

Дискретные системы

Дискретные АСУ - системы, в состав которых, помимо типовых динамических звеньев, входят одно или несколько звеньев, производящих квантование непрерывного сигнала в дискретный.

Дискретные АСУ делятся на:

- **импульсные,**
- **релейные**
- **цифровые.**

Квантование сигнала осуществляется в импульсных АСУ - **по времени**, в релейных - **по уровню**, в цифровых - **по времени и по уровню**.

Структура и классификация

Квантованные по времени величины при помощи импульсной модуляции

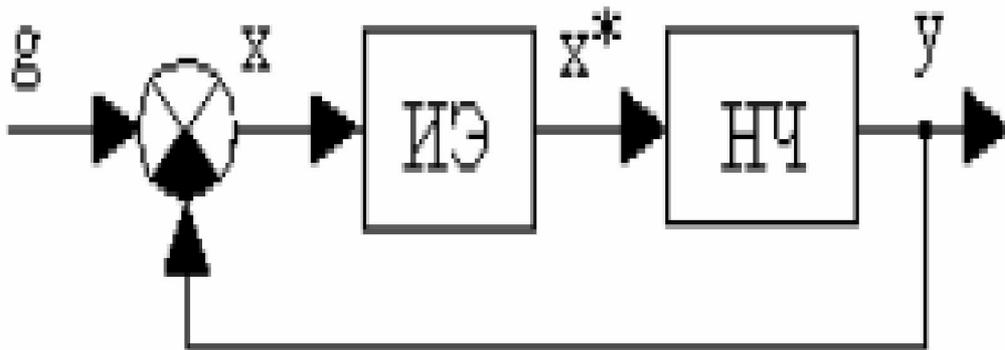
ИМПУЛЬСНЫХ СИСТЕМ

преобразуются в последовательность импульсов, которые воздействуют на непрерывную часть системы. Процесс квантования и импульсной модуляции осуществляется импульсным элементом.

Импульсная АСУ состоит из импульсного элемента (ИЭ) и

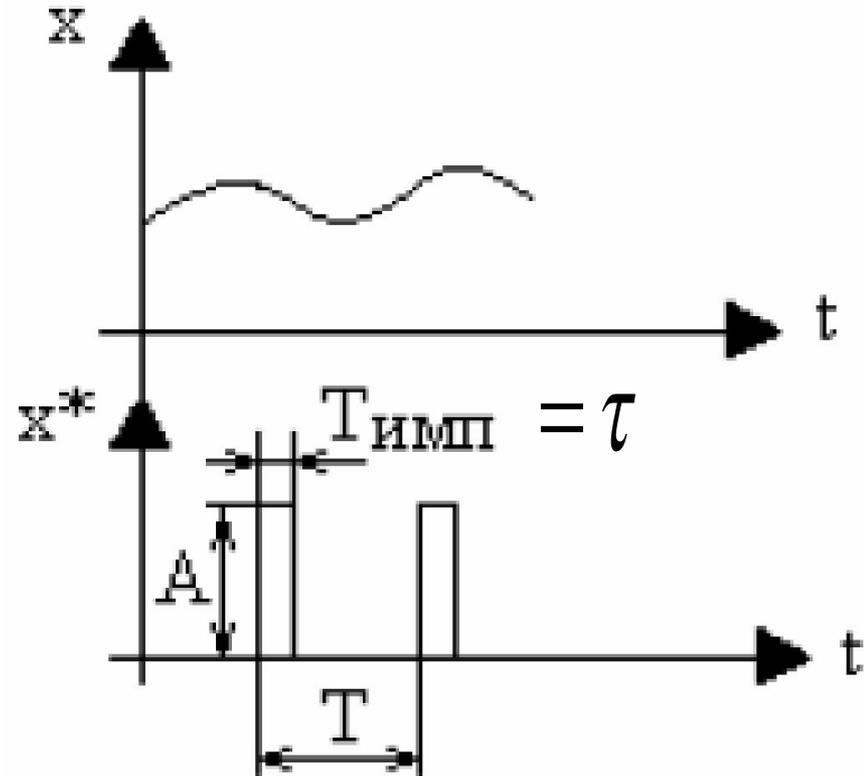
непрерывно действующей из

ТИПОВЫХ дина



Процесс импульсной модуляции состоит в изменении по определенному временному закону какого-либо параметра периодически повторяющихся импульсов:

- 1) **Амплитуды** импульса A ;
- 2) **Длительности** или ширины импульса $T_{\text{имп}} = \tau$;
- 3) **Периода повторения** (дискретности) или периода квантования импульсов T ;
- 4) **Сквозности импульсов**
$$\gamma = T_{\text{имп}} / T = \tau / T.$$



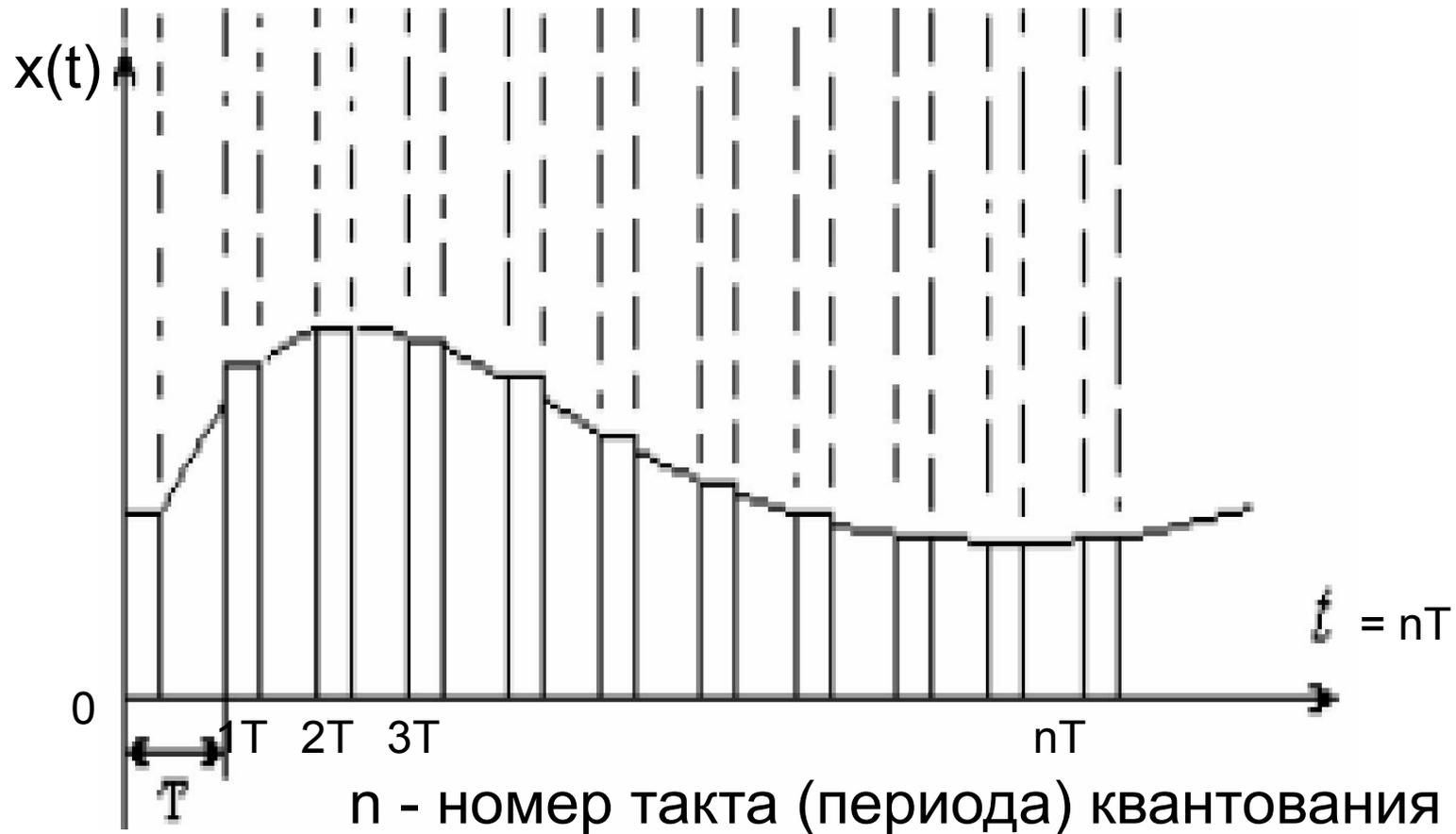
Виды импульсной модуляции

- 1) **амплитудно-импульсная модуляция - АИМ** (амплитуда импульса пропорциональна входному сигналу: $A = f(x)$ при $T = \text{const}$, $T_{\text{имп}} = \text{const}$);
- 2) **широотно-импульсная модуляция - ШИМ** (длительность импульса пропорциональна входному сигналу: $T_{\text{имп}} = f(x)$ при $A = \text{const}$, $T = \text{const}$);
- 3) **временная импульсная модуляция - ВИМ**, включающая в себя:
 - **фазо-импульсную модуляцию - ФИМ** (фаза, т.е. временной сдвиг импульса относительно начала периода дискретности T , пропорциональна входному сигналу: $\phi = f(x)$ при $A = \text{const}$, $T = \text{const}$, $T_{\text{имп}} = \text{const}$);
 - **частотно-импульсную модуляцию -ЧИМ** (частота дискретности пропорциональна входному сигналу: $\omega_0 = f(x)$ при $A = \text{const}$, $T_{\text{имп}} = \text{const}$).

Величина, определяющая закон модуляции, называется модулирующей величиной.

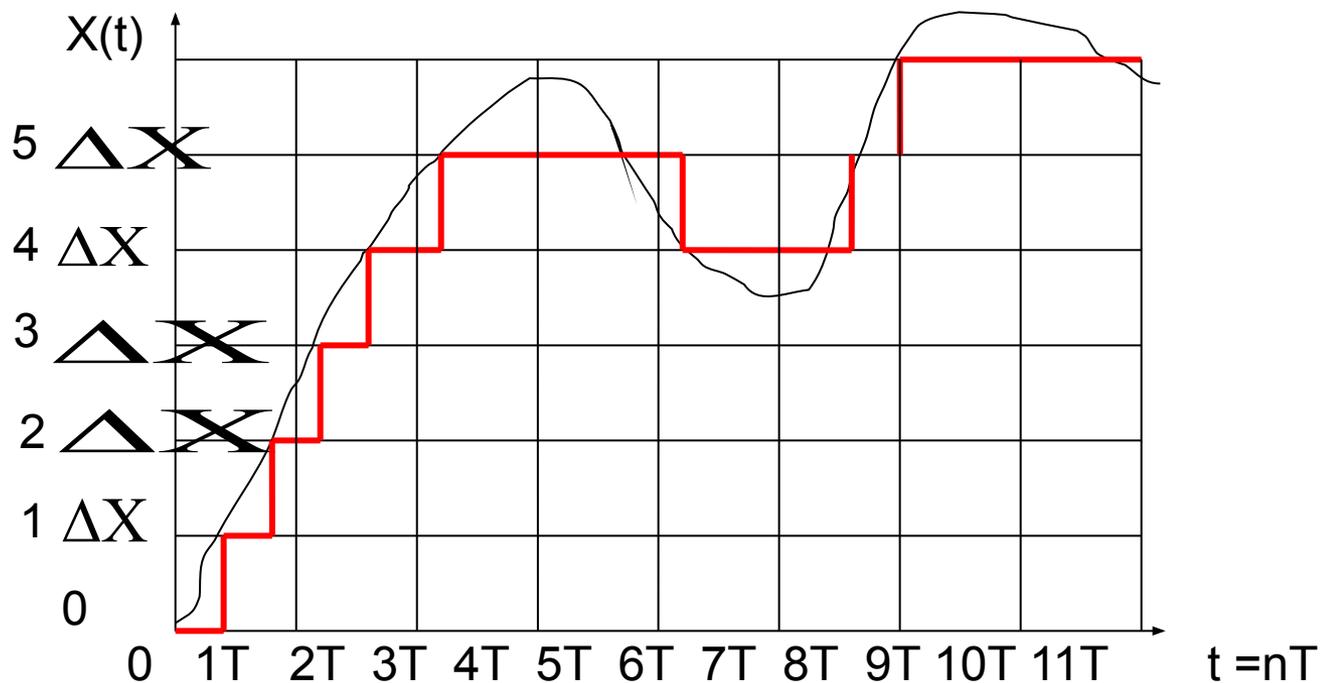
Квантование по времени

АИМ



Если в системе есть только квантование по времени, то она линейная.

