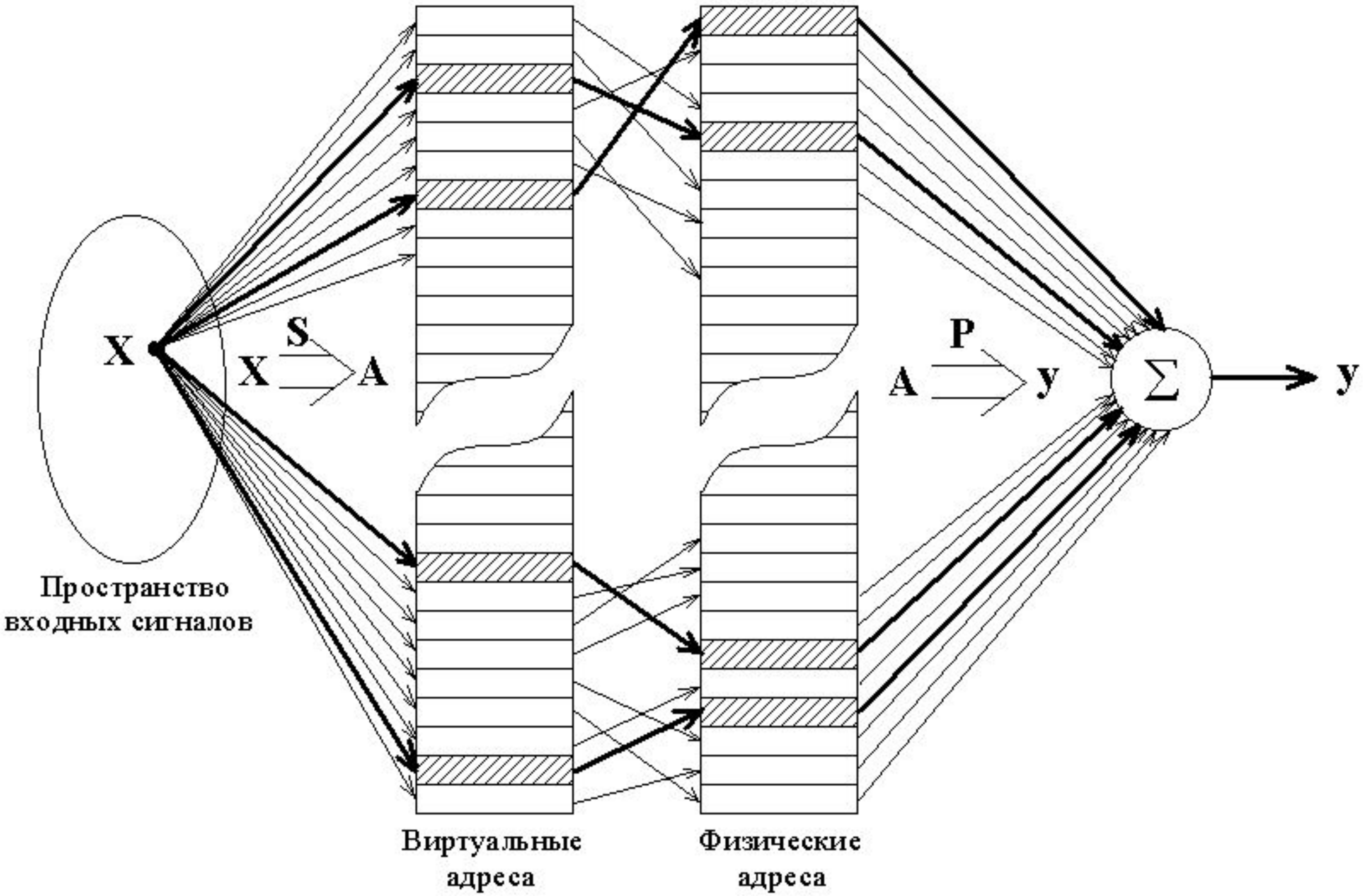
Тема: «Искусственная нейронная сеть CMAC»


X
X S A
Пространство
входных сигналов
A P y
Σ
y
Виртуальные
адреса
Физические
адреса

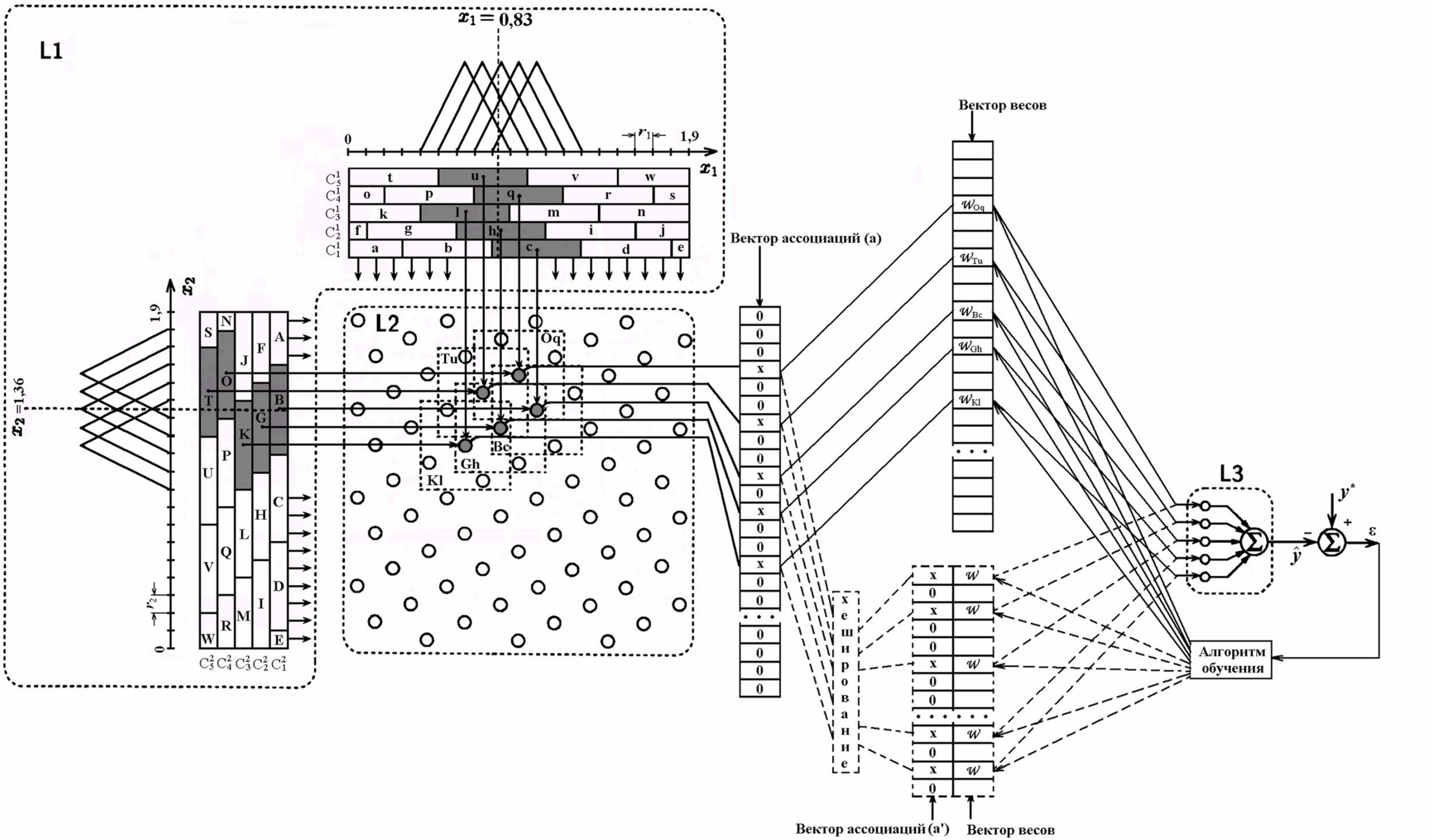


Рисунок 1 – Модель сети CMAC

Второй слой L2 образуют ассоциативные нейроны, соединенные с определенными нейронами слоя L1 и обозначаемые комбинациями переменных, составленными из обозначений соответствующих нейронов входного слоя. Максимальное количество ассоциативных нейронов можно определить по формуле

$$n_{\max} = \left]\rho\left(\frac{R-1}{\rho}+1\right)^N\right[, \qquad (5.1)$$

где R – используемое число уровней квантования входных сигналов; N – размерность входного вектора; $]\bullet[$ - означает округление в сторону ближайшего большего целого числа.

Таким образом, в общем случае сеть CMAC осуществляет преобразования

$$\text{S: } X \Rightarrow A, \qquad (5.2)$$

$$\text{H: } A \Rightarrow A', \qquad (5.3)$$

$$\text{P: } A' \Rightarrow \mathbf{y}, \qquad (5.4)$$

где X – N-мерное пространство непрерывных входных сигналов; A – n-мерное пространство ассоциаций; A' – преобразованное алгоритмом хеширования пространство ассоциаций; **y** –вектор выходных сигналов.

