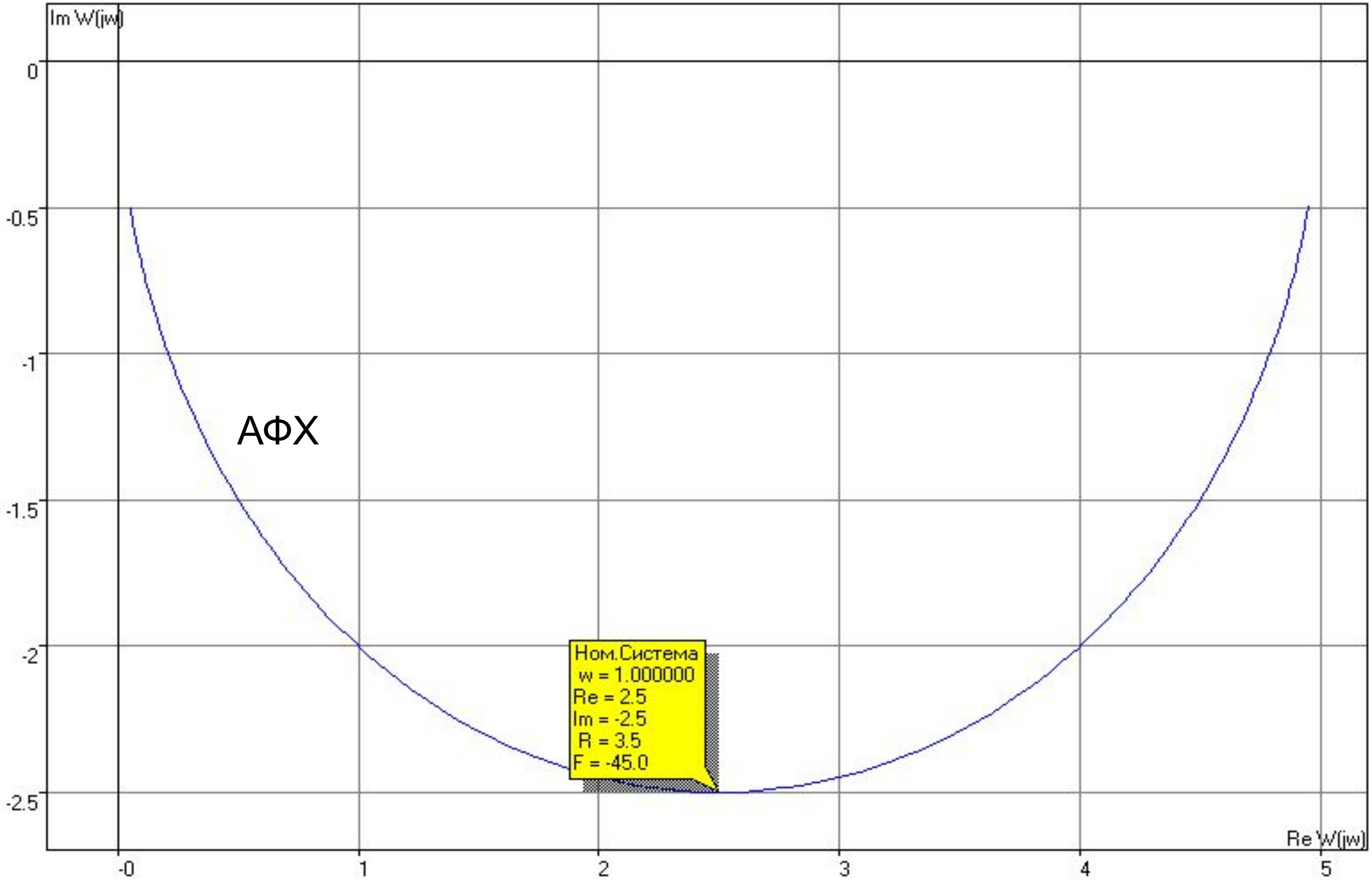
Частотные характеристики

АФХ





Частотные характеристики



Частотные характеристики

- Выражение для амплитудно-фазовой характеристики конкретного элемента можно получить из его передаточной функции подстановкой $p=j\omega$:

$$W(j\omega)=W(p)\big|_{p=j\omega}$$

- АФХ $W(j\omega)$ может быть представлена в:
- **показательной форме**:

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\phi(\omega)}$$

- **алгебраической:**

$$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega)$$

где $U(\omega)$, $V(\omega)$ –вещественная и мнимая составляющие вектора $W(j\omega)$;

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega)+V^2(\omega)}$$

– *амплитудная частотная характеристика* (АЧХ);

$\phi(\omega)=arc\ tg\ [V(\omega)/U(\omega)]$– *фазовая частотная характеристика* (ФЧХ).

- или **тригонометрической**:

$$W(j\omega)=A(\omega)\cos\phi(\omega)+jA(\omega)\sin\phi(\omega).$$

Далее пример просто показать. Не под запись.

Частотные характеристики

- Рассмотрим пример.
- Пусть передаточная функция имеет вид: $W(\mathrm{p}) = \dfrac{5}{1 + 1p}$
- Проведем замену:

$$W(\mathrm{jw}) = \frac{5}{1+1jw} = \frac{5}{1+1jw} * \frac{1-1jw}{1-1jw} = \frac{5-5jw}{1+1jw-1jw-1j^2w^2} = \frac{5-5jw}{1+w^2} = \frac{5}{1+w^2} - \frac{5w}{1+w^2}j$$

- Получаем:

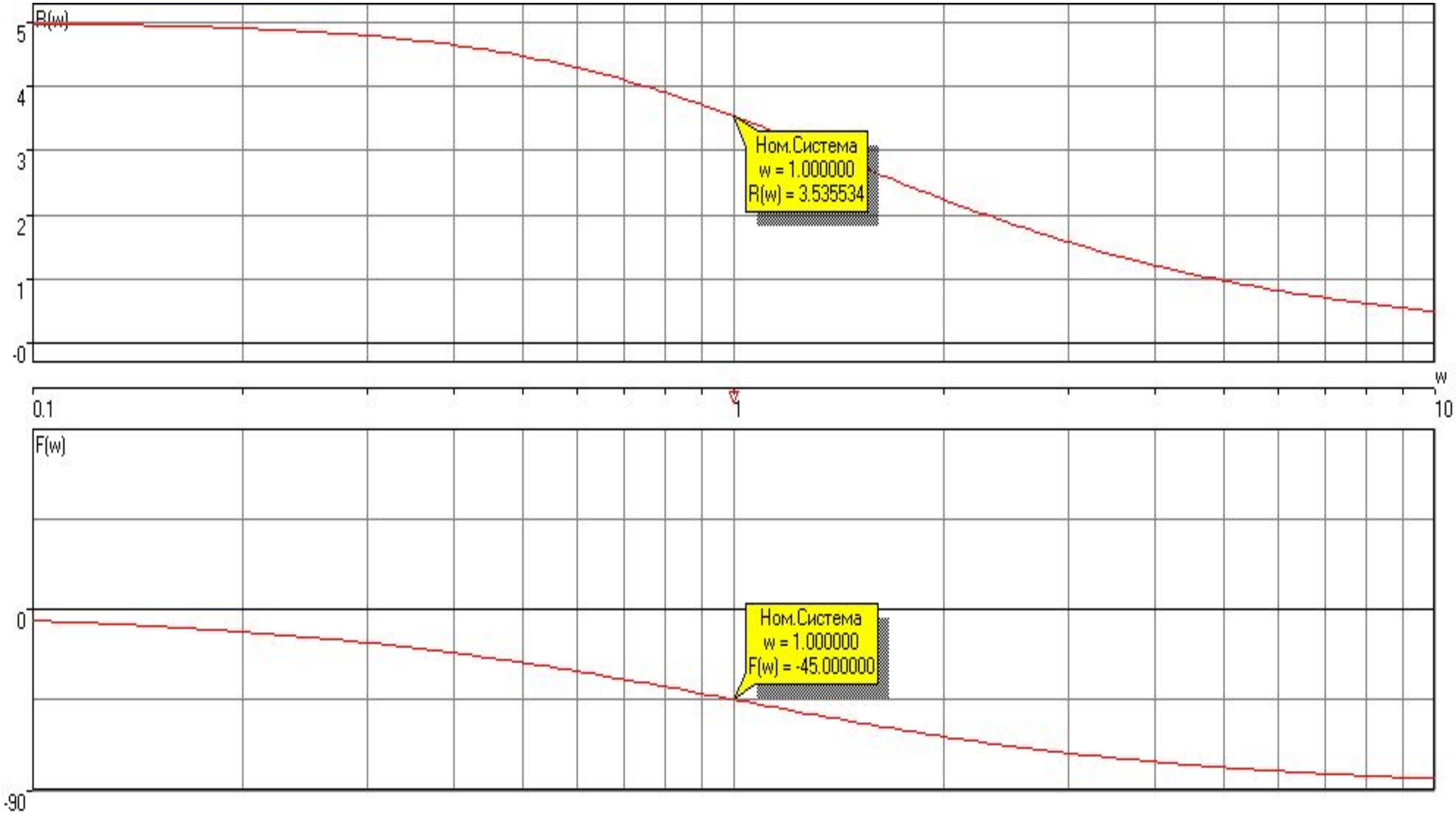
$$U(w) = \frac{5}{1+w^2} \qquad V(w) = -\frac{5w}{1+w^2}$$

Частотные характеристики

w	U(w)	V(w)	$A(\omega)=\sqrt{U^2(\omega)+V^2(\omega)}$	φ(ω)=arc tg [V(ω)/U(ω)]
0	5	0	5	0
0,1	4,950495	-0,495050	4,975186	-5,710593
0,2	4,807692	-0,961538	4,902903	-11,309932
0,3	4,587156	-1,376147	4,789131	-16,699244
0,4	4,310345	-1,724138	4,642383	-21,801409
0,5	4	-2	4,472136	-26,565051
0,6	3,676471	-2,205882	4,287465	-30,963757
0,7	3,355705	-2,348993	4,096160	-34,992020
0,8	3,048780	-2,439024	3,904344	-38,659808
0,9	2,762431	-2,486188	3,716471	-41,987212
1	2,5	-2,5	3,535534	-45
...	...	...	...	...

Получаем АФХ

Получаем АЧХ и ФЧХ



Частотные характеристики

- В расчетах САУ широко используются логарифмические частотные характеристики.

- **Логарифмическая амплитудная частотная характеристика** (ЛАЧХ) звена или САУ строится в прямоугольной системе координат, где по оси ординат в линейном масштабе указывается величина ЛАЧХ в децибелах

$$L(\omega)=20\ lg\,|W(j\omega)|=20\ lg\ A(\omega),$$

а по оси абсцисс в логарифмическом масштабе указывается частота ω в $1/c$ (при этом равномерные изменения частоты в 10 раз представляются декадами).