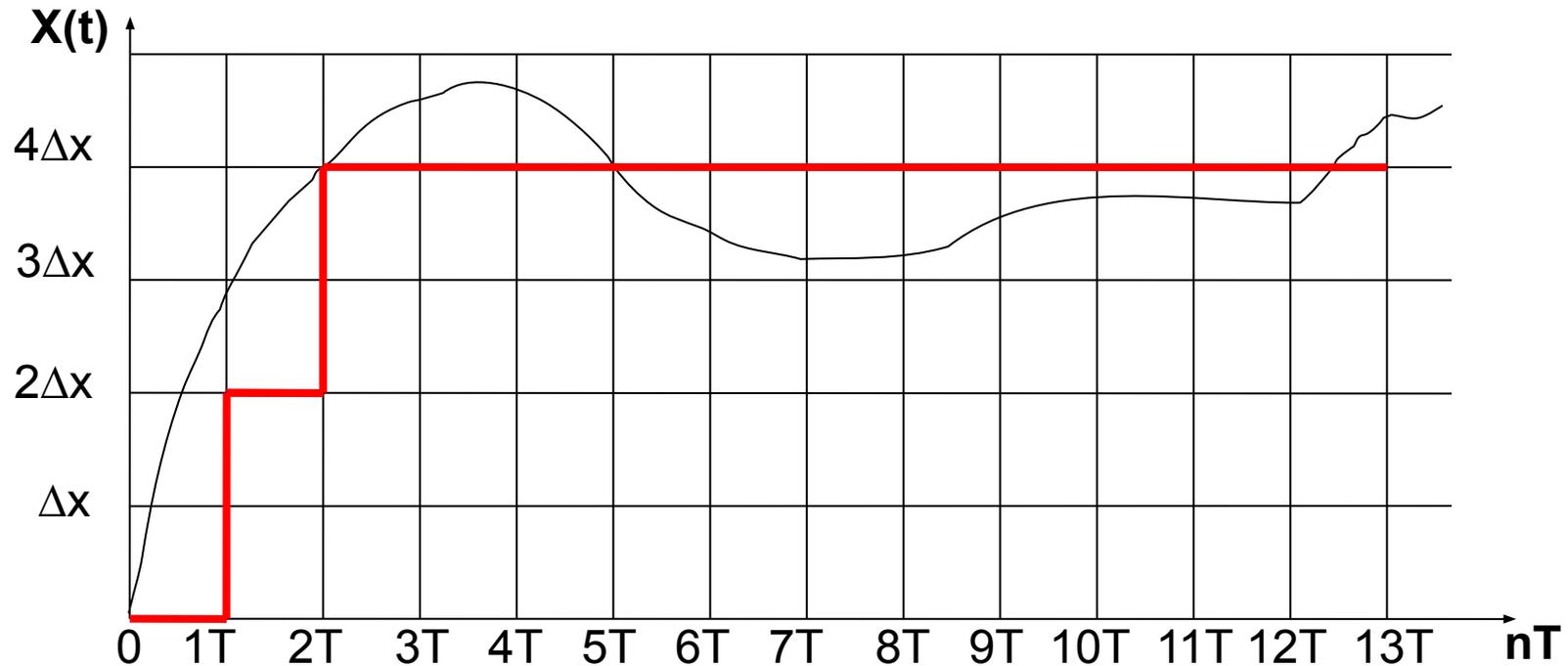
Квантование по уровню



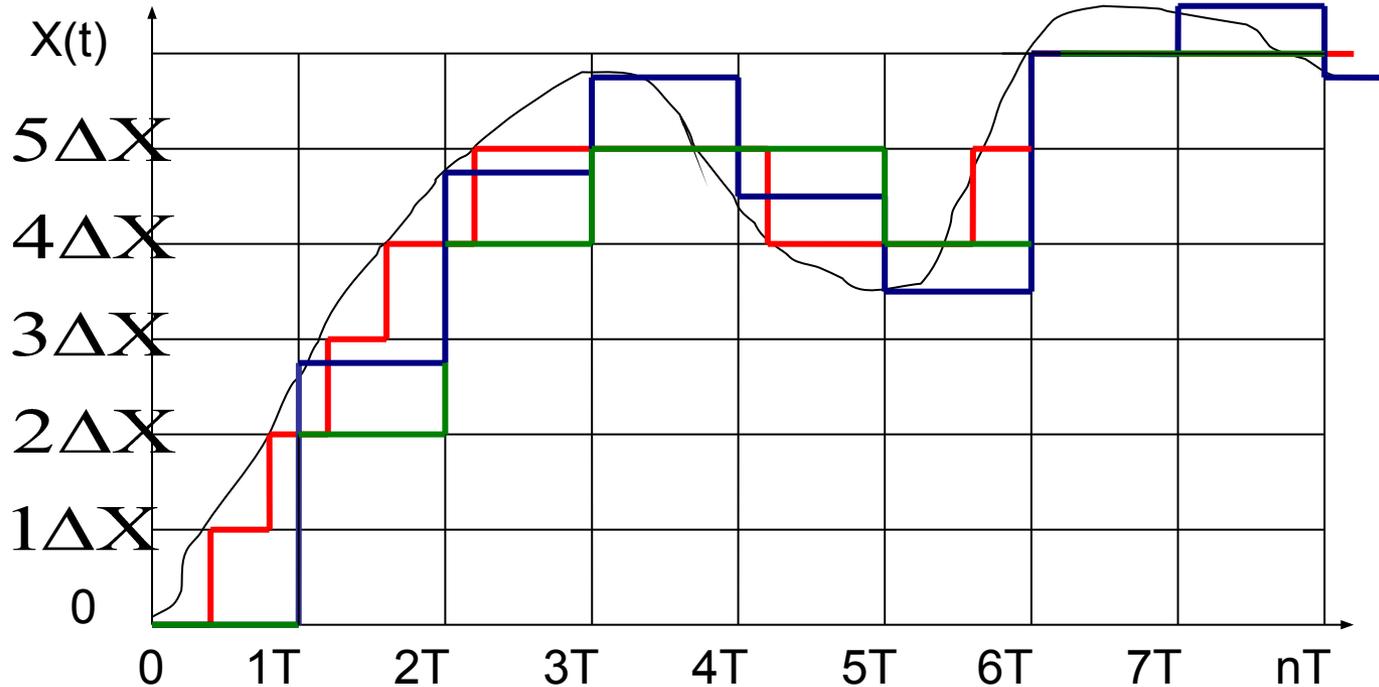
АСУ с квантованием по уровню - нелинейные

Квантование смешанное: по времени и уровню

Такое квантование используется в
цифровых системах ЭВМ



Пример квантования сигнала



Квантование по уровню —————

по времени —————

смешанное —————

Достоинства импульсных АСУ

- Возможность управления большими мощностями с высокой точностью;
- Возможность разделения во времени информационных сигналов при многоканальной передаче (ТП);
- Обеспечение согласованной работы непрерывных устройств с ЦВМ;
- Повышенная помехозащищенность.

Математическое описание дискретных систем

Дискретные АСУ удобно описывать *функцией дискретной переменной*, когда все величины рассматриваются в дискретные равноотстоящие моменты времени - *решетчатой функцией (РФ)* и *разностным уравнением*.

Решетчатая функция времени $x[nT]$, или в сокращенной записи $x[n]$ - это математическая функция, значения которой определены в дискретные равноотстоящие друг от друга моменты времени $t = nT$, где n - целое положительное число $0, 1, 2 \dots$;
 T - период дискретности (квантования).

РФ представляет собой числовую последовательность:

$x[0], x[1T], x[2T], x[3T], \dots, x[nT], \dots$

Если период дискретности **T**

задан, то **РФ** однозначно

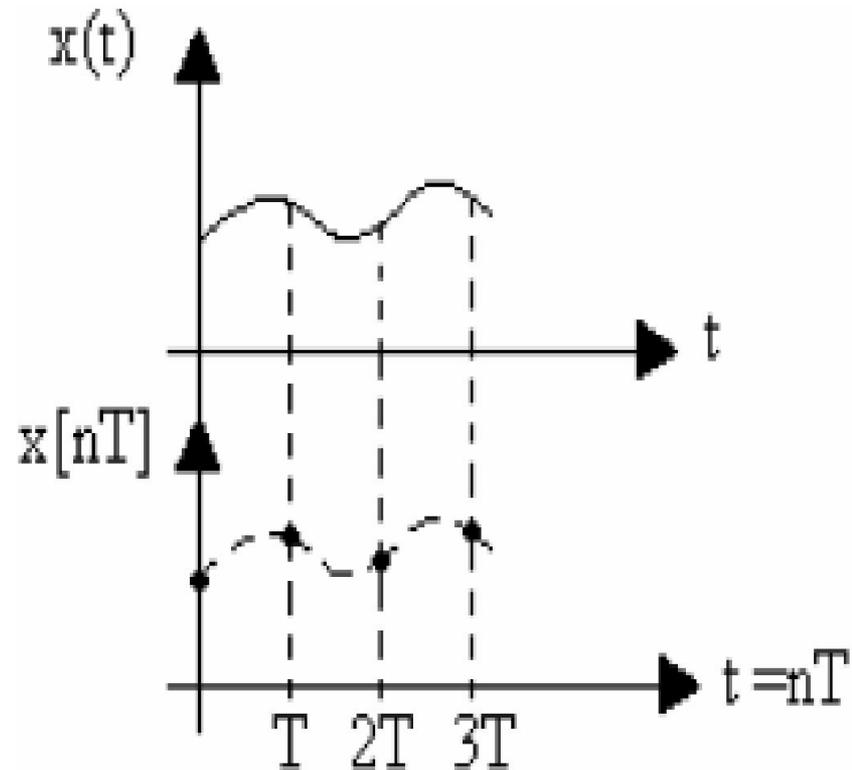
формируется из исходной

непрерывной. Операция

замены непрерывной

функции решетчатой

$$x[nT] = x[n] = x(t) \Big|_{t = nT}$$



Конечные разности решетчатых функций

Дискретными аналогами производных и интегралов непрерывных функций для РФ являются **конечные разности (КР)**:

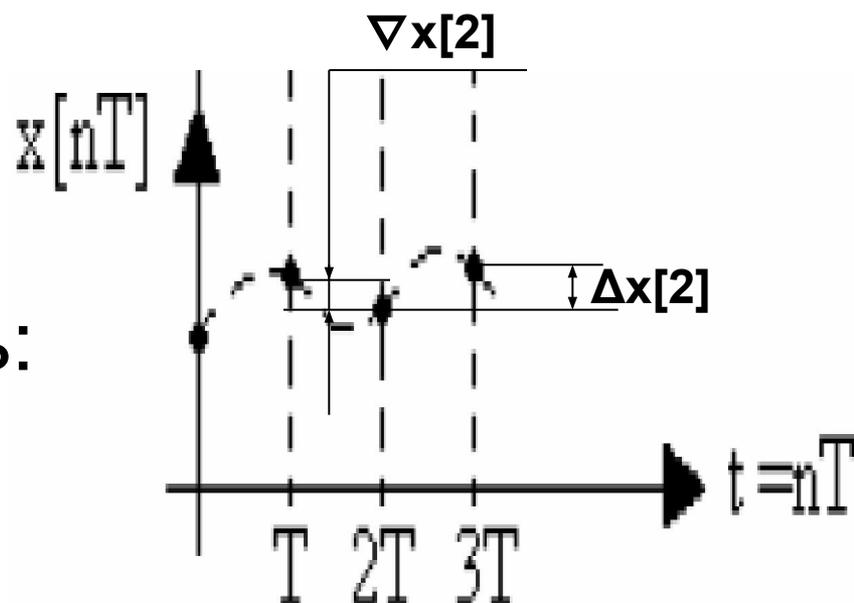
- прямые (упреждающие)
- обратные (отстающие).