Преобразование (5.2) соответствует кодированию информации (слои L1 и L2)

$$\boldsymbol{a} = S(\boldsymbol{x}), \tag{5.5}$$

(5.3) – хешированию

$$\mathbf{a}' = H(\mathbf{a}),$$

а (5.4) – вычислению выходного сигнала (слой L3)

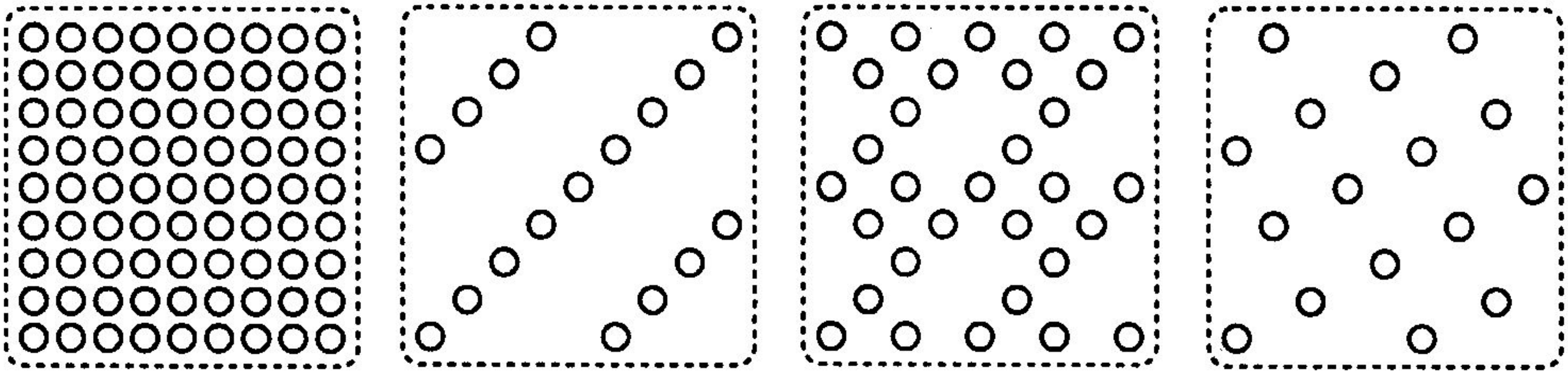
$$\hat{y} = P(\boldsymbol{a}') = (\boldsymbol{a}')^T \boldsymbol{w} = (H(\boldsymbol{a}))^T \boldsymbol{w}. \tag{5.6}$$

Выражение (5.6) описывает преобразование, осуществляемое в традиционной СМАС с использованием хеширования информации при выборе прямоугольных базисных функций. Если же в сети используются нейроны с активационными функциями, отличными от прямоугольной, преобразование (5.6) принимает вид

$$\hat{y} = H(\boldsymbol{a}^T \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x}))\boldsymbol{w}, \tag{5.7}$$

где $\Phi(x) = \begin{bmatrix} \Phi_1(x) & 0 & ... & 0 \\ 0 & \Phi_2(x) & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & \Phi_n(x) \end{bmatrix}$,

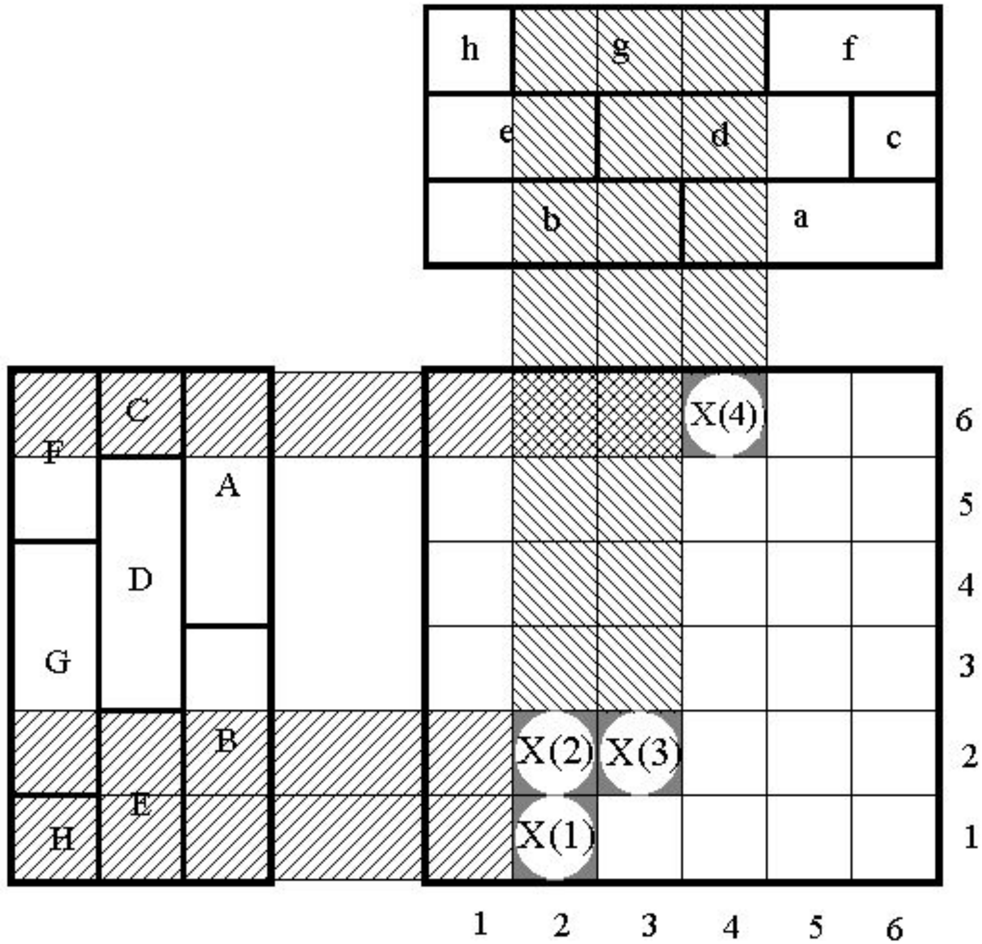
где $\Phi_i(x) = \prod_{j=1}^{N} \phi_{ij}(x_j)$; $\phi_{ij}(x_j)$ – значение выбранной базисной функции в точке x_j. Для традиционной СМАС $\boldsymbol{\Phi}(x) = \boldsymbol{I}$ ($\boldsymbol{I}$ – единичная матрица).



а) б) в) г)

Рисунок 2. Схемы кодирования информации в сети СМАС

Пример 5.1. Рассмотрим процесс кодирования двумерных векторов ($N=2$) $x(1)=(2\ 1)^T$; $x(2)=(2\ 2)^T$; $x(3)=(3\ 2)^T$; $x(4)=(4\ 6)^T$, если $\rho=3$ (рис. 5.4).



Соответствующие матрицы и векторы ассоциаций имеют вид

$\underline{x(1)=(2\ 1)^T}$

$$A_1^1 = \begin{array}{cc} A & B \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} a \\ b \end{array} \end{array}; \qquad A_2^1 = \begin{array}{cc} C\quad D\quad E & \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} c \\ d \\ e \end{array} \end{array}; \qquad A_3^1 = \begin{array}{cc} F\quad G\quad H & \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} f \\ g \\ h \end{array} \end{array};$$

$$a(1)=(0\,0 \vdots 0\,1 \vdots 0\,0\,0 \vdots 0\,0\,0 \vdots 0\,0\,1 \vdots 0\,0\,0 \vdots 0\,0\,0 \vdots 0\,1\,0)^T;$$

$\underline{x(2)=(2\ 2)^T}$

$$A_1^2 = \begin{array}{cc} A & B \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} a \\ b \end{array} \end{array}; \qquad A_2^2 = \begin{array}{cc} C\quad D\quad E & \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} c \\ d \\ e \end{array} \end{array}; \qquad A_3^2 = \begin{array}{cc} F\quad G\quad H & \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} f \\ g \\ h \end{array} \end{array};$$

$$a(2)=(0\,0 \vdots 0\,1 \vdots 0\,0\,0 \vdots 0\,0\,0 \vdots 0\,0\,1 \vdots 0\,0\,0 \vdots 0\,1\,0 \vdots 0\,0\,0)^T;$$

$\underline{x(3)=(3\ 2)^T}$

$$A_1^3 = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} A & B \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} a \\ b \end{array}; \qquad A_2^3 = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} C & D & E \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} c \\ d \\ e \end{array}; \qquad A_3^3 = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} F & G & H \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} f \\ g \\ h \end{array};$$

$$a(3)=(00\vdots 01\vdots 000\vdots 000\vdots 010\vdots 000\vdots 010\vdots 000)^T;$$