Частотные характеристики

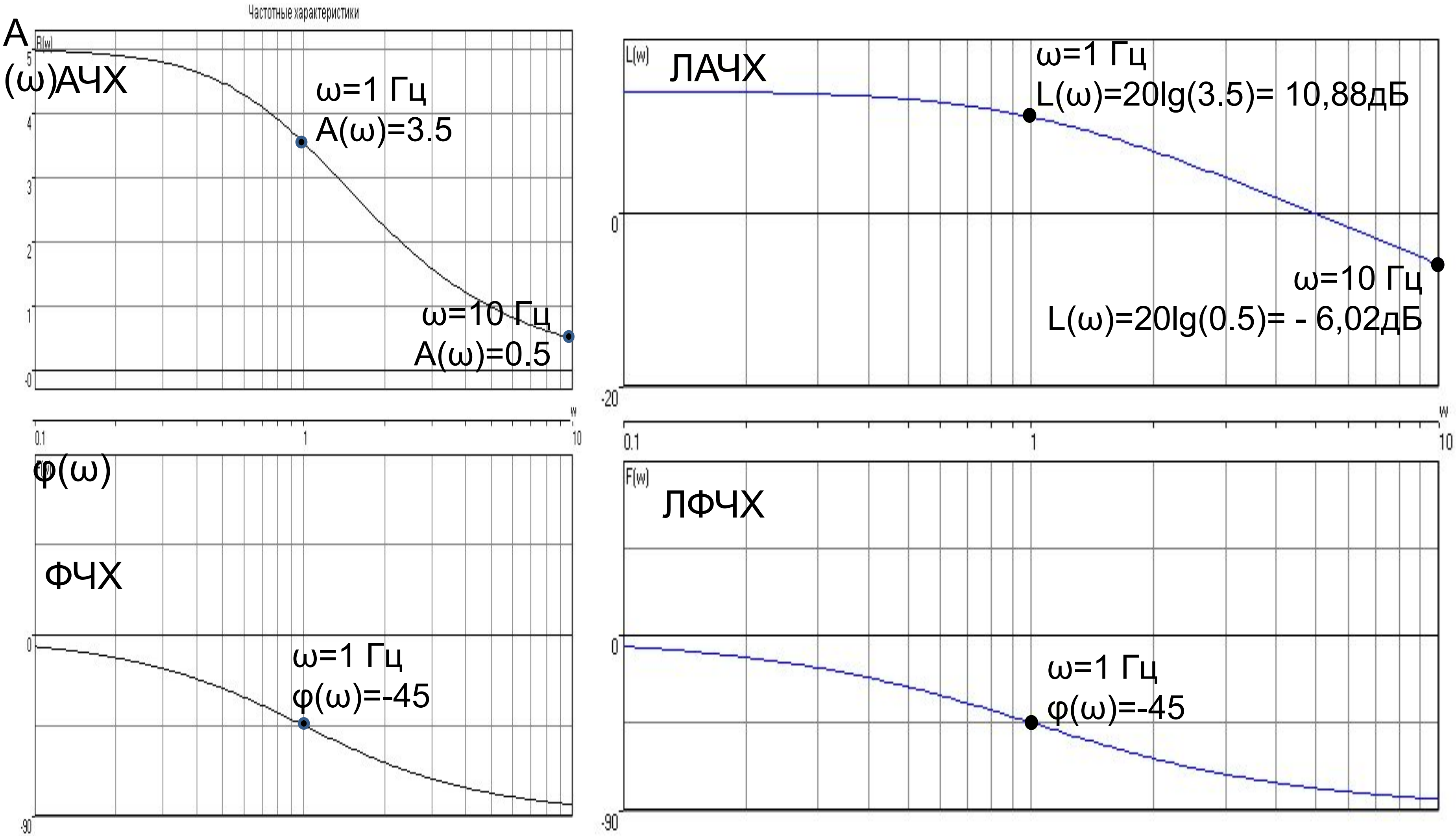
- Децибел равен 1/10 бела.

- Бел равен десятичному логарифму отношения мощностей на выходе и входе звена или пропорциональному мощностям отношению квадратов напряжений, токов, скоростей или других величин ($1бел = lgP_2/P_1 = lgU_2^2/U_1^2$).
- Поэтому множитель $20=2\cdot10$, где 2 отражает логарифмирование квадрата отношения выходной и входной величин, а 10 – перевод белов в децибелы.

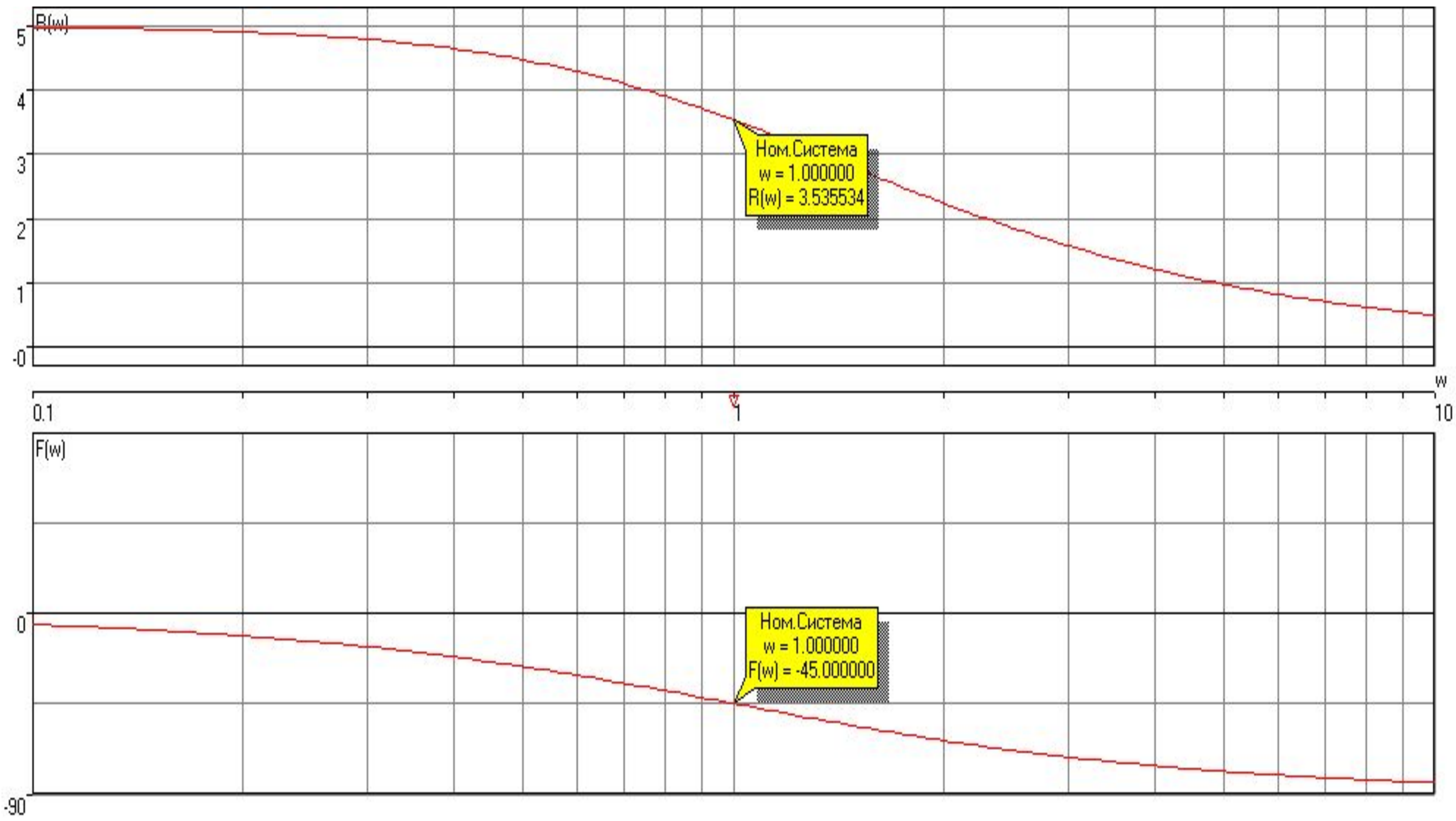
Частотные характеристики

- **Логарифмическая фазовая частотная характеристика** (ЛФЧХ) $\varphi(\omega)=arctg[V(\omega)/U(\omega)]$ звена или САУ строится по оси ординат в линейном масштабе, где указывается угол фазового сдвига $\phi(\omega)$ в радианах или угловых градусах, а по оси абсцисс указывается частота ω в логарифмическом масштабе в *1/с*.