Первая прямая разность:

$$\Delta x[n] = x[n+1] - x[n]$$

Первая обратная разность:

$$\nabla x[n] = x[n] - x[n-1].$$



Разности произвольного порядка k определяются по рекуррентным соотношениям:

$$\Delta^k x[n] = \Delta\{\Delta^{k-1} x[n]\} = \Delta^{k-1} x[n+1] - \Delta^{k-1} x[n] =$$

$$= \sum_{\nu=0}^k (-1)^\nu \frac{k!}{\nu!(k-\nu)!} x[n+k-\nu], \quad (*)$$

$$\nabla^k x[n] = \nabla\{\nabla^{k-1} x[n]\} = \nabla^{k-1} x[n] - \nabla^{k-1} x[n-1] =$$

$$= \sum_{\nu=0}^k (-1)^\nu \frac{k!}{\nu!(k-\nu)!} x[n-\nu],$$

Непрерывные АСУ

Дискретные АСУ

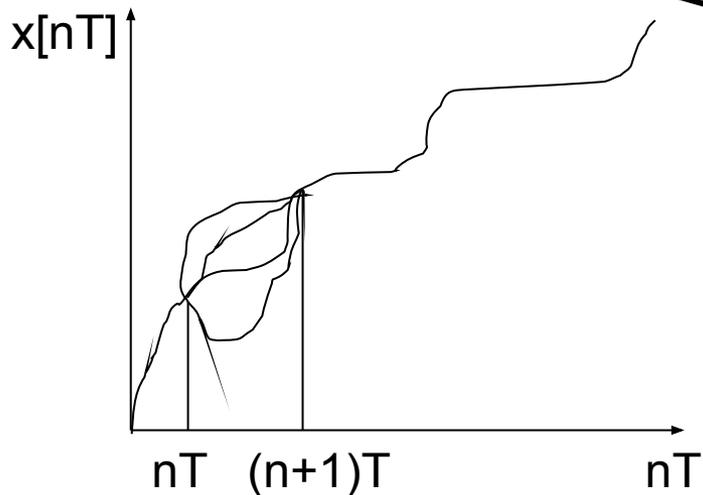
$x(t)$ $\xrightarrow{x[nT]}$ или $x[n]$

$\frac{dx}{dt}$ $\xrightarrow{\Delta x[nT]}$ или $\Delta x[n]$

$\frac{d^k x}{dt^k}$ $\xrightarrow{\Delta^k x[nT]}$ или $\Delta^k x[n]$

$\int_0^{\infty} x(t) dt$ $\xrightarrow{\text{неполная сумма}}$ $x_{\Sigma}[n] = \sum_{\nu=0}^{n-1} x[\nu]$

$\xrightarrow{\text{или полная сумма}}$ $x_{\bar{\Sigma}}[n] = \sum_{\nu=0}^n x[\nu]$



Разностные уравнения

Разностные уравнения (**РУ**) - (уравнения в конечных разностях) связывают между собой решетчатые функции и их конечные разности. **РУ - аналоги дифференциальных уравнений**, описывающих непрерывные АСУ.

При использовании прямых разностей неоднородные линейные **РУ m -го порядка**

имеют вид:
$$a_0 \Delta^m y[n] + a_1 \Delta^{m-1} y[n] + \dots + a_{m-1} \Delta y[n] + a_m y[n] =$$

$$b_0 \Delta^k x[n] + b_1 \Delta^{k-1} x[n] + \dots + b_{k-1} \Delta x[n] + b_k x[n];$$

$k \leq m$; x – входное воздействие e ; y – выходная величина.

РУ при использовании (*) можно записать через значения решетчатой функции:

$$a_0^* y[n+m] + a_1^* y[n+m-1] + \dots + a_{m-1}^* y[n+1] + a_m^* y[n] = b_0^* x[n+k] + b_1^* x[n+k-1] + \dots + b_{k-1}^* x[n+1] + b_k^* x[n].$$

При $x[n] = 0$ это уравнение становится **однородным РУ**, решением которого будет $y[n]$.

Общее решение однородного **РУ** при некрратных корнях характеристического уравнения может быть записано:

$$y[n] = \sum_{i=1}^m C_i z_i^n$$

где C_i - постоянные коэффициенты;

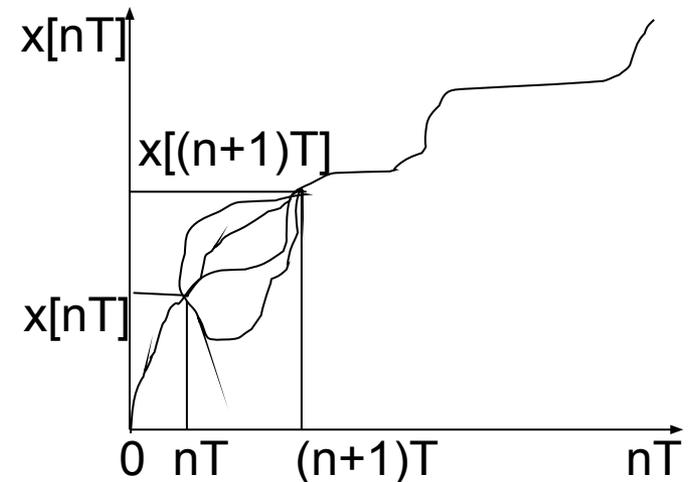
z_i - корни характеристического уравнения:

$$a_0 z^m + a_1 z^{m-1} + \dots + a_{m-1} z + a_m = 0$$

Задача формирования непрерывной функции из **РФ** не может быть решена однозначно без дополнительных сведений о поведении функции в интервале между точками $t = nT$, т. к. **РФ**, заданной в дискретные моменты времени, может соответствовать бесконечное множество непрерывных функций.

Возникает вопрос, при каких условиях возможно точное восстановление квантованной функции.

Ответ на него дает **теорема Котельникова-Шеннона**.



Теорема Котельникова-

Шеннона:

непрерывный сигнал $x(t)$, частотный спектр которого ограничен полосой $0 < f_s < f_c$, полностью определяется последовательностью своих дискретных значений, если период квантования T удовлетворяет условию: $T < 1 / 2f_c$ или $T < \pi / \omega_c$,

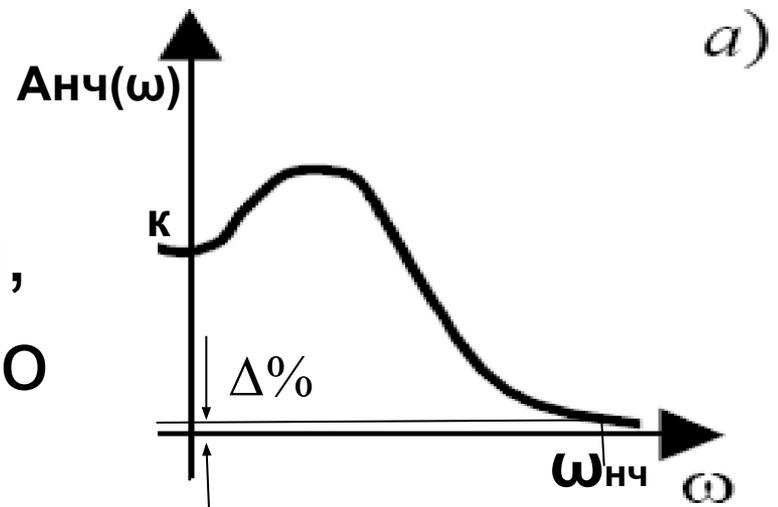
где f_c [Гц], ω_c [с⁻¹] - частота спектра.

Частота квантования: $\omega \geq 2\omega_c$ При

выполнении этого условия потери информации не происходит и из квантованного сигнала можно без потерь восстановить исходный непрерывный сигнал.

- Частота спектра входного сигнала – ω_c определяется при разложении $x(t)$ в ряд Фурье с заданной точностью.
- При выборе частоты квантования ω следует учитывать и свойства непрерывной части (НЧ) АСУ (частоту пропускания НЧ – $\omega_{нч}$).

Если: $\omega_c > \omega_{нч}$
 НЧ является фильтром сигналов высокой частоты, частоту квантования можно определить: $\omega = 2 \omega_{нч}$.



Методы исследования дискретных АСУ

Для получения возможности исследования решений **РУ** в общем виде широко используются:

- дискретное преобразование Лапласа,
- **z**-преобразование,
- **w**-преобразование,
- частотные методы.

Z-преобразование

Z-преобразованием ПФ - $x[nT]$ называется функция комплексного аргумента z - $X(z)$, определяемая выражением:

$$X(z) = Z\{x[nT]\} = \sum_{n=0}^{\infty} x[nT] \times z^{-n}$$

при $|z| > R=1/\rho$, где ρ - радиус сходимости ряда.

Функция $x[nT]$ - оригинал,

а функция $X(z)$ - изображение или

z-преобразование функции $x[nT]$.

Z-преобразование дает возможность получить из $X(z)$ значение ординат ПФ - $x[nT]$ в моменты квантования.

Z - преобразования функций

$x(t)$	$X(s)$	$x[nT]$	$X(z)$
$\delta(t)$	1	$\delta[nT]$	1
1(t)	1/s	1[nT]	$z/(z-1)$
t	1/s ²	nT	$Tz/(z-1)^2$
$e^{-\alpha t}$	1/(s+ α)	$e^{-\alpha nT} = d^n$	$z/(z-d)$ ($d=e^{-\alpha T}$)
$t^2/2!$	1/s ³	$(nT)^2/2!$	$\frac{T^2 z(z+1)}{2!(z-1)^3}$
$te^{-\alpha t}$	1/(s+ α) ²	$nTe^{-\alpha nT}$	$\frac{zdT}{(z-d)^2}$ ($d=e^{-\alpha T}$)
$\frac{t^2}{2!}e^{-\alpha t}$	1/(s+ α) ³	$\frac{(nT)^2}{2!}e^{-\alpha nT}$	$\frac{z(z+d)dT^2}{2!(z-d)^3}$ ($d=e^{-\alpha T}$)

Для нахождения z-

Изображений РФ по оригиналу и наоборот имеются специальные таблицы.

Преобразование, в котором

$$z = e^{sT}$$

введено Я.З.Цыпкиным под названием

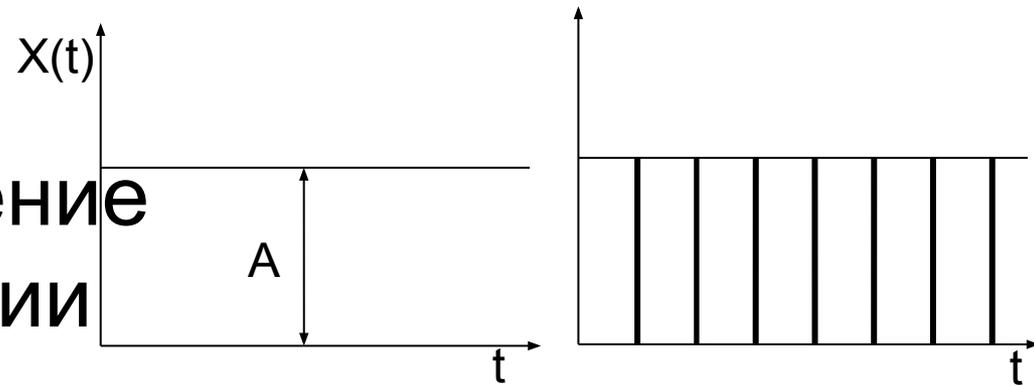
“дискретное преобразование Лапласа”.