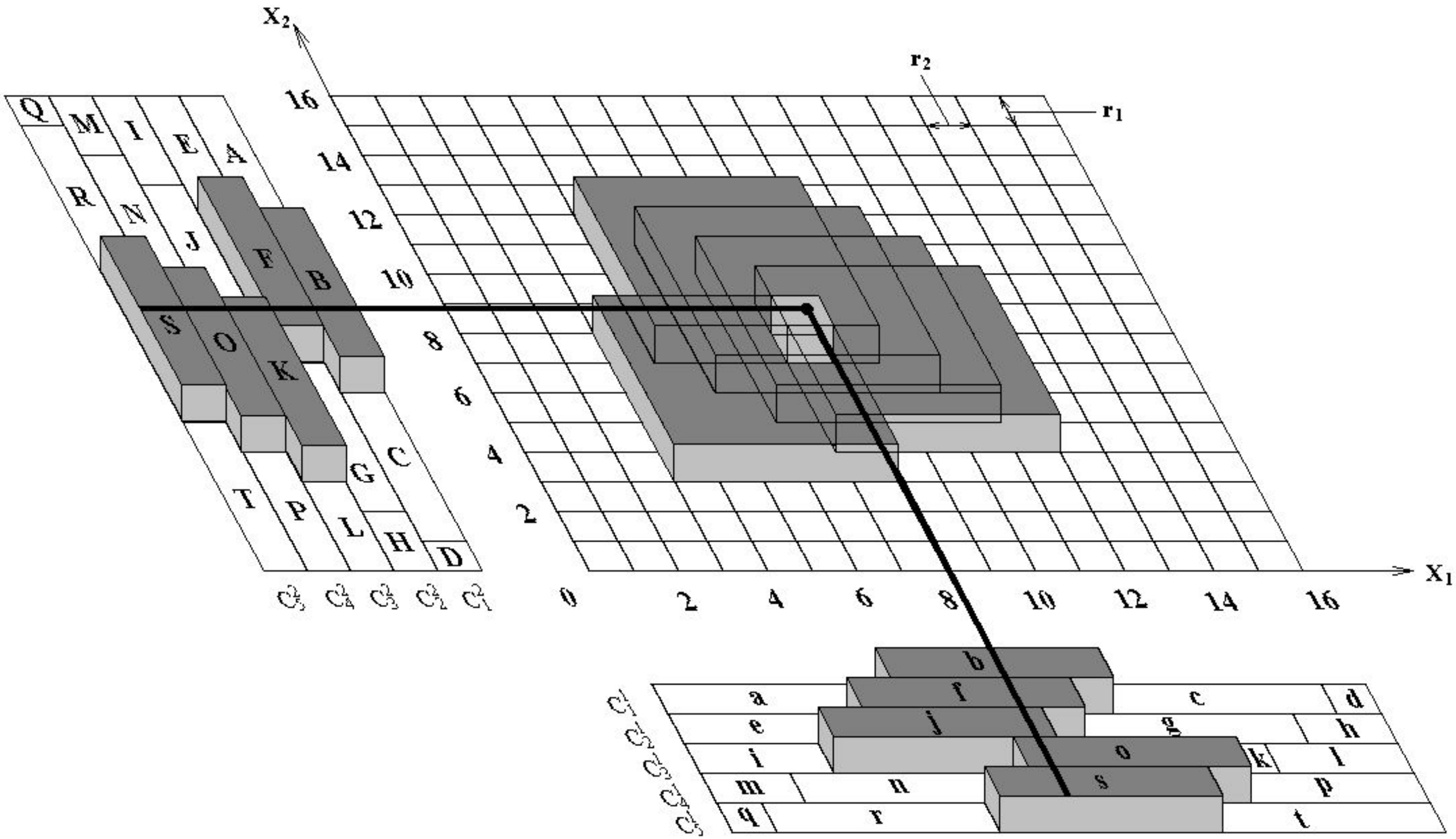
$\underline{x(4)=(4\ 6)^T}$

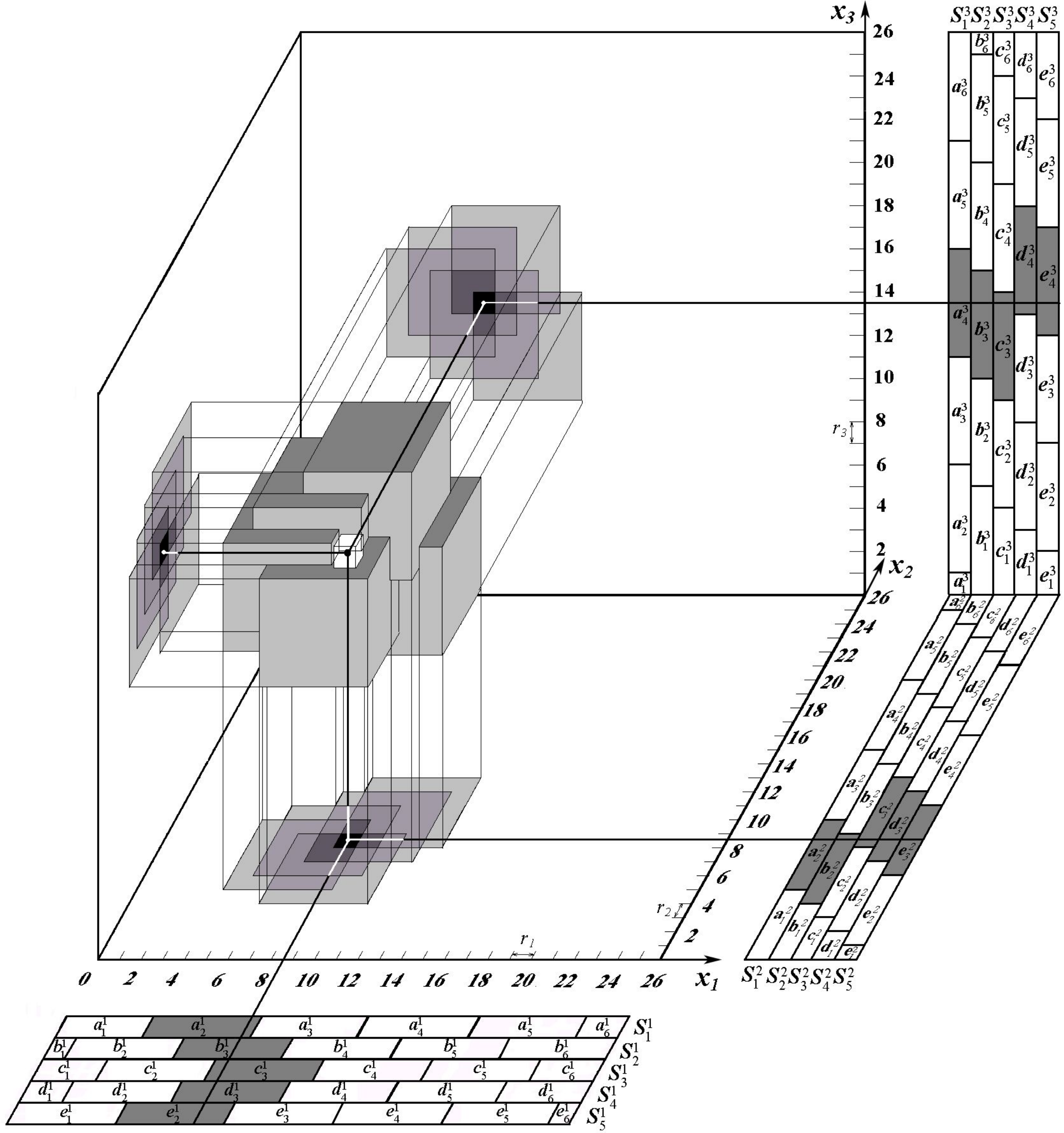
$$A_1^4 = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} A & B \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} a \\ b \end{array}; \qquad A_2^4 = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} C & D & E \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} c \\ d \\ e \end{array}; \qquad A_3^4 = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} F & G & H \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} f \\ g \\ h \end{array};$$

$$a(4)=(10\vdots 00\vdots 010\vdots 000\vdots 000\vdots 010\vdots 000\vdots 000)^T.$$

Полученные векторы ассоциаций содержат по три единицы ($\rho=3$) и имеют размерность 22x1.

У расположенных близко векторов $\boldsymbol{x}(1)$, $\boldsymbol{x}(2)$ матрицы ассоциаций $A_1^1 = A_1^2$, $A_2^1 = A_2^2$, т.е. соответствующие компоненты векторов ассоциаций $\boldsymbol{a}(1)$ и $\boldsymbol{a}(2)$, совпадают и хранятся в одних ячейках. Меньше совпадений у $\boldsymbol{x}(1)$ и $\boldsymbol{x}(3)$, и наконец, далеко расположенный вектор $\boldsymbol{x}(4)$ не имеет с $\boldsymbol{x}(1)$, $\boldsymbol{x}(2)$, $\boldsymbol{x}(3)$ общих компонент, поэтому его компоненты хранятся в отдельных ячейках.


X2
X1
r2
r1
0
2
4
6
8
10
12
14
16
Q
M
I
E
A
R
N
J
F
B
S
O
K
G
C
T
P
L
H
D
a
b
c
d
e
f
g
h
i
j
o
k
l
m
n
s
p
q
r
t



$$B_{n,j}(x) = \left[\frac{x-\lambda_{j-n}}{\lambda_{j-1}-\lambda_{j-n}}\right] B_{n-1,j-1}(x) + \left[\frac{\lambda_j - x}{\lambda_j - \lambda_{j-n+1}}\right] B_{n-1,j}(x) \qquad (1)$$

Здесь $B_{1,j}(x) = \begin{cases} 1, \text{если } x \in [\lambda_{j-1}, \lambda_j); \\ 0, \text{в противном случае}, \end{cases}$ λ_j – j-ый узел сплайна.

$$\Phi_i(x_j) = \exp\left\{-\frac{(x_j - \mu_i)^2}{\sigma^2}\right\} \qquad (2)$$

$$\Phi_i(x) = \begin{cases} \exp\left\{-\dfrac{(\lambda_2-\lambda_1)^2/4}{(x-\lambda_1)(\lambda_2-x)}\right\} & \text{при } x \in (\lambda_1, \lambda_2); \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases} \qquad (3)$$

$$\Phi_i(x_j) = \begin{cases} \cos\left(\dfrac{\pi}{\rho r_j}\left(x_j - \lambda_i\right)\right) & \text{при } x_j \in (\lambda_i - \dfrac{\rho r_j}{2}, \lambda_i + \dfrac{\rho r_j}{2}]; \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases} \qquad (4)$$