Частотные характеристики

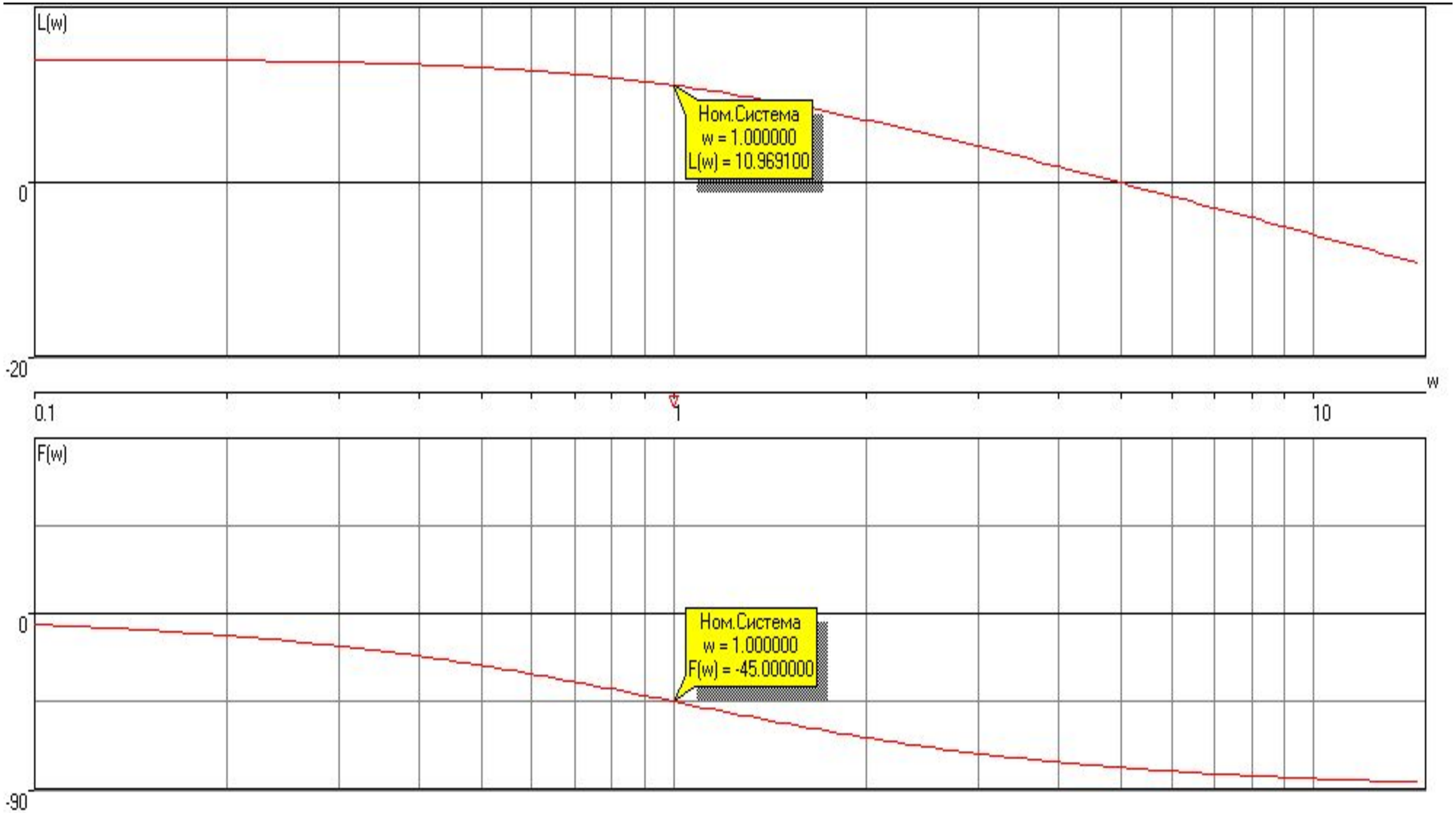


АЧХ и ФЧХ

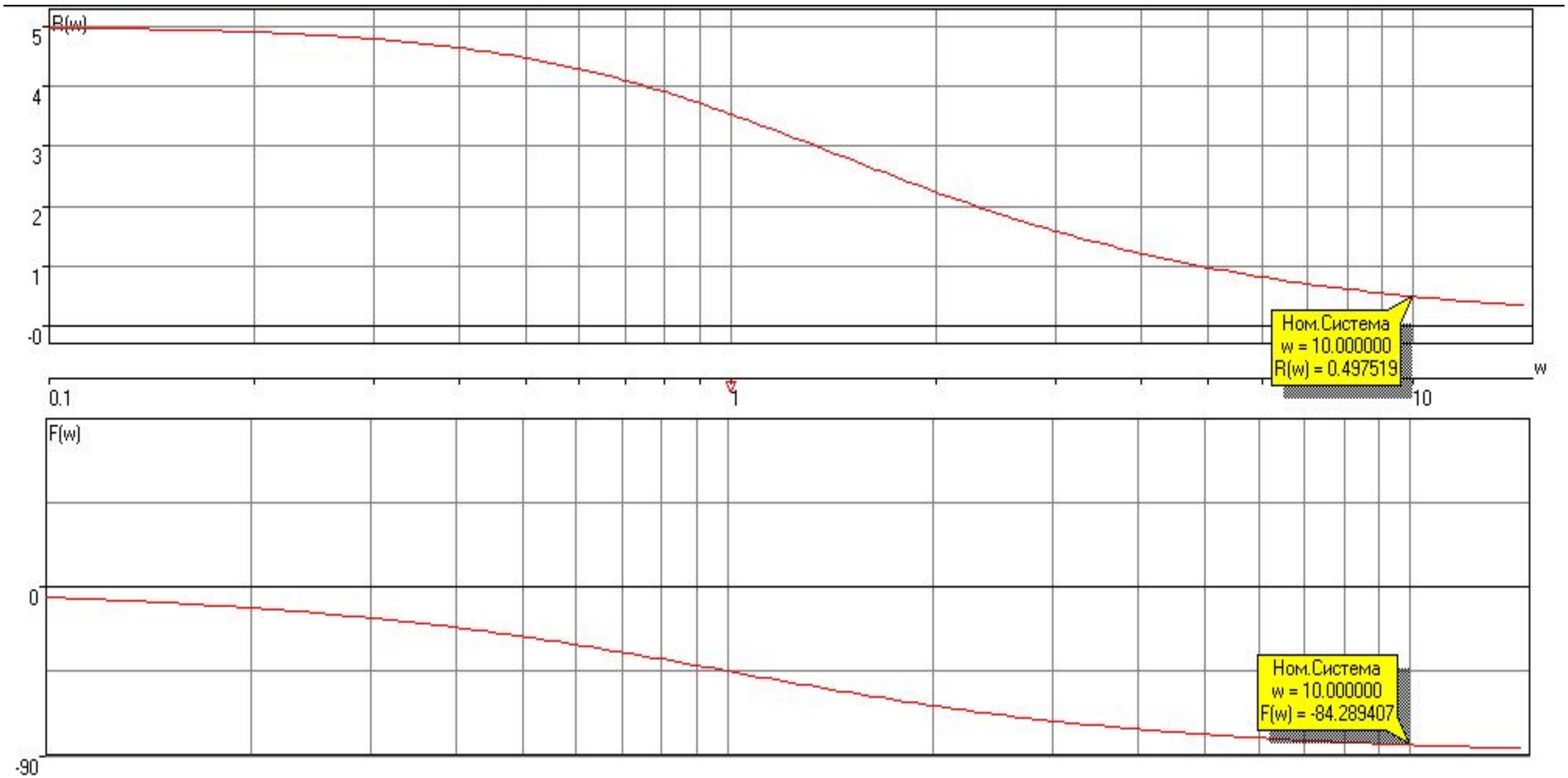


R(w)
5
4
3
2
1
-0
Ном.Система
w = 1.000000
R(w) = 3.535534
w
0.1
1
10
F(w)
0
-90
Ном.Система
w = 1.000000
F(w) = -45.000000

ЛАЧХ и ЛФЧХ

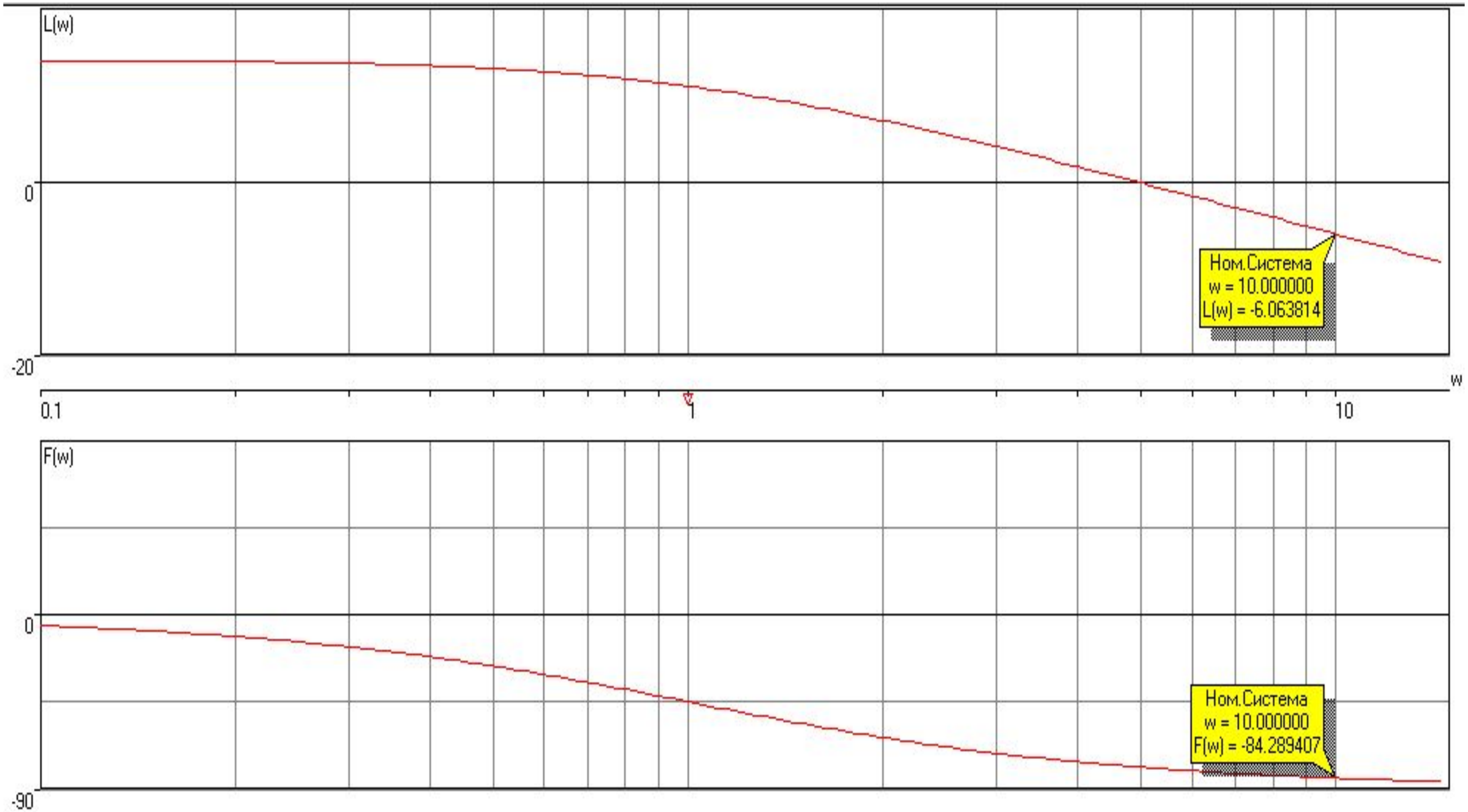

L(w)
0
-20
Ном.Система
w = 1.000000
L(w) = 10.969100
w
0.1
1
10
F(w)
0
-90
Ном.Система
w = 1.000000
F(w) = -45.000000

АЧХ и ФЧХ



R(w)
5
4
3
2
1
-0
Ном.Система
w = 10.000000
R(w) = 0.497519
w
0.1
1
10
F(w)
0
-90
Ном.Система
w = 10.000000
F(w) = -84.289407

ЛАЧХ и ЛФЧХ



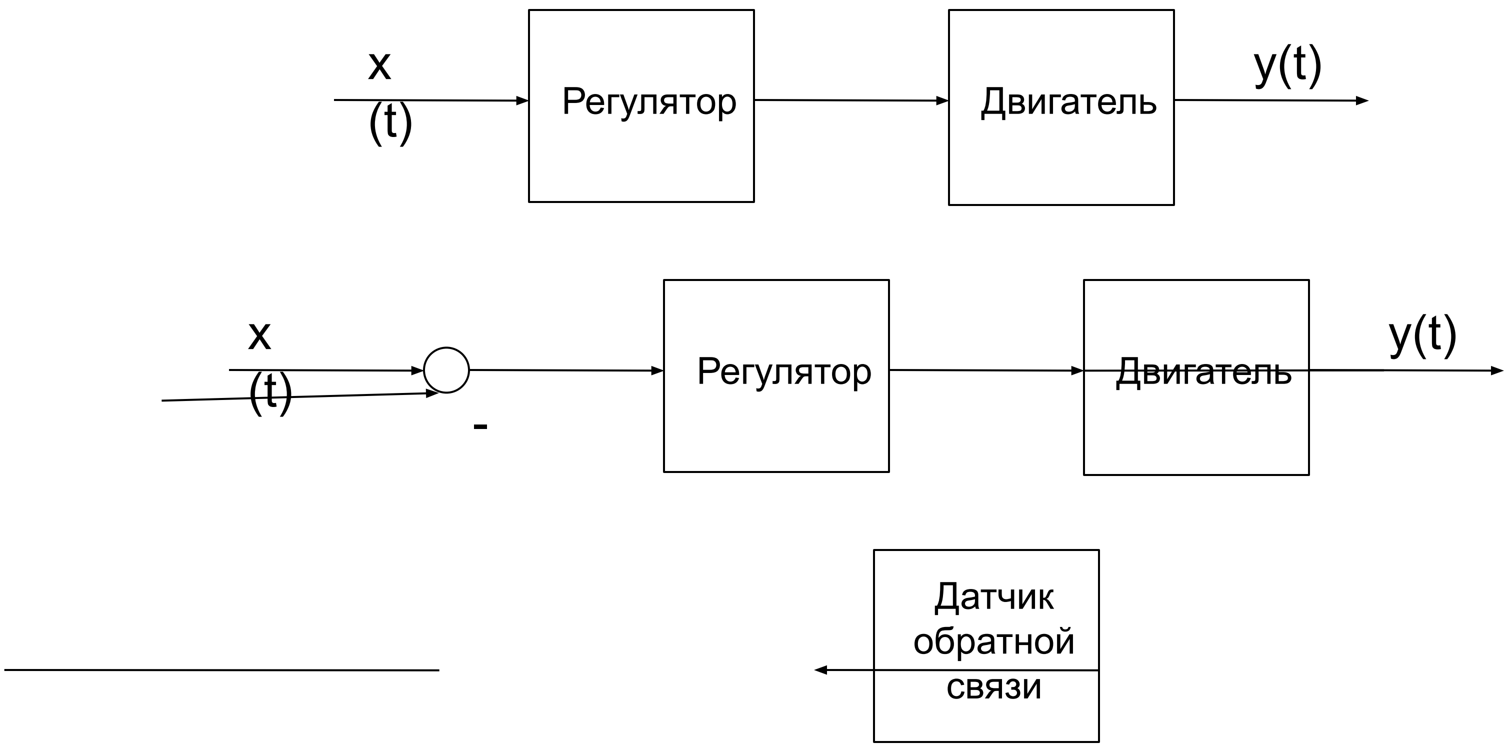
L(w)
0
-20
Ном.Система
w = 10.000000
L(w) = -6.063814
w
0.1
1
10
F(w)
0
-90
Ном.Система
w = 10.000000
F(w) = -84.289407

- САУ представляется её **функциональной, алгоритмической** и **конструктивной** структурами (структурными схемами).