Вычисление Z-преобразований

Способ 1:

(по определению)

Пример: **z**- изображение ступенчатой функции



$$x(t) = A * 1(t)$$

$$x[n] = A * 1[n] = A;$$

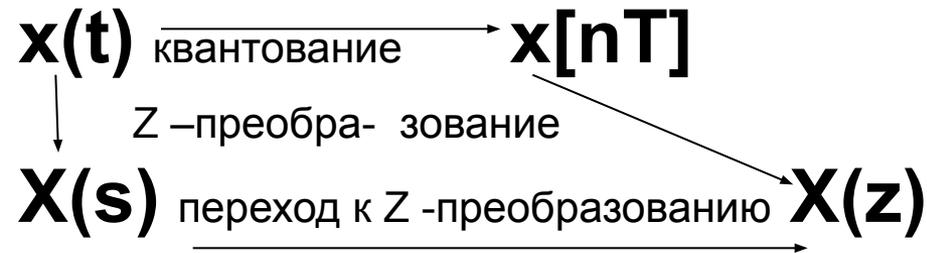
$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x[n] * z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} A * 1[n] * z^{-n} = A \sum_{n=0}^{\infty} z^{-n} =$$

$$= A(z^{-0} + z^{-1} + z^{-2} + \dots) \approx A(1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots) =$$

$$= \left| \text{при } \frac{1}{z} < 1 \right| = \frac{A}{1 - z^{-1}} = \frac{A * z}{z - 1}.$$

Способ 2 : (с помощью вычетов)

Если известно преобразование Лапласа $X(s)$ исходной непрерывной функции $x(t)$, то можно вычислить Z -преобразование $X(z)$:



$$X(z) = \sum_{i=1}^m \frac{z}{z - e^{\frac{s_k}{T}}} \operatorname{Res} s(X(s_k))$$

s_k – полюса (простые) преобразования Лапласа $X(s)$ непрерывной функции $x(t)$.

В случае кратных корней формула усложняется (можно найти в справочниках).

Пример: $x(t) = 1(t)$; $X(s) = 1/s$. Вычисляем с помощью таблиц справочника:

$$X(z) = \frac{z}{z-1} * 1$$

1. **Свойство линейного преобразования**

линейной комбинации **РФ** соответствует

такая же линейная комбинация

z-

изображений:

$$a_1 x_1[n] + a_2 x_2[n] \Leftrightarrow a_1 X_1(z) + a_2 X_2(z)$$

2. **Свойство смещения аргумента в**

области оригинала: сдвиг аргумента **[nT]**

в **РФ** на целое число периодов $\pm kT$

соответствует умножению изображения **X(z)**

на $z^{\pm k}$.

$$x[(n \pm k)T] \Leftrightarrow z^{\pm k} X(z)$$

3. Свойство смещения независимой переменной в области изображения :
 сдвигу аргумента в z - изображении на целое число периодов в комплексной области соответствует умножение z на e^{aT}

$$e^{\pm aT} x[nT] \Leftrightarrow X(e^{\mp aT} z)$$

4. Правило дифференцирования изображения: умножение ПФ $x[nT]$ на nT соответствует дифференцированию ее z - изображения $X(z)$, результат которого умножается на $(-Tz)$: $nT * x[nT] \Leftrightarrow -Tz \frac{dX(z)}{dz}$

5. Связь начальных и конечных значений:

начальное значение оригинала **РФ** равно конечному значению **z**- изображения :

$$\lim_{n \rightarrow 0} (x[nT]) = \lim_{z \rightarrow \infty} \{X(z)\}$$

Конечное значение **РФ**:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (x[nT]) = \lim_{z \rightarrow 1} \left\{ \frac{z-1}{z} X(z) \right\}$$

6. Изображение разностей:

$$z \left\{ \Delta^k x[nT] \right\} = (z-1)^k X(z)$$

Тренировочное задание

Прямая конечная разность 2-го порядка:

$$\begin{aligned}\Delta^2 x[n] &= \Delta x[n+1] - \Delta x[n] = x[n+2] - x[n+1] - \\ &- x[n+1] + x[n] = x[n+2] - 2x[n+1] + x[n].\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta^2 x[n] &= (z-1)^2 X(z) = (z^2 - 2z + 1)X(z) \Leftrightarrow \\ &x[n+2] - 2x[n+1] + x[n].\end{aligned}$$

Передаточная функция импульсной АСУ в

Разностное уравнение **z-изображении**

$$a_0 y[n+m] + a_1 y[n+m-1] + \dots + a_{m-1} y[n+1] + a_m y[n] = b_0 x[n+k] + b_1 x[n+k-1] + \dots + b_{k-1} x[n+1] + b_k x[n].$$

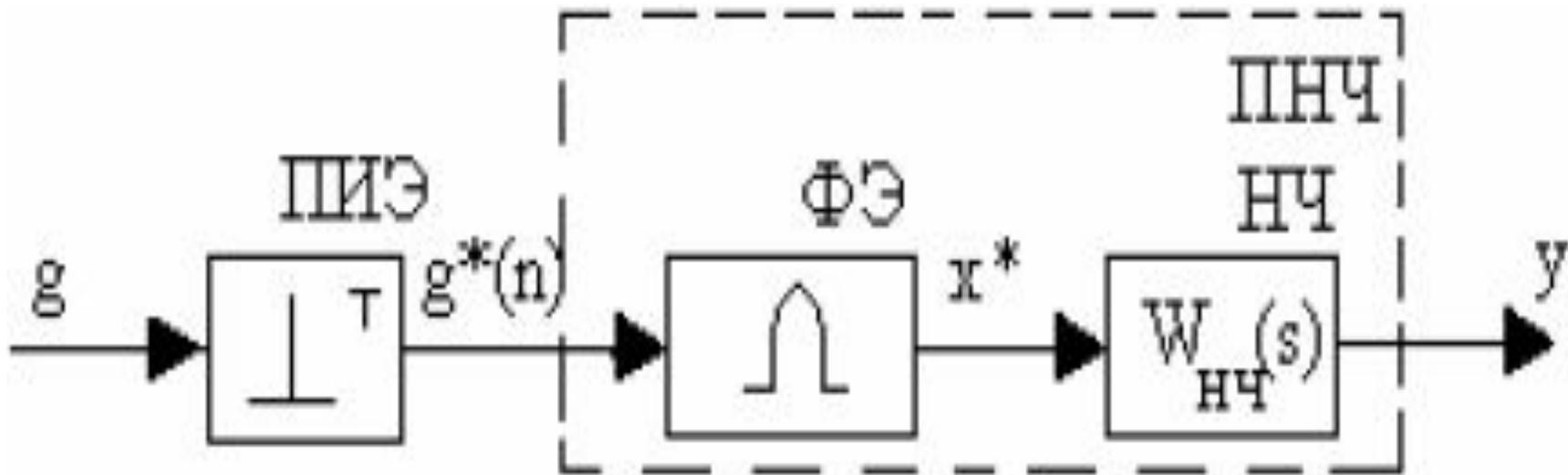
Выполнив **z** – преобразование **РУ**, получим передаточную функцию АСУ в **z-изображении**:

$$W(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_0 z^k + b_1 z^{k-1} + \dots + b_k}{a_0 z^m + a_1 z^{m-1} + \dots + a_m}.$$

Представление импульсного элемента

элемента

ИЭ часто представляют последовательным соединением простейшего импульсного элемента (**ПИЭ**) и формирующего элемента (**ФЭ**).



ПИЭ преобразует непрерывный сигнал в мгновенные импульсы в виде δ -функций, а **ФЭ** формирует из них импульс заданной формы выходного импульса реального импульсного элемента (**РИЭ**).

Передаточная функция ФЭ

На выходе **ПИЭ** ширина импульса : $\tau \rightarrow 0$; $\tau \ll T$;

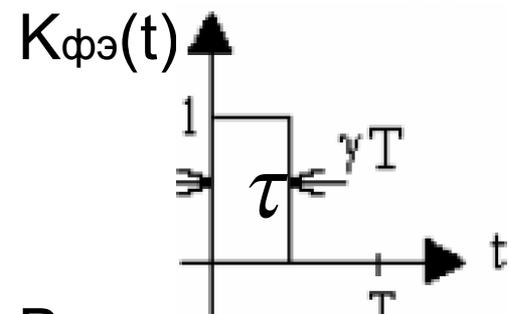
$A * \tau = 1$ Действие **ПИЭ** сводится к умножению отсчётов квантуемой функции $x(t)$ на дельта-функцию $\delta(t-nT)$. Форма импульса **ПИЭ** определяет весовую функцию **ФЭ** - $k_{\text{ФЭ}}(t)$. Поэтому, передаточную функцию **ФЭ** определим как изображение формы импульса по Лапласу, т.е.

$$W_{\text{ФЭ}}(s) = L \{k_{\text{ФЭ}}(t)\}.$$

ФЭ объединяется с непрерывной частью (**НЧ**) АСУ в приведенную непрерывную часть (**ПНЧ**), передаточная функция которой

$$W_{\text{ПНЧ}}(s) = W_{\text{ФЭ}}(s) * W_{\text{НЧ}}(s).$$

В большинстве случаев **РИЭ** формирует прямоугольные импульсы длительности $T_{\text{имп}} = \gamma T = \tau$, т.е. весовая функция **ФЭ** имеет вид:



$$k_{\Phi\Xi}(t) = \begin{cases} 1(t), & 0 \leq t \leq \gamma T; \\ 0, & t > \gamma T. \end{cases}$$



В этом случае передаточная функция **ФЭ**:

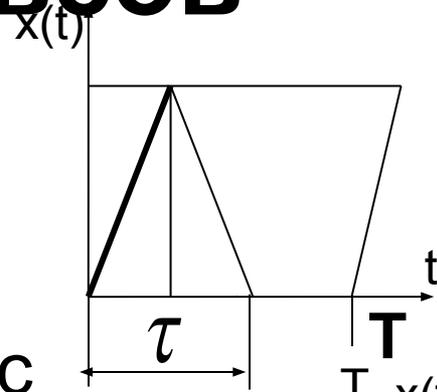
$$W_{\Phi\Xi}(s) = \int_0^{\gamma T} 1(t) e^{-st} dt = -\frac{1}{s} e^{-st} \Big|_0^{\gamma T} = -\frac{1}{s} e^{-\gamma Ts} + \frac{1}{s}$$

Отсюда: (s) **пор** $= \frac{1 - e^{-\gamma Ts}}{s}$ **экстраполятор нулевого** $W_{\Phi\Xi}$
определяется порядком **экстраполятора**
от формы **импульса на интервале** **производной**

