

**ЛЕКЦИЯ 11. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ  
ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ПРИЕМА ДИСКРЕТНЫХ  
СООБЩЕНИЙ**

Выражение

$$\int_0^{T_c} z(t)u_1(t)dt - 0,5E_1 > \int_0^{T_c} z(t)u_0(t)dt - 0,5E_0$$

можно представить в виде

$$\int_0^{T_c} z(t)[u_1(t) - u_0(t)]dt > \frac{1}{2}(E_1 - E_0) . \quad (11.1)$$

При выполнении неравенства (11.1) приёмник регистрирует символ 1, соответствующий сигналу  $u_1(t)$ .

В противном случае

$$\int_0^{T_c} z(t)[u_1(t) - u_0(t)]dt < \frac{1}{2}(E_1 - E_0) \quad (11.2)$$

регистрируется символ 0, соответствующий сигналу  $u_0(t)$ .

Если передаётся символ 1, то  $z(t) = u_1(t) + n(t)$ .

$$\int_0^{T_c} [u_1(t) + n(t)][u_1(t) - u_0(t)] dt > \frac{1}{2} \int_0^{T_c} [u_1^2(t) - u_0^2(t)] dt,$$

$$\int_0^{T_c} u_1(t)[u_1(t) - u_0(t)] dt + \int_0^{T_c} n(t)[u_1(t) - u_0(t)] dt > \frac{1}{2} \int_0^{T_c} [u_1^2(t) - u_0^2(t)] dt$$

Вероятность ошибки определяется вероятностью того, что неравенство (11,1) не выполнено

$$\int_0^{T_c} u_1(t)[u_1(t) - u_0(t)] dt + \int_0^{T_c} n(t)[u_1(t) - u_0(t)] dt < \frac{1}{2} \int_0^{T_c} [u_1^2(t) - u_0^2(t)] dt$$

$$\int_0^{T_c} (u_1(t)u_1(t) - u_1(t)u_0(t)) dt + \int_0^{T_c} n(t)[u_1(t) - u_0(t)] dt < \frac{1}{2} \int_0^{T_c} [u_1^2(t) - u_0^2(t)] dt,$$

$$\int_0^{T_c} n(t)[u_1(t) - u_0(t)] dt < \frac{1}{2} \int_0^{T_c} [u_1^2(t) - u_0^2(t) - 2u_1^2(t) + 2u_1(t)u_0(t)] dt,$$

$$\int_0^{T_c} n(t)[u_1(t) - u_0(t)] dt < -\frac{1}{2} \int_0^{T_c} [u_1^2(t) + u_0^2(t) - 2u_1(t)u_0(t)] dt .$$

$$\int_0^{T_c} n(t)[u_1(t) - u_0(t)] dt < -\frac{1}{2} \int_0^{T_c} [u_1(t) - u_0(t)]^2 dt .$$

Разностный сигнал  $u_{\Delta}(t) = u_1(t) - u_0(t)$ ;

Эквивалентная энергия  $E_{\Delta} = \int_0^{T_c} u_{\Delta}^2(t) dt$

Тогда ошибочный прием произойдет, если

$$\int_0^{T_c} n(t)u_{\Delta}(t) dt < -0,5E_{\Delta} . \quad (11.3)$$

Если передаётся символ 0, то  $z(t) = u_0(t) + n(t)$ .

$$\int_0^{T_c} [u_0(t) + n(t)][u_1(t) - u_0(t)] dt < \frac{1}{2} \int_0^{T_c} [u_1^2(t) - u_0^2(t)] dt,$$

$$\int_0^{T_c} u_0(t)[u_1(t) - u_0(t)] dt + \int_0^{T_c} n(t)[u_1(t) - u_0(t)] dt < \frac{1}{2} \int_0^{T_c} [u_1^2(t) - u_0^2(t)] dt.$$

При этом вероятность ошибки определяется вероятностью того, что неравенство (11.2) не выполнено

$$\int_0^{T_c} u_0(t)[u_1(t) - u_0(t)] dt + \int_0^{T_c} n(t)[u_1(t) - u_0(t)] dt > \frac{1}{2} \int_0^{T_c} [u_1^2(t) - u_0^2(t)] dt .$$

$$\int_0^{T_c} (u_0(t)u_1(t) - u_0(t)u_0(t)) dt + \int_0^{T_c} n(t)[u_1(t) - u_0(t)] dt > \frac{1}{2} \int_0^{T_c} [u_1^2(t) - u_0^2(t)] dt$$

$$\int_0^{T_c} n(t)[u_1(t) - u_0(t)] dt > \frac{1}{2} \int_0^{T_c} [u_1^2(t) - u_0^2(t) - 2u_0(t)u_1(t) + 2u_0^2(t)] dt,$$

$$\int_0^{T_c} n(t)[u_1(t) - u_0(t)] dt > \frac{1}{2} \int_0^{T_c} [u_1^2(t) + u_0^2(t) - 2u_1(t)u_0(t)] dt ,$$

$$\int_0^{T_c} n(t)[u_1(t) - u_0(t)] dt > \frac{1}{2} \int_0^{T_c} [u_1(t) - u_0(t)]^2 dt .$$

