ДИНАМИКА механической системы и твердого тела.

Принципы механики.

Принцип возможных перемещений.

КЛАССИФИКАЦИЯ СВЯЗЕЙ.

Опр. **Связями называются любого вида ограничения, которые налагаются на положения и скорости точек механической системы и выполняются независимо от того, какие на систему действуют заданные силы.**

1. Связи делятся на стационарные и нестационарные.

Опр. **Связи, не изменяющиеся со времени, называются *стационарными*, а изменяющиеся со временем – *нестационарными*.**

2. Связи делятся на геометрические и кинематические (дифференциальными).

__Опр.__ Связи, налагающие ограничения на положение (координаты) точек системы, называются ***геометрическими***, а налагающие ограничения еще и на скорости (первые производные от координат по времени) точек системы – ***кинематическими*** **или** ***дифференциальными***.

3. Связи делятся на интегрируемые и неинтегрируемые.

__Опр.__ Если дифференциальную связи можно представить как геометрическую, т. е. устанавливаемую этой связью зависимость между скоростями свести к зависимости между координатами, то такая связь называется ***интегрируемой***, а в противном случае – ***неинтегрируемой***.

4. Связи делятся на *голономные* и *неголономные*.

<u>Опр.</u> Геометрические и интегрируемые дифференциальные связи называются связями *голономными*, а неинтегрируемые дифференциальные связи – *неголономными*.

По виду связей механические системы тоже разделяются на *голономные* (с голономными связями) и *неголономные* (содержащие неголономные связи).

5. Связи делятся на *удерживающие* и *неудерживающие*.

<u>Опр.</u> *Удерживающими* связями называются связи, которые накладывают ограничения, сохраняющиеся при любом положении системы, *неудерживающимися* – связи, которые этими свойствами не обладают (от таких связей система может «освобождаться»).

ВОЗМОЖНЫЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ СИСТЕМЫ. ЧИСЛО СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ.

Действие связей можно учитывать не только вводя их реакции, но и рассматривая *перемещения, которые точки механической системы могут иметь* при наложенных на нее связях.

Эти перемещения называются *возможными* (или *виртуальными*) *перемещениями*. Они удовлетворяют следующим требованиям:

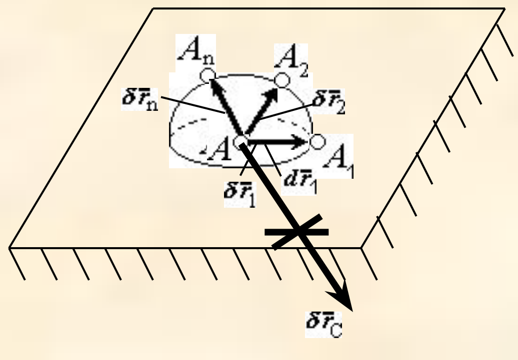
1. **Существуют только в нашем воображении.**
2. **Являются элементарными (бесконечно малыми).**
3. **Не нарушают наложенных на систему связей.**

Возможное перемещение точки отличается от действительного прежде всего тем, что она его не совершает, а только может совершить .

Это отражается в обозначениях: обычно элементарное действительное перемещение обозначается как *ds, dx, dy, dz* и т. д., возможное перемещение точки обозначается *δs, δx, δy, δz* и т. д.

В математике символом «*d*» обозначается дифференциал функции, а символом «*δ*» обозначают вариацию функции. Однако формально они вычисляются одинаково.

При стационарных связях действительное перемещение точки $d\vec{r}$ **совпадает с одним из возможных** $\delta\vec{r}$. **При нестационарных связях таких совпадений нет.**



Опр. Число независимых между собой возможных перемещений механической системы называется числом степеней свободы этой системы.

Вывод. У механической системы с геометрическими связями число независимых координат, определяющих положение системы, совпадает с числом ее степеней свободы.

Поэтому у такой системы число степеней свободы можно определять как по числу независимых возможных перемещений, так и по числу независимых координат.

ПРИНЦИП ВОЗМОЖНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ.

Принцип возможных перемещений устанавливает общие условия равновесия.

Принцип формулируется в случае, когда все наложенные на систему связи стационарные.

Опр. **Возможной работой называется элементарная работа, которую действующая на материальную точку сила могла бы совершить на перемещении, совпадающем с возможным перемещением этой точки.**

Возможная работа активной силы $\vec{F}^a$ **обозначается символом** $\delta A^a = \vec{F} \cdot \delta\vec{r}$, **а возможная работа реакции** $\vec{N}$ **связи - символом** $\delta A^r = \vec{N} \cdot \delta\vec{r}$.