Передаточные функции типовых импульсов

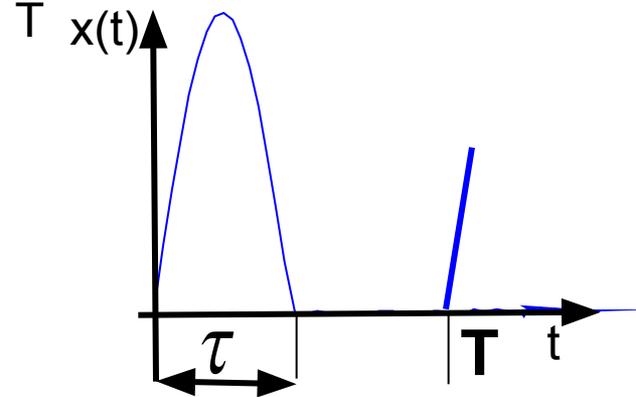
- Треугольный импульс

$$W_{\text{фэ}}(s) = 2A \frac{(1 - e^{-\frac{s\tau}{2}})^2}{s^2}$$



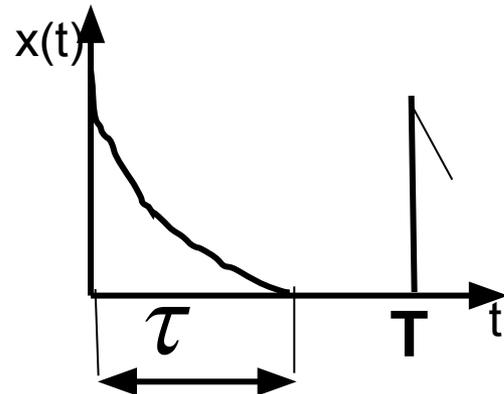
- Синусоидальный импульс

$$W_{\text{фэ}}(s) = AT \frac{\pi (1 + e^{s\tau})}{\gamma [s^2 T^2 + (\frac{\pi}{\gamma})^2]}$$



- Экспоненциальный импульс

$$W_{\text{фэ}}(s) = \frac{AT}{sT + \frac{3}{\gamma}}$$



Определение передаточной функции $W_{пнч}(s)$

Рассмотрим при наличии формирователя прямоугольных импульсов:

$$W_{пнч}(s) = W_{ФЭ}(s) * W_{НЧ}(s) = \frac{1 - e^{-\gamma Ts}}{s} W_{НЧ}(s) = (1 - e^{-\tau s}) \frac{W_{НЧ}(s)}{s}$$

Переходя от непрерывного преобразования Лапласа

к z -преобразованию: $W_{пнч}(z) = (1 - z^{-1}) Z \left\{ \frac{W_{НЧ}(s)}{s} \right\}$

Выражение $\left\{ \frac{W_{НЧ}(s)}{s} \right\}$

необходимо **представить как сумму элементарных дробей** (например, по теореме разложения, используя метод неопределенных коэффициентов), а затем выполнить z -преобразование каждой из дробей (справочник).

Теорема разложения

$$W(s) = \frac{R(s)}{Q(s)} =$$
$$= \sum_{i=1}^v \frac{A_i}{s^i} + \sum_{k=1}^q \frac{B_k}{T_k s + 1} + \sum_{j=1}^r \frac{C_j + D_j s}{T_j^2 s^2 + 2\zeta T_j s + 1}$$

A_i, B_k, C_j, D_j — коэффициенты разложения,
определяются:

- методом неопределенных коэффициентов;
- методом предельных значений;
- методом подстановки численных значений.

Тренировочное задание

Пример. Определить дискретную передаточную функцию импульсной АСУ, у которой **ИЭ** формирует прямоугольные импульсы длительности $\tau = 1$ с периодом дискретности $T=1$ с, а непрерывная часть задана передаточной функцией:

$$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k}{s(T_1 s + 1)} \quad \text{при } k=10 \text{ с}^{-1}, T_1=2 \text{ с.}$$

Решение

Дискретную передаточную функцию разомкнутой импульсной системы находим, представляя дробь

$\left\{ \frac{W_{\text{нч}}(s)}{s} \right\}$ в виде суммы элементарных дробей:

$$\left\{ \frac{W_{\text{нч}}(s)}{s} \right\} = \frac{k}{s^2(T_1s + 1)} = \frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{s^2} + \frac{B_1}{T_1s + 1} =$$
$$= \frac{(A_1T_1 + B_1)s^2 + (A_1 + A_2T_1)s + A_2}{s^2(T_1s + 1)}$$

$$\begin{array}{l} s^0 \quad A_2 = k, \\ s^1 \quad A_1 + A_2T_1 = 0, \quad \Longrightarrow \quad A_1 = -kT_1, \\ s^2 \quad A_1T_1 + B_1 = 0. \quad \Longrightarrow \quad B_1 = kT_1^2. \end{array}$$

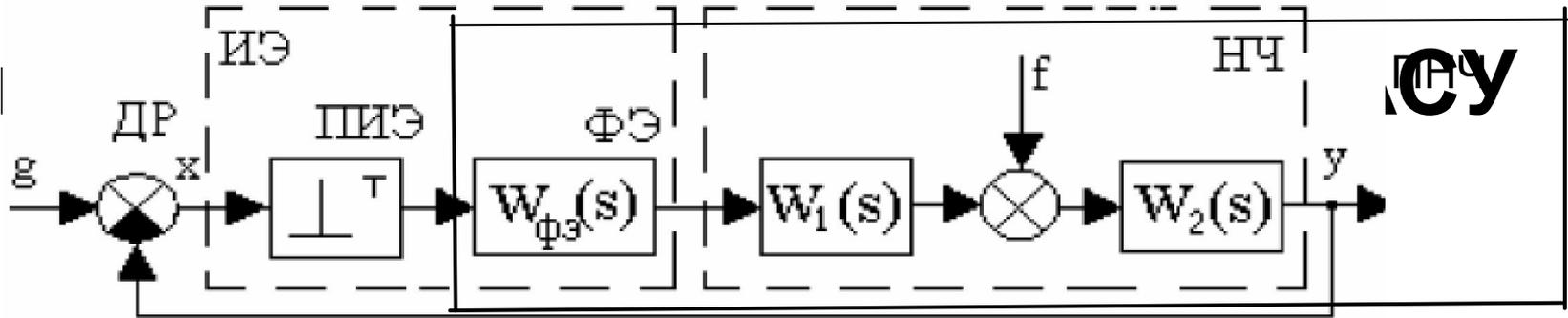
$$\frac{k}{s^2(T_1 s + 1)} = \frac{k}{s^2} - \frac{kT_1}{s} + \frac{kT_1}{s + \frac{1}{T_1}} = k \left[\frac{1}{s^2} - \frac{T_1}{s} + \frac{T_1}{s + \frac{1}{T_1}} \right]$$

С помощью таблицы соответствий найдем **z**-преобразование для каждого из слагаемых в правой части полученного выражения:

$$z \left\{ \frac{W_{\text{нч}}(s)}{s} \right\} = k \left[\frac{Tz}{(z-1)^2} - \frac{T_1 z}{z-1} + \frac{T_1 z}{z - e^{-\frac{T}{T_1}}} \right] \text{ при } z = e^{Ts} \text{ при } T_1 \text{ форм-импульсов: } z - e^{-\frac{T}{T_1}} \text{ прямоугольных}$$

$$W_{\text{пнч}}(z) = \frac{z-1}{z} z \left\{ \frac{W_{\text{нч}}(s)}{s} \right\} = W_p(z) = 10 \left[\frac{1}{z-1} - \frac{0.8}{z-0.6} \right] = \frac{2(z+1)}{(z-1)(z-0.6)}$$

Структурные схемы и передаточные функции



$$X(t) = g(t) - y(t) \implies x[n] = g[n] - y[n] \implies X(z) = G(z) - Y(z)$$

Изображение ПФ - $y[n] \implies Y(z) = W(z) X(z)$

$$W(z) = Z\{W_{ФЭ}(s)W_1(s)W_2(s)\}.$$

Уравнение z -изображения рассогласования:

$$X(z) = \frac{1}{1 + W(z)} G(z)$$

Тогда z -изображение выходной координаты:

$$Y(z) = \{W(z) / [1 + W(z)]\} G(z)$$

Передаточная функция замкнутой АСУ

$$\begin{aligned} W(z) &= \frac{y(z)}{x(z)} = \frac{W_{\text{пр}}(z)}{1 + W_{\text{р}}(z)} = \frac{W_{\text{фэ}}(z)W_{\text{нч.пр}}(z)}{1 + W_{\text{фэ}}(z)W_{\text{нч.р}}(z)} = \\ &= \frac{\frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{W_{\text{пнч.пр}}(s)}{s} \right\}}{1 + \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{W_{\text{пнч.р}}(s)}{s} \right\}} \end{aligned}$$

Частотные характеристики

ИМПУЛЬСНЫХ СИСТЕМ

Выражения для ЧХ импульсных систем получаются из $W(z)$ путем замены оператора z на $e^{j\omega T}$.

Т.к. частота ω входит в показатель степени, то ЧХ являются *периодическими функциями частоты*, период изменения которых равен $\pm\pi/\omega$ или $(2\pi/\omega)$.

$$e^{j\omega T} = \cos \omega T + j \sin \omega T$$

Следовательно, нельзя различить составляющие, частоты которых кратны частоте квантования импульсного элемента $\omega_0 = 2\pi/T$.

ЧХ импульсных систем описываются

транscендентными выражениями:

$$\psi(\omega) = \arg W(e^{j\omega T}) - \text{ФЧХ};$$

$$U(\omega) = \operatorname{Re} W(e^{j\omega T}) - \text{ВЧХ};$$

$$V(\omega) = \operatorname{Im} W(e^{j\omega T}) - \text{МЧХ};$$

$$W(e^{j\omega T}) = W(z) \Big|_{z = e^{j\omega T}} - \text{АФЧХ}.$$

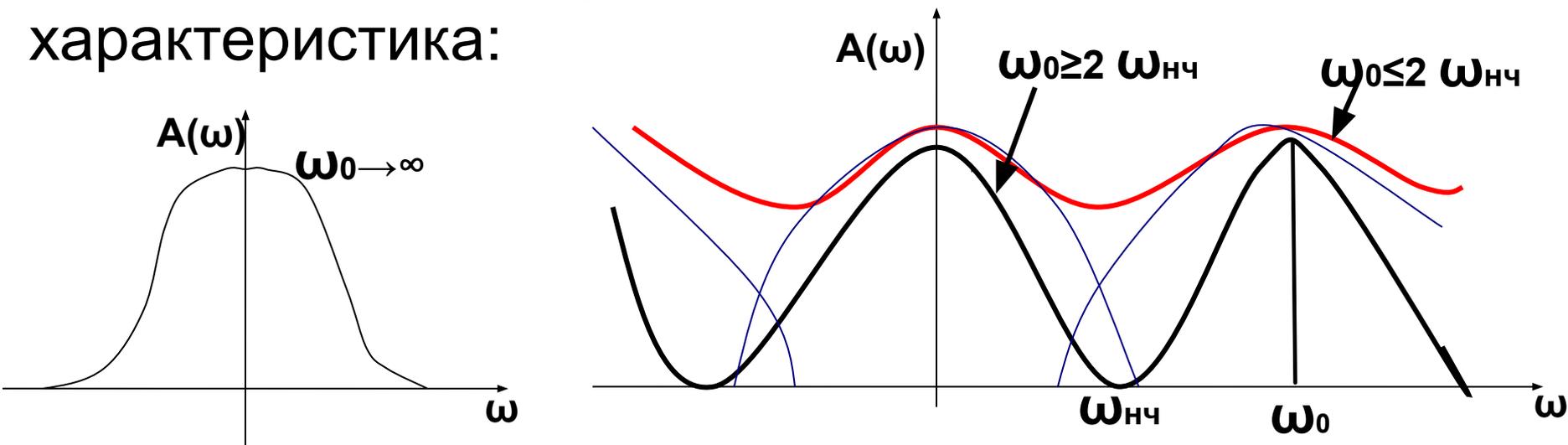
ЧХ импульсной АСУ строятся по точкам в интервале частот $0 \leq \omega \leq \pi/T$.