Ошибочный прием в этом случае произойдет, если

$$\int_0^{T_c} n(t)u_{\Delta}(t) dt > 0,5E_3 . \quad (11.4)$$

Запишем (11.3) в виде

$$\xi < -0,5 E_{\text{Э}} , \quad (11.5)$$

где  $\xi = \int_0^{T_c} n(t) u_{\Delta}(t) dt$  - случайная величина.

Её математическое ожидание  $\bar{\xi} = \int_0^{T_c} \overline{n(t)} u_{\Delta}(t) dt = 0$ ,

а дисперсия

$$\begin{aligned} D(\xi) &= \overline{\xi^2} = \int_0^{T_c} \int_0^{T_c} \overline{n(t_1) n(t_2)} u_{\Delta}(t_1) u_{\Delta}(t_2) dt_1 dt_2 = \\ &= \frac{N_0}{2} \int_0^T u_{\Delta}^2(t) dt = 0,5 N_0 E_{\text{Э}} . \end{aligned}$$

Вероятность ошибки при передаче 1,

$$q = \int_{-0,5E_s}^{-\infty} p(\xi) d\xi = \frac{1}{\sqrt{2\pi D(\xi)}} \int_{-0,5E_s}^{-\infty} \exp\left[\frac{-\xi^2}{2D(\xi)}\right] d\xi.$$

Табулированная функция ошибок

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{y^2}{2}} dy, \text{ где } y = \frac{\xi}{\sqrt{D(\xi)}}.$$

Тогда через  $F$ -функцию вероятность ошибки можно записать в виде

$$q = F\left(-\frac{0,5E_3}{\sqrt{0,5E_3N_0}}\right).$$

Учитывая, что  $F(-x) = 1 - F(x)$

$$q = 1 - F\left(\frac{0,5E_3}{\sqrt{0,5E_3N_0}}\right) = 1 - F\left(\sqrt{\frac{E_3}{2N_0}}\right).$$

Вероятность ошибки при передаче 0,

$$q = \int_{0,5E_3}^{\infty} p(\xi) d\xi = \frac{1}{\sqrt{2\pi D(\xi)}} \int_{0,5E_3}^{\infty} \exp\left[\frac{-\xi^2}{2D(\xi)}\right] d\xi.$$

Табулированная функция ошибок

$$1 - F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} dy,$$

$$q = 1 - F\left(\frac{0,5E_3}{\sqrt{0,5E_3 N_0}}\right) = 1 - F\left(\sqrt{\frac{E_3}{2N_0}}\right).$$

Вероятность ошибки так же можно выразить через эквивалентную мощность

$$q = 1 - F\left(\sqrt{\frac{P_3 T_c}{2N_0}}\right).$$

Частные случаи:

1. Сигналы  $u_1(t)$  и  $u_0(t)$  противоположны:  $u_1(t) = -u_0(t)$

В этом случае эквивалентная мощность  $P_3$ :

$$P_3 = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} (u_1(t) - u_0(t))^2 dt = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} (2u_1(t))^2 dt = 4P_1 = 4P.$$

А вероятность ошибки:

$$q = 1 - F\left(\sqrt{\frac{2PT_c}{N_0}}\right).$$

2. Сигналы  $u_1(t)$  и  $u_0(t)$  ортогональны

$$\frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} u_1(t)u_0(t)dt = 0.$$

$$P_s = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} (u_1(t) - u_0(t))^2 dt =$$

$$= \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} u_1^2 dt - \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} u_1(t)u_0(t)dt + \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} u_0^2(t)dt = P_1 + P_0 = 2P_s,$$

вероятность ошибки  $q = 1 - F\left(\sqrt{\frac{PT_c}{N_0}}\right).$

3. Сигналы с пассивной паузой

$$u_0(t)=0, \quad P_3 = P_1,$$

вероятность ошибки:

$$q = 1 - F\left(\sqrt{\frac{PT_c}{2N_0}}\right).$$