- **Функциональная структура САУ** определяет состав функциональных блоков, выполняющих определённые функции: получение текущей информации (датчики), формирование управляющего воздействия (регулятор) и т.д.

- Каждый функциональный блок изображается на схеме прямоугольником с соответствующим обозначением, а связи между блоками и с внешней средой обозначаются линиями со стрелкой, указывающей направление передачи воздействий.

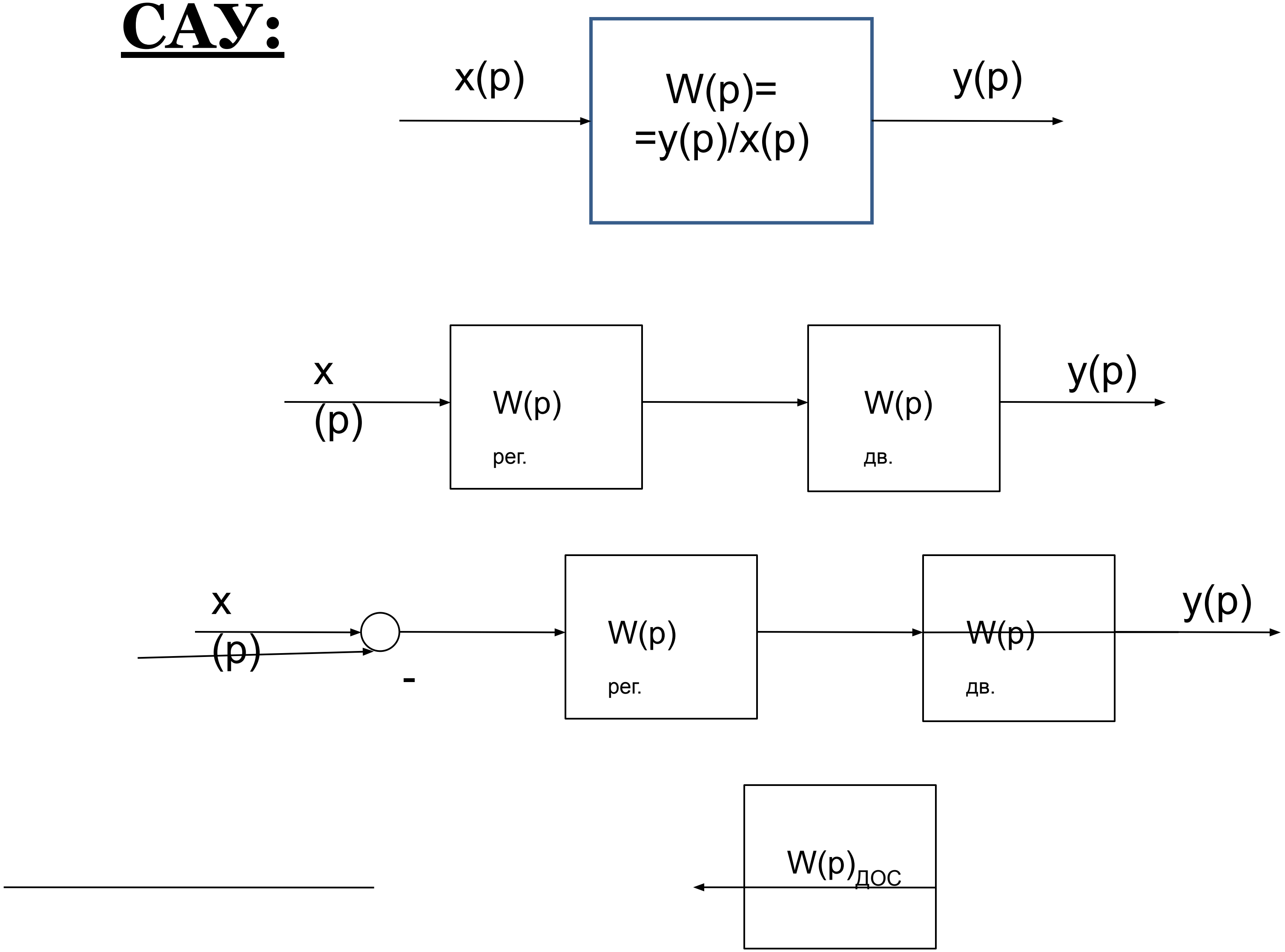
- **Например, функциональная структура САУ:**



- **Алгоритмическая структура САУ** представляет собой математическую модель САУ, состоящую из однонаправленных звеньев и связей звеньев друг с другом и с окружающей средой.

- Каждое звено изображается прямоугольником, в котором записывается операторная функция передачи W(p) или её обозначение, приведенное в приложении.
- Связи звеньев между собой и с внешней средой обозначаются линиями со стрелкой, указывающей направление передачи сигналов или физических воздействий.

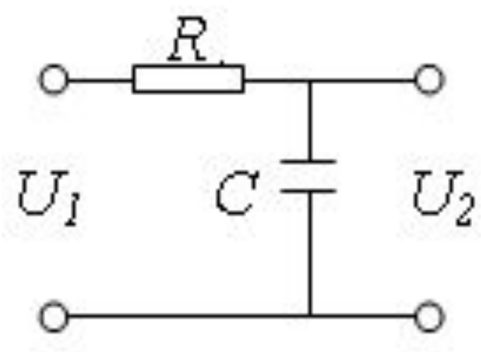
- **Например, алгоритмическая структура САУ:**

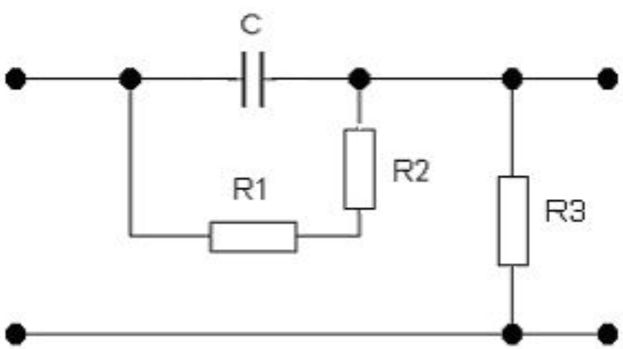


- **Конструктивная структура САУ** определяет состав её конструктивных элементов и связей их друг с другом и с внешней средой, которая представляется графически в виде принципиальной конструктивной схемы с использованием стандартных изображений.

- В системах электроавтоматики конструктивная структура представляется принципиальной электрической схемой из элементов и электрических цепей их соединений.

- **<u>Например, конструктивная структура САУ:</u>**



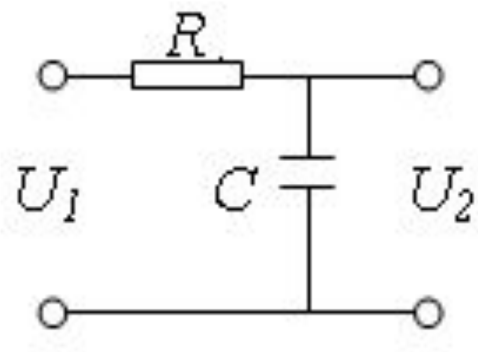


Ниже пример того, как составляются дифференциальные уравнения.

Математические модели САУ

Например:

Пусть дана схема:



Требуется составить дифференциальное уравнение электрической цепи:

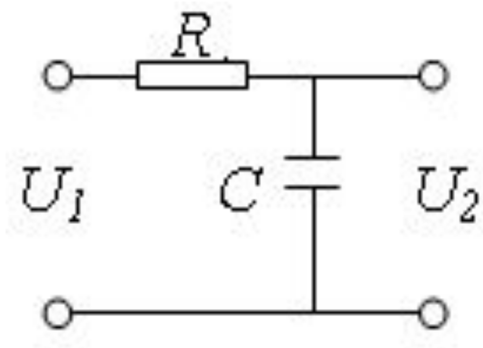
Входной величиной для цепи является напряжение U_1, а выходной величиной – напряжение U_2.

В динамических режимах по одноконтурной цепи протекает ток i.

Математические модели САУ

Например:

Пусть дана схема:



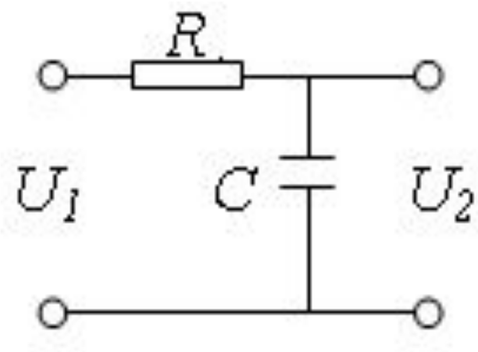
На основании закона Кирхгофа при нулевых начальных условиях составим уравнение для входного напряжения U_1 :

$$U_1(t) = i(t)*R + (1/C)*\int i(t)dt \qquad (1)$$

Математические модели САУ

Например:

Пусть дана схема:



Выходное напряжение U_2 :

$$U_2(t)= (1/C)*\int i(t)dt \qquad (2)$$

Продифференцируем (2):

$$dU_2(t)/dt= (1/C)i(t)$$

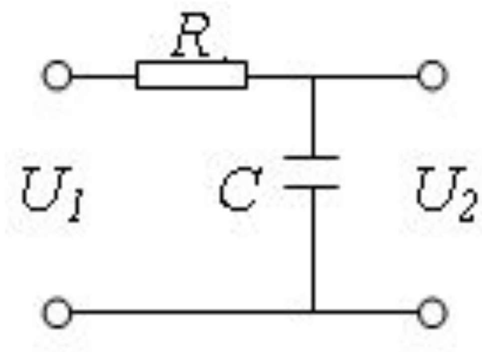
откуда определим значение тока:

$$i(t) = C*dU_2(t)/dt \qquad (3)$$

Математические модели САУ

Например:

Пусть дана схема:



Подставим (3) в уравнение (1):

$\mathbf{U_1(t)} = i(t)*R + (1/C)*\int i(t)dt =$

$= (C*dU_2(t)/dt)*R + (1/C)*\int (C*dU_2(t)/dt)\,dt =$

$= \mathbf{RC*dU_2(t)/dt + U_2(t)}$ (4)

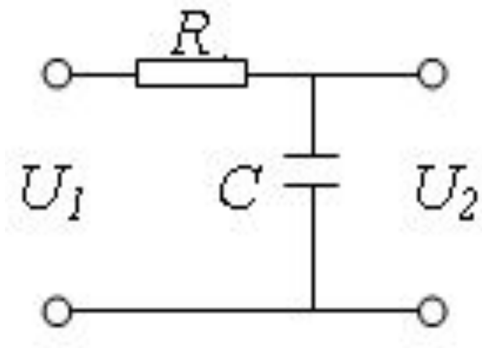
Уравнение (4) – дифференциальное уравнение данной цепи (звена).