Свойства ЧХ импульсных АСУ

1. В соответствии с периодичностью АФЧХ $W(e^{j\omega T})$ полностью определяется своими значениями в интервале $-\pi/T \leq \omega \leq \pi/T$.
2. Т.к. ВЧХ является четной функцией, а МЧХ - нечетной, то достаточно рассматривать интервал частот $0 \leq \omega \leq \pi/T$.
3. В крайних точках интервала $0 \leq \omega \leq \pi/T$ АФЧХ принимает вещественные значения.
4. При уменьшении периода дискретности T , т.е. при увеличении частоты квантования $\omega_0 = 2\pi/T$, ЧХ импульсных АСУ приближаются к ЧХ непрерывных систем, а частотный интервал $0 \leq \omega \leq \pi/T$ растягивается на всю ось ω при $T \rightarrow 0$.

Периодичность ЧХ

При гармоническом входном сигнале $A \sin \omega t$ на **РИЭ** выходной сигнал $A \cos \omega t$ не изменится при изменении частоты входного сигнала ω на любую величину, кратную частоте квантования $\omega_0 = 2\pi/T$, т.е. выходной сигнал будет одним и тем же при частотах, равных $\omega + k \omega_0$. При снятии **ЧХ** путем неограниченного увеличения частоты входного сигнала $\omega \rightarrow \infty$, получается периодическая характеристика:



W- преобразование

Определение ЧХ связано со сложными расчетами, поэтому на практике применяются ЧХ относительно *абсолютной псевдочастоты* λ .
Переход к псевдочастоте основан на переходе от

z -преобразования к

w -преобразованию

с помощью подстановки:

$$z = \frac{1 + w}{1 - w}$$

с последующей заменой комплексной переменной w на абсолютную псевдочастоту:

Такая замена и есть w –преобразование.

$$w = \frac{j\lambda T}{2}$$

Реальная частота ω и псевдо частота λ связаны соотношением

$$\lambda = \frac{2}{T} \operatorname{tg} \frac{\omega T}{2}$$

Удобство псевдо частоты в том, что на частотах, где $\omega T < 2$, она приближенно равна угловой частоте, т. е. $\lambda \approx \omega$. При изменении частоты от $-\pi/T < \omega < +\pi/T$ псевдо частота принимает значение $-\infty < \lambda < +\infty$.

Для перехода от дискретной передаточной функции разомкнутой АСУ $W_p(z)$ к АФЧХ - $W_p(j\lambda)$ сделаем замену $z = \frac{[1 + j\lambda T/2]}{[1 - j\lambda T/2]}$

Это уравнение используется для построения ЛАЧХ.

$$W(j\lambda) = W(z) \Big|_{z = \frac{[1 + j\lambda T/2]}{[1 - j\lambda T/2]}}$$

Построение ЛЧХ импульсных АСУ

ЛЧХ строятся отдельно для областей низких (НЧ) и высоких частот (ВЧ). Границей, разделяющей частотные области, служит частота среза $\omega_{\text{ср}}$ в предположении, что

$$\omega_{\text{ср}} * T < 2 ,$$

где T - период дискретности.

Это условие необходимо выполнять для обеспечения запаса устойчивости и точности работы системы, и оно согласуется с теоремой Котельникова-Шеннона.

Построим ЛАЧХ АИС, с
экстраполятором нулевого порядка и
непрерывной частью с передаточной
функцией:

$$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k \prod_{j=1}^m (T_j s + 1)}{s^{\nu} \prod_{i=1}^n (T_i s + 1)}$$

Принятые допущения:

1. Величина, обратная периоду дискретности T , больше половины частоты среза $\omega_{\text{ср}}$, т.е. $\omega_{\text{ср}} < 2/T$.
2. На частоте среза **ЛАЧХ** непрерывной части имеет наклон -20 дБ/дек.
3. Постоянным времени T_j ($j = 1, 2, \dots, m$) соответствуют частоты сопряжения меньшие, чем частота среза $\omega_{\text{с}j} < \omega_{\text{ср}}$.
4. Имеется l ($l < n$) постоянных времени T_i ($i = 1, 2, \dots, l$), которым соответствуют сопрягающие частоты меньшие, чем частота среза.

При принятых допущениях для области **НИЗКИХ ЧАСТОТ** передаточная функция непрерывной части:

$$W_{\text{нч}}^{\text{H}}(s) = \frac{k \prod_{j=1}^m (T_j s + 1)}{s^{\nu} \prod_{i=1}^l (T_i s + 1)}$$

а для области **ВЫСОКИХ ЧАСТОТ**:

$$W_{\text{нч}}^{\text{B}}(s) = \frac{\omega_{\text{ср}}}{s \prod_{i=l+1}^n (T_i s + 1)}$$

→ $W(j\lambda)$

ЧХ разомкнутой импульсной АСУ для области низких частот:

$$W^H(j\lambda) = \left(1 - j\lambda T/2\right) \frac{k \prod_{j=1}^m (1 + j\lambda T_j)}{(j\lambda)^r \prod_{i=1}^l (1 + j\lambda T_i)}$$

и для области высоких частот:

$$W^6(j\lambda) = \left(1 - j\lambda T/2\right) \frac{\omega_{cp} (1 + j\lambda (T/2 - T_\Sigma))}{(j\lambda)(1 + j\lambda T/2)}$$

где $T_\Sigma = \sum_{i=l+1}^n T_i$.

Выводы:

В НЧ области АФЧХ импульсной АСУ получим из $W_{нч}(s)$ подстановкой $s = j\lambda$ и умножением на множитель $(1 - j\lambda T/2)$. В этой области $\lambda \approx \omega$. Влиянием дополнительного множителя в НЧ области можно пренебречь, т.к. $\omega_{ср} < 2/T$.

В области низких частот ЧХ импульсной АСУ совпадают с ЧХ ее непрерывной части.

Начало ЛАЧХ в ВЧ области совпадает с концом ЛАЧХ, построенной в НЧ области.

Выражение результирующей **АФЧХ** разомкнутой АИС представляет собой произведение элементарных типовых сомножителей, его легко использовать для построения **ЛАЧХ** импульсных АСУ.

$$W(j\lambda) = \frac{\prod_{j=1}^m (1 + j\lambda T_j)}{(j\lambda)^r \prod_{i=1}^l (1 + j\lambda T_i)} * (1 - j\lambda T/2) \frac{(1 + j\lambda(T/2 - T_\Sigma))}{(1 + j\lambda T/2)}$$

Результирующий фазовый сдвиг:

$$\varphi(\omega) = -r * \frac{\pi}{2} + \sum_{j=1}^m \operatorname{arctg} j\lambda T_j + \operatorname{arctg} \lambda(T/2 - T_\Sigma) -$$

$$- 2\operatorname{arctg} \lambda T/2 - \sum_{i=1}^l \operatorname{arctg} \lambda T_i$$

Пример. Построить **ЛАЧХ** АИС с экстраполятором нулевого порядка и периодом дискретности **ИЭ** $T = 4$ с, передаточная функция непрерывной части:

$$W_{\text{НЧ}}(s) = \frac{k(1 + 25s)}{s^2(1 + 0.5s)(1 + 0.3s)}$$

Решение

Выбираем частоту среза $\omega_c = 0.5 \text{ с}^{-1}$. В соответствии с заданными постоянными времени определяем сопрягающие частоты:

$\omega_{c1} = 1/25 = 0.04 \text{ с}^{-1}$ – НЧ диапазон;

$\omega_{c2} = 1/0.5 = 2 \text{ с}^{-1}$ – ВЧ диапазон;

$\omega_{c3} = 1/0.3 = 3.33 \text{ с}^{-1}$ – ВЧ диапазон.

Следовательно, получаем:

$$W(j\lambda) = \frac{k(1 + j\lambda \cdot 25)}{(j\lambda)^2} \times \frac{(1 - j\lambda \cdot 2)[1 + j\lambda \cdot 1.2]}{(1 + j\lambda \cdot 2)},$$

где $T_{\Sigma} = T_1 + T_2 = 0.8$;

$$\psi(\lambda) = -2 \times 90 + \operatorname{arctg} 25\lambda + \operatorname{arctg} 1.2\lambda - 2 \operatorname{arctg} 2\lambda,$$

Асимптотические ЛАЧХ и ЛФХ,

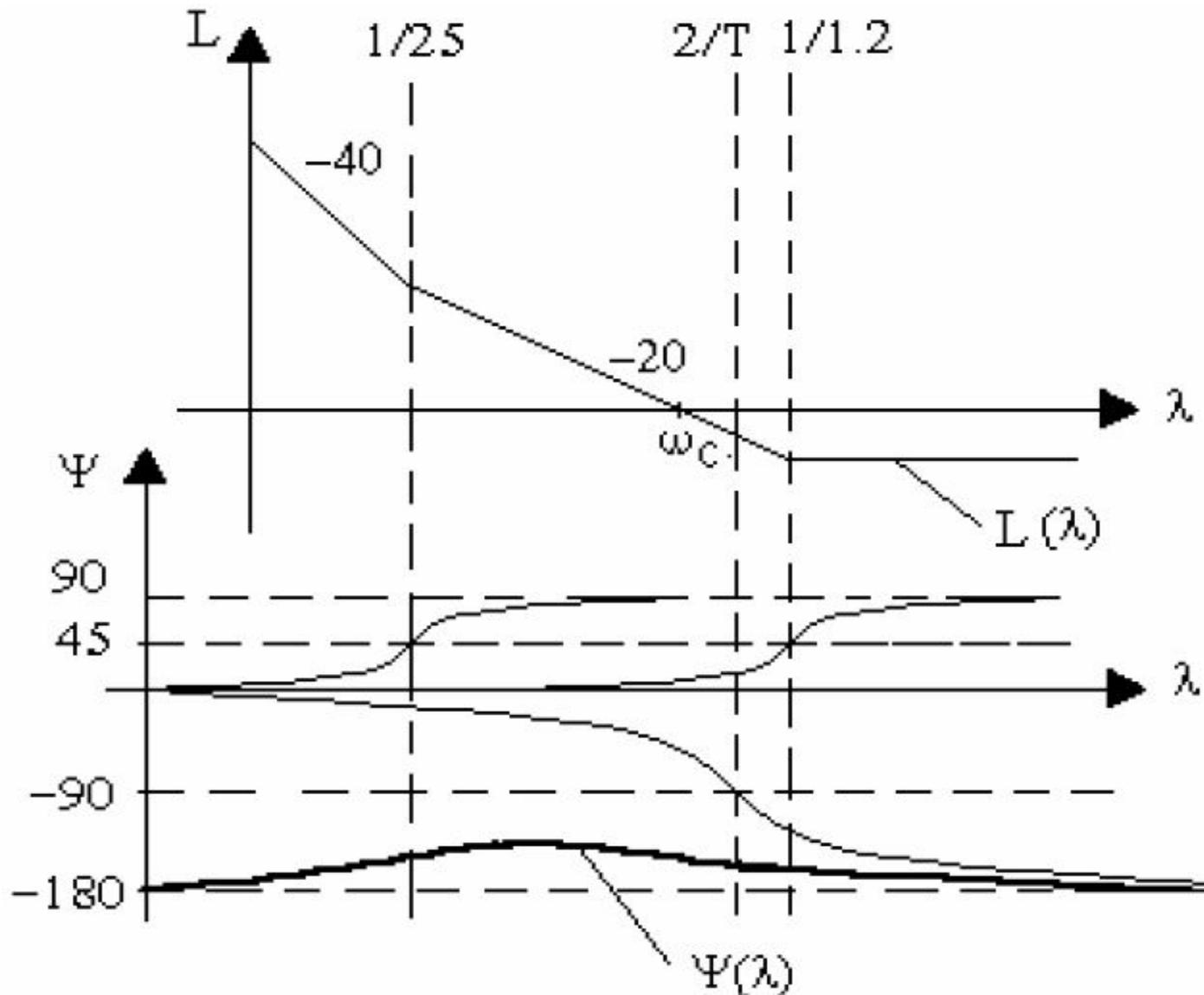
соответствующие полученным выражениям :

$$\lambda_{с1} = 1/25 = 0.04;$$

$$\lambda_{с2} = 1/2 = 0.5;$$

$$\lambda_{с3} = 1/1.2 = 0.8 .$$

**Наклон
последней
асимптоты
0 дБ/дек**



Линейная импульсная АСУ устойчива, если
Устойчивость импульсных АСУ
свободная составляющая переходного процесса y_n
 $[n]$ затухает с течением времени: $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n[n] = 0$

Она определяется решением однородного РУ
замкнутой импульсной АСУ

$$a_0 y[n] + a_1 y[n-1] + \dots + a_m y[n-m] = 0,$$

где m - порядок системы.