Опр. Идеальными называются связи, для которых элементарная работа их реакций на любом возможном перемещении системы равна нулю, т. е.

$$\sum \delta A_k^r = 0.$$

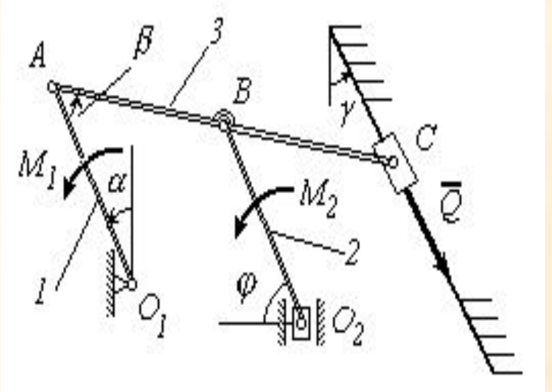
Принцип возможных перемещений. Для равновесия механической системы с идеальными связями необходимо и достаточно, чтобы сумма элементарных работ всех действующих на нее активных сил при любом возможном перемещении системы была равна нулю, т.е.

$$\sum \delta A_k^a = 0. \qquad (1)$$

Это равенство может быть представлено в аналитической форме $\sum (F_{kx}^a \delta x_k + F_{ky}^a \delta y_k + F_{kz}^a \delta z_k) = 0.$ **(2)**

Пример Д7.

Механизм, расположенный в горизонтальной плоскости, находится под действием приложенных силы *Q* и двух пар сил с моментами M_1 и M_2 в равновесии; положение равновесия определятся углами *α*, *β*, *γ* и *φ*.



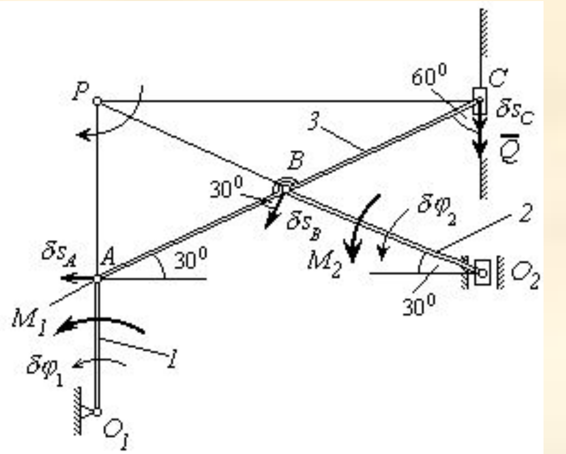
Длины стержней механизма равны l_1 = 0,4 м, l_2 = 0,6 м, размер l_3 произвольный. Точка *B* находится на середине стержня *3*.

Д а н о: M_1 =180 Нм, Q = 340 Н, $\alpha = 0^0$, $\beta = 120^0$, $\gamma = 0^0$, $\varphi = 30^0$.

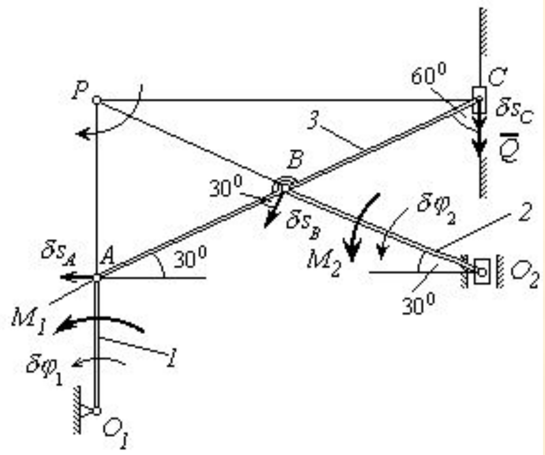
О п р е д е л и т ь: M_2 .

Решение.

1. Изобразим механизм в положении, определяемом заданными углами α, β, γ, φ.



2. Приложим к механизму активные силы: заданную силу Q и пары сил с моментами M_1 и M_2.



3. Сообщим механизму возможное перемещение.

4. Составим сумму возможных работ силы Q и пар сил, действующих на механизм, и приравняем ее к нулю, исходя из принципа возможных перемещений

$$\Sigma\delta A_k = M_1\,\delta\varphi_1 + M_2\,\delta\varphi_2 + Q\,\delta s_C = 0, \qquad (1)$$

5. Выразим перемещения $\delta\varphi_2$, δs_C через перемещение $\delta\varphi_1$.

$$\delta\varphi_2 = l_1\delta\varphi_1 / l_2\,; \quad \delta s_C = l_1\delta\varphi_1 \cos(30^0) / \cos(60^0).$$

Подставляя их в уравнение (1) и поделив на $\delta\varphi_1 \neq 0$, получим

$$M_1 + M_2\, l_1 / l_2 + Q\, l_1 \cos(30^0) / \cos(60^0) = 0,$$

Откуда $M_2 = -(M_1 + Q\, l_1 \cos 30^0 / \cos 60^0)\, l_2 / l_1 = -358{,}3$ (Н м).