Ниже пример того, как составляются ОФП.

Математические модели САУ

Например:

Пусть дана схема:



Ранее получили дифференциальное уравнение данной цепи (звена):

$$U_1(t) = RC * dU_2(t)/dt + U_2(t) \qquad (4)$$

Переводим дифференциальное уравнение в операторную форму, заменой: $U_1(t) \rightarrow U_1(p)$ $\quad \frac{d^n}{dt^n} \rightarrow p^n$

$U_2(t) \rightarrow U_2(p)$

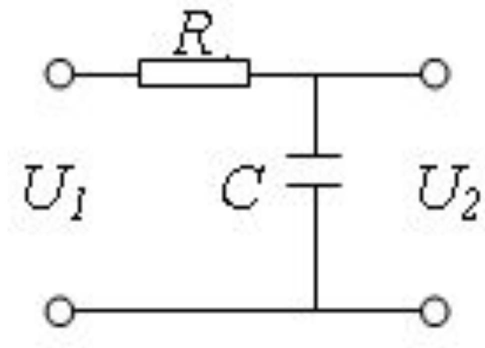
Получаем (4) в операторной форме:

$$U_1(p) = RC * U_2(p) * p + U_2(p) = U_2(p)(1 + RC * p) \qquad (5)$$

Математические модели САУ

Например:

Пусть дана схема:



Запишем согласно (5) ОФП:

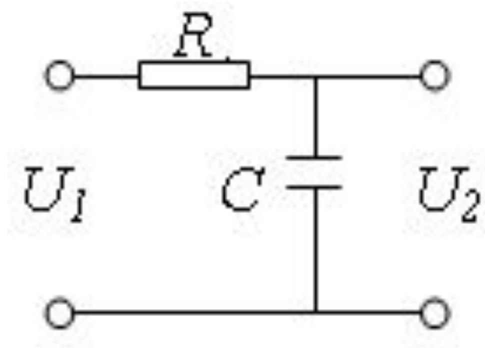
$$U_1(p) = RC*U_2(p)*p + U_2(p) = U_2(p)(1+RC*p) \qquad (5)$$

$$W(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{1}{1+RC\cdot p}$$

Математические модели САУ

Например:

Пусть дана схема:



Пусть R=20кОм, C=5мкФ.

Тогда ОФП:

$$W(p)=\frac{U_2(p)}{U_1(p)}=\frac{1}{1+RC\cdot p}\;\frac{1}{1+20000\cdot 0{,}000005\cdot p}\;\frac{1}{1+0{,}1\cdot p}$$

- Рассмотрим **методику получения временных и частотных характеристик** на примере апериодического (инерционного) звена первого порядка имеющего передаточную функцию:

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{K}{Tp+1},$$

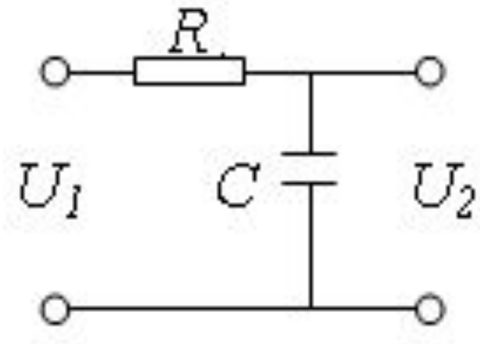
- где T – постоянная времени звена; K – коэффициент передачи звена.

- Дифференциальное уравнение процесса управления:

$$T\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Kx(t)$$

Например:

Пусть дана схема:



$$W(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{K}{1 + T \cdot p} = \frac{1}{1 + RC \cdot p} \quad \frac{1}{1 + 0{,}1 \cdot p}$$

- Дифференциальное уравнение процесса управления :

$$T\frac{dU_2(t)}{dt} + U_2(t) = KU_1(t)$$

$$RC\frac{dU_2(t)}{dt} + U_2(t) = 1U_1(t)$$

$$0{,}1\frac{dU_2(t)}{dt} + U_2(t) = U_1(t)$$

- **Переходная функция звена *$h(t)=y(t)=U_2(t)$*** получается в виде суммы общего и частного решений дифференциального уравнения при нулевых начальных условиях и подаче на вход единичного ступенчатого воздействия *$x(t)=U_1(t)=1[t]$*.

$$h(t)=y(t)=y(t)^{част}_{общ}+y(t)_{част\ 2\ общ}$$

Частное решение получается из дифференциального уравнения $$0,1\frac{dU_2(t)}{dt}+U_2(t)=U_1(t)$$

при $t \to \infty$ в виде:

$$U_2(t)_{част}=U_1(t)=1[t]$$

Общее решение записывается в виде:

$$U_2(t)_{общ}=Ce^{pt}$$

где C – постоянная интегрирования, p – корень характеристического уравнения (знаменатель W(p)).

- Найдем корень характеристического уравнения:

$$W(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{1}{1+0{,}1\cdot p}$$

Где характеристическое уравнение: $D(p) = 1+0{,}1\cdot p$

Приравняем D(p)=0 и выразим p = -10

Получаем:

$$U_2(t)_{общ} = Ce^{-10t}$$

Постоянную интегрирования C определим из

$$0{,}1\frac{dU_2(t)}{dt} + U_2(t) = U_1(t)$$

при подстановке полного решения $U_2(t) = U_2(t)_{общ} + U_2(t)_{част}$

и нулевых начальных условиях при t=0 и $U_2(t)=0$

Получим:

$$0,1\frac{dU_2(t)}{dt}+U_2(t)=U_1(t)$$

$$0,1\frac{d\left(U_2(t)_{общ}+U_2(t)_{част}\right)}{dt}+\left(U_2(t)_{общ}+U_2(t)_{част}\right)=U_1(t)$$

$$0,1\frac{d\left(Ce^{-10t}\cdot 1[t]\right)}{dt}+\left(Ce^{-10t}\cdot 1[t]\right)=1[t]$$

$$0,1\left(\frac{d\left(Ce^{-10t}\right)}{dt}\cdot\frac{d\left(1[t]\right)}{dt}\right)+Ce^{-10t}\cdot 1[t]=1[t]$$

Выполнив дифференцирование произведения функций С и e^{pt} получим:

$$0,1\left(\frac{dC}{dt}\cdot e^{-10t}-10\cdot C\cdot e^{-10t}\cdot\frac{d\left(1[t]\right)}{dt}\right)+Ce^{-10t}\cdot 1[t]=1[t]$$

$$0,1\frac{dC}{dt}\cdot e^{-10t}-Ce^{-10t}\cdot 0,1\frac{d\left(1[t]\right)}{dt}+Ce^{-10t}\cdot 1[t]=1[t]$$

$$0,1\frac{dC}{dt}\cdot e^{-10t}\cdot 0,1\frac{d\left(1[t]\right)}{dt}\cdot 1[t]=1[t]$$

При подстановке нулевых начальных условиях при t=0 и $U_2(t)=0$ получаем из $$0,1\frac{dC}{dt}\cdot e^{-10t}+0,1\frac{d(1[t])}{dt}+1[t]=1[t]$$

$$0,1\frac{dC}{dt}=-0,1\frac{d(1[t])}{dt}$$

$$\frac{dC}{dt}=-\frac{d(1[t])}{dt}$$

Проинтегрируем полученное выражение и получим значение для постоянной интегрирования:

$$C=-1\cdot 1[t]$$

В результате переходная функция имеет вид:

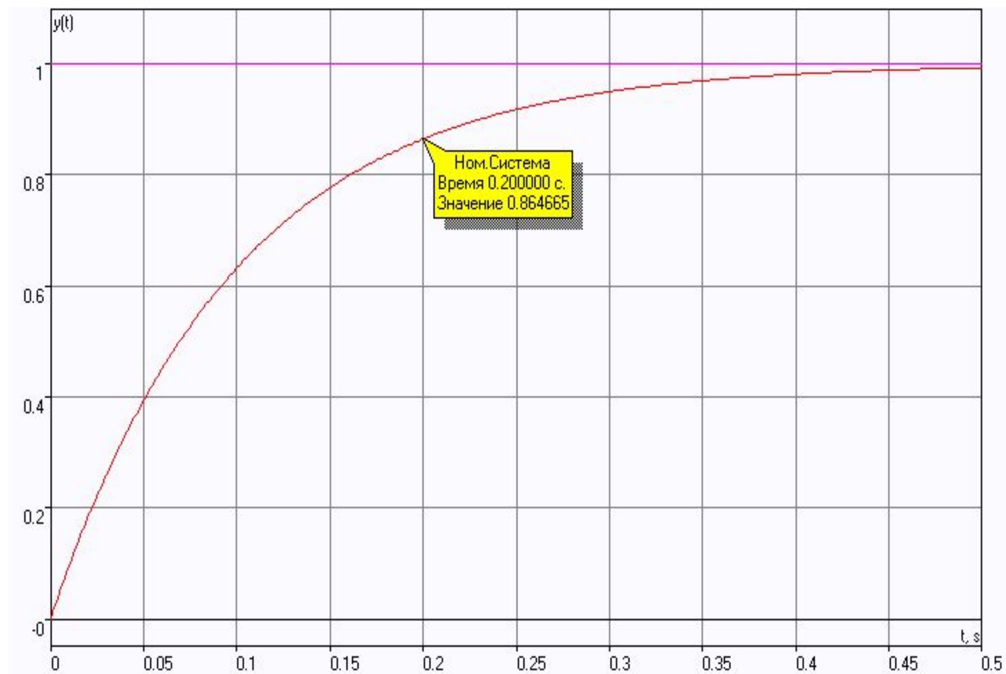
$$h(t)=y(t)=U_2(t)=U_2(t)_{общ}+U_2(t)_{част}=-1\cdot 1[t]\cdot e^{-10t}$$

В результате переходная функция имеет вид:

$$h(t)=y(t)=U_2(t)=U_2(t)_{общ}+U_2(t)_{част}=-1(1[t])e^{-10t}$$

Построим таблицу значений и график:

t	h(t)
0	0
0,1	0,632120564310388
0,2	0,864664720796693
0,3	0,950212937567217
0,4	0,981684362202963
0,5	0,993262053000915
…	…