При некрратных корнях характеристического
уравнения:

$$y_n[n] = \sum_{i=1}^m C_i z_i^n$$

где z_i - корни характеристического уравнения

$$a_0 z^m + a_1 z^{m-1} + \dots + a_m = 0$$

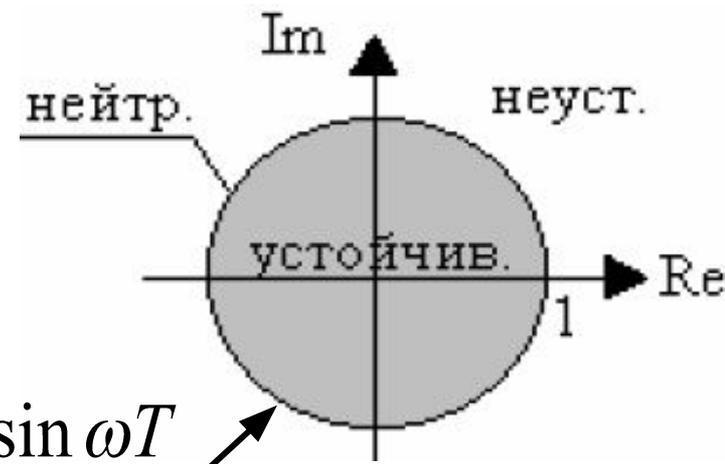
Для устойчивости импульсной АСУ необходимо и достаточно, чтобы все корни характеристического полинома удовлетворяли условию

$$i = 1, 2, \dots, m. \quad |z_i| < 1$$

Если хотя бы один корень $|z_i| > 1$, система будет неустойчивой. Значение корня $|z_i| = 1$ при всех остальных $|z_i| < 1$ определяет границу устойчивости АСУ.

Графически область устойчивости на плоскости z корней характеристического уравнения изображается единичным кругом.

Области устойчивости на плоскости z

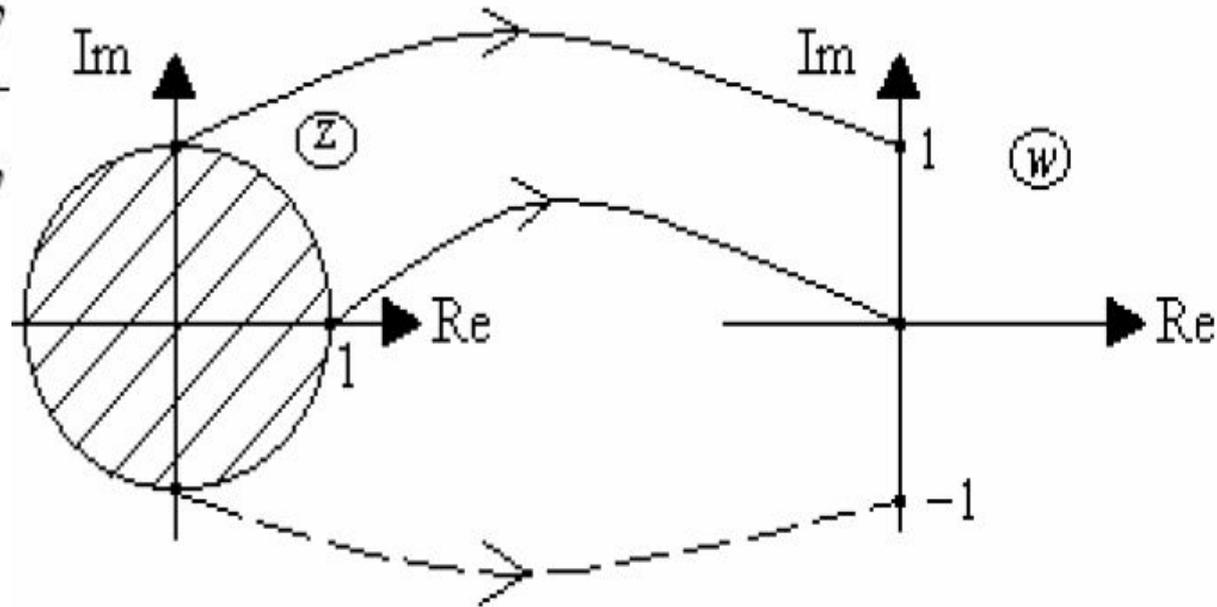


$$e^{j\omega T} = \cos \omega T + j \sin \omega T$$

Исследование устойчивости сводится к изучению расположения корней характеристического полинома замкнутой импульсной АСУ относительно единичной окружности.

Для пользования критериями Гурвица и Михайлова в обычной формулировке внутренность круга единичного радиуса плоскости **z** отображают на левую полуплоскость комплексной переменной **w** с помощью конформного преобразования:

$$w = \frac{z-1}{z+1}, \quad \Leftrightarrow z = \frac{1+w}{1-w}$$



Все корни уравнения **z_i**, лежащие внутри единичного круга, перейдут в левую полуплоскость **w**.

После подстановки

в характеристическое уравнение $z = \frac{1+w}{1-w}$ получим:

$$a_0 \left(\frac{1+w}{1-w} \right)^m + a_1 \left(\frac{1+w}{1-w} \right)^{m-1} + \dots + a_m = 0$$

Преобразованное характеристическое уравнение импульсной АСУ:

$$\tilde{a}_0 w^m + \tilde{a}_1 w^{m-1} + \dots + \tilde{a}_m = 0$$

При использовании этого уравнения для устойчивости импульсной АСУ необходимо и достаточно, чтобы все корни w_i ($i = 1, 2, \dots, m$) имели отрицательные вещественные части. Границей устойчивости служит мнимая ось.

Для анализа устойчивости импульсных АСУ могут применяться также ЛАЧХ в формулировке для непрерывных АСУ.

Критерии устойчивости

используются для исследования устойчивости импульсных АСУ без нахождения корней характеристического уравнения.

Аналог критерия Рауса-Гурвица.

$Wz(z) \rightarrow Wz(w)$

Степень характеристического уравнения	Условия устойчивости
$m=1$	$a_0+a_1>0, \quad a_0-a_1>0$
$m=2$	$a_0+a_1+a_2>0, \quad a_0-a_1+a_2>0,$ $a_0-a_2>0$
$m=3$	$a_0+a_1+a_2+a_3>0, \quad a_0-a_1+a_2-a_3>0,$ $a_0(a_0-a_2)-a_3(a_3-a_1)>0,$ $3(a_0+a_3)-a_1-a_3>0$
И т.д.	

Используется характеристический полином, полученный после W -преобразования $Wz(w)$

Аналог критерия Михайлова

Для устойчивости линейной импульсной АСУ m -го порядка необходимо и достаточно, чтобы изменение аргумента функции $D(e^{j\omega T})$ при изменении частоты ω от 0 до π/T равнялось бы значению $m\pi$, то есть

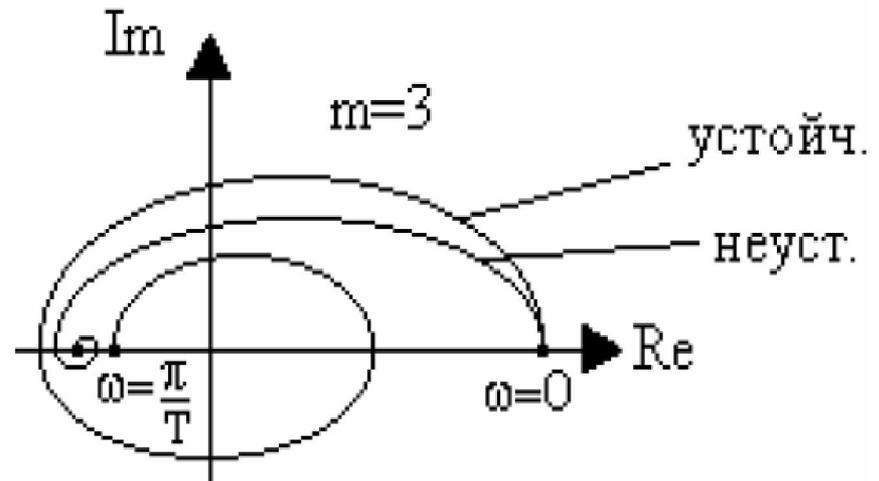
$$\Delta \arg D(e^{j\omega T}) = m\pi, \quad 0 \leq \omega \leq \pi/T.$$

Здесь $e^{j\omega T}$ получается путем замены z на $e^{j\omega T}$ в

характеристическом полиноме замкнутой АСУ

$$D(z) = a_0 z^m + a_1 z^{m-1} + \dots + a_{m-1} z + a_m, \quad z = e^{j\omega T}$$

На рис. аналогичных кривых Михайлова для устойчивой и неустойчивой импульсной АСУ при $m = 3$.



Аналог критерия Найквиста

Если разомкнутая АСУ устойчива, то для устойчивости замкнутой АСУ требуется, чтобы АФЧХ разомкнутой АСУ $W_p(\omega)$ не охватывала точку с координатами $(-1, j0)$.

Для устойчивости замкнутой АСУ при неустойчивой разомкнутой цепи требуется, чтобы АФЧХ разомкнутой цепи охватывала точку $(-1, j0)$ на угол $p\pi$, где p -число полюсов

разомкнутой цепи,

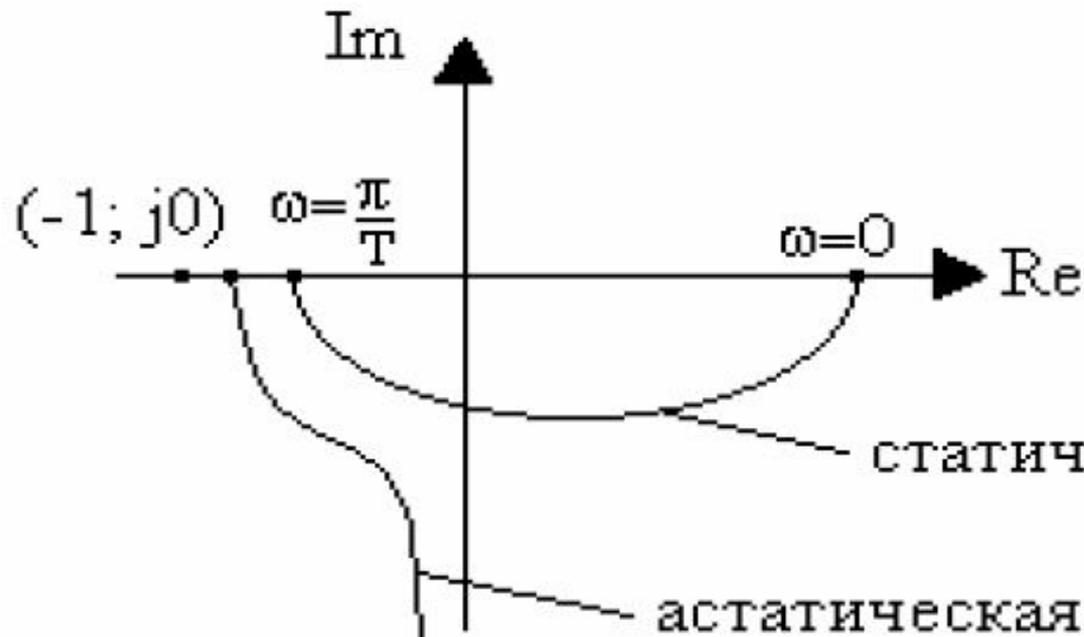
вне единичного

круга $z = e^{j\omega T}$.

