§2. Угол между плоскостями

Углом между плоскостями называют угол между их нормальными или направляющими векторами.

Пусть плоскости заданы общими уравнениями

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0,$$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0.$$

Причем $\overline{N_1}(A_1,\ B_1,\ C_1),\ \overline{N_2}(A_2,\ B_2,\ C_2)$ их нормальные векторы. Тогда угол между этими плоскостями найдем по формуле:

$$\cos\varphi = \frac{\left(\overline{N_1}, \overline{N_2}\right)}{\left|\overline{N_1}\right| \cdot \left|\overline{N_2}\right|} = \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей

Пусть плоскости заданы общими уравнениями

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0,$$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0.$$

Тогда условие их параллельности:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}.$$

Условие перпендикулярности плоскостей:

$$A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0.$$

Расстояние от точки до плоскости – это длина перпендикуляра, опущенного из этой точки на данную плоскость.

Пусть плоскость задана общим уравнением $Ax+By+Cz+D=0$. Точка $M(x_0,y_0,z_0)$ – произвольная точка пространства. Тогда расстояние от данной точки до данной плоскости найдем по формуле:

$$d=\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}.$$