Типовые звенья САУ и их характеристики

- **Весовая функция** определяется дифференцированием *h(t)* по времени:

$$h(t) = y(t) = U_2(t) = {}^{-10t} ¿$$

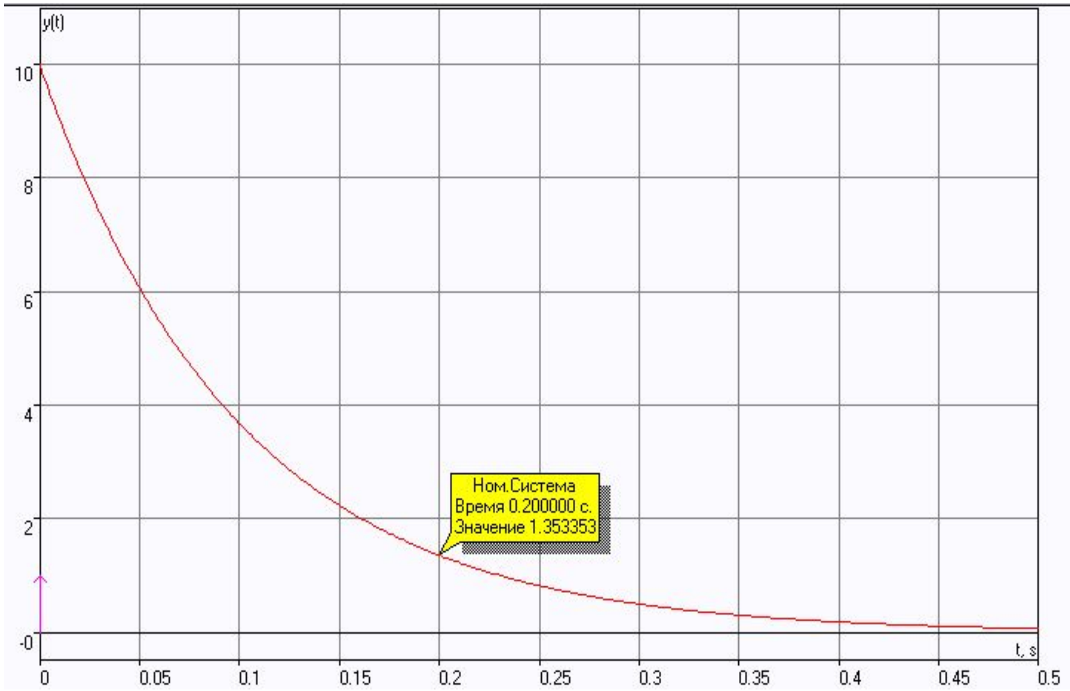
¿

$$w(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{d\left\{\left(1 - e^{-10t}\right)1[t]\right\}}{dt} = 10e^{-10t}1[t]$$

Весовая функция имеет вид:

Построим таблицу значений и график:

t	w(t)
0	10
0,1	3,67879435689612
0,2	1,35335279203307
0,3	0,497870624327832
0,4	0,183156377970371
0,5	0,0673794699908547
…	…



- **Частотная амплитудно-фазовая характеристика (АФХ)** из уравнения ОФП:

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{1}{1 + 0{,}1\mathrm{p}}$$

- при $p = j\omega$:

$$W(j\omega) = \frac{1}{1 + 0{,}1\,j\omega} = \frac{1}{1 + 0{,}1\,jw} \cdot \frac{1 - 0{,}1\,jw}{1 - 0{,}1\,jw} = \frac{1 - 0{,}1\,jw}{1 + 0{,}01\,w^2}$$

$$\frac{1}{1 + 0{,}01\,w^2} - j\frac{0{,}1\,w}{1 + 0{,}01\,w^2} = U(\omega) - jV(\omega)$$

- **Амплитудная *A(ω)* и фазовая *φ(ω)* частотные характеристики (АЧХ и ФЧХ)** определяются из:

$$W(j\omega)=\frac{1}{1+0{,}01\,w^2}-j\frac{0{,}1\,w}{1+0{,}01\,w^2}=U(\omega)-jV(\omega)$$

- и имеют вид:

$$A(\omega)=\sqrt{U^2(w)+V^2(w)}=\sqrt{\left(\frac{1}{1+0{,}01\,w^2}\right)^2+\left(\frac{0{,}1\,w}{1+0{,}01\,w^2}\right)^2}$$

$$\phi\phi(w)=arctg\frac{V(w)}{U(w)}=-arctg\frac{\dfrac{0{,}1\,w}{1+0{,}01\,w^2}}{\dfrac{1}{1+0{,}01\,w^2}}$$

- **Логарифмическая амплитудная частотная характеристика (ЛАЧХ)** описывается выражением:

$$L(w) = 20\lg A(\omega)$$

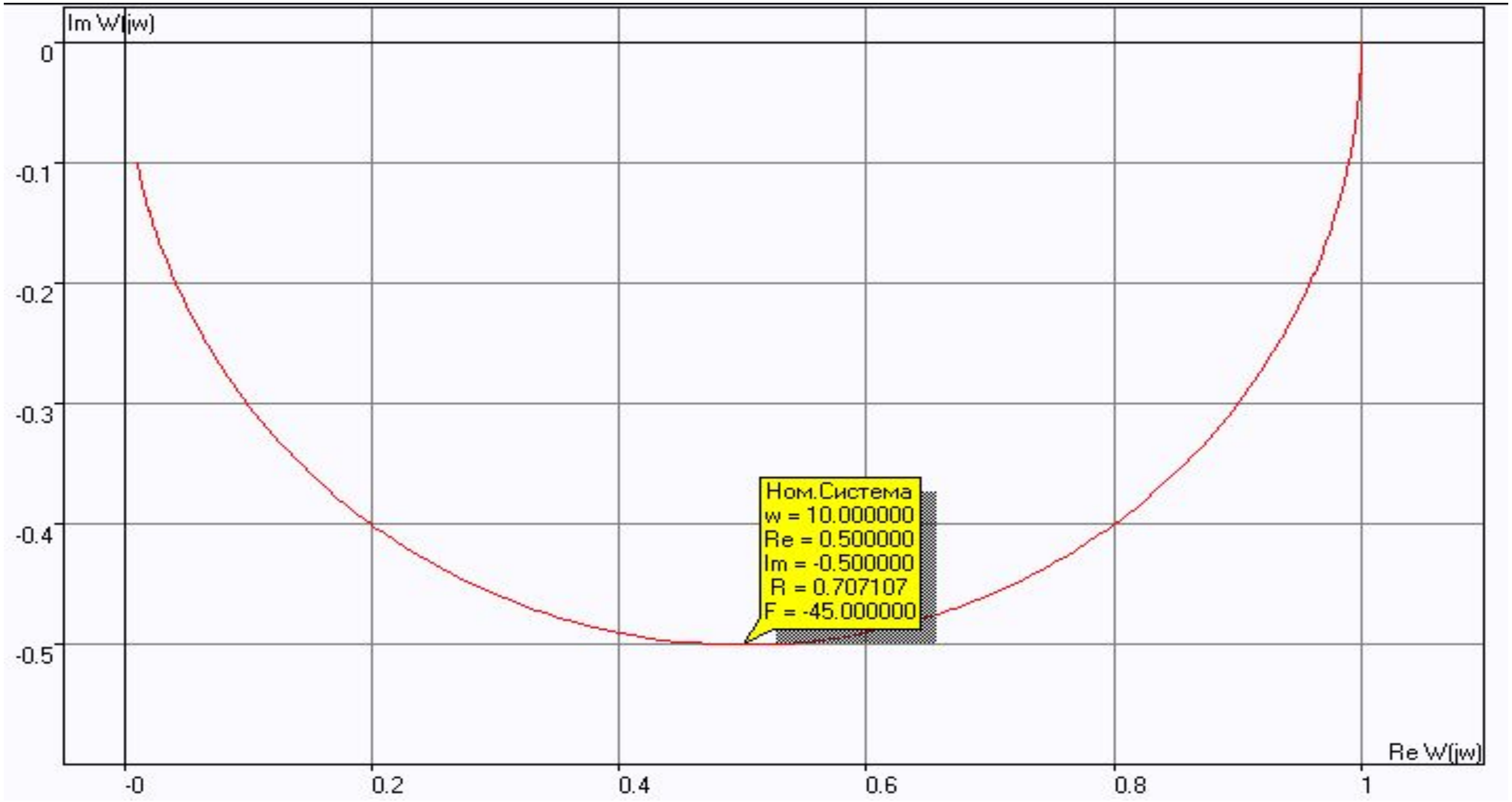
$$L(w) = 20\lg A(\omega) = 20\lg\left[\sqrt{\left(\frac{1}{1+0{,}01w^2}\right)^2 + \left(\frac{0{,}1w}{1+0{,}01w^2}\right)^2}\right]$$

- **Логарифмическая фазовая частотная характеристика (ЛФЧХ)** звена имеет такое же расчетное выражение как и ФЧХ, но строится совместно с ЛАЧХ этого звена в логарифмическом масштабе частот и в линейном масштабе угла фазового сдвига, измеряемого в радианах или угловых градусах.

Строим таблицу значений и графики:

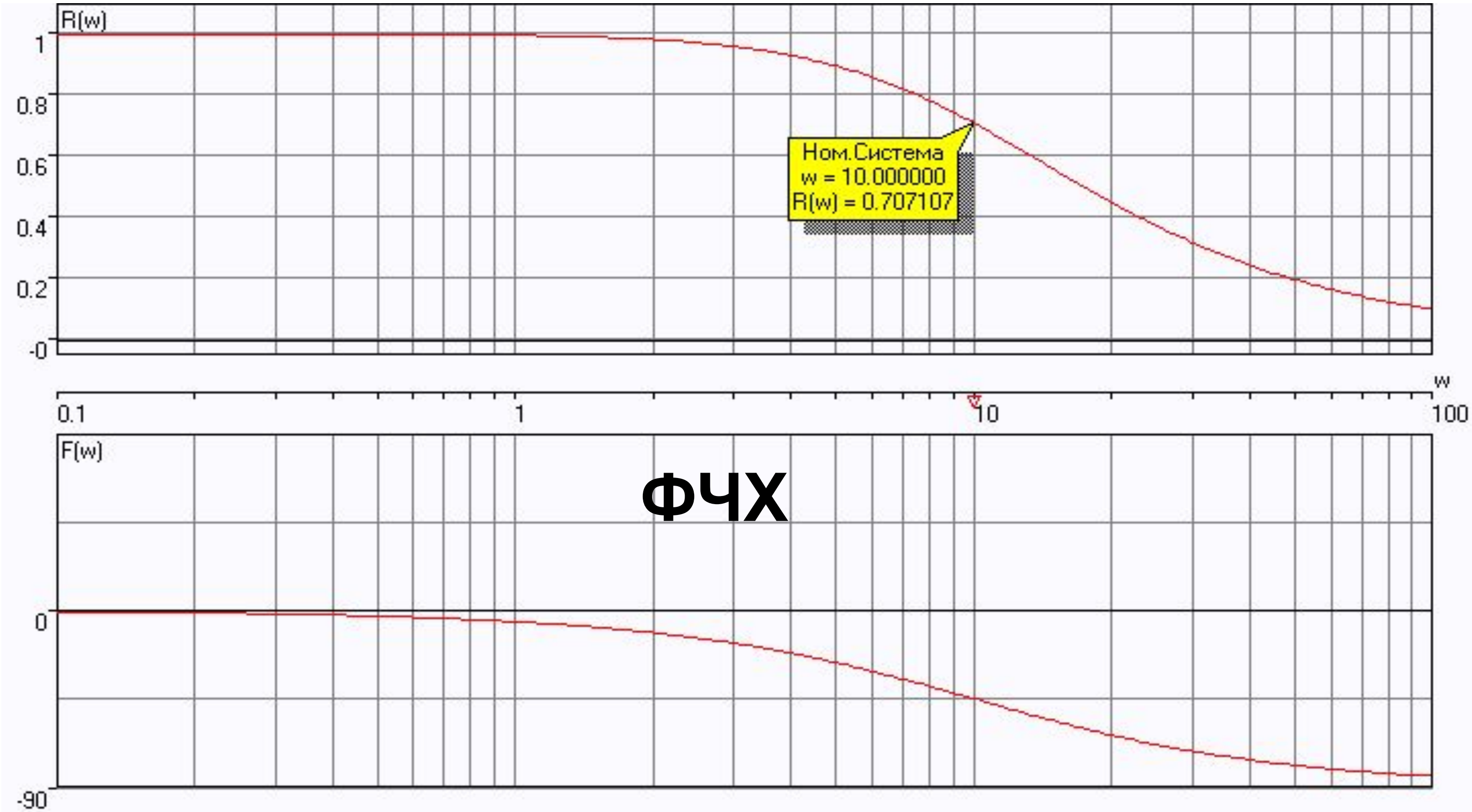
w	U(w)	V(w)	A(w)	φ(w)	L(w)
0	1	0	1	0	0
0,1	0,999900	-0,009999	0,999950	-0,572939	0,000434
1	0,990099	-0,099010	0,995037	-5,710593	-0,043214
10	0,5	-0,5	0,707107	-45	-3,010299
100	0,009901	-0,099010	0,099504	-84,289407	-20,043214
...	...	...	...	...	...