На рис. АФЧХ

устойчивых

импульсных АСУ.



Точность импульсных АСУ

Установившаяся ошибка импульсной АСУ определяется по предельному значению решетчатой функции:

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{n \rightarrow \infty} \varepsilon[n] = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} E(z) = \varepsilon_g(\infty) + \varepsilon_f(\infty) =$$

$$= \lim_{z \rightarrow 1} \left\{ \frac{z-1}{z} \times \frac{G(z)}{1+W(z)} \right\} + \lim_{z \rightarrow 1} \left\{ \frac{z-1}{z} \times \frac{Z \left\{ W_2(s) F(s) \right\}}{1+W(z)} \right\}$$

$$z = e^{sT} \rightarrow \left| \frac{\text{в уст.}}{\text{режиме}} (s = 0) \right| \rightarrow \underline{\underline{z = 1}}$$

Установившиеся ошибки

$$\varepsilon(\infty) = \begin{cases} \lim_{z \rightarrow 1} \frac{g_0}{1 + W(z)} \rightarrow g(t) = g_0 \times 1(t) \\ \lim_{z \rightarrow 1} \frac{g_1 T}{(z-1) W(z)} \rightarrow g(t) = g_1 \times t \\ \lim_{z \rightarrow 1} \frac{g_2 T^2}{(z-1)^2 W(z)} \rightarrow g(t) = \frac{g_2 t^2}{2!} \end{cases}$$

установившаяся ошибка пропорциональна величине задающего воздействия и периоду дискретности.

Астатизм АСУ

Представим передаточную функцию импульсной разомкнутой АСУ

$$W(z) = \frac{W_1(z)}{(z-1)^r}$$

при $r = 0$ АСУ *статическая*,

при $r = 1$ - *астатическая первого порядка* и т.д., и

$$W(1) \rightarrow \infty.$$

$\varepsilon(\infty) = 0$ *от задающего воздействия, если степень астатизма*

превышает степень полинома k входного воздействия.

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon(\infty) = 0, \text{ если } k < r; \\ \varepsilon(\infty) = \frac{g_k T^k}{W(1)}, \text{ если } k = r \\ \varepsilon(\infty) = \infty, \text{ если } k > r. \end{array} \right.$$

непрерывном входном сигнале

$$\varepsilon[nT] = C_0 g[nT] + \frac{C_1}{1!} g'[nT] + \frac{C_2}{2!} g''[nT] + \dots + \frac{C_k}{k!} g^{(k)}[nT], \quad g[nT] = g(t) \Big|_{t=nT}$$

где $C_0, C_1, C_2, \dots, C_k$ — коэффициенты ошибок.

$$C_0 = E(1);$$

$$C_1 = T * E'(1);$$

$$C_2 = T^2 [E''(1) + E'(1)];$$

$$C_3 = T^3 [E'''(1) + 3E''(1) + E'(1)];$$

$$E^{(k)}(1) = \left. \frac{d^{(k)} E(z)}{dz^k} \right|_{z=1}$$

Сигнал ошибки при дискретном входном сигнале

$$\varepsilon[nT] = \bar{C}_0 g[nT] + \frac{\bar{C}_1}{1!} \Delta g[nT] + \frac{\bar{C}_2}{2!} \Delta^2 g[nT] + \dots + \frac{\bar{C}_k}{k!} \Delta^k g[nT],$$

где $\bar{C}_0 = C_0$; $\bar{C}_1 = C_1/T$; $\bar{C}_2 = C_2/T^2$; ...

$$\bar{C}_k = C_k/T^k.$$

Переходные процессы в импульсных АСУ

определяются с помощью :

- обратного z -преобразования,
- ряда Лорана,
- решения разностного уравнения,
- частотных методов, основанных на использовании ВЧХ или МЧХ замкнутой АСУ.

Обратное z-преобразование

Для расчета переходного процесса можно найти обратное z-преобразование изображения выходной величины $\{Y(z)\} = Z^{-1}\{X(z)\}$, используя формулу обращения, согласно которой

$$y[n] = \sum_{i=1}^k \operatorname{Res} s Y(z) z^{n-1} \Big|_{z=z_i}$$

где z_i - полюсы выражения $Y(z)$; $i = 1, 2, \dots, k$.

Вычет в простом полюсе:

$$\operatorname{Res} s Y(z) z^{n-1} = \lim_{z \rightarrow z_i} (z - z_i) Y(z) z^{n-1}$$

в полюсе кратности r:

$$\operatorname{Res} s Y(z) z^{n-1} = \frac{1}{(r-1)!} \lim_{z \rightarrow z_i} \frac{d^{r-1}}{dt^{r-1}} [(z - z_i)^r Y(z) z^{n-1}]$$

$z \rightarrow z_i$

Из определения **z**-преобразования:

$$Y(z) = \sum_{n=0}^{\infty} y[nT] * z^{-n} = Y(0) + Y(T)z^{-1} + Y(2T)z^{-2} + \dots Y[nT]z^{-n}$$

$$Y(z) = \frac{B(z)}{A(z)} \text{ — дробно-рациональная функция.}$$

$$Y[nT] = \sum_{k=1}^m \frac{B(z_k)}{A'_z(z_k)} z_k^{m-1} \text{ — для простых полюсов } z_i.$$

где z_k — корни характеристического уравнения **A(z)=0**;

m — общее количество корней;

$A'_z(z)$ — производная полинома **A(z)** по **z**.

Разложение изображения $Y(z)$ в ряд Лорана

Дискретные значения переходного процесса можно найти путем разложения $Y(z)$ в ряд Лорана по степеням z^{-1} :

$$Y(z) = Y_0 + Y_1 z^{-1} + Y_2 z^{-2} + Y_3 z^{-3} + \dots + Y_n z^{-n}.$$

Коэффициенты Y_i определяют выходную величину АСУ в дискретные моменты времени $t = nT$.

$Y(z)$ представляет собой отношение двух полиномов, поэтому коэффициенты ряда Y_0, Y_1, Y_2, \dots можно получить делением полинома числителя на полином знаменателя.

При $T \rightarrow 0$ ряд сходится медленно и объем вычислительной работы значителен.

Вычисление коэффициентов

ряда Лорана

Z- изображение **ВЫХОДНОЙ** координаты:

$$\begin{aligned} Y(z) &= \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_0 z^k + b_1 z^{k-1} + \dots + b_{k-1} z + b_k}{a_0 z^m + a_1 z^{m-1} + \dots + a_{m-1} z + a_m} = \\ &= \left| \begin{array}{l} \text{пусть } k = m \\ : z^m \end{array} \right| = \\ &= \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{k-1} z^{-m+1} + b_k z^{-m}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{m-1} z^{-m+1} + a_m z^{-m}}. \end{aligned}$$

Коэффициенты разложения в ряд Лорана:

$$Y[0] = \frac{b_0}{a_0};$$

$$Y[1] = \frac{\{b_1 - a_1 Y[0]\}}{a_0};$$

$$Y[2] = \frac{\{b_2 - a_1 Y[1] - a_2 Y[0]\}}{a_0};$$

.....

$$Y[n] = \frac{\{b_n - a_1 Y[n-1] - \dots - a_{n-1} Y[1] - a_n Y[0]\}}{a_0}.$$

$$n > m \rightarrow b_n = a_n = 0.$$

Метод разностного уравнения

Дискретная АСУ представлена **передаточной функцией**:

$$\begin{aligned} W(z) &= \frac{R(z)}{Q(z)} = \frac{b_0 z^k + b_1 z^{k-1} + \dots + b_{k-1} z + b_k}{a_0 z^m + a_1 z^{m-1} + \dots + a_{m-1} z + a_m} = \\ &= \left| \begin{array}{l} \text{пусть } k = m \\ \vdots z^m \end{array} \right| = \\ &= \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{k-1} z^{-m+1} + b_k z^{-m}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{m-1} z^{-m+1} + a_m z^{-m}} = \frac{Y(z)}{g(z)}. \end{aligned}$$

Разностное уравнение в этом случае:

$$a_0 y[n] + a_1 y[n-1] + \dots + a_{m-1} y[n-m+1] + a_m y[n-m] = \\ = b_0 g[n] + b_1 g[n-1] + \dots + b_{m-1} g[n-m+1] + b_m g[n-m] =$$

$$= \left| \text{при } g[n] = 1 \right| = \sum_{i=1}^m b_i. \quad \text{Решение уравнения:}$$

$$Y[0] = \frac{b_0}{a_0};$$

$$Y[1] = \frac{\{b_0 + b_1 - a_1 Y[0]\}}{a_0};$$

$$Y[2] = \frac{\{b_0 + b_1 + b_2 - a_1 Y[1] - a_2 Y[0]\}}{a_0}; \dots$$

$$Y[n] = \frac{\left\{ \sum_{i=0}^n b_i - a_1 Y[n-1] - a_2 Y[n-2] - \dots - a_k Y[0] \right\}}{a_0}$$

Рекуррентные зависимости **1** и **2** используются и для расчета переходных процессов в непрерывных АСУ после дискретизации их дифференциальных уравнений.

Коррекция импульсных систем

КУ обеспечивают заданные требования по точности и по качеству процесса управления, исходя из которых составляются желаемые характеристики АСУ.

Для коррекции импульсных АСУ имеется большее разнообразие технических средств, чем для непрерывных АСУ, т.к. кроме непрерывных **КУ** можно вводить импульсные и цифровые.

Находит применение:

- ***Непрерывная коррекция;***

Непрерывная коррекция

В этом случае ***изменяют характеристики непрерывной части АСУ*** введением

- последовательных или параллельных КУ,
- местной отрицательной или положительной обратной связи.

При расчете непрерывных **КУ** целесообразно перейти от желаемой характеристики импульсной АСУ к желаемой характеристике ее непрерывной части.

Задача синтеза решается так же, как она решалась для обыкновенных линейных АСУ.

Импульсная коррекция

выполняется введением в АСУ импульсного фильтра.

Он преобразует входной сигнал $\mathbf{x(t)}$ в последовательность импульсов

$$u[n] = \sum_{i=0}^k k_k [n-i] x[i],$$

сформированных путем амплитудно-импульсной модуляции $\mathbf{x(t)}$ с необходимыми для коррекции АСУ преобразованиями.

Здесь $k_k [n]$ импульсная функция непрерывной части импульсного фильтра.

Передаточная функция импульсного фильтра определяется как

$$W_k(z) = Z\{ k_k [n] \}.$$

По передаточной функции из таблиц выбирают импульсные корректирующие цепи.

Наиболее просто импульсные **КУ** реализуются в виде **импульсных RC-цепей**.

Различают три структуры импульсных RC-цепей:

- последовательную,
- с обратной связью и
- с каскадным соединением импульсных цепей первых двух структур.

Цифровые корректирующие фильтры

реализуются с помощью цифрового вычислителя. Входной сигнал фильтра $x(t)$ преобразуется в **АЦП**, далее - решение разностного уравнения на цифровом вычислителе и выводится $x[n]$ в непрерывную часть импульсной АСУ через **ЦАП**.

Широкое распространение получили цифровые системы, в которых функцию вычислительного устройства выполняют микропроцессоры и компьютеры.

Синтез цифровых систем

СВОДИТСЯ К *включению цифрового корректирующего фильтра последовательно с непрерывной частью*, включающей в себя объект управления, регулирующий орган, исполнительный механизм, усилитель мощности и датчик. В качестве желаемых характеристик используют аналоговые эквиваленты: импульсные функции, переходные функции и частотные характеристики, что обосновано при достаточно высокой тактовой частоте работы цифрового вычислителя и большой разрядности преобразователем