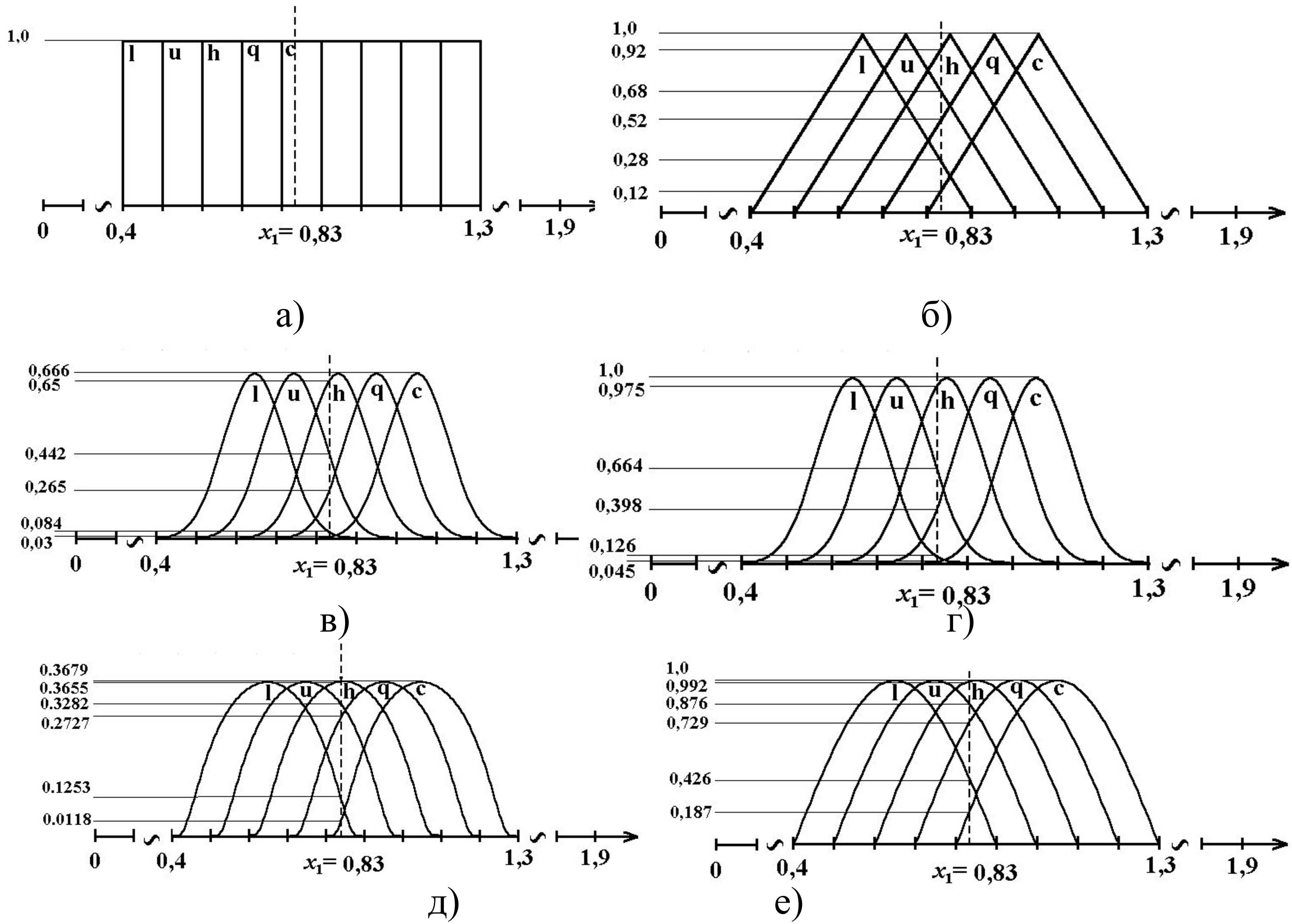
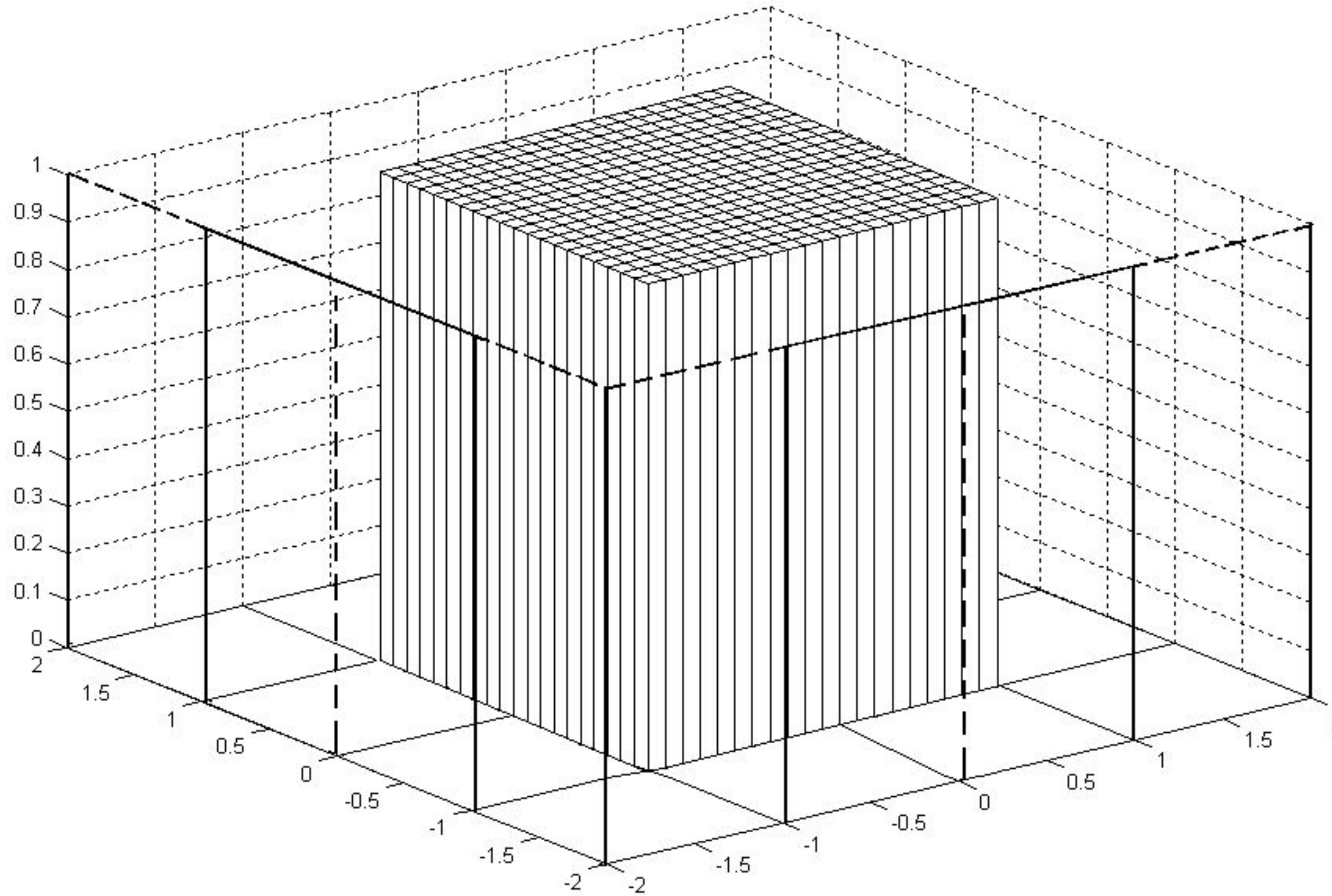
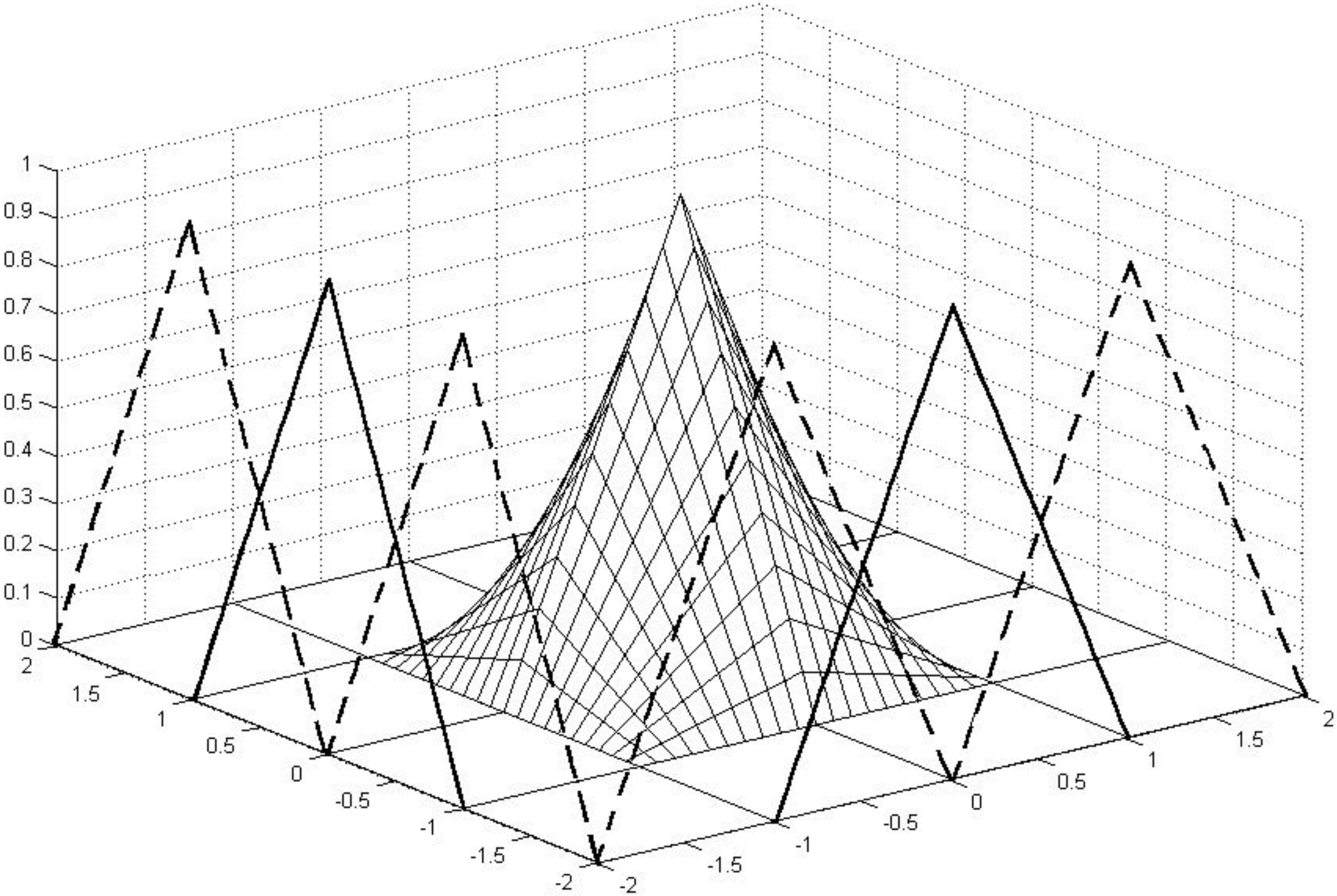

1,0
l
u
h
q
c
0
0,4
x_1= 0,83
1,3
1,9
а)
1,0
0,92
0,68
0,52
0,28
0,12
l
u
h
q
c
0
0,4
x_1= 0,83
1,3
1,9
б)
0,666
0,65
0,442
0,265
0,084
0,03
l
u
h
q
c
0
0,4
x_1= 0,83
1,3
в)
1,0
0,975
0,664
0,398
0,126
0,045
l
u
h
q
c
0
0,4
x_1= 0,83
1,3
1,9
г)
0.3679
0.3655
0.3282
0.2727
0.1253
0.0118
l
u
h
q
c
0
0,4
x_1= 0,83
1,3
1,9
д)
1,0
0,992
0,876
0,729
0,426
0,187
l
u
h
q
c
0
0,4
x_1= 0,83
1,3
1,9
е)

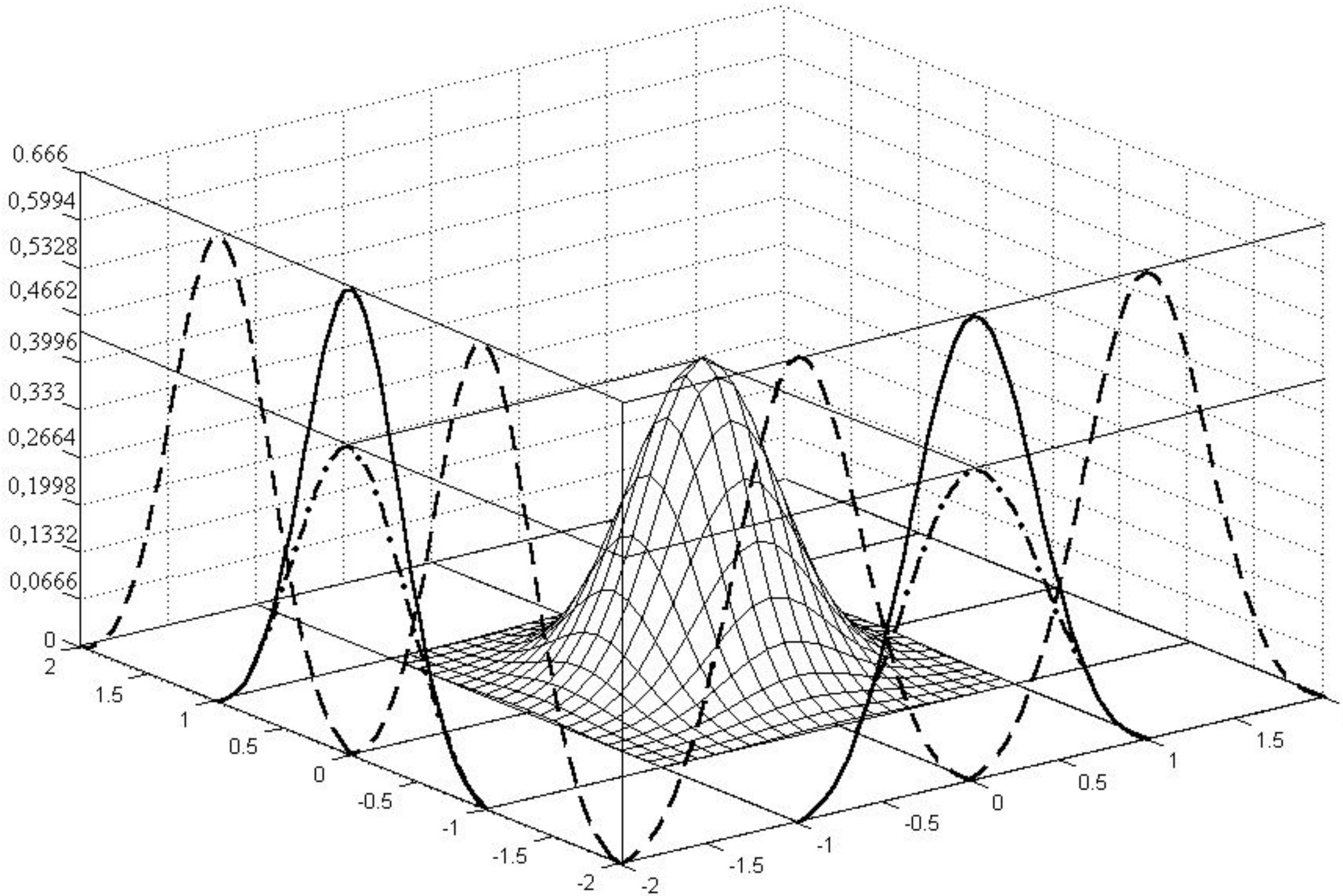
Рисунок 3.



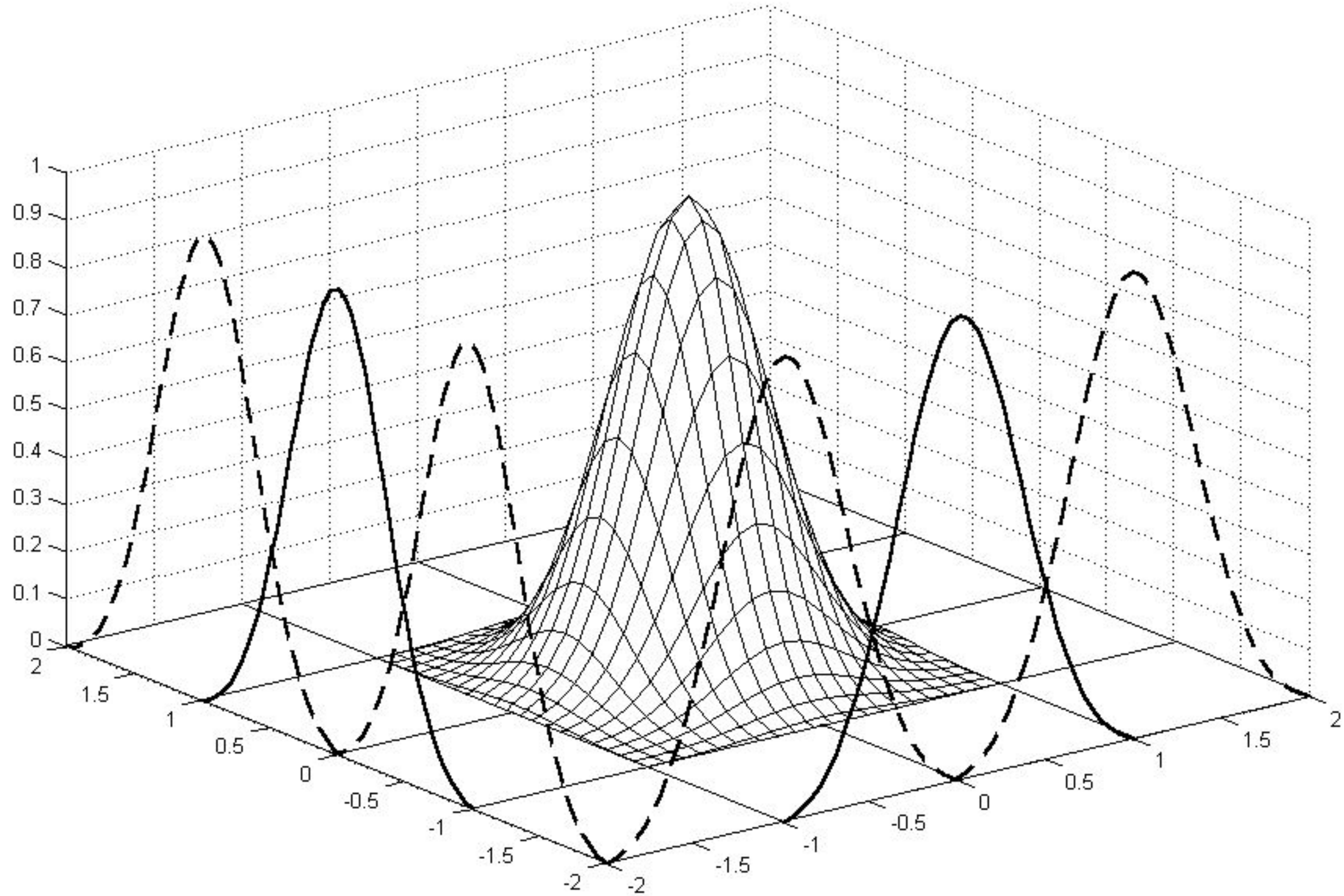
a)



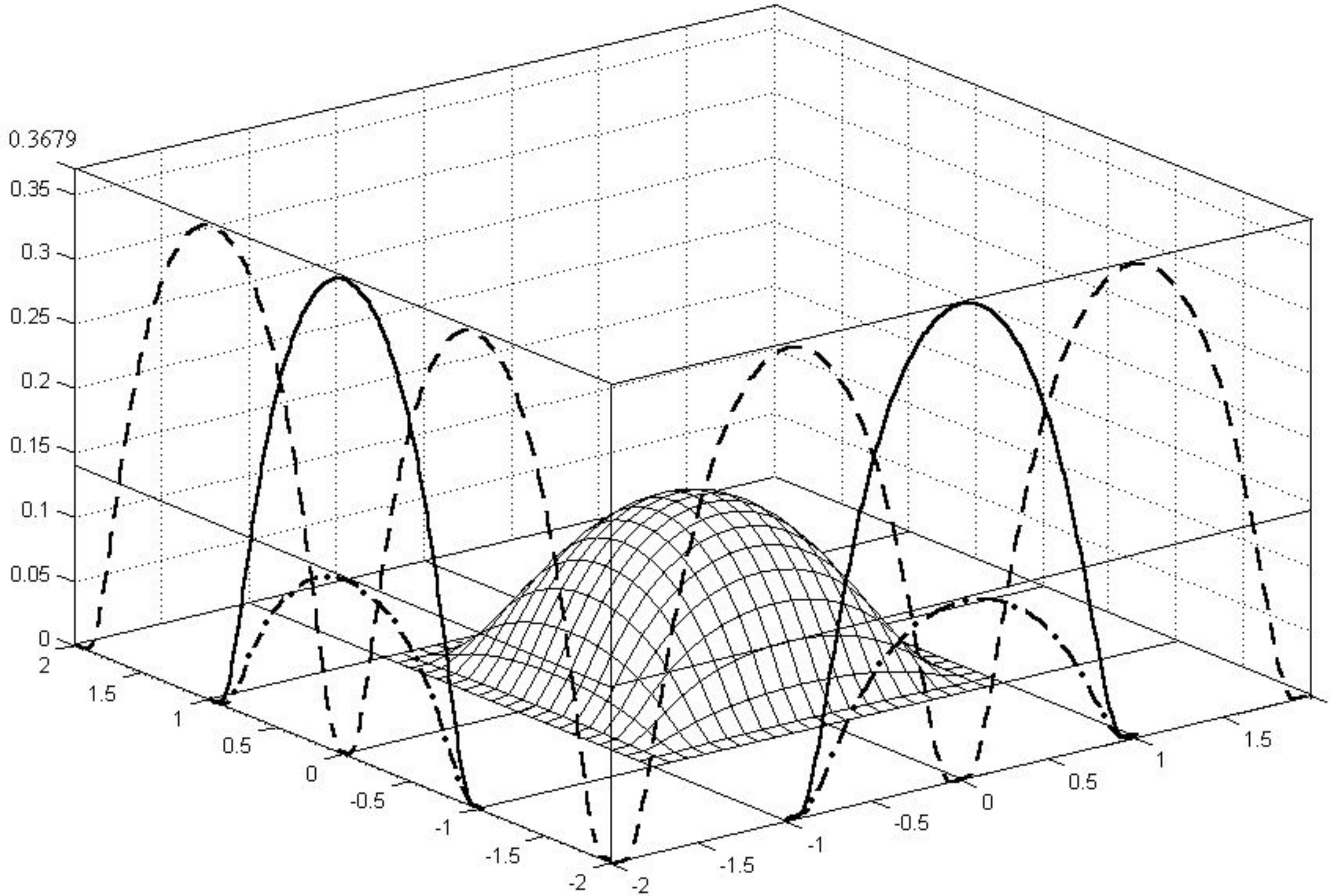
б)


0.666
0,5994
0,5328
0,4662
0,3996
0,333
0,2664
0,1998
0,1332
0,0666
0
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2

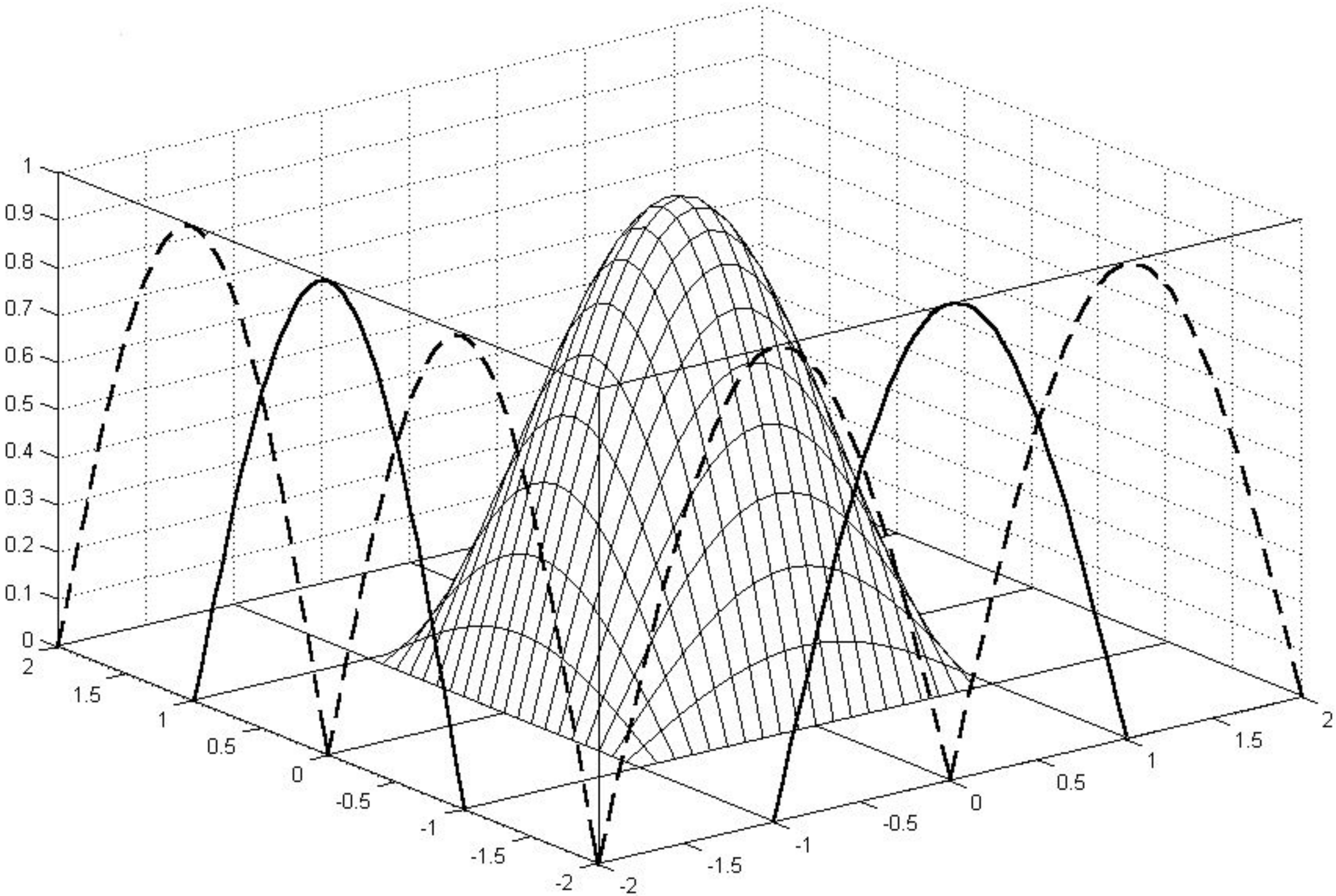
в)



г)


0.3679
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2

д)



e)

Алгоритмы хеширования информации в CMAC.

$$H(k)=1+k \bmod m, \qquad (5)$$

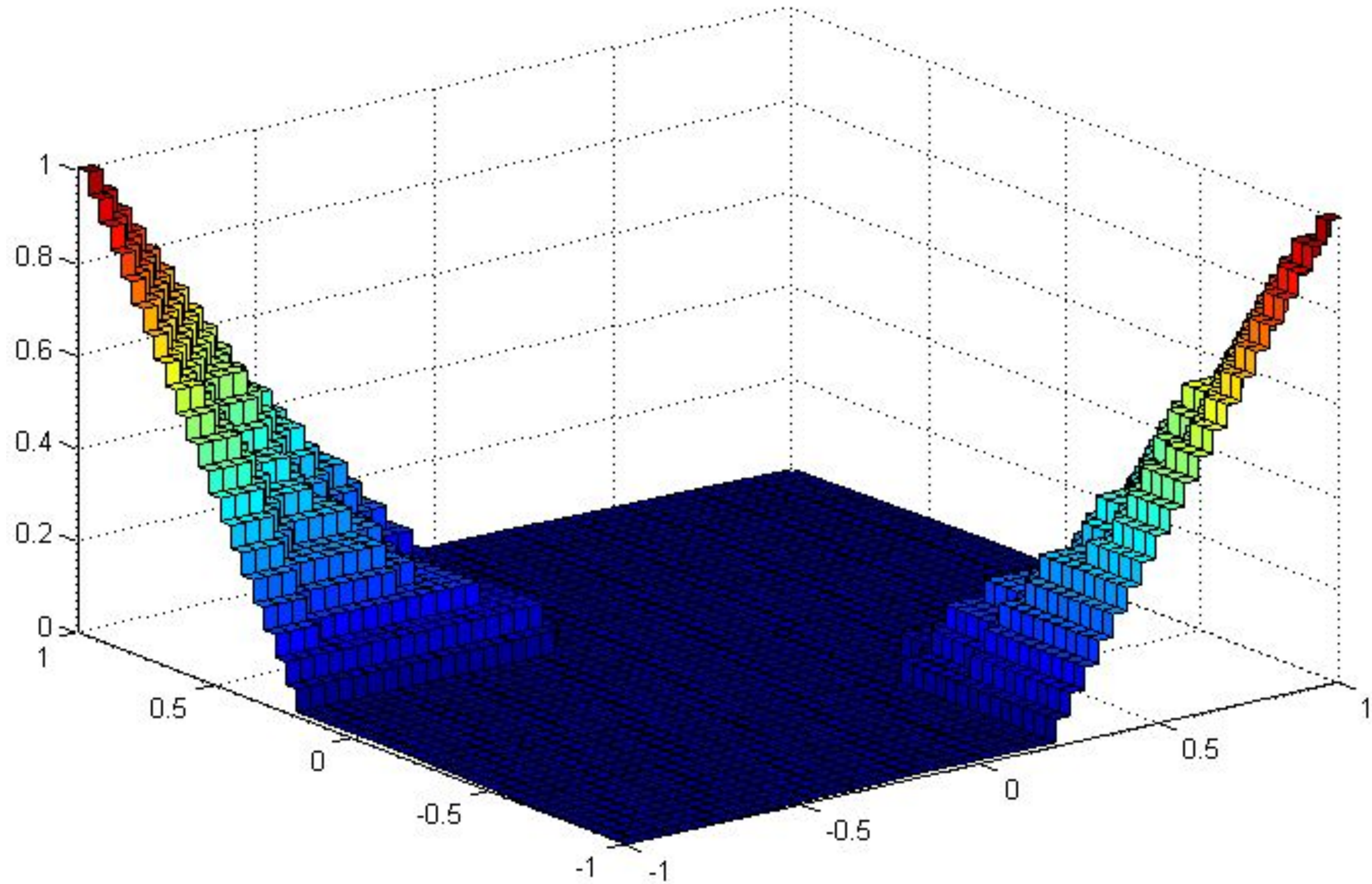
где $k \bmod m$ означает деление по модулю m.

$$H(k)=1+\left\lfloor m\left[\left(\frac{F}{w}k\right)\bmod 1\right]\right\rfloor, \qquad (6)$$

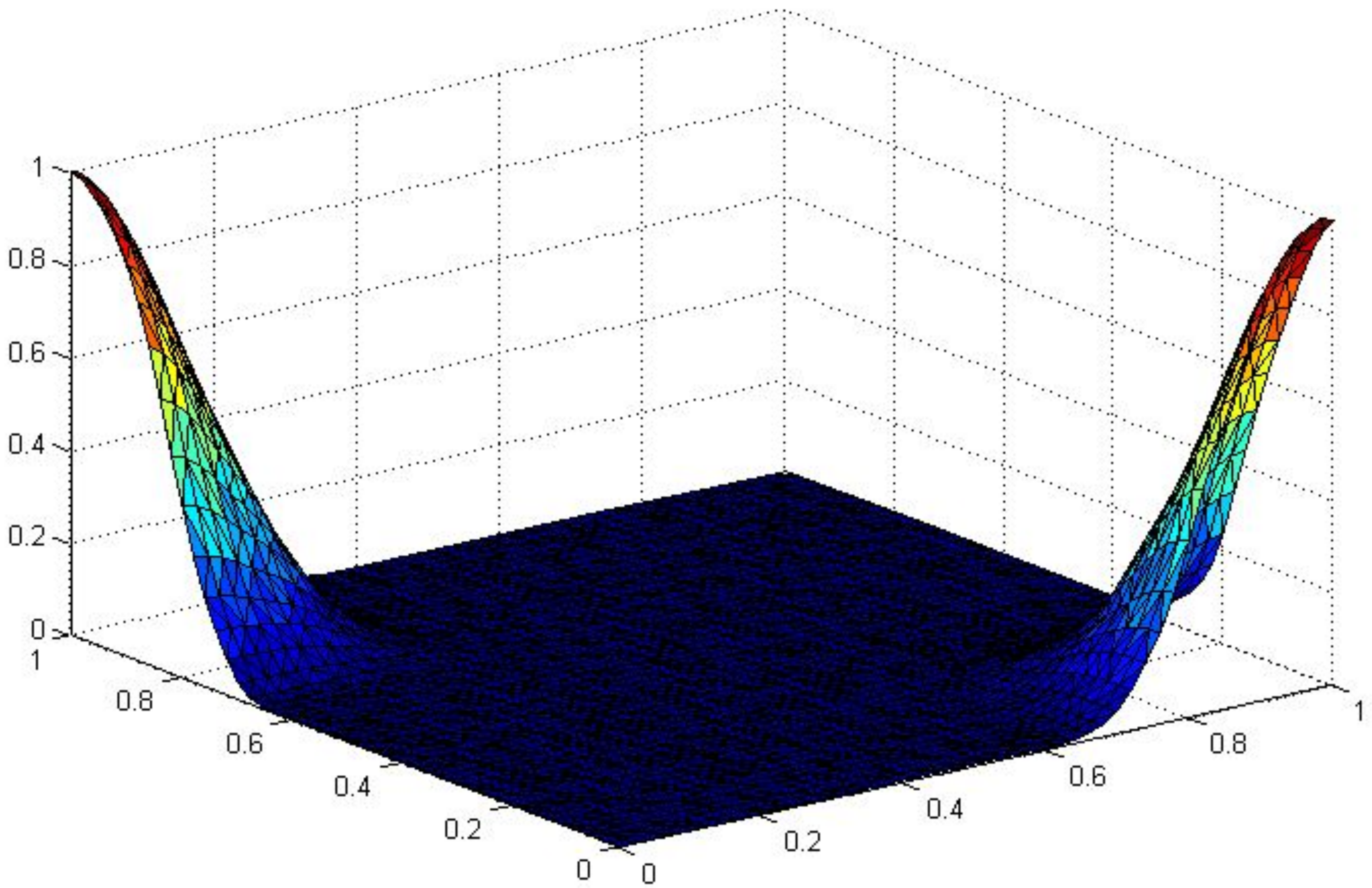
где w – размер машинного слова; F – некоторая целая константа, взаимно простая с w; $\lfloor\bullet\rfloor$ - означает округление в сторону ближайшего целого числа.

Алгоритм обучения сети CMAC.

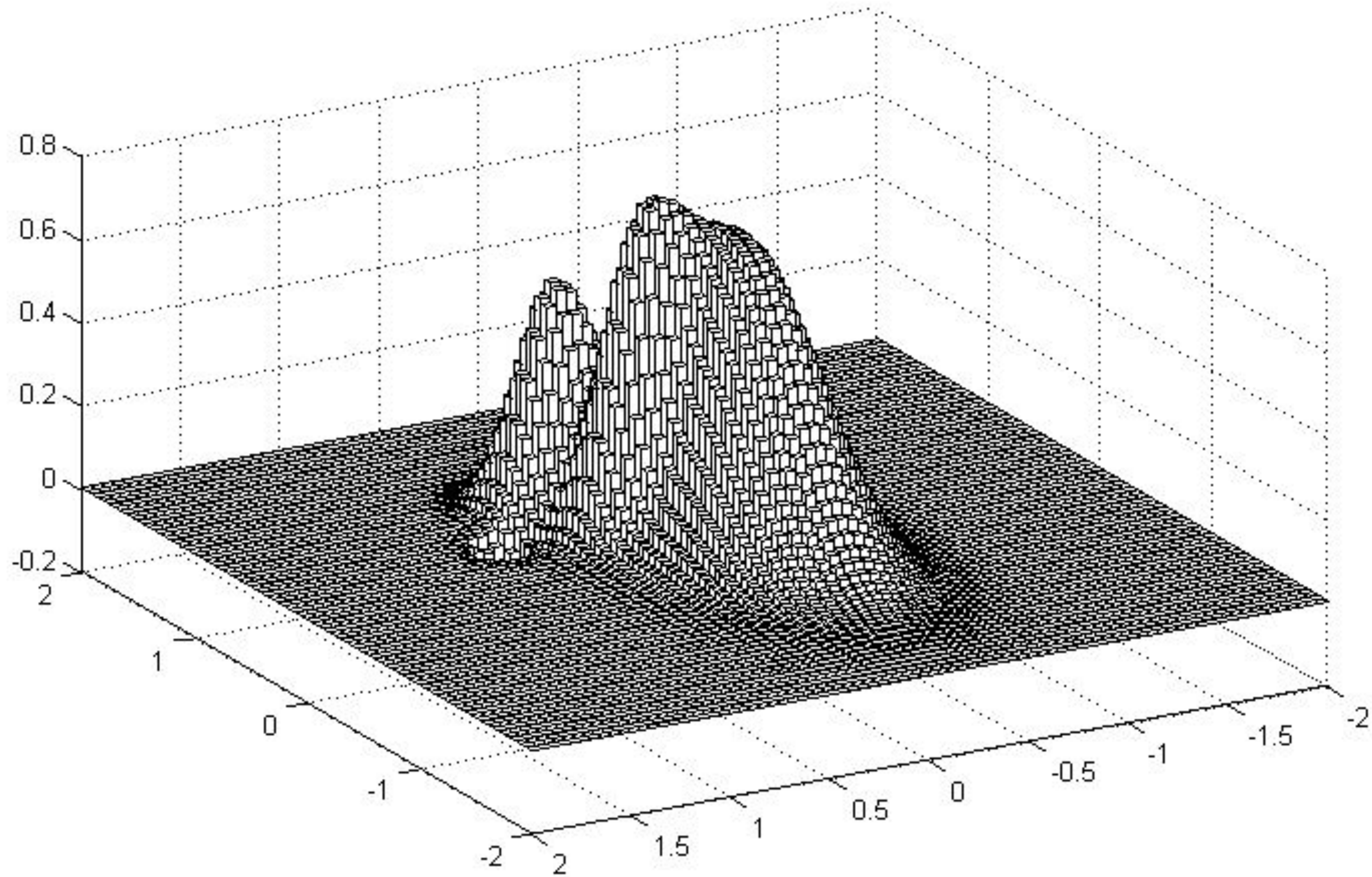
$$w(k+1)=w(k)+\gamma\left(\frac{y(k)-a^T(k)\Phi(x)w(k)}{\left\|\Phi(x)a(k)\right\|^2}\Phi(x)a(k)\right). \qquad (7)$$

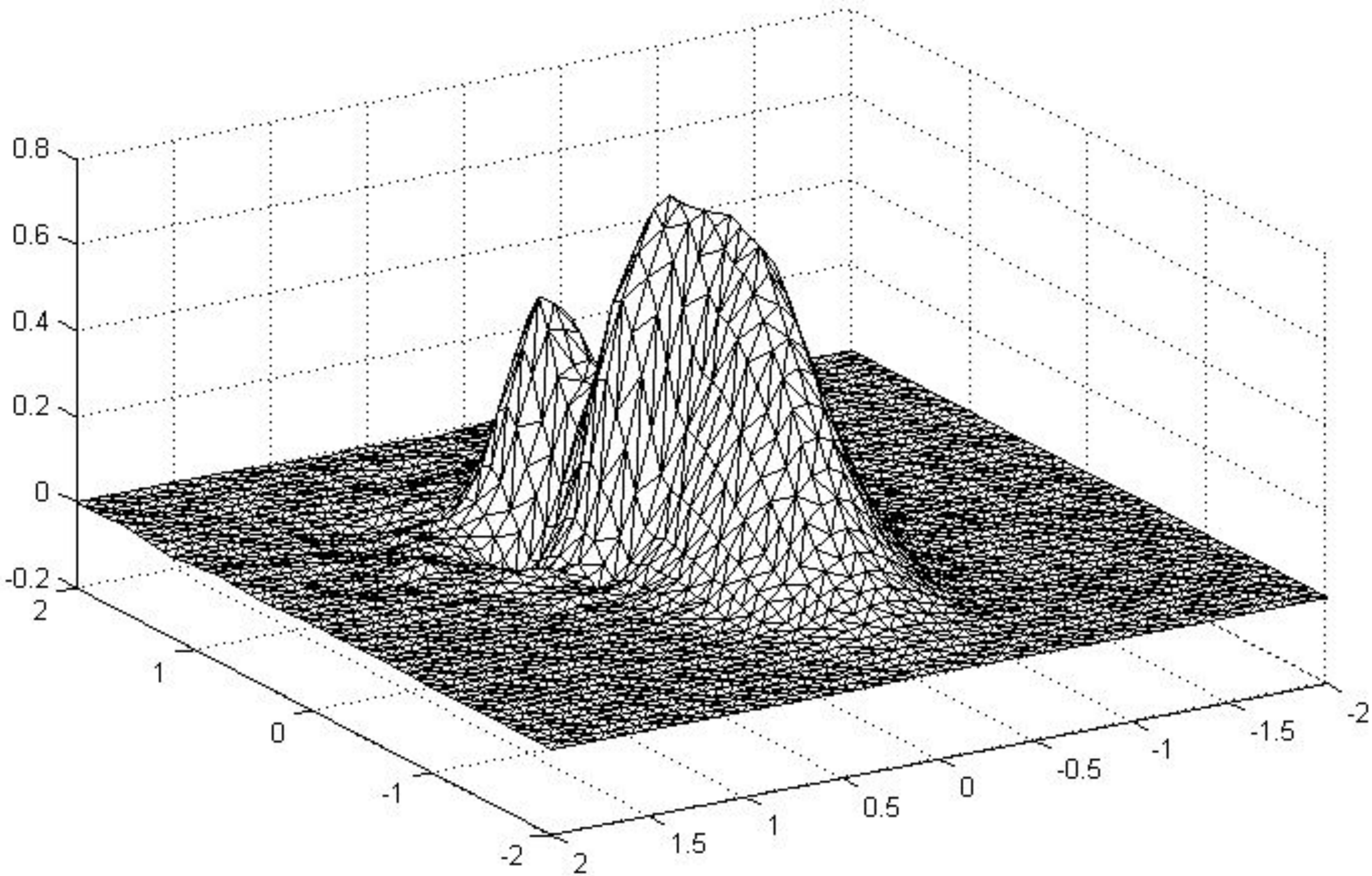


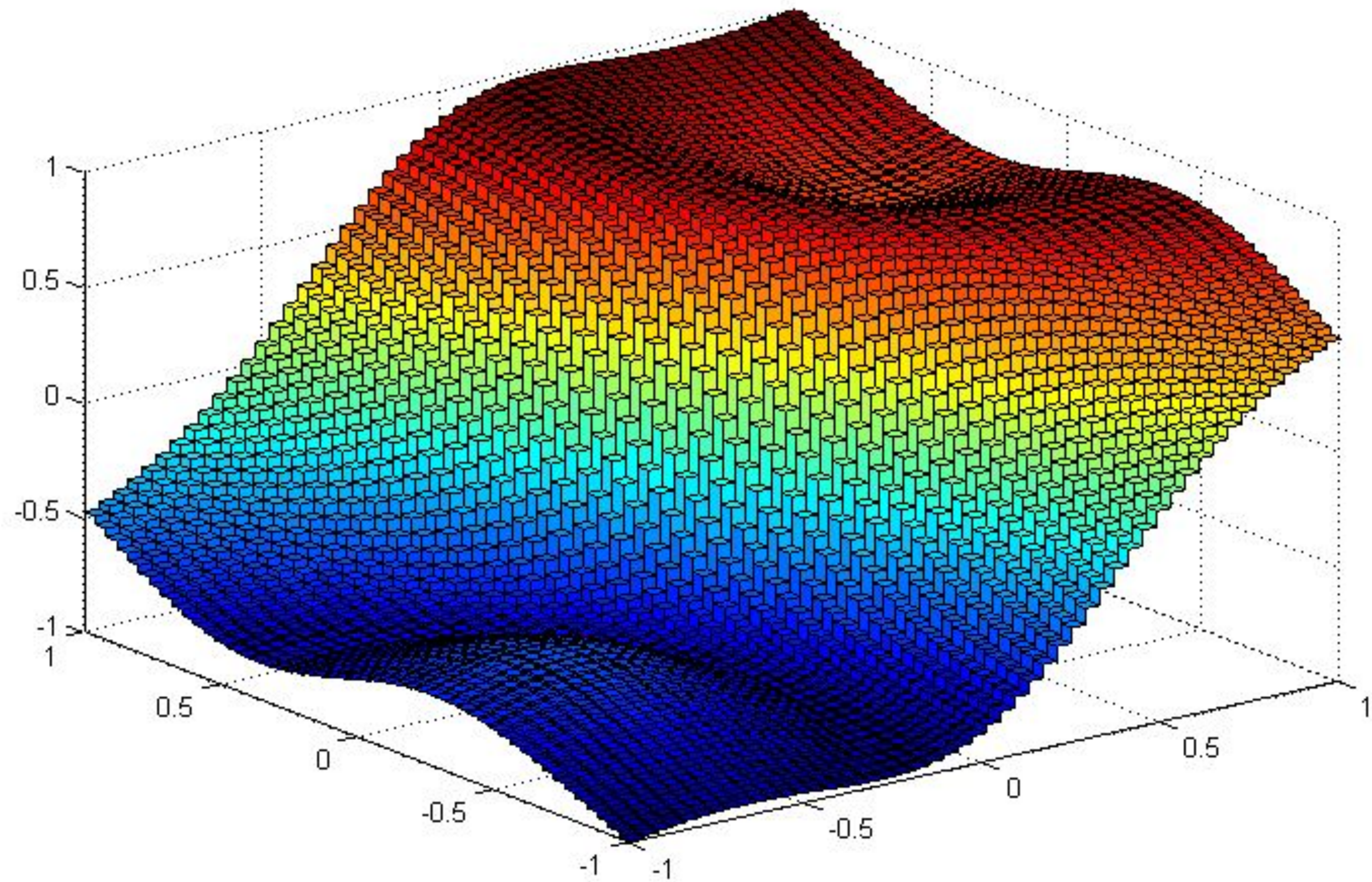
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
1
0.5
0
-0.5
-1
-1
-0.5
0
0.5
1



1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1


0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
2
1
0
-1
-2
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2


0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
2
1
0
-1
-2
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2


1
0.5
0
-0.5
-1
1
0.5
0
-0.5
-1
-1
-0.5
0
0.5
1

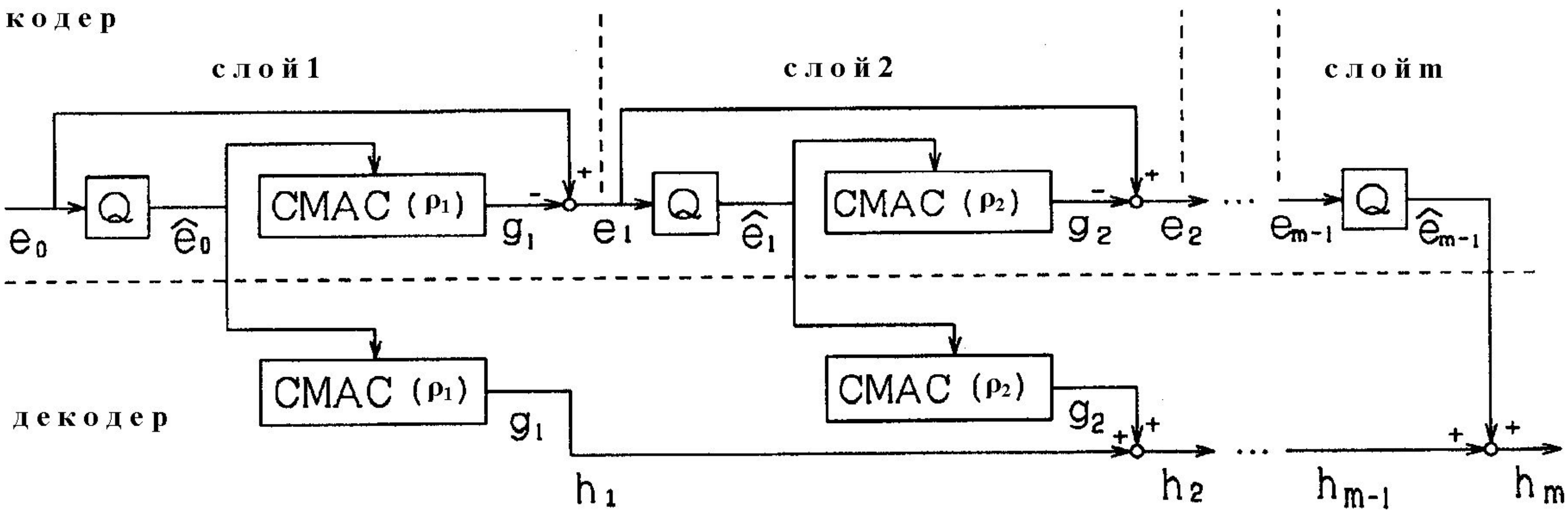


Рисунок 6. Схема кодирования изображений

а)

б) слой 1, ρ1=50

в) слой 2, ρ2=20

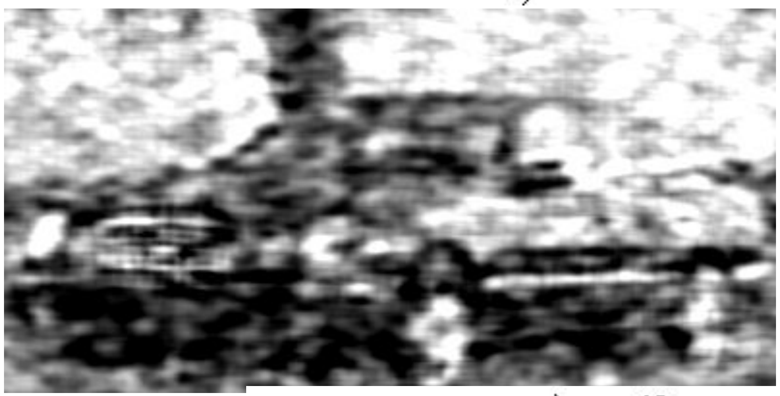
г) слой 3, ρ3=10

д) слой 4, ρ4=5

Рис.7. Кодирование изображения с помощью сети CMAC

а)

б)



в) ρ=40

г) ρ=20

д) ρ=10

е) ρ=5

Рис. Пример фильтрации изображения с помощью сети CMAC