АФХ



где
Re(w)=U(w);
Im(w)=V(w);
R(w)=A(w)=АЧХ;
F(w)=φ(w)=ФЧХ

АЧХ

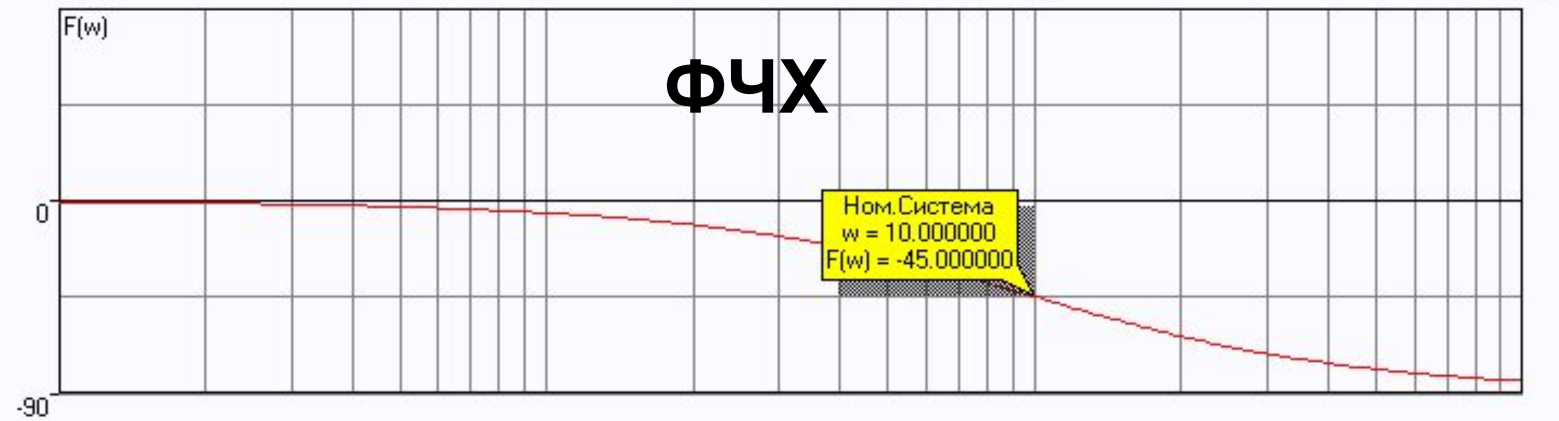


ФЧХ

где
R(w)=A(w)=АЧХ;
F(w)=φ(w)=ФЧХ

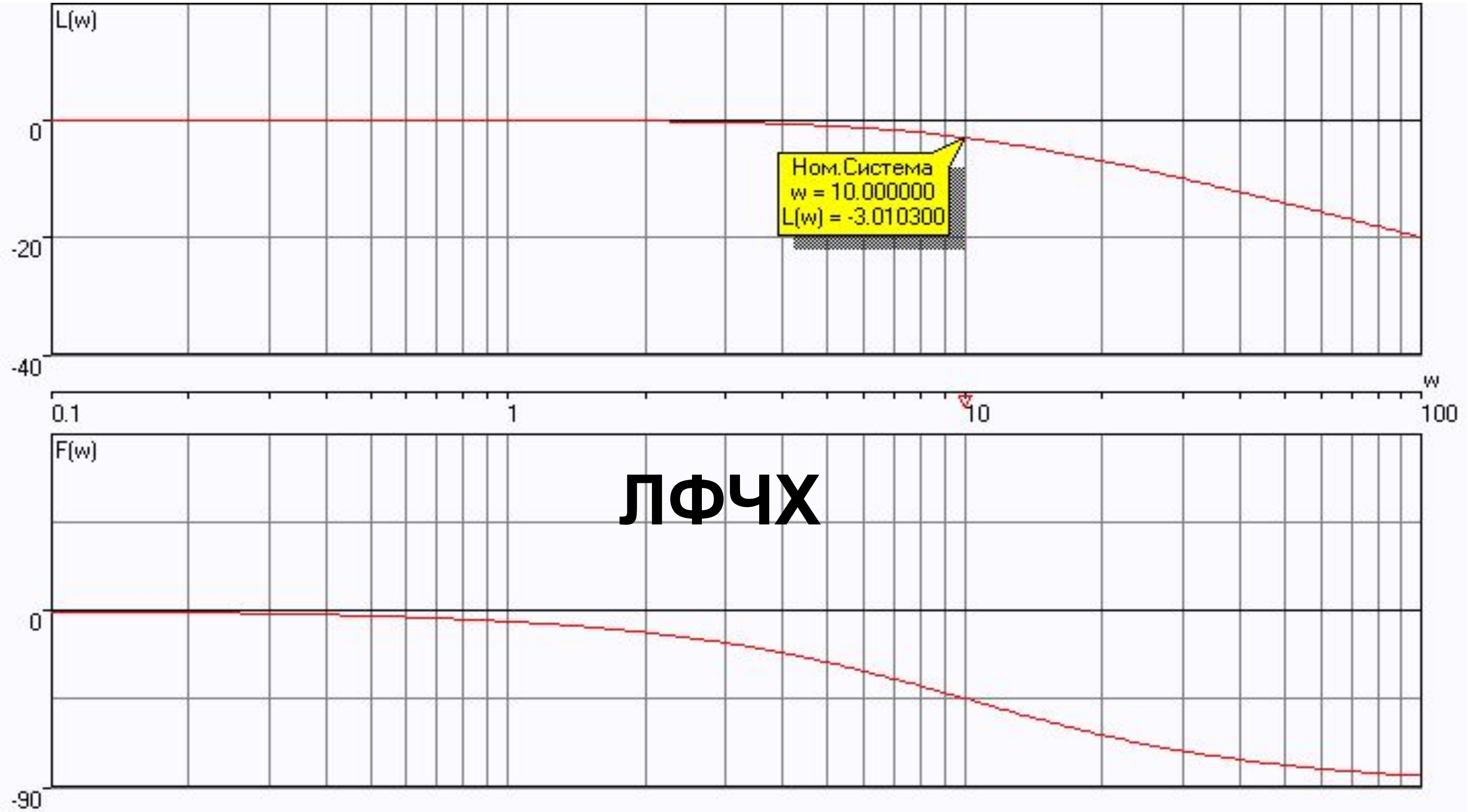
АЧХ

ФЧХ



где
R(w)=A(w)=АЧХ;
F(w)=φ(w)=ФЧХ

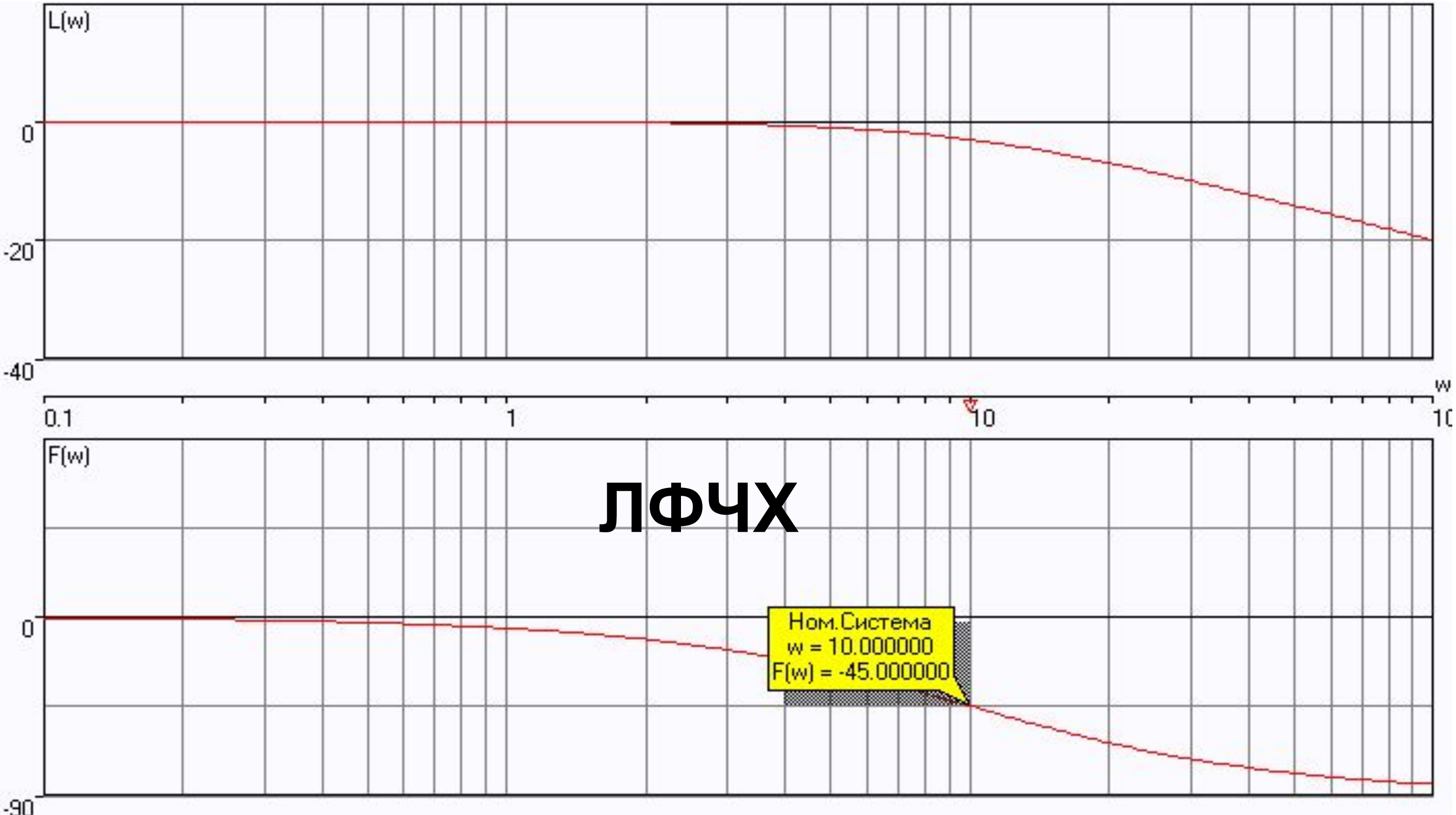
ЛАЧХ



ЛФЧХ

где
L(w)=ЛАЧХ;
F(w)=φ(w)=ЛФЧХ

ЛАЧХ



ЛФЧХ

где
L(w)=ЛАЧХ;
F(w)=φ(w)=ЛФЧХ

Для описания модели САУ обычно используется три способа:

- 1) ***поэлементное описание САУ*** с учётом взаимодействия каждого звена с другими звеньями и с внешней средой. При этом модель САУ описывается системой дифференциальных уравнений, учитывающих все параметры звеньев, входные и выходные величины (координаты) процессов управления, что обеспечивает возможность физической интерпретации всех процессов управления;

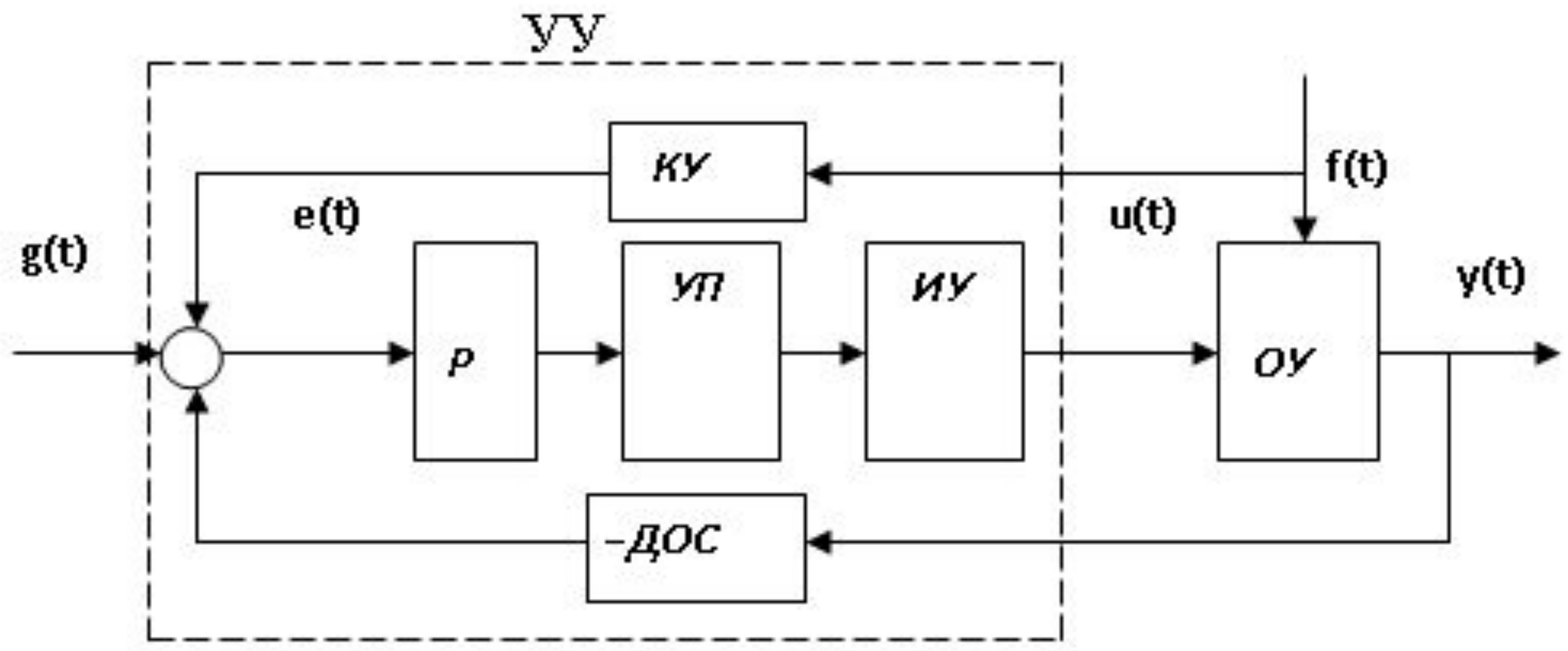
<u>**Для описания модели САУ обычно используется три способа**</u>**:**

- 2) ***системное описание САУ*** представляется одним уравнением, которое получается из поэлементного описания САУ методом подстановок для исключения промежуточных координат процесса управления и учитывает только зависимость выходного процесса (выходной величины) САУ от входного процесса (входной величины) при утрате возможностей физической интерпретации процессов управления, происходящих внутри САУ;

Для описания модели САУ обычно используется три способа:

- 3) ***векторно-матричное описание САУ*** в пространстве переменных состояния системы, позволяющее учитывать все параметры и переменные величины (координаты) САУ и вести расчёты с применением ЭВМ при возможности физической интерпретации происходящих процессов управления в САУ.

- **САУ одной выходной величиной y(t) состоит из объекта управления (ОУ) и устройства управления (УУ) и имеет задающее g(t)) и возмущающее f(t)) входные воздействия .**



Р – регулятор (может быть ЭВМ);
УП – усилитель-преобразователь;
ИУ – исполнительное устройство;
КУ - компенсирующее устройство;
ДОС – датчик обратной связи.

- **Устройство управления (УУ)** выполняет целенаправленные операции управления технологическим процессом (ТП), формируя управляющее воздействие $u(t)$ на ОУ по определенному закону – алгоритму управления ОУ для достижения цели управления – обеспечения равенства $y(t)=g(t)$ или допустимой ошибки управления $g(t)-y(t) \leq e(t)_{доп}$ при наличии возмущающих воздействий $f(t)$, отклоняющих $y(t)$ от заданного значения $g(t)$.

- **Объект управления (ОУ)** в САУ выполняет рабочие операции осуществления ТП.

- Для этого выходной величиной y(t) ОУ необходимо управлять по заданному закону **g(t) – алгоритму функционирования ОУ и всей САУ** за счет формирования управляющего воздействия u(t) на ОУ для достижения цели управления – равенства y(t)=g(t).

- **<u>В устройстве управления (УУ)</u>** алгоритм управления формируется в регуляторе (Р), который обычно реализуется с использованием операционных усилителей или микроЭВМ.
- Для усиления сигнала от регулятора Р в УУ вводятся усилитель–преобразователь (УП) и исполнительное устройство (ИУ) (например, электродвигатель), непосредственно воздействующее на объект управления (ОУ).
- УУ в целом выполняет функции регулятора по отношению к объекту управления ОУ.

- **УУ могут строиться по трем основным принципам управления:**

- 1) ***принцип разомкнутого управления*** $u(t)=K \cdot g(t)$ позволяет строить устойчивые разомкнутые САУ, имеющие самую низкую точность управления из-за влияния возмущений $f(t)$;

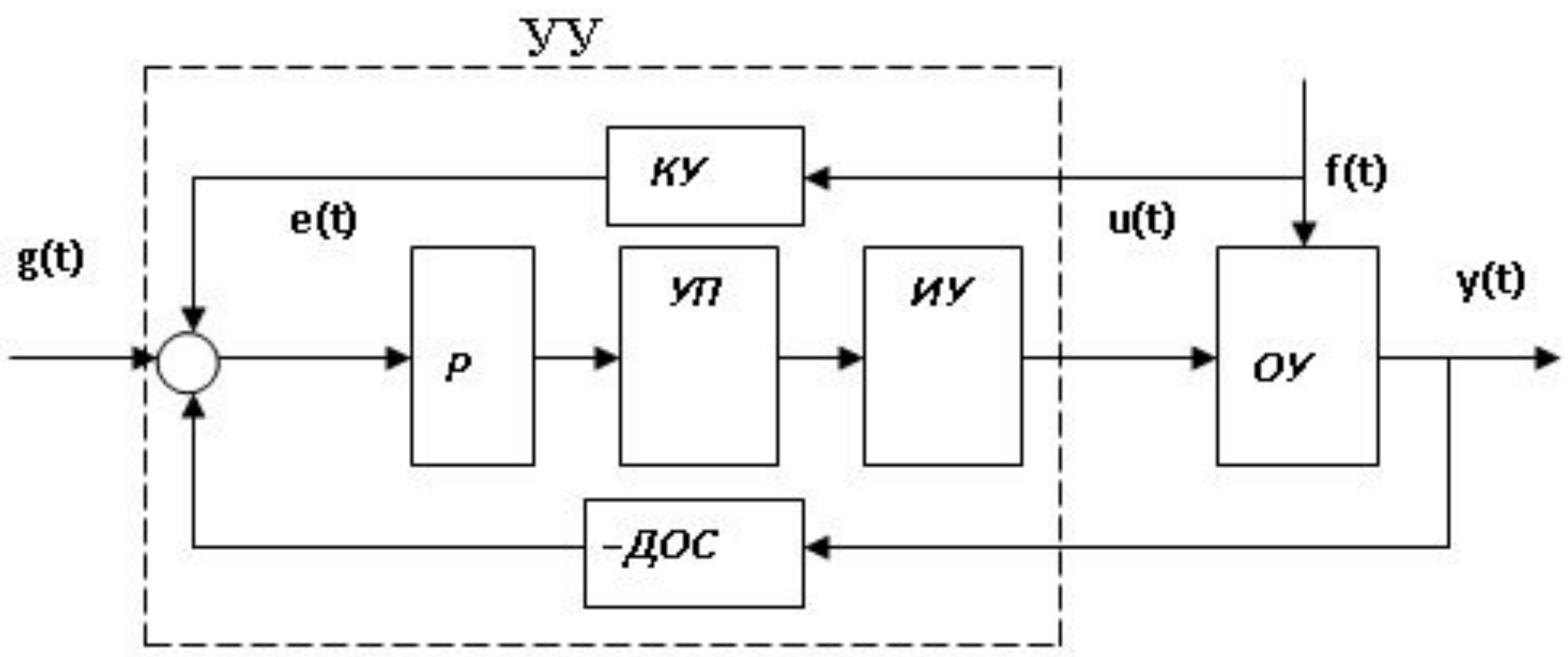
- **УУ могут строиться по трем основным принципам управления:**

- 2) ***принцип компенсации возмущающего воздействия f(t) (управление по возмущению)*** с введением компенсирующего устройства КУ, добавляющего к задающему сигналу g(t) противодействующую составляющую влияния возмущения f(t) на выходную величину y(t), позволяет строить устойчивые разомкнутые САУ с уменьшенным влиянием f(t) на y(t);

- **УУ могут строиться по трем основным принципам управления:**

- 3) ***принцип обратной связи (принцип отклонения, управление по ошибке)*** с введением в САУ датчика обратной связи ДОС позволяет создавать замкнутые САУ, обеспечивающие высокую точность управления выходной величиной y(t) при полной или частичной компенсации ошибки управления e(t)=g(t)–y(t), независимо от причин её возникновения.

- Все высокоточные САУ строятся по принципу обратной связи с возможной дополнительной компенсацией основного возмущающего воздействия и принятием мер для обеспечения устойчивости САУ.



- **<u>В УУ часто используются линейные алгоритмы управления:</u>**

- - пропорциональный $u(t)=K\cdot e(t)$,
- - интегральный $u(t)=K\int e(t)dt$,
- - пропорционально–интегральный $u(t)=K[e(t)+\int e(t)dt]$,
- - пропорционально–дифференциальный $u(t)=K[e(t)+de(t)/dt]$,
- - пропорционально–интегрально–дифференциальный $u(t)=K[e(t)+\int e(t)dt+de(t)/dt]$.

Спасибо